

Commission « tables »

Journée du 05/11/2015

Risques systématiques associés aux tables d'expérience

Version 1.0

Jean-Christophe DUCROS

Guillaume LEROY

Frédéric PLANCHET

- Les entreprises d'assurances doivent désormais apprécier leurs différents facteurs de risque quand elles évaluent leur solvabilité via leur capital de solvabilité requis.
- Les facteurs principaux qui apparaissent à l'expérience sont en assurance de personnes les risques financiers et les risques de souscription, fortement liés aux risques biométriques en assurance vie. Une bonne appréciation de ces risques est donc essentielle à une bonne appréciation de leur capital de solvabilité requis.
- Au-delà, la volatilité des facteurs de risques, en particulier biométriques pour les opérateurs vie, constitue un élément-clé de leur pilotage.
- Une bonne appréciation de ces éléments apparaît donc utile tant sur le plan réglementaire qu'opérationnel.
- La Commission Tables de l'Institut a donc examiné ces sujets.

- ■ Lorsqu'une hypothèse biométrique, comme une table de mortalité, est affectée d'une incertitude, les fluctuations potentielles autour de la valeur centrale (*best estimate*) induisent un risque systématique (non mutualisable) pour l'assureur.
- ■ La mesure de ces déviations, plus précisément de leur distribution, est importante pour l'appréciation du capital de solvabilité :
 - dans une logique « pilier 1 » pour le calcul du SCR ;
 - dans le cadre de l'ORSA pour la construction de scénarios adverses et les évaluations 2 et 3 demandées par le régulateur (cf. ACPR [2014]).
- ■ Pour cela, deux points doivent être considérés :
 - la modélisation de l'incertitude sur l'hypothèse ;
 - l'impact de cette incertitude sur les provisions (le cas échéant) et le besoin en capital (toujours).

- ■ Les différents risques associés à la mise en place d'une table d'expérience sont :
 - Le risque mutualisable d'échantillonnage
 - Le risque opérationnel
 - Les risques systématiques suivants :
 - Risque de spécification : dû à une mauvaise spécification du modèle (risque d'avis d'expert inclus)
 - Risque d'estimation des paramètres : dû à une mauvaise estimation des paramètres du modèle (choix du critère de positionnement, fluctuations d'échantillonnage, etc.)
 - Risque de tendance : fait de se tromper sur la tendance d'évolution (distinction entre erreur de positionnement et erreur de tendance)
- ■ On s'intéresse ici plus particulièrement aux risques d'estimation du niveau et de la tendance lors de la construction d'une table de mortalité prospective d'expérience pour un régime de rentes.
- ■ On rappelle brièvement le contexte de construction d'une telle table avant d'aborder l'analyse des risques proprement dite.

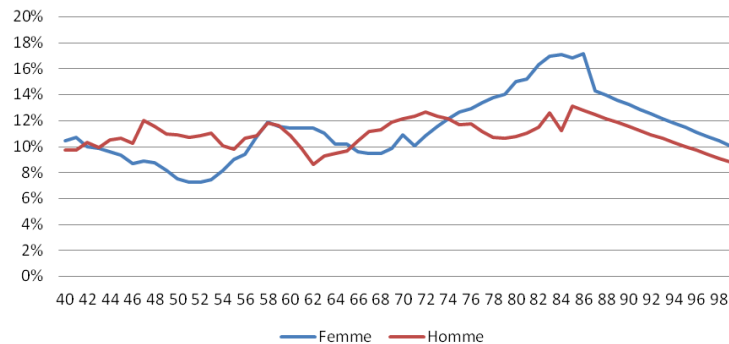
1. Le cadre de travail

- ■ L'assureur doit disposer de tables de mortalité prospectives de nature à lui permettre, conformément aux exigences de la réglementation Solvabilité 2, un provisionnement *best estimate* de ses engagements.
- ■ Au-delà du provisionnement proprement dit, l'assureur doit aussi disposer d'éléments de mesure de l'incertitude associée à ces tables, notamment du risque de longévité.
- ■ Il est précisé que, si le calcul des provisions sociales sur la base de tables d'expérience n'est possible que lorsque celles-ci sont certifiées dans le cadre de l'art. A335-1 C. Ass., un tel dispositif n'existe pas pour le provisionnement *best estimate* : l'assureur doit, dans le dispositif Solvabilité 2, être en mesure de justifier de la pertinence de l'hypothèse proposée, mais sans processus formel de certification.

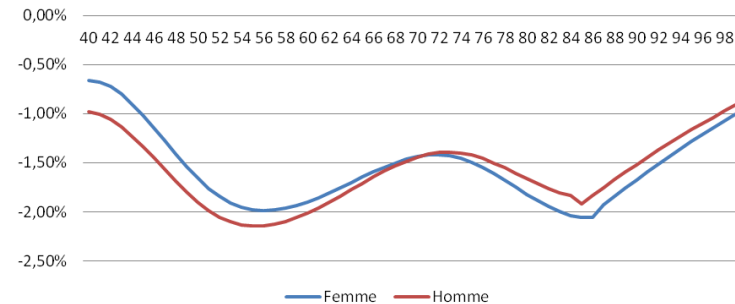
1. Le cadre de travail

- L'usage de tables prospectives permet la prise en compte des taux de décès comme une fonction de l'âge et de l'année d'observation. Les variations des taux de décès sont :

Evolution du taux de décès entre deux âges -
Tables IA 2013 - Année 2014



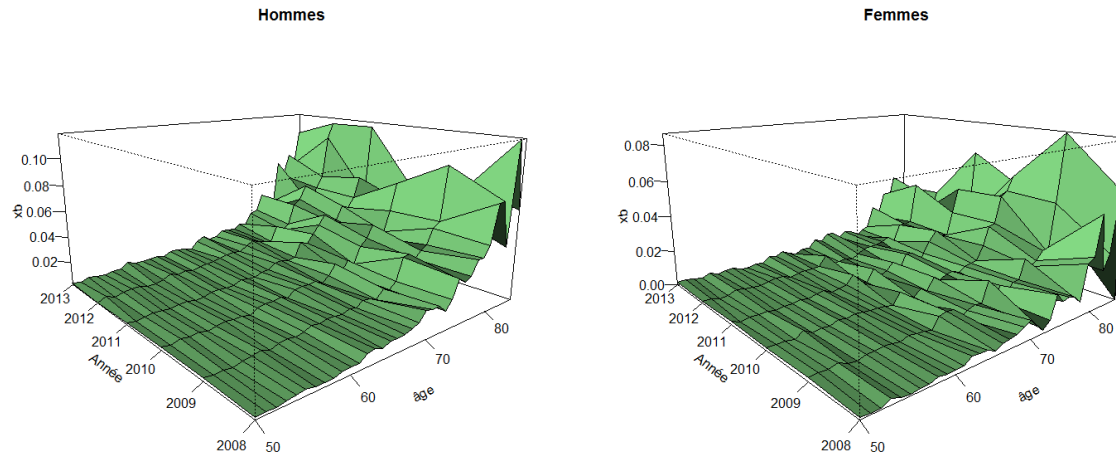
Evolution du taux de décès entre deux
années - Tables IA 2013 - Année 2015 vs
Année 2014



- En 2014, le taux de décès pour une personne d'âge $x+1$ est de l'ordre de 10 % supérieur au taux de décès d'une personne d'âge x (source : Tables IA 2013).
- En 2015, le taux de décès pour une personne d'âge x est environ 1,5 % à 2 % inférieur au taux de décès à l'âge x en 2014 (source : Tables IA 2013). Des dérives de 2 à 2,5 % sont observées dans les portefeuilles.

1. Le cadre de travail

- L'allure typique des données utilisables est la suivante :



- Compte tenu de la faible profondeur d'historique exploitable, les modèles classiques de type Lee-Carter ne sont pas utilisables et les approches utilisant des tables de mortalité de référence sous-jacentes fournissent un cadre de travail adapté. Le modèle de Brass avec les tables *best estimate* de place fournit un cadre de travail robuste (cf. DELWARDE et al. [2004]) :

$$\ln(q_{xt} / (1 - q_{xt})) = a \times \ln(q_{xt}^{ref} / (1 - q_{xt}^{ref})) + b$$

1. Le cadre de travail

- ■ Différentes tables de références peuvent être utilisées pour réaliser le positionnement (TGH/F 05, tables prospectives INSEE 2060 et tables *best estimate* de place issues des travaux de la commission « mortalité » de l'Institut des Actuaire (cf. PLANCHET et TOMAS [2014a], [2014b]).
- ■ Ces différentes références conduisent en général à des résultats qualitativement semblables et proches en termes quantitatifs.
- ■ Les tables de l'Institut des Actuaire ont finalement été retenues pour la présentation faite ici, l'ajustement étant de meilleure qualité. Elles sont désignées par le nom « IA 2013 ».
- ■ Au surplus, ces tables ont été construites explicitement pour les besoins de la construction de tables *best estimate* dans le contexte de Solvabilité 2 et reposent sur des données de place plus récentes que celles utilisées pour la construction des références réglementaires prudentielles TGH/F 05.

2. Mesure du risque d'estimation

Contexte

- ■ L'étude de la mortalité d'expérience s'est attachée à modéliser les décès et taux de mortalité bruts à partir du modèle de Brass. Les tables d'expérience sont construites dans une logique de meilleure estimation, sur la base des données du portefeuille, des espérances de vie des rentiers.

- ■ Néanmoins :
 - la mortalité d'expérience n'est qu'une réalisation de la mortalité réelle du portefeuille et il existe à ce titre un risque d'estimation lié au positionnement par rapport à la table de référence ;
 - les évaluations des espérances de vie résiduelles et des provisions se basent sur des taux de mortalité prospectifs qui sont obtenus en projetant la mortalité observée dans le futur. Pour ce faire, la tendance d'évolution de la mortalité observée est modélisée. Néanmoins, il existe un biais sur l'estimation de cette tendance car l'échantillon observé peut présenter une certaine volatilité et la tendance être affectée d'un aléa. Dans le cas d'espèce, sur le portefeuille, l'évolution de la mortalité estimée se base sur l'évolution anticipée dans la population de référence, où le risque d'estimation lié à la tendance est moins important.

2. Mesure du risque d'estimation

Contexte

- Ainsi, dans une première partie, on s'attache à reconstruire des taux bruts et à reproduire l'ajustement du modèle afin d'obtenir une distribution des espérances de vie résiduelles qui permet de mesurer le risque lié à l'échantillon.
- Dans une seconde partie, on s'intéresse à faire varier la tendance d'évolution de la mortalité afin de mesurer l'impact du risque de tendance sur les espérances de vie résiduelles.

2. Mesure du risque d'estimation

Positionnement

- Le principe consiste à simuler des décès sur la période d'observation et à réajuster le modèle.
- Les estimations des espérances de vie résiduelles générationnelles obtenues en considérant un intervalle de confiance à 90 % (5 % à gauche et 95 % à droite) sont présentées dans le tableau suivant :

Risque de positionnement - Ecart à la moyenne, intervalle de confiance à 90%	55 ans	65 ans	75 ans	85 ans
100 décès	4,4%	6,9%	13,4%	27,3%
500 décès	1,7%	2,5%	4,7%	11,1%
1000 décès	1,4%	2,1%	3,9%	8,3%
5000 décès	0,6%	0,9%	1,6%	3,6%
10000 décès	0,4%	0,6%	1,2%	2,6%
50000 décès	0,2%	0,3%	0,5%	1,1%

- L'erreur d'estimation est directement liée au nombre de décès observés dans le portefeuille. Les chiffreages précédents peuvent donner des ordres de grandeur mais dépendent directement de l'exposition observée. Ainsi, il convient de mesurer les paramètres spécifiques à son portefeuille (à titre d'exemple et en faisant vieillir le portefeuille de 10 ans, on obtient une erreur sur l'EV à 85 ans de l'ordre de 5,2% contre 8,3% dans le portefeuille actuel).

2. Mesure du risque d'estimation

Positionnement

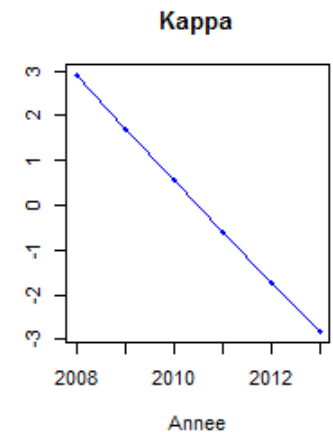
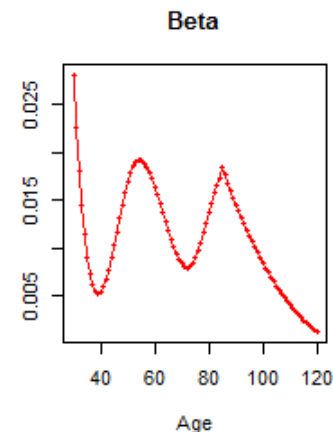
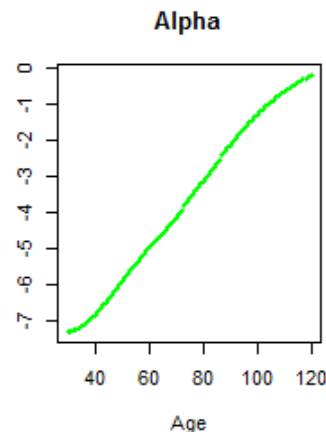
- Si, dans le portefeuille de rente, la population des femmes est sous représentée par rapport à la population des hommes, on peut s'attendre à un aléa assez important sur cette population, ce constat est directement liée à un nombre de décès inférieur.
- Par ailleurs, on observe une hausse du risque d'estimation en fonction de l'âge du rentier. Ce constat apparaît logique dans la mesure où les probabilités de survie sont supérieures pour des âges faibles. À titre d'exemple et en considérant une hausse de 20 % des décès et donc des taux de mortalité :
 - pour un assuré de 55 ans où le taux de décès est de l'ordre de 0,4 %, celui-ci serait augmenté de l'ordre de 0,1 % et l'erreur sur la probabilité de survie serait de 0,1 % également ;
 - pour un assuré de 85 ans où le taux de décès est de l'ordre de 7 %, celui-ci serait augmenté de l'ordre de 1,5 % (1,4 % exactement) et l'erreur sur la probabilité de survie serait de 1,5 % (1,4 %/93 % exactement) environ.

2. Mesure du risque d'estimation

Tendance

- Le risque lié à la tendance représente le risque lié à l'aléa existant sur l'ajustement de la tendance. Il convient ici de ne pas confondre ce risque d'estimation avec le risque lié à la déformation de la tendance.
- Afin de mesurer ce risque, on introduit un bruit sur l'évolution observée de la mortalité par le biais de l'utilisation d'un modèle de Lee-Carter (cf. LEE et CARTER [1992]). Ce modèle est un modèle endogène d'ajustement et de projection de la mortalité d'expérience qui repose sur la relation suivante :

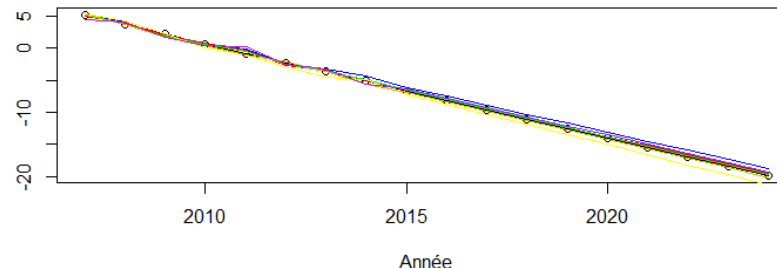
$$\ln \mu_{xt} = \alpha_x + \beta_x k_t$$



2. Mesure du risque d'estimation

Tendance

- Dans l'approche mise en œuvre et sur la base de 2 000 simulations, on considère que sur les années 2007 à 2014, le paramètre temporel (paramètre kappa précédent) suit une loi normale, centrée sur la valeur observée dans la table sous-jacente et de volatilité égale à la volatilité extraite de la population française de 1985 à 2000. En effet, la table IA 2013 étant parfaitement lisse, elle ne permet pas de récupérer l'erreur d'estimation liée au calibrage de sa tendance lors de sa construction. Ainsi dans cette partie, on s'intéresse uniquement à l'introduction d'un bruit sur la tendance.
- Pour chaque simulation, on ajuste à la série Kappa 2007-2014 (où un bruit a été introduit) une tendance linéaire. Dès lors, les années 2015 à 2060 peuvent être obtenue par projection linéaire de cette tendance rééchantillonnée : Kappa rééchantillonné et projeté



2. Mesure du risque d'estimation

Tendance

- Après reconstruction des taux de décès projetés à partir de cette nouvelle tendance, on mesure l'impact sur les espérances de vie résiduelles :

Risque de tendance - Ecart à la moyenne, intervalle de confiance à 90%	55 ans	65 ans	75 ans	85 ans
Tendance 4 ans	2,4%	2,4%	2,2%	1,8%
Tendance 6 ans	1,4%	1,4%	1,3%	1,2%
Tendance 8 ans	0,9%	1,0%	1,0%	0,9%

- Ainsi, l'erreur d'estimation conduit à une incertitude de l'ordre de 1 % sur la base de d'une tendance calibrée sur un période de 8 ans et quel que soit l'âge considéré. La baisse observée sur l'espérance de vie à 85 ans dépend directement de la courbe de sensibilité à l'évolution de la mortalité (série beta présentée précédemment).

2. Mesure du risque d'estimation

Tendance

- On peut par ailleurs, à partir des chiffres de JUILLARD et *al.* [2008] (cf. p.10), déduire que le quantile à 95 % pour la PM (à taux 0) représente 2,3 % de celle-ci. On en déduit que le besoin en capital au niveau de 99,5 % (niveau retenu par Solvabilité 2) est approximativement $2,3 \% \times 2,57 / 1,96 = 3,0 \%$.
- Le besoin en capital pour se couvrir au seuil de 99,5 % contre le risque de tendance est présenté dans le tableau suivant :

Risque de tendance - Ecart à la moyenne, quantile à 99,5%	55 ans	65 ans	75 ans	85 ans
Tendance 4 ans	3,9%	3,8%	3,6%	3,0%
Tendance 6 ans	2,1%	2,1%	2,1%	1,8%
Tendance 8 ans	1,4%	1,5%	1,5%	1,4%

- En considérant un historique sur 8 années, nous obtenons un niveau de risque de 1,5 %, ce qui est légèrement inférieur au niveau de 3 % issu de l'étude de JUILLARD et *al.* [2008].

2. Mesure du risque d'estimation

Synthèse

- En considérant que les quantiles des risques de positionnement et de tendance sont indépendants, la mesure du quantile à 99,5 % au global est présentée dans le tableau suivant :

Risque d'estimation - Ecart à la moyenne, quantile à 99,5%	55 ans	65 ans	75 ans	85 ans
100 décès	7,5%	11,8%	21,8%	47,1%
500 décès	2,6%	3,9%	7,0%	16,1%
1000 décès	2,2%	3,2%	6,2%	13,4%
5000 décès	0,9%	1,4%	2,6%	5,6%
10000 décès	0,6%	1,0%	1,9%	4,0%
50000 décès	0,3%	0,4%	0,8%	1,7%
Tendance 4 ans	3,9%	3,8%	3,6%	3,0%
Tendance 6 ans	2,1%	2,1%	2,1%	1,8%
Tendance 8 ans	1,4%	1,5%	1,5%	1,4%
100 décès - tendance 4 ans	11,3%	15,6%	25,4%	50,0%
500 décès - tendance 4 ans	6,5%	7,7%	10,6%	19,1%
1000 décès - tendance 6 ans	4,3%	5,4%	8,2%	15,3%
5000 décès - tendance 6 ans	3,0%	3,5%	4,6%	7,5%
10000 décès - tendance 8 ans	2,1%	2,5%	3,4%	5,4%
50000 décès - tendance 8 ans	1,7%	1,9%	2,3%	3,1%
Choc Longévité	5,1%	7,2%	10,4%	16,0%

- Ainsi, la comparaison des impacts sur les espérances de vie résiduelles révèle que de manière générale, la mesure du choc de longévité est une mesure prudente par rapport au risque d'estimation.

2. Mesure du risque d'estimation

La formule standard

- La formule standard de Solvabilité 2 propose une mesure de ce risque en fixant un abattement de 20 % à appliquer aux probabilités conditionnelles de décès (art. 138 du règlement 2015/35).
- Cet abattement est issu du CP n°49 (CEIOPS [2009]) qui exploite des données de mortalités unisexes issues de mortality.org pour 9 pays (DE, FR, England & Wales, ES, IT, SE, PL, HU, CZ) sur 15 ans (1992-2006) à l'aide d'un modèle de projection construit par Towers Perrin.
- Appliqué à un régime de rentes, il conduit en moyenne à un besoin en capital de l'ordre de 4 à 5 % de la meilleure estimation des provisions.
- Dans l'exemple présenté précédemment, le choc de la formule standard apparaît donc cohérent avec la mesure interne du risque, conduisant à un besoin en capital un peu plus élevé mais du même ordre de grandeur.

- L'objectif de ces travaux est de présenter un cadre de mesure de l'erreur d'estimation liée à la construction de tables *best estimate*. En effet, si les techniques liées à l'élaboration de tables de mortalité sont aujourd'hui bien connues, il convient d'approfondir ces travaux par la mesure de l'erreur associée.
- Le cadre proposé dans cette étude, et reposant sur le modèle de Brass, suggère de mesurer l'erreur liée au positionnement de la table de référence et au calibrage de l'erreur sous-jacente à la mesure de sa tendance.
- Les résultats présentés sur le risque de positionnement considèrent les quantiles extrêmes sur les espérances de vie résiduelles. Dans le cadre d'une mesure des risques sur un portefeuille, il convient d'évaluer les tables (issues des différentes simulations) dans un niveau global puisque la table correspondant au quantile extrême pour un âge de 55 ans peut différer de celle correspondant au quantile extrême pour un âge de 65 ans par exemple.

Conclusion

- Si la mesure du risque de positionnement est assez intuitive et facile à mettre en œuvre, la mesure du risque de tendance est plus complexe.
- L'approche retenue ici repose sur l'introduction d'un aléa dans la tendance estimée et qui tient compte du nombre d'années d'historique utilisées dans la construction de la table d'expérience. La table sous-jacente utilisée dans la construction est la table IA2013 qui présente des valeurs lissées. Dès lors, il a été nécessaire d'introduire la volatilité observée sur une table annexe afin de pouvoir mesurer l'erreur liée à la tendance.
- Une approche alternative et plus robuste de ce risque nécessiterait la publication de jeux de tables complémentaires qui correspondraient à des scénarios réalistes de la sous-jacente compte-tenu de l'erreur d'estimation dans sa construction.
- En tout état de cause, la comparaison de la valeur du choc de longévité (qui mesure la déformation de la mortalité) avec l'erreur d'estimation laisse apparaître la prudence de ce choc dans la majorité des cas.

- Les données démographiques les plus récentes (Russie, Etats-Unis) font apparaître en outre des évolutions, donc des inflexions des tendances de la mortalité beaucoup plus disparates que par le passé.
- Une analyse en profondeur de la mortalité au travers des indicateurs décrits ci-dessus semble donc utile de manière générale, *a fortiori* dans le cadre d'un modèle interne de pilotage de ce risque au sens de Solvabilité 2 ou du SST.
- Les travaux de la Commission Tables devraient permettre d'approfondir ces thématiques qui ont de fait une résonance tant réglementaire qu'opérationnelle.

- ACPR [2014] « Préparation à Solvabilité II : enseignements de l'exercice d'ORSA pilote », Document d'information, Version 1.0.
- CEIOPS [2009] Advice for Level 2 Implementing Measures on Solvency II: Standard formula SCR - Article 109 c Life underwriting risk, n°42/09.
- DELWARDE A.; KACHACHIDZE D.; OLIE L. ; DENUIT M. [2004] « Modèles linéaires et additifs généralisés, maximum de vraisemblance local et méthodes relationnelles en assurance sur la vie », *Bulletin Français d'Actuariat*, vol. 6, n°12
- GUIBERT Q., JUILLARD M., NTEUKAM T. O., PLANCHET F. [2014] *Solvabilité Prospective en Assurance - Méthodes quantitatives pour l'ORSA*, Paris : Economica.
- JUILLARD M., PLANCHET F., THÉRON P.E. [2008] « Perturbations extrêmes sur la dérive de mortalité anticipée », *Assurances et gestion des risques*, Vol. 76 (3).
- KAMEGA A., PLANCHET F. [2013] « Construction de tables de mortalité prospectives sur un groupe restreint : mesure du risque d'estimation », *Bulletin Français d'Actuariat*, vol. 13, n°25.
- LEE R.D., CARTER L. [1992] « Modelling and forecasting the time series of US mortality », *Journal of the American Statistical Association*, vol. 87,659–671.
- PLANCHET F., THÉRON P.E. [2011] *Modélisation statistique des phénomènes de durée – applications actuarielles*, Paris : Economica.
- PLANCHET F., TOMAS J. [2014b] « Méthodes de positionnement : aspects méthodologiques », Document de travail II1291-12 v1.7, Institut des Actuaire.
- PLANCHET F., TOMAS J. [2014a] « Construction et validation des références de mortalité de place », Document de travail II1291-11 v1.4, Institut des Actuaire.