

---

# Note de synthèse

---

## Contexte

Les contrats de prévoyance offrent aux individus une protection financière en cas d'événements susceptibles d'altérer leur santé physique, tels que les accidents et les maladies professionnels. En cas de survenance de tels événements, les assureurs versent des prestations aux assurés ou aux bénéficiaires pour couvrir les frais médicaux, la perte de revenus et le remboursement d'emprunts. Les risques associés à ces contrats portent sur la hausse de l'incidence en incapacité, le maintien dans l'état et l'évolution du sinistre vers l'invalidité. La directive Solvabilité II, en vigueur depuis le 1<sup>er</sup> Janvier 2016, précise le cadre réglementaire de l'évaluation de l'exigence en capital, connue sous le nom de SCR (Solvency Capital Requirement) et désignée STEC (Short Term Economic Capital) dans le modèle interne d'AXA France. Pour les organismes d'assurance tels que les sociétés d'assurance, les mutuelles, les institutions de prévoyance et les réassureurs, l'enjeu réside dans une évaluation précise de ces risques afin de déterminer les provisions techniques et les fonds propres nécessaires pour honorer leurs engagements envers les assurés.

Dans ce souci de fournir une meilleure estimation des exigences réglementaires, en 2020, une évolution en approche vie de la modélisation du risque incapacité-invalidité du portefeuille d'AXA France a été effectuée. Toutefois, une approche non-vie (basée sur les triangles de prestations) était utilisée pour calibrer le choc SII des réserves incapacité-invalidité. L'objectif de ce rapport est de proposer une approche vie de calibration locale des chocs SII de retour en bonne santé et de passage en invalidité, afin de répondre aux exigences réglementaires associées au risque incapacité-invalidité.

## Modélisation des taux de transition

Nous notons par  $q(t)$  la variable aléatoire modélisant les taux de transition (le passage à l'invalidité ou le rétablissement) sous l'erreur d'estimation et l'erreur de processus à une ancienneté  $t$  dans l'état d'incapacité. L'erreur d'estimation traduit la différence entre les taux théoriques de transition et leurs estimateurs, permettant de saisir l'incertitude dans l'estimation. L'erreur de processus traduit l'évolution des taux de transition sur un horizon temporel permettant

de saisir le risque de changement de tendance. Nous modélisons  $q(t)$  comme suit :

$$q(t) = \hat{q}(t) + [\mu^{process}(t) + \sigma^{process}(t) \times \epsilon^{process}(t)] + [\sigma^{estim}(t) \times \epsilon^{estim}(t)] \quad (1)$$

où :

- $\hat{q}(t)$  est un estimateur Best Estimate du taux de transition
- $[\mu^{process}(t) + \sigma^{process}(t) \times \epsilon^{process}(t)]$  est le composant de l'erreur de processus supposé gaussien de moyenne égale à  $\mu^{process}(t)$  et d'écart type  $\sigma^{process}(t)$
- $[\sigma^{estim}(t) \times \epsilon^{estim}(t)]$  est le composant de l'erreur d'estimation supposé gaussien de moyenne égale à 0 et d'écart type  $\sigma^{estim}(t)$ .
- $\epsilon^{estim}(t)$  et  $\epsilon^{process}(t)$  sont supposés indépendants car ils sont influencés par des facteurs indépendants de ceux qui influencent le risque de non-mutualisation du portefeuille.

Ainsi, le taux de transition peut être modélisé par la variable gaussienne suivante :

$$q(t) \sim \mathcal{N} \left( \hat{q}(t) + \mu^{process}(t), \sqrt{(\sigma^{process}(t))^2 + (\sigma^{estim}(t))^2} \right) \quad (2)$$

## Présentation des données de l'étude :

L'étude a été réalisée sur la base des données d'arrêts de travail d'assurance directe de la prévoyance collective d'AXA France (67% en termes de provisions de rentes incapacité-invalidité). Ces données contiennent à la fois les informations sur les sinistres en gestion directe et ceux en gestion déléguée. L'avantage principal de notre source de données est que les sinistres survenus sont mis à jour à chaque inventaire mensuel depuis le 30 Novembre 2013. Cependant les données de sinistres ne sont disponibles qu'à partir du 1<sup>er</sup> Novembre 2013.

La base de données extraite est constituée de 16 029 421 observations sur lesquelles nous effectuons des retraitements afin d'obtenir une base de données fiabilisée contenant les principales informations nécessaires à la construction de l'exposition en maintien en incapacité.

## Estimation des taux de transition

Nous estimons les taux annuels de passage en invalidité et de retour en bonne santé à des anciennetés annuelles révolues de  $\tilde{0}$ ,  $\tilde{1}$  et  $\tilde{2}$ . Nous explorons trois différentes méthodologies pour cette estimation.

## Approche Estimateur de Kaplan-Meier :

L'approche consiste en l'utilisation de l'estimateur de Kaplan-Meier de la fonction de survie à une transition (le passage en invalidité ou le rétablissement) pour la détermination de l'estimateur du taux de changement d'état. Nous traitons distinctement chacun de ces deux états de transition. Survivre à la transition après un temps  $t_j$  c'est être en maintien en incapacité juste avant  $t_j$  et passer en invalidité ou retourner à l'état actif au temps  $t_j$ . En notant  $T$  la durée passée par un assuré en incapacité temporaire avant la transition hors de cet état et  $S$  la fonction de survie associée à cette variable, nous avons :

$$S(t_j) = P(T > t_j) = \prod_{k=0}^j P(T > t_k | T > t_{k-1})$$

Considérant les phénomènes de censure et de troncature à mesure des 36 anciennetés mensuelles de maintien en incapacité  $t_0 = 0, t_1 = 1, \dots, t_{35} = 35$  mois, nous estimons la survie à une transition et le taux de transition par :

$$\hat{S}_{KM}(t) = \prod_{t_j > t} (1 - \hat{q}(t_j)) = \prod_{t_j > t} \left(1 - \frac{d_j}{n_j}\right) \quad \text{et} \quad \hat{q}_{KM}(t_j) = 1 - \frac{\hat{S}_{KM}(t_{j+1})}{\hat{S}_{KM}(t_j)}$$

avec  $d_j$ , le nombre de sorties observées à l'instant  $t_j$ ,  $n_j = n_{j-1} - d_{j-1} + w_j - c_j$ , la population exposée (ou à risque) à cet instant. Nous désignons par  $w_j$  le nombre de troncatures observées à l'instant  $t_j$  (le nombre de sinistres avec une franchise dans l'intervalle  $[t_j; t_{j+1}[$ ) et par  $c_j$  le nombre de censures observées à l'instant  $t_j$ .

Enfin les taux de transition aux anciennetés annuelles révolues  $\tilde{0}, \tilde{1}$  et  $\tilde{2}$  sont donnés par :

$$\hat{q}_{KM}(\tilde{0}) = 1 - \frac{\hat{S}_{KM}(12)}{\hat{S}_{KM}(0)}, \quad \hat{q}_{KM}(\tilde{1}) = 1 - \frac{\hat{S}_{KM}(24)}{\hat{S}_{KM}(12)}, \quad \hat{q}_{KM}(\tilde{2}) = 1 - \frac{\hat{S}_{KM}(36)}{\hat{S}_{KM}(24)}$$

## Méthode alternative simplifiée :

Il s'agit d'une approche alternative à l'approche Kaplan-Meier. Elle est dite simplifiée car se base sur une taille de données plus réduite. En effet, elle ne nécessite que la connaissance du nombre de transition (passage à l'invalidité/retour en bonne santé) et de l'exposition en incapacité.

Nous caractérisons le passage en invalidité de l'assuré  $i$  par la variable  $X_i^{IP}(\tilde{x})$  qui peut prendre

les valeurs :

$$X_i^{IP}(\tilde{x}) = \begin{cases} 0 & \text{si le sinistré reste en incapacité à l'ancienneté } \tilde{x} \text{ avec une probabilité } 1 - r^{IP}(\tilde{x}) \\ 1 & \text{si le sinistré passe en invalidité à l'ancienneté } \tilde{x} \text{ avec une probabilité } r^{IP}(\tilde{x}) \end{cases}$$

En notons par  $N(\tilde{x})$  l'exposition en incapacité définie comme le nombre de personne en incapacité à l'ancienneté annuelle  $\tilde{x}$ ,  $D^{IP}(\tilde{x}) = \sum_{i=1}^{N(\tilde{x})} X_i^{IP}(\tilde{x})$  le nombre de sorties observées à l'ancienneté  $\tilde{x}$  pour cause d'invalidité, nous venons dès lors à estimer par maximum de vraisemblance le taux de passage en invalidité par :

$$\hat{r}^{IP}(\tilde{x}) = \frac{D^{IP}(\tilde{x})}{N(\tilde{x})}$$

### **Approche Bootstrap :**

Le bootstrap est une méthodologie développée par BRADLEY Efron pour mesurer avec précision les propriétés d'un estimateur. Il peut être mis en œuvre en construisant un certain nombre de ré-échantillons de l'ensemble de données observées. Il est important de noter que chacun des échantillons est obtenu par échantillonnage aléatoire avec remplacement à partir de l'ensemble de données d'origine.

Par l'approche Bootstrap, nous créons 5000 nouvelles bases de données à partir de la base de données initiale par tirages aléatoires avec remise. Pour chaque base de données obtenue, nous déterminons les taux de transition annuels à ancienneté annuelle  $\tilde{x} \in \{\tilde{0}, \tilde{1}, \tilde{2}\}$  par l'approche Kaplan-Meier. Enfin, la moyenne de ces différents estimateurs donne une estimation du taux de transition.

### **Résultats :**

Selon l'approche utilisée nous obtenons ces résultats sur les estimateurs des taux de transition :

États	Méthodes	Anciennetés		
		$\tilde{0}$	$\tilde{1}$	$\tilde{2}$
Passage en invalidité	Approche Kaplan-Meier	3,04%	15,16%	83,3%
	Méthode simplifiée	0,83%	9,14%	45,97%
	Approche Bootstrap	3,04%	15,16%	83,29%
Retour en bonne santé	Approche Kaplan-Meier	82,15%	55,07%	57,45%
	Méthode simplifiée	80,35%	50,05%	45,02%
	Approche Bootstrap	82,29%	55,07%	57,45%

TABLE 1 – Taux de transition estimé pour le Passage en invalidité et le Retour en bonne santé

D'après ces résultats il apparaît, quelle que soit la nature de la transition que l'approche par l'estimateur de Kaplan-Meier et l'approche Bootstrap donnent les mêmes valeurs de l'estimateur. Cela s'explique par le fait que l'approche Bootstrap se fonde sur la méthode Kaplan-Meier en effectuant une moyenne de 5000 estimateurs de taux de transition estimés par cette méthode. Par ailleurs les estimateurs obtenus par la méthode alternative simplifiée sont inférieurs à ceux des autres méthodes car il se base sur l'hypothèse forte selon laquelle *le nombre de sinistres en maintien en incapacité à chaque ancienneté annuelle  $\tilde{x}$  est le nombre de sinistres en maintien en incapacité au début de l'ancienneté  $\tilde{x}$* .

## Détermination des chocs incapacité-invalidité :

Le choc de passage en invalidité et le choc de retour en bonne résultent d'une erreur d'estimation et d'une erreur de processus.

### Méthodologie

D'après la modélisation du taux de transition à l'équation 2, nous venons à déterminer le choc global sous l'erreur d'estimation et l'erreur de processus par un quantile à 99.5% de la loi  $\mathcal{N}(0, 1)$  dans le cas du passage à l'invalidité et un quantile à 0.5% de la loi  $\mathcal{N}(0, 1)$  dans le cas du retour en bonne santé :

$$Choc(\tilde{x}) = \frac{\hat{q}^{choque}(\tilde{x}) - \hat{q}(\tilde{x})}{\hat{q}(\tilde{x})} \quad (3)$$

Prenant le cas du passage à l'invalidité, nous avons :

$$\hat{q}^{IP,choque}(\tilde{x}) = \hat{q}^{IP}(\tilde{x}) + \mu^{IP,process}(\tilde{x}) + q_{99.5\%}(\mathcal{N}(0, 1)) \times \sqrt{(\sigma^{process}(\tilde{x}))^2 + (\sigma^{estim}(\tilde{x}))^2}$$

## Résultats

Selon l'approche utilisée nous obtenons ces résultats sur les chocs invalidité-incapacité :

États	Anciennetés		
	$\tilde{0}$	$\tilde{1}$	$\tilde{2}$
Passage à l'invalidité	46%	16%	26%
Retour en bonne santé	-6%	-9%	-9%

TABLE 2 – Chocs incapacité-invalidité

Quelle que soit la nature de la transition, les trois méthodes donnent des résultats très proches. Cela s'explique par les valeurs très faibles de la variance de l'erreur d'estimation. L'application de ces chocs sur les tables réglementaires BCAC 2010 nous permet d'obtenir de nouvelles tables à utiliser en scénarios stressés. Ci-après le tracé des lois de maintien en incapacité et de passage en invalidité à l'âge de survenance moyen du portefeuille (42 ans) :

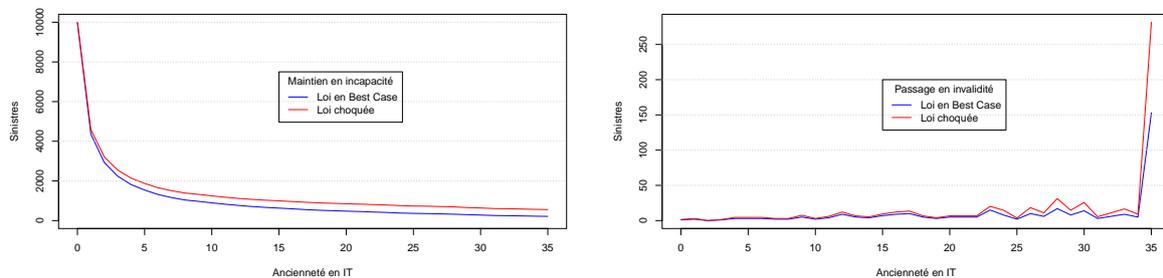


FIGURE 1 – Comparaison des lois de passage en invalidité et de maintien en incapacité Base Case et choquées

Malgré un choc de passage à l'invalidité plus élevé à l'ancienneté  $\tilde{0}$  qu'à  $\tilde{1}$ , nous remarquons un écart entre les lois qui est moins important à l'ancienneté  $\tilde{0}$  qu'à l'ancienneté  $\tilde{1}$ . Ceci s'explique par les effectifs de passage en invalidité très faibles (quasiment nuls) aux 12 premières anciennetés mensuelles. Les plus grands écarts entre les deux lois apparaissent à l'ancienneté  $\tilde{2}$  où la plupart des passages en invalidité s'effectue. Par ailleurs, nous observons dans les deux cas (le maintien en incapacité et le passage en invalidité) des effectifs de la loi choquée qui sont, à chaque ancienneté mensuelle, supérieurs aux effectifs de la loi en scénarios « base case ».

## Impact quantitatif sur le STEC Réserve incapacité-invalidité

L'objectif est de déterminer le STEC Réserve du sous-module de risque vie incapacité-invalidité en s'appuyant sur la modélisation tête par tête des rentes incapacité-invalidité faite dans le modèle interne d'AXA France. Au travers du modèle tête par tête il est attendu une meilleure estimation des exigences réglementaires STEC Réserve incapacité-invalidité.

### Méthodologie

L'approche consiste à déterminer au prime abord, la meilleure estimation de la valeur présente des engagements futures (*BEL*) de rentes incapacité-invalidité dans le scénario stressé et le scénario « base case ». Par suite, nous nous ramenons à déduire le *STEC* comme suit :

$$STEC = BEL_{\text{après choc}} - BEL_{\text{avant choc}}$$

### Résultats

Les différents résultats sur l'estimation du STEC sont consignés ci-après :

Méthodologies	Nature des chocs	Anciennetés			STEC (en euros)
		0	1	2	
Formule standard SII	Passage à l'invalidité	35%	25%	25%	56,896 Millions
	Retour en bonne santé	-20%	-20%	-20%	
Approche Groupe	Passage à l'invalidité	25%	25%	25%	38,095 Millions
	Retour en bonne santé	-25%	-25%	-25%	
Approche Non-Vie	Choc Réserve	7,05% (sans ancienneté)			31,341 Millions
Approche Vie	Passage à l'invalidité	46%	16%	26%	14,667 Millions
	Retour en bonne santé	-6%	-9%	-9%	

TABLE 3 – STEC calculé par différentes approches

La formule standard requiert plus d'exigence en capital à pourvoir par l'assureur. Elle est plus prudente que l'approche modèle interne recommandée par le Groupe AXA à ses entités, l'approche Non-Vie actuellement appliquée et l'approche Vie nouvellement mise en place. Appliquer des chocs incapacité-invalidité déterminés par cette dernière méthode permettrait de mieux cerner la valeur de l'exigence en capital pour le risque incapacité-invalidité de la prévoyance collective d'AXA France.

## Conclusion

Ce mémoire nous a permis d'analyser le risque incapacité-invalidité au regard de la directive Solvabilité II dans le but de proposer une méthodologie alternative à la calibration des chocs bicentennaires au titre de ce risque. Nous avons mis en place une approche de calibration reposant sur les données tête par tête du portefeuille Arrêt de Travail de la prévoyance collective d'AXA France. Cette calibration distingue deux composantes portant sur l'évolution des taux de passage à l'invalidité et de retour en bonne santé notamment une erreur d'estimation et une erreur de processus. L'approche de calibration nous a permis de développer trois méthodologies pour l'estimation des taux de transition hors de l'état de maintien en incapacité et d'évaluer les erreurs d'estimation et de processus associés. La facilité de comparaison de ces méthodes et de leurs résultats contribue à garantir la fiabilité de la production des comptes par le modèle interne. La méthodologie pourrait être améliorée afin d'évaluer des chocs par âge (ou tranches d'âge) d'entrée et d'ancienneté pour obtenir une surface de choc matérialisée par une table à double entrée (âge de survenance de l'incapacité temporaire et l'ancienneté dans cet état).

---

# Executive summary

---

## Context

Individuals use group protection contracts to insure themselves from the financial consequences of certain events that could affect their physical well-being, such as bodily accidents or illnesses. The benefits paid to policyholders or beneficiaries by the insurer in the event of such occurrences provide necessary compensation for medical expenses, loss of wages, or even loan repayments. The risks associated with these contracts concern the increase in the incidence of disability, the continuation of the disabled state, and the evolution of a claim towards permanent disability. The Solvency II directive, which came into effect on January 1, 2016, provides a regulatory framework for the prudent assessment of the Solvency Capital Requirement (SCR), also known as Short-Term Economic Capital (STEC) within the internal model of AXA France. The objective for insurance entities (insurance companies, mutuals, provident institutions, reinsurers) is to precisely assess these risks in order to determine the technical provisions and capital necessary to fulfill the commitments made to policyholders.

In the pursuit of providing a more accurate estimation of regulatory requirements, in 2020, a life-based approach to modeling the disability risk in AXA France's portfolio was implemented. However, a non-life approach (based on claims development triangles) was used to calibrate the Solvency II shock for disability reserves. The purpose of this report is to propose a life-based local calibration approach for the Solvency II shocks related to returning to good health and transitioning to permanent disability. This approach aims to address the regulatory requirements associated with the disability risk.

## Transition rate modeling

We denote by  $q(t)$  the random variable modeling the transition rates (movement to disability or recovery) under estimation error and process error at an elapsed age  $t$  in the temporary disability state. The estimation error reflects the difference between the theoretical transition rates and their estimators, capturing uncertainty in estimation. The process error reflects the evolution of transition rates over a time horizon, capturing the risk of trend change. We model

$q(t)$  as follows :

$$q(t) = \hat{q}(t) + [\mu^{process}(t) + \sigma^{process}(t) \times \epsilon^{process}(t)] + [\sigma^{estim}(t) \times \epsilon^{estim}(t)]$$

where :

- $\hat{q}(t)$  is the Best Estimate estimator of the transition rate
- $[\mu^{process}(t) + \sigma^{process}(t) \times \epsilon^{process}(t)]$  is the process error component assumed to be Gaussian with a mean of  $\mu^{process}(t)$  and a standard deviation of  $\sigma^{process}(t)$
- $[\sigma^{estim}(t) \times \epsilon^{estim}(t)]$  is the estimation error component assumed to be Gaussian with a mean of 0 and a standard deviation of  $\sigma^{estim}(t)$ .
- $\epsilon^{estim}(t)$  and  $\epsilon^{process}(t)$  are assumed to be independent as they are influenced by factors independent of those influencing the non-mutualization risk of the portfolio.

Thus, the transition rate can be modeled by the following Gaussian process :

$$q(t) \sim \mathcal{N} \left( \hat{q}(t) + \mu^{process}(t), \sqrt{(\sigma^{process}(t))^2 + (\sigma^{estim}(t))^2} \right)$$

## Presentation of the study data :

The study was conducted based on the disability data from AXA France's group protection direct insurance (representing 67% in terms of disability insurance provisions). These data encompass both claims information under direct management and those under delegated management. The main advantage of our data source is that the incurred claims are updated with each monthly inventory since November 30, 2013. However, claims data are only available starting from November 1, 2013.

The extracted database consists of 16 029 421 observations, on which we perform adjustments to obtain a database containing the key information for constructing the disability maintenance exposure.

## Transition rate estimation

We estimate the annual rates of transition to Disability and return to Good Health at elapsed annual ages of  $\tilde{0}$ ,  $\tilde{1}$ , and  $\tilde{2}$ . We explore three different methodologies for this estimation.

## Kaplan-Meier estimator approach :

The approach involves using the Kaplan-Meier estimator of the survival function for a transition (movement to disability or persistence in disability) to determine the estimator of the transition rate. Surviving the transition after time  $t_j$  means being in disability persistence just before  $t_j$  and moving to disability at time  $t_j$ . We denote by  $T$  the duration spent by an insured individual in temporary disability before transitioning out of this state, and  $S$  the survival function associated with this variable. We have :

$$S(t_j) = P(T > t_j) = \prod_{k=0}^j P(T > t_k | T > t_{k-1})$$

Considering the phenomena of Censorship and Truncation as of the 36 monthly elapsed ages of disability persistence  $t_0 = 0, t_1 = 1, \dots, t_{35} = 35$  months, we estimate the survival to a transition and transition rate by :

$$\hat{S}_{KM}(t) = \prod_{t_j > t} (1 - \hat{q}(t_j)) = \prod_{t_j > t} \left(1 - \frac{d_j}{n_j}\right) \quad \text{et} \quad \hat{q}_{KM}(t_j) = 1 - \frac{\hat{S}_{KM}(t_{j+1})}{\hat{S}_{KM}(t_j)}$$

where  $d_j$  is the number of observed exits at time  $t_j$ ,  $n_j = n_{j-1} - d_{j-1} + w_j - c_j$ , the exposed population (or at risk) at that moment.  $w_j$  is the number of truncations observed at time  $t_j$  (the number of claims with a deductible in the interval  $[t_j; t_{j+1}[$ ), and  $c_j$  is the number of censorships observed at time  $t_j$ .

Finally, the transition rates at elapsed annual ages  $\tilde{0}$ ,  $\tilde{1}$ , and  $\tilde{2}$  are :

$$\hat{q}_{KM}(\tilde{0}) = 1 - \frac{\hat{S}_{KM}(12)}{\hat{S}_{KM}(0)}, \quad \hat{q}_{KM}(\tilde{1}) = 1 - \frac{\hat{S}_{KM}(24)}{\hat{S}_{KM}(12)}, \quad \hat{q}_{KM}(\tilde{2}) = 1 - \frac{\hat{S}_{KM}(36)}{\hat{S}_{KM}(24)}$$

## Simplified alternative method

This is an alternative approach to the Kaplan-Meier approach. It is simplified because it is based on a smaller dataset. Indeed, it only requires knowledge of the number of transitions (movement to disability/return to good health) and the exposure in the disability state. We characterize an individual's transition to disability by the variable  $X_i^{IP}(\tilde{x})$  which can take the values :

$$X_i^{IP}(\tilde{x}) = \begin{cases} 0 & \text{if the claimant remains in disability at the elapsed age } \tilde{x} \text{ with a probability } 1 - r^{IP}(\tilde{x}) \\ 1 & \text{if the claimant transitions to Invalidity at the elapsed age } \tilde{x} \text{ with a probability } r^{IP}(\tilde{x}) \end{cases}$$

We denote by  $N(\tilde{x})$  the exposure in disability, defined as the number of individuals in the disability state at elapsed annual age  $\tilde{x}$ , and  $D^{IP}(\tilde{x}) = \sum_{i=1}^{N(\tilde{x})} X_i^{IP}(\tilde{x})$  the number of observed exits at elapsed age  $\tilde{x}$  due to disability. We then estimate the transition rate to Disability as follows :

$$\hat{r}^{IP}(\tilde{x}) = \frac{D^{IP}(\tilde{x})}{N(\tilde{x})}$$

## Bootstrap approach

Bootstrap is a methodology developed by Bradley Efron to precisely measure the properties of an estimator. It can be implemented by constructing a certain number of resamples from the observed dataset. It is important to note that each of the samples is obtained by random sampling with replacement from the original dataset.

Through the bootstrap approach, we create 5000 new databases from the initial database by random sampling with replacement. For each obtained database, we determine the annual transition rates at elapsed annual ages  $\tilde{x} \in \{\tilde{0}, \tilde{1}, \tilde{2}\}$  using the Kaplan-Meier approach. Finally, the average of these different estimators provides an estimation of the transition rate.

## Results

According to the approach used, we obtain the following results for the transition rate estimators :

States	Methods	Elapsed Ages		
		$\tilde{0}$	$\tilde{1}$	$\tilde{2}$
Transition to Disability	Kaplan-Meier Approach	3.04%	15.16%	83.3%
	Simplified Method	0.83%	9.14%	45.97%
	Bootstrap Approach	3.04%	15.16%	83.29%
Return to Good Health	Kaplan-Meier Approach	82.15%	55.07%	57.45%
	Simplified Method	80.35%	50.05%	45.02%
	Bootstrap Approach	82.29%	55.07%	57.45%

TABLE 4 – Transition rate estimates for transition to permanent disability and return to good health

It appears that regardless of the nature of the transition, the Kaplan-Meier estimator approach

and the Bootstrap approach give very similar results. This can be explained by the very small values of the estimation error variance. The results obtained by the simplified alternative method are lower than those of the other methods because it is based on the strong assumption that *the number of policyholders in disability at each elapsed annual age  $\tilde{x}$  is the number of policyholders in disability at the beginning of the elapsed age  $\tilde{x}$ .*

## Determination of disability shocks

The shock of transitioning to disability and the shock of returning to good health result from estimation errors and process errors.

### Methodology

Based on the transition rate modeling, we proceed to determine the overall shock under estimation errors and process errors by taking a 99.5% quantile of the  $\mathcal{N}(0, 1)$  distribution for the transition to disability shock and a 0.5% quantile for the return to good health shock :

$$Shock(\tilde{x}) = \frac{\hat{q}^{shock}(\tilde{x}) - \hat{q}(\tilde{x})}{\hat{q}(\tilde{x})}$$

For the case of transitioning to disability, we have :

$$\hat{q}^{IP,shock}(\tilde{x}) = \hat{q}^{IP}(\tilde{x}) + \mu^{IP,process}(\tilde{x}) + q_{99.5\%}(\mathcal{N}(0, 1)) \times \sqrt{(\sigma^{process}(\tilde{x}))^2 + (\sigma^{estim}(\tilde{x}))^2}$$

### Results

According to the approach used, we obtain these results on disability shocks :

States	Durations		
	$\tilde{0}$	$\tilde{1}$	$\tilde{2}$
Transition to disability	46%	16%	26%
Return to good health	-6%	-9%	-9%

TABLE 5 – disability shocks

The results for the disability shocks, regardless of the nature of the transition, are very close for all three methods. This is explained by the very small values of the estimation error variance. The application of these shocks to the BCAC 2010 regulatory tables allows us to obtain new tables for use in stressed scenarios. Below is a comparison of the distributions of time spent in disability and the transition to disability at the average onset age of the portfolio (42 years) :

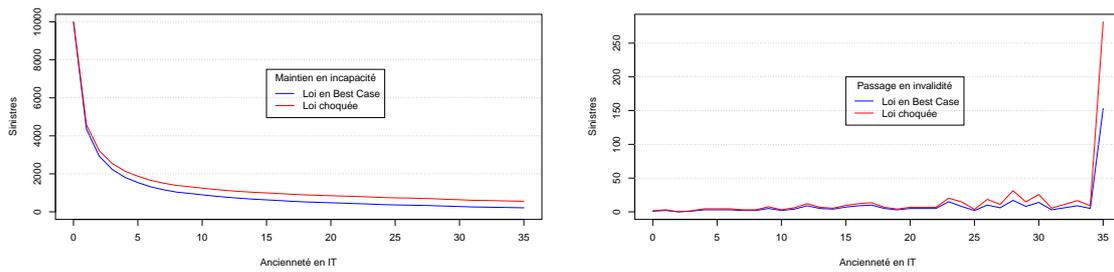


FIGURE 2 – Comparison of the temporary disability maintenance and transition to permanent disability distributions between base case and shocked scenarios

Despite a higher shock of transition to disability at seniority  $\tilde{0}$  than at  $\tilde{1}$ , we notice a gap between the laws which is less significant at seniority  $\tilde{0}$  than at seniority  $\tilde{1}$ . This is explained by the very low number of people transitioning to disability (almost zero) in the first 12 months of seniority. The greatest differences between the two laws appear at seniority  $\tilde{2}$  where most transitions to disability take place. Furthermore, we observe in both cases (maintenance in incapacity and transition to disability) numbers of the shocked law which are, at each monthly seniority, greater than the numbers of the law in scenarios « base case ».

## Quantitative impact on disability STEC Reserve

The objective is to determine the STEC based on the head by head modelling of disability pensions made in AXA France's internal model.

### Methodology

The approach involves first determining the best estimate liabilities (BEL) for both scenarios and then subtracting the *base case* liabilities from the shocked liabilities.

$$STEC = BEL_{shock} - BEL_{base\ case}$$

### Results

The various results on the STEC estimation are recorded below :

Methodologies	Nature of Shocks	Durations			STEC (in euros)
		$\tilde{0}$	$\tilde{1}$	$\tilde{2}$	
Standard Formula	Transition to disability	35%	25%	25%	56,896 Millions
	Return to good health	-20%	-20%	-20%	
AXA Group Approach	Transition to disability	25%	25%	25%	38,095 Millions
	Return to good health	-25%	-25%	-25%	
Non-Life Approach	Reserve Shock	7,05% (no duration)			31,341 Millions
Life Approach	Transition to disability	46%	16%	26%	14,667 Millions
	Return to good health	-6%	-9%	-9%	

TABLE 6 – STEC calculated by different approaches

The standard formula requires a higher solvency capital requirement to be provided by the insurer. It is more cautious than the internal model approach recommended by the AXA Group to its entities, the current Non-Life approach, and the newly implemented Life approach. Applying disability shocks determined by this latter method would better capture the capital requirement for the disability risk of AXA France's group protection.

## Conclusion

This thesis allowed us to analyze the disability risk within the framework of Solvency II directive with the aim of proposing an alternative methodology for calibrating the bicentennial shocks related to this risk. We presented a head-by-head calibration approach tailored to the data of the group projection portfolio of AXA France. This calibration distinguishes two components concerning the evolution of transition rates to disability and return to good health, including estimation errors and process errors. The calibration approach enabled us to develop three methodologies for estimating transition rates outside the state of temporary disability and to evaluate the associated estimation and process errors. The ease of comparing these methods and their results contributes to ensuring the reliability of the financial reporting produced by the internal model. The methodology could be improved to assess shocks by age (or age groups) at entry and duration to obtain a shock surface represented by a two-dimensional table (age of onset of temporary disability and duration in that state).

# Résumé

Sur le périmètre de la prévoyance collective, en particulier en ce qui concerne le risque d'arrêt de travail, le modèle interne d'AXA France identifie deux sources de risque selon une approche non-vie. Il s'agit du risque de prime, qui correspond à la possibilité d'une sous-tarification entraînant des montants de sinistres supérieurs à ceux prévus, et du risque de réserve, qui représente le risque de sous-évaluation des réserves lors du calcul des provisions pour les sinistres déjà survenus. À la suite d'une recommandation du régulateur, des travaux ont été entrepris pour évoluer vers un modèle basé sur une approche vie utilisant des tables de maintien en incapacité et en invalidité et une table de passage de l'incapacité vers l'invalidité pour écouler les provisions mathématiques au titre des rentes d'arrêts de travail, en remplacement d'une approche non-vie basée sur la méthode de Merz et Wüthrich. En continuant ces efforts, avec pour objectif de mettre en place une nouvelle méthodologie de calcul de l'exigence en capital au titre des rentes incapacité-invalidité de la prévoyance collective d'AXA France, ce mémoire a permis d'établir des niveaux de chocs bicentenaires pour le sous-module du risque incapacité-invalidité, à appliquer aux tables de provisionnement de l'arrêt de travail. Cette calibration repose sur les données d'arrêts de travail de la prévoyance collective d'AXA France. Elle consiste en l'estimation de taux de passage à l'invalidité et de retour en bonne santé, à la détermination d'une erreur d'estimation de même que le calcul de l'erreur sur l'évolution temporelle de ces taux. À cette fin, l'approche de calibration a conduit au développement de trois méthodologies pour estimer les taux de transition hors de l'état de maintien en incapacité et évaluer les erreurs d'estimation associées. Ces méthodologies comprennent un estimateur de Kaplan-Meier, qui prend en compte les phénomènes de censure et de troncature sur des données de survie, un estimateur de maximum de vraisemblance permettant d'obtenir des résultats simplifiés, ainsi qu'une approche Bootstrap basée sur la méthode Kaplan-Meier. L'étude vient à estimer l'impact quantitatif de cette nouvelle calibration de choc sur l'exigence en capital.

**Mots clés :** Prévoyance collective, arrêt de travail, incapacité, invalidité, méthode Kaplan-Meier, simulation Bootstrap, choc incapacité-invalidité, STEC.

# Abstract

Within the scope of group protection, particularly regarding the disability risk, AXA France's internal model identifies two sources of risk using a non-life approach. These are the premium risk, which pertains to the possibility of underpricing leading to claim amounts higher than anticipated, and the reserve risk, representing the risk of undervaluing reserves during the calculation of provisions for past occurrences. Following a recommendation from the regulator, studies were undertaken to transition towards a life approach using temporary and permanent disability tables, along with a table transitioning from temporary disability to permanent disability to estimate obligations related to sick leave pensions, replacing a non-life approach based on the Merz and Wüthrich method. Continuing these endeavors, with the objective of implementing a new methodology for calculating the capital requirement concerning disability pensions within AXA France's group protection, this thesis has established levels of bicentennial shocks for the disability risk sub-module, to be applied to the sick leave provisioning tables. This calibration is grounded in AXA France's group protection sick leave data. It entails estimating rates of transition to invalidity and return to health, determining estimation errors, as well as calculating the process error. To achieve this, the calibration approach led to the development of three methodologies for estimating transition rates out of the disability maintenance state and evaluating associated estimation errors. These methodologies encompass a Kaplan-Meier estimator, which accommodates censoring and truncation phenomena on survival data, a maximum likelihood estimator yielding simplified outcomes, and a Bootstrap approach based on the Kaplan-Meier method. Finally, the study ends up estimating the quantitative impact of this new shock calibration on the capital requirement for pending disability and temporary disability annuities.

**Keywords :** Group protection, temporary disability, permanent disability, Kaplan-Meier approach, Bootstrap simulation, disability shock, STEC.

# Remerciements

Je tiens à remercier Audrey ADJE, mon encadrante d'entreprise, qui a été un soutien précieux tout au long de ces travaux. Ses conseils avisés se sont révélés inestimables et son enthousiasme communicatif a grandement enrichi cette expérience. Je tiens à la remercier chaleureusement pour sa disponibilité et son soutien tout au long de la rédaction de ce mémoire.

Je tiens également à adresser mes remerciements à Aurélie HAYNES, responsable de l'équipe Calibration Vie du Risk Management d'AXA France, pour m'avoir accueilli au sein de son équipe et pour l'opportunité qu'elle m'a offerte de travailler sur ce sujet. Ma gratitude s'étend à toute l'équipe pour son accueil chaleureux, sa gentillesse et sa bonne humeur quotidienne.

Je souhaite exprimer ma reconnaissance envers l'ENSAE Paris pour l'encadrement tout au long de mes années du cycle ingénieur et particulièrement pendant mon année de spécialisation en Actuariat. Mes sincères remerciements vont tout particulièrement à mon encadrante pédagogique, Caroline HILLAIRET, pour ses conseils éclairés et la relecture de ce mémoire.

Enfin, j'adresse mes remerciements à toutes les personnes de mon entourage qui ont contribué de près ou de loin à ces travaux.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>22</b>
<b>1 La Prévoyance en France</b>	<b>24</b>
1.1 Le régime de base de la sécurité sociale . . . . .	24
1.1.1 Généralités sur le régime . . . . .	24
1.1.2 Principaux régimes composant le régime de base . . . . .	25
1.1.3 Fonctionnement du régime général . . . . .	27
1.2 La Prévoyance Collective . . . . .	30
1.2.1 Notion d'assurance collective . . . . .	30
1.2.2 Acteurs d'un contrat d'assurance collective . . . . .	30
1.2.3 Garanties en prévoyance collective . . . . .	31
1.3 Le provisionnement du risque Arrêt de Travail en assurance collective . . . . .	32
1.3.1 Généralités . . . . .	32
1.3.2 Différentes types de provisions . . . . .	33
1.3.3 Tables de provisionnement . . . . .	34
1.3.4 Méthode de calcul tête par tête des provisions mathématiques . . . . .	36
<b>2 Le Risque Arrêt de travail au regard de la directive SII</b>	<b>38</b>
2.1 La reforme solvabilité II . . . . .	38
2.1.1 Présentation générale . . . . .	38
2.1.2 Le bilan prudentiel solvabilité II . . . . .	39
2.1.3 Le capital de solvabilité requis (SCR) . . . . .	42
2.1.4 Estimation du SCR sous la formule standard . . . . .	42
2.1.5 Estimation du SCR via un modèle interne . . . . .	44
2.1.6 Aperçu du modèle de calcul du STEC Vie . . . . .	45
2.2 Risque Incapacité-Invalidité . . . . .	47
2.2.1 Définition . . . . .	47
2.2.2 Chronologie des évolutions dans la modélisation du risque incapacité- invalidité chez AXA France . . . . .	47

2.2.3	Modélisation de la garantie arrêt de travail . . . . .	48
2.2.4	Calcul du SCR Incapacité-Invalidité . . . . .	51
<b>3</b>	<b>Périmètre de l'étude</b>	<b>55</b>
3.1	Présentation et traitement des données . . . . .	55
3.1.1	Sélection des variables . . . . .	56
3.1.2	Notion de censure . . . . .	56
3.1.3	Notion de troncature . . . . .	57
3.1.4	Dédoublonnage . . . . .	58
3.1.5	Retraitement des données de sinistres . . . . .	58
3.2	Statistiques descriptives . . . . .	60
3.2.1	Aperçu général de la base de données . . . . .	60
3.2.2	Exposition en nombre selon l'âge à la survenance . . . . .	61
3.2.3	Exposition en nombre selon l'ancienneté en incapacité . . . . .	62
3.2.4	Exposition en nombre selon l'année de survenance . . . . .	64
3.2.5	Analyse du taux de changement d'état selon l'âge à la survenance . . . . .	65
3.2.6	Analyse du délai moyen de changement d'état . . . . .	66
<b>4</b>	<b>Calibration des chocs Arrêt de Travail</b>	<b>68</b>
4.1	Modélisation des taux de transition . . . . .	68
4.2	Estimation de taux de transition . . . . .	69
4.2.1	Approche Estimateur de Kaplan-Meier . . . . .	69
4.2.2	Méthode alternative simplifiée . . . . .	79
4.2.3	Approche Bootstrap . . . . .	82
4.2.4	Résultats sur les estimateurs des taux de transition . . . . .	86
4.3	Détermination des chocs d'arrêt de travail . . . . .	87
4.3.1	Détermination du choc d'erreur d'estimation . . . . .	87
4.3.2	Calibration du choc d'erreur de processus . . . . .	88
4.3.3	Détermination du choc global . . . . .	91
4.4	Comparaison des méthodes d'estimation . . . . .	92
4.5	Impact quantitatif sur le STEC Réserve incapacité-invalidité . . . . .	94
4.5.1	Choix des tables des provisionnement . . . . .	94
4.5.2	Tables de provisionnement choquées . . . . .	96
4.5.3	Analyse du profil des assurés . . . . .	98
4.5.4	Méthodologie de calcul du STEC . . . . .	99
4.5.5	Résultats sur le STEC . . . . .	100
	<b>Conclusion</b>	<b>102</b>

<b>Bibliographie</b>	<b>105</b>
<b>Table des annexes</b>	<b>106</b>

# Introduction

Les contrats de prévoyance offrent aux individus une protection financière en cas d'événements susceptibles d'altérer leur santé physique, tels que les accidents ou les maladies. En cas de survenance de tels événements, les assureurs versent des prestations aux assurés ou aux bénéficiaires pour couvrir les frais médicaux, la perte de revenus et le remboursement d'emprunts. Les risques associés à ces contrats portent sur la hausse de l'incidence en incapacité, le maintien dans l'état et l'évolution du sinistre vers l'invalidité. La directive Solvabilité II, en vigueur depuis le 1<sup>er</sup> Janvier 2016, précise le cadre réglementaire de l'évaluation de l'exigence de capital, connue sous le nom de SCR (Solvency Capital Requirement) et désignée STEC (Short Term Economic Capital) dans le modèle interne d'AXA France. Pour les organismes d'assurance tels que les sociétés d'assurance, les mutuelles, les institutions de prévoyance et les réassureurs, l'enjeu réside dans une évaluation précise de ces risques afin de déterminer les provisions techniques et les fonds propres nécessaires pour honorer leurs engagements envers les assurés.

Dans ce souci de fournir une meilleure estimation des exigences réglementaires, en 2020, une évolution en approche vie de la modélisation du risque incapacité-invalidité du portefeuille d'AXA France a été effectuée. Toutefois, une approche non-vie (basée sur les triangles de prestations) était utilisée pour calibrer le choc SII des réserves incapacité-invalidité. L'objectif de cette étude est double : proposer une approche vie de calibration locale des chocs SII de retour en bonne santé et de passage en invalidité afin de répondre aux exigences du régulateur et optimiser la valeur du capital de solvabilité requis pour le risque incapacité-invalidité (STEC Réserve Incapacité-Invalidité). Le second revêt même s'il revêt d'un intérêt secondaire par rapport à la première demeure toute aussi important face une détérioration de plus en plus constatée du taux de couverture du capital de solvabilité requis des organismes d'assurance (*comme présenté dans l'analyse [ACPR, 2023 \[1\]](#) qui aborde la situation des assureurs soumis à Solvabilité II en France à fin 2022* ).

Dans le premier chapitre nous présentons le système de protection sociale en France en nous appesantissant sur les régimes d'assurances collectives. Ensuite, au chapitre 2 qui suivra, nous présentons tout d'abord les principes fondamentaux de la directive Solvabilité II, notamment la méthodologie de calcul du SCR proposée par la formule standard et en modèle interne. Puis,

nous effectuons un zoom spécifique sur le sous-module risque incapacité-invalidité (du module risque de souscription vie) qui fait l'objet de notre étude.

Par la suite nous présentons dans le chapitre 3 la base de données qui nous a permis de réaliser cette étude et les statistiques descriptives permettant de caractériser le risque arrêt de travail. Enfin, au chapitre 4 nous présentons nos approches et nos résultats sur l'estimation du taux de changement d'état hors du maintien en incapacité, la méthodologie de détermination des chocs incapacité-invalidité et l'estimation de l'impact quantitatif de ces derniers chocs sur l'exigence en capital au titre des rentes incapacité-invalidité de la prévoyance collective d'AXA France.

# Chapitre 1

## La Prévoyance en France

Le système de protection sociale français repose sur trois niveaux de prévoyance :

- Le régime de base de la sécurité sociale (La sécurité sociale )
- Les régimes complémentaires obligatoires
- La prévoyance individuelle

Dans le cadre de ce mémoire nous nous intéressons aux contrats d'assurances collectives. Nous nous restreignons alors à présenter le régime de base la sécurité sociale et les régimes complémentaires obligatoires.

### 1.1 Le régime de base de la sécurité sociale

Le régime de prévoyance de la sécurité sociale est un système obligatoire de protection sociale qui vise à garantir une couverture de base en cas de risques tels que la maladie, l'invalidité, le décès et la maternité.

#### 1.1.1 Généralités sur le régime

Ce régime a été créé en 1945. L'ordonnance n°45 – 2250 du 4 Octobre 1945 ([Gouvernement provisoire de la République Française, 1945 \[13\]](#)) portant organisation de la sécurité sociale la définit comme « la garantie donnée à chacun qu'en toutes circonstances il disposera des moyens nécessaires pour assurer sa subsistance et celle de sa famille dans des conditions décentes ». En clair, elle a pour mission de protéger les Français contre tous les risques de la vie, en les accompagnant à chaque étape de leur existence. Cette ordonnance, texte fondateur de l'organisation de la sécurité sociale en France, a ouvert la voie à une législation luxuriante qui constitue

désormais le cœur du code de la sécurité sociale.

L'article L111-1 du code de la sécurité sociale énonce que : « *Elle[la sécurité sociale] garantit les travailleurs et leur famille contre les risques de toute nature susceptibles de réduire ou de supprimer leur capacité de gain. Elle couvre également les charges de maternité, de paternité et les charges de famille.*

*Elle assure, pour toute autre personne et pour les membres de sa famille résidant sur le territoire français, la couverture des charges de maladie, de maternité et de paternité ainsi que des charges de famille.(. . .)*

*Elle assure le service des prestations d'assurances sociales, d'accidents du travail et maladies professionnelles, des allocations de vieillesse ainsi que le service des prestations familiales dans le cadre des dispositions fixées par le présent code. »*

### 1.1.2 Principaux régimes composant le régime de base

La sécurité sociale inclut deux régimes principaux et des régimes spéciaux couvrant chacun une ou plusieurs catégories socioprofessionnelles spécifiques. Ces régimes se caractérisent par des modalités de gestion et de prise en charge différentes :

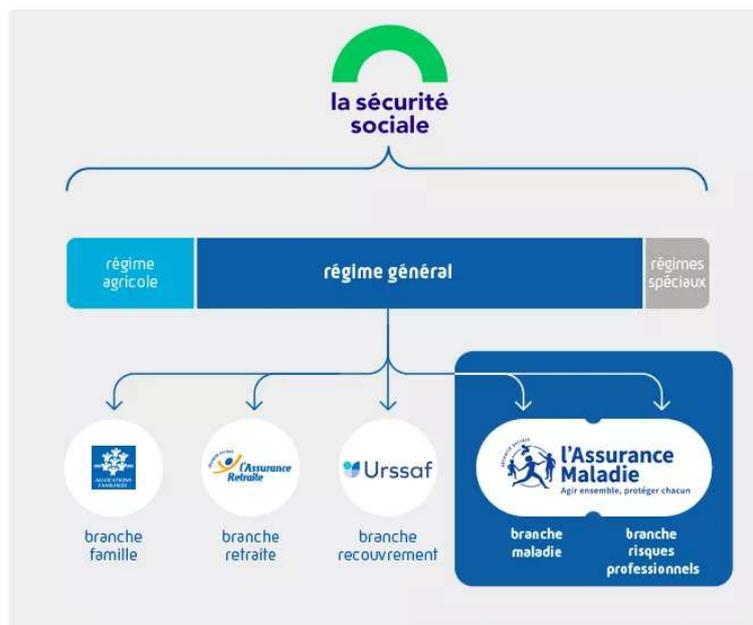


FIGURE 1.1 – Les principaux régimes de la sécurité sociale

Source : Assurance Maladie en ligne

— **Le régime général :**

Il prend en charge la majorité de la population (88% de la population). Sont concernés les travailleurs salariés ainsi que les travailleurs indépendants depuis le 1<sup>er</sup> Janvier 2018 ainsi que toute personne bénéficiant de droit au titre de la résidence (protection universelle maladie).

Ce régime est constitué de cinq<sup>1</sup> branches :

- **La branche Famille (Caf) :** aide les familles dans leur vie quotidienne et développe la solidarité envers les personnes vulnérables.
- **La branche Retraite (Carsat, Cnav, . . . ) :** verse les pensions aux retraités de l'Industrie, des services et du commerce. Elle suit les salariés tout au long de leur carrière et les aide à préparer leur retraite.
- **La branche Recouvrement (Urssaf) :** qui, à la différence des autres, ne gère pas un risque mais collecte les cotisations et contributions sociales pour les redistribuer au bénéfice des autres branches.
- **La branche Maladie (Cpam, Carsat, . . . ) :** permet à chacun de se faire soigner selon ses besoins.
- **La branche Accidents du travail-maladies professionnelles (Cpam, Carsat, . . . ) :** gère les risques professionnels auxquels sont confrontés les travailleurs.

Au sein de la Sécurité sociale, l'**Assurance Maladie** gère les maladies professionnelles pour le compte du régime général des deux dernières branches (les branches Maladie et Accidents du travail).

#### — **Le régime agricole :**

Il accompagne les exploitants, les salariés agricoles et les entreprises agricoles. Il couvre 5% de la population française. Il est constitué d'un « guichet unique » qui gère à la fois les prestations d'assurance maladie, accidents du travail et maladies professionnelles, retraite et famille.

#### — **Les régimes spéciaux :**

Ils regroupent les fonctionnaires de la SNCF, la RATP, EDF–GDF, les employés et clerks de notaires, les mines, les cultes, etc. Ces régimes spéciaux sont au nombre de 27 et couvrent 7% de la population française. Les différents régimes spéciaux ont un fonctionnement spécifique à chacun. La gestion des différents risques (maladie, famille,

---

1. Une branche est une entité qui a à sa charge la gestion d'un ou plusieurs « risques ». Ces risques sont définis comme des événements qui peuvent, au cours d'une vie, porter atteinte à la sécurité économique d'une personne.

retraite, accidents du travail, ...) et du recouvrement est généralement répartie entre l'entreprise ou l'institution elle-même, des caisses spécifiques et des organismes du régime général.

La loi du 14 Avril 2023 de financement rectificative de la sécurité sociale pour 2023 acte la suppression des principaux régimes spéciaux de retraite pour les futurs embauchés, à partir du 1<sup>er</sup> Septembre 2023. Sont concernés les régimes des industries électriques et gazières (IEG), de la Régie autonome des transports parisiens (RATP), des clercs et employés de notaire, de la Banque de France et des membres du Conseil économique, social et environnemental (CESE). Les nouveaux embauchés seront affiliés au régime général au titre de la retraite. Les salariés actuels resteront affiliés à leur régime spécial selon la clause dite "du grand-père". Les autres régimes particuliers de retraite comme les marins, l'Opéra de Paris, la Comédie Française ne sont pas réformés.

### 1.1.3 Fonctionnement du régime général

Les salariés et leurs employeurs contribuent au financement du régime général par le biais de cotisations sociales. Ces cotisations sont prélevées sur les salaires et sont destinées à financer les différentes branches de la sécurité sociale, telles que l'assurance maladie, l'assurance maternité, l'assurance invalidité-décès, l'assurance vieillesse, et les allocations familiales. En contrepartie des cotisations, les assurés du régime général ont droit à différentes prestations. Celles-ci comprennent notamment le remboursement des frais médicaux, les indemnités journalières en cas d'arrêt maladie, les allocations familiales, les pensions de retraite, etc.

#### — La couverture Décès :

En cas de décès d'un assuré, la sécurité sociale prévoit certaines prestations pour soutenir les ayants droit et les proches du défunt. Les garanties décès permettent aux proches de l'assuré de faire face aux conséquences de son décès : frais immédiats (frais d'obsèques et de dernière maladie) et compensation de la perte de revenus pour la famille.

Les principales prestations offertes en cas de décès sont :

- **Allocation veuvage :**

L'allocation veuvage est destinée au conjoint survivant qui se retrouve veuf/veuve. Elle est versée pendant une durée limitée, généralement deux ans, et est soumise à certaines conditions telles que l'âge du conjoint survivant et ses ressources financières.

- **Pension de réversion :**

La pension de réversion est une partie de la retraite du défunt qui est reversée au conjoint survivant ou à l'ex-conjoint en cas de divorce. Elle est attribuée sous certaines conditions, notamment la durée du mariage ou du Pacs, l'âge du bénéficiaire et ses ressources.

- **Allocations familiales :**

Les allocations familiales sont des prestations destinées aux familles ayant des enfants à charge. En cas de décès d'un parent, les enfants peuvent continuer à bénéficier des allocations familiales, qui seront versées à l'autre parent ou au tuteur légal.

- **Capital décès :**

Le capital décès est une prestation unique versée aux ayants droit du défunt. Il est destiné à aider à couvrir les frais liés au décès, tels que les frais funéraires. Les ayants droit peuvent être le conjoint survivant, les enfants ou d'autres personnes désignées par la loi.

— **La couverture Incapacité Temporaire :**

En cas d'incapacité temporaire de travail due à une maladie ou un accident, la sécurité sociale propose des prestations (Indemnités journalières) pour compenser la perte de revenu pendant cette période.

- **Indemnités journalières :**

Les indemnités journalières sont des prestations versées par la sécurité sociale pour compenser la perte de revenu due à l'incapacité temporaire de travail. Elles sont calculées en pourcentage du salaire journalier de base de l'assuré. Le montant des indemnités journalières peut varier en fonction de la durée de l'incapacité de travail, du salaire perçu avant l'arrêt de travail et de la durée de cotisation de l'assuré.

- **Délai de carence :**

Un délai de carence peut s'appliquer avant le versement des indemnités journalières. Il s'agit d'une période pendant laquelle l'assuré ne perçoit pas de prestations. Le délai de carence est généralement de trois jours, mais il peut être réduit ou supprimé en cas d'hospitalisation ou de certaines affections.

- **Durée maximale de versement :**

Les indemnités journalières sont versées pendant une période limitée, qui peut varier en fonction de l'âge de l'assuré et de la nature de l'incapacité. Généralement, la durée

maximale de versement des indemnités journalières est de trois ans. Cependant, des prolongations peuvent être accordées dans certaines situations spécifiques.

- **Reprise du travail :**

L'assuré doit informer la sécurité sociale de sa reprise du travail dès qu'il est en mesure de reprendre son activité professionnelle. Les indemnités journalières cessent d'être versées à partir de la date de reprise du travail.

— **La couverture Invalidité :**

En cas d'invalidité, la sécurité sociale offre des prestations pour soutenir les personnes qui sont dans l'incapacité de travailler en raison d'une invalidité permanente. Voici les principales prestations offertes en cas d'invalidité :

- **Pension d'invalidité :**

La pension d'invalidité est une prestation mensuelle versée par la sécurité sociale. Elle vise à compenser partiellement la perte de revenu due à l'incapacité de travailler causée par l'invalidité. Le montant de la pension d'invalidité est calculé en fonction du degré d'invalidité de la personne, qui est évalué par le médecin-conseil de la sécurité sociale. La pension d'invalidité est révisée régulièrement en fonction de l'évolution de l'état de santé de la personne.

L'article L341-4 du Code de la sécurité sociale présente comme suit la classification des invalides en trois catégories pour la détermination du montant de la pension.

<b>Catégories d'invalidité</b>	<b>Définition de la situation d'invalidité</b>
Catégorie 1	Invalides capables d'exercer une activité rémunérée
Catégorie 2	Invalides absolument incapables d'exercer une profession quelconque
Catégorie 3	Invalides qui, étant absolument incapables d'exercer une profession, sont, en outre, dans l'obligation d'avoir recours à l'assistance d'une tierce personne pour effectuer les actes ordinaires de la vie

TABLE 1.1 – Les catégories d'invalidité selon l'article L341-4 du Code de la sécurité sociale

- **Prestations complémentaires :**

En plus de la pension d'invalidité, des prestations complémentaires peuvent être accordées pour couvrir les besoins spécifiques des personnes handicapées. Ces prestations peuvent inclure l'allocation aux adultes handicapés (AAH), l'allocation compensatrice pour tierce personne (ACTP) et d'autres aides financières ou avantages sociaux.

- **Accès aux soins de santé :**

Les personnes en situation d'invalidité ont droit à la prise en charge des frais de santé par l'Assurance maladie. Cela comprend la couverture des soins médicaux, des médicaments, des hospitalisations et des traitements nécessaires liés à leur condition d'invalidité.

- **Aides et accompagnement :**

La sécurité sociale peut fournir des aides et des accompagnements spécifiques aux personnes en situation d'invalidité. Cela peut inclure l'accès à des services d'assistance sociale, des aides techniques (comme les prothèses, les fauteuils roulants, etc.) et des aménagements du logement pour faciliter l'autonomie des personnes handicapées.

## **1.2 La Prévoyance Collective**

### **1.2.1 Notion d'assurance collective**

L'article L.141-1 du code des assurances définit ce qu'est un contrat d'assurance de groupe ou contrat collectif.

Dans sa version en vigueur depuis le 01 octobre 2007 : « *Est un contrat d'assurance de groupe le contrat souscrit par une personne morale ou un chef d'entreprise en vue de l'adhésion d'un ensemble de personnes répondant à des conditions définies au contrat, pour la couverture des risques dépendant de la durée de la vie humaine, des risques portant atteinte à l'intégrité physique de la personne ou liés à la maternité, des risques d'incapacité de travail ou d'invalidité ou du risque de chômage.*

*Les adhérents doivent avoir un lien de même nature avec le souscripteur. »*

### **1.2.2 Acteurs d'un contrat d'assurance collective**

Un contrat d'assurance collective implique plusieurs acteurs, chacun ayant un rôle spécifique dans la mise en œuvre et la gestion du contrat. Les principaux acteurs d'un contrat d'assurance collective sont :

- (i) **L'assureur** : La compagnie d'assurance qui propose le contrat collectif et assume les risques liés aux prestations offertes. Il établit les conditions et les modalités du contrat, évalue les risques, fixe les tarifs et assure le versement des prestations aux bénéficiaires.
- (ii) **Le souscripteur** : L'entité qui souscrit le contrat d'assurance collective pour ses employés ou membres d'un groupe spécifique (syndicat, association, etc.). Il est responsable de la mise en place du contrat, de la communication aux bénéficiaires et de l'administration générale du contrat.
- (iii) **Les assurés** : selon les dispositions de l'article L.141-1 du Code des assurances, les assurés sont les personnes physiques ayant « *un lien de même nature avec le souscripteur* ». Il peut s'agir d'un contrat de travail, d'une adhésion à une association, d'un contrat de prêt. Dans le cadre d'un contrat souscrit au sein de l'entreprise, les assurés sont donc des salariés, le lien de même nature avec le souscripteur étant le lien de subordination qui est un des éléments caractéristiques du contrat de travail.
- (iv) **Le bénéficiaire** : il s'agit de la personne (des personnes) qui perçoit (perçoivent) les prestations. Selon les cas, ce peut être l'assuré, ses ayants droit (son conjoint, ses enfants et/ou ses héritiers) ou un tiers.

### 1.2.3 Garanties en prévoyance collective

Les contrats de prévoyance collective en France offrent généralement un ensemble de garanties visant à protéger les travailleurs et leurs familles en cas de décès, d'incapacité de travail, d'invalidité permanent et ou d'autres événements liés à la santé. Nous présentons comme suit les garanties courantes incluses dans les régimes complémentaires obligatoires :

— **La couverture Décès :**

Les principales prestations offertes en cas de décès sont :

- **Le versement d'un capital :**

En cas de décès du salarié assuré, un capital est versé aux bénéficiaires désignés par l'assuré, qui peuvent être le conjoint, les enfants ou les ayants droit désignés. Par ailleurs, en cas de décès de l'assuré, du conjoint ou d'un enfant à charge le versement d'une indemnité de frais d'obsèques peut être prévue.

- **Les rentes d'éducation :**

En cas de décès ou d'une perte totale et irréversible d'autonomie du salarié assuré, cette garantie assure le financement de l'éducation des enfants en versant une rente pendant une période déterminée.

- **La rente conjoint :**

En cas de décès de l'assuré, une rente peut être versée au conjoint survivant pendant une période donnée. Cette rente peut être une rente de réversion.

— **La couverture Arrêt de travail :**

La garantie permet le maintien total ou partiel du salaire en cas d'arrêt de travail pour maladie ou accident. Ainsi, des indemnités journalières sont versées en complément des paiements effectués par la sécurité sociale. Le montant de ces indemnités est généralement calculé en fonction du salaire de l'assuré et de la durée de l'arrêt. La garantie peut inclure une période de franchise pendant laquelle l'assuré ne reçoit pas d'indemnités journalières. Cette période peut varier en fonction de la durée de l'arrêt de travail. Si l'assuré est classé par la sécurité sociale dans l'une des trois catégories d'invalides (cf. le tableau 1.1 ci-dessus), une rente d'invalidité lui est alors versée. Elle vient se substituer aux indemnités journalières et peut être versée tant que l'adhérent perçoit une rente d'invalidité de la sécurité sociale et au plus tard jusqu'à la date d'attribution de la pension vieillesse de la sécurité sociale.

En plus des indemnités journalières, certains contrats de prévoyance collective offrent la prise en charge des frais médicaux liés à la maladie ou à l'accident à l'origine de l'arrêt de travail. Les contrats peuvent aussi comporter des exclusions, c'est-à-dire des situations dans lesquelles la garantie "Arrêt de travail" ne s'applique pas. Par exemple, certaines maladies préexistantes peuvent être exclues de la couverture.

## **1.3 Le provisionnement du risque Arrêt de Travail en assurance collective**

### **1.3.1 Généralités**

Le provisionnement des rentes d'arrêts de travail en prévoyance collective fait référence à la mise en place de réserves financières ou de provisions par l'assureur pour couvrir les engagements liés aux prestations de l'assurance prévoyance en cas d'arrêt de travail. Cela concerne généralement des garanties telles que l'incapacité de travail temporaire ou l'invalidité. Dans ce contexte, l'assureur calcule des provisions techniques qui représentent la valeur actuelle

des prestations futures à verser, actualisée en fonction des taux d'intérêt. Ils sont révisées périodiquement en fonction de l'évolution des risques, des performances financières, et des éventuelles modifications des contrats d'assurance. Les compagnies d'assurance gèrent ces provisions en investissant les fonds de manière à générer un rendement financier. Ces rendements contribuent à compenser le coût des prestations à verser.

Par ailleurs, dans une phase antérieure à l'adoption du projet de réforme des retraites, un léger impact sur les provisions d'arrêt de travail était supposé. En effet, avant l'abrogation du 1<sup>er</sup> de l'article L351-8 du code de la sécurité sociale – une nouvelle version de l'article est en vigueur depuis 1<sup>er</sup> Septembre 2023 –, la réforme des retraites n'aurait eu aucun effet sur la sinistralité des invalidités permanentes. Cet article prévoyait que, pour les assurés en invalidité permanente, le départ à taux plein soit maintenu à 62 ans, tant pour les arrêts en cours que pour les arrêts à venir. Chez AXA France, l'impact d'une telle réforme serait circonscrit au portefeuille des contrats en cours pour lesquels il y aurait la capacité d'appliquer des majorations en cas de dérive de la sinistralité.

Avec l'avènement de la réforme des retraites ayant conduit à la promulgation de la loi de financement rectificative de la sécurité sociale ([22]) qui en son article 10 a abrogé le 1<sup>er</sup> de l'article L351-8 du code de la sécurité, une hausse des arrêts de travail pris en charge consécutive à la réforme des retraites est à anticiper. Cependant l'impact devrait être *très limité*. En effet, la hausse de la sinistralité (entraînant un impact direct sur le provisionnement) survient dès lors qu'un salarié en incapacité de travail entre 62 ans et 64 ans décide de partir à la retraite à l'âge légal de départ afin de bénéficier d'une retraite à taux plein.

Dans ce mémoire, nous ne tenons pas compte de l'impact de la réforme des retraites sur la sinistralité en arrêt de travail.

### **1.3.2 Différentes types de provisions**

Les provisions calculées sont :

— Provisions mathématiques (PM) :

Ce sont des provisions correspondant à la somme des flux futurs actualisés et probabilisés de prestations à servir au titre des rentes d'incapacité, d'invalidité. Ces provisions sont calculées tête par tête sur la base des tables réglementaires de maintien en incapacité-invalidité et de passage probable en invalidité.

Les différentes PM de la garantie Arrêt de travail sont explicitées ci-dessous :

- PM Maintien en Incapacité : provisions permettant de couvrir les prestations futures d'incapacité si l'assuré reste dans l'état d'incapacité.
- PM Invalidité en attente : provisions correspondant aux rentes d'invalidité susceptibles d'intervenir ultérieurement si l'assuré entre en invalidité.
- PM Maintien en Invalidité : provisions correspondant aux prestations d'invalidité à verser si l'assuré reste dans l'état d'invalidité.

Le calcul de ces provisions se base sur des données tête par tête et nécessite l'utilisation de tables de provisionnement. Des tables produites par le BCAC sont utilisées pour le provisionnement des prestations servies en cas d'incapacité et d'invalidité. Initialement construites en 1993, ces tables ont été modifiées par l'arrêté du 24 Décembre 2010 fixant les règles de provisionnement des garanties incapacité de travail, invalidité et décès paru au Journal Officiel du 30 Décembre 2010, puis reconstruites entièrement en 2013 (tables non homologuées à ce jour). Leur utilisation était encadrée par les articles A. 331-22 du Code des Assurances, A. 931-10-9 du Code de la Sécurité Sociale et A. 212-9 du Code de la Mutualité, références auxquelles s'est maintenant substitué l'article 143-12 du nouveau règlement ANC (Autorité des Normes Comptables). Certaines compagnies d'assurance construisent des tables d'expérience (basées sur leur portefeuille d'assurance) qui sont certifiées par des actuaires en vue du provisionnement et de la modélisation du BEL au passif du bilan SII (cf. la présentation du bilan SII à la figure 2.2).

— Provisions pour sinistres à payer (PSAP) :

Ce sont des provisions destinées à couvrir les prestations liées aux exercices antérieurs (y compris pour la survenance en cours) à la date d'arrêté non encore réglées (prestations à régler entre la dernière date de règlement et la date d'inventaire). Il s'agit des prestations à payer concernant les personnes ayant généré des provisions mathématiques (PM) en IT et en IP et qui couvrent la période entre le dernier jour indemnisé et la date de calcul des PM.

Nous nous intéressons aux PM Maintien en incapacité et aux PM invalidité en attente qui sont concernées dans le cadre de ce rapport sur la calibration des chocs incapacité-invalidité.

### **1.3.3 Tables de provisionnement**

Pour le calcul des provisions mathématiques en arrêts de travail on distingue deux types de tables :

## Tables réglementaires

Les tables réglementaires utilisées pour l'inventaire en prévoyance collective chez AXA France sont les tables BCAC 2010 ([Ministère du travail, de l'emploi et de la santé, 2010 \[18\]](#)). Nous nous intéressons aux tables de maintien en incapacité et de passage en invalidité :

- Loi de maintien en incapacité : cette table donne sur une durée de 36 mois pour un groupe donné de 10000 individus d'âge  $x$  (entre 23 ans et 66 ans) à l'entrée en incapacité les effectifs restant en incapacité chaque mois.
- Loi de passage en invalidité : cette table donne sur une durée de 36 mois pour un groupe donné de 10000 individus entrés en incapacité de travail à l'âge  $x$  (entre 23 ans et 66 ans) le nombre d'individus reconnus invalides au cours d'un mois donné.

Ces lois de maintien en incapacité et de passage en invalidité ont été construites par le BCAC (Tables du 24/14/2010) sur la base des données de leur portefeuille, donc sur une population constituée des assurés de diverses sociétés d'assurance. Ces lois ne sont pas parfaites, et elles ne sont pas toujours représentatives des portefeuilles des assureurs de la place, raison pour laquelle certains acteurs mettent en place des tables de provisionnement d'expérience.

En effet, les tables réglementaires peuvent être conçues pour couvrir un large éventail de situations, mais elles pourraient ne pas refléter avec précision les risques spécifiques auxquels une compagnie d'assurance est exposée. En utilisant des tables d'expérience, une compagnie peut mieux estimer les risques réels et ajuster ses provisions en conséquence, réduisant ainsi le risque de sous-évaluation ou de surestimation des engagements futurs.

## Les tables d'expérience

Les tables d'expérience peuvent être élaborées en fonction des caractéristiques spécifiques de la population assurée par une compagnie d'assurance. Cela peut inclure des facteurs tels que l'âge, le sexe, la profession, la localisation géographique, etc. En ajustant les tables en fonction de ces caractéristiques propres à la clientèle, les provisions peuvent mieux refléter les risques réels encourus par la compagnie. Ces tables d'expériences doivent être au préalable agréées par un actuaire avant d'être utilisées pour le provisionnement.

En parallèle aux études de la BCAC en 2013 pour la construction de nouvelles tables de provisionnement de l'arrêt de travail, une étude sur la construction de nouvelles tables d'expérience a été menée par la Direction Technique d'AXA France. Pour l'incapacité, celle-ci portait uniquement sur le périmètre direct. Pour l'invalidité, le périmètre s'étendait également à la gestion déléguée et à la réassurance. Si ces nouvelles lois n'ont finalement pas été certifiées

et utilisées pour le calcul des PM, cette étude a permis de noter l'intérêt de la construction de nouvelles tables de maintien pour provisionner de façon plus juste. En effet, les tables de la BCAC actuellement utilisées sont apparues globalement trop prudentes par rapport au risque du portefeuille AXA, engendrant un sur-provisionnement. Il apparaissait également que les nouvelles tables du BCAC étaient plus proches du Best Estimate d'AXA que les anciennes et permettaient de réduire le sur-provisionnement.

### 1.3.4 Méthode de calcul tête par tête des provisions mathématiques

Ces formules de calcul des provisions mathématiques se déduisent de l'article 143-12 du nouveau règlement ANC qui fixe les dispositions relatives aux prestations d'incapacité et d'invalidité issues de contrats d'assurance couvrant des risques visés au 2° de l'article L.310-1 du code des assurances. Ce dernier article du code des assurances institue que le contrôle de l'Etat s'exerce, dans l'intérêt des assurés, souscripteurs et bénéficiaires de contrats d'assurance et de capitalisation, sur les entreprises qui sous forme d'assurance directe couvrent les risques de dommages corporels liés aux accidents et à la maladie.

— Calcul de la PM Maintien en incapacité :

$$PM^{IT}(x, t) = R^{Incap} \times \sum_{k=t+1}^{36} \frac{l^{IT}(x, k)}{l^{IT}(x, t)} \times \left( \frac{1}{1+i} \right)^{\frac{k-t}{12}}$$

avec :

- $x$  : l'âge d'entrée en incapacité
- $t$  : l'ancienneté (en le nombre de mois) écoulé depuis l'entrée en incapacité
- $R^{Incap}$  : représente le montant mensuel de la rente incapacité
- $l^{IT}(x, k)$  : le nombre d'individus entrés en incapacité à l'âge  $x$ , et dans la situation d'incapacité à une ancienneté de  $k$  mois
- $i$  : le taux d'actualisation annuel

— Calcul de la PM Invalidité en attente :

$$PM^{IT-IP}(x, t) = R^{Inval} \times \sum_{k=t+1}^{36} \frac{l^{IT}(x, k)}{l^{IT}(x, t)} \times \left( \frac{1}{1+i} \right)^{\frac{k-t}{12}} \times \frac{d^{IT-IP}(x, k)}{l^{IT}(x, k)} \times PM^{IP}\left(x + \frac{k}{12}, 0\right)$$

avec :

- $x$  : l'âge d'entrée en incapacité
- $t$  : l'ancienneté (en le nombre de mois) écoulé depuis l'entrée en incapacité
- $R^{Inval}$  : représente le montant annuel de la rente invalidité en attente
- $l^{IT}(x, k)$  : le nombre d'individus entrés en incapacité à l'âge  $x$ , et dans la situation d'incapacité à une ancienneté de  $k$  mois
- $d^{IT-IP}(x, k)$  : le nombre d'individus en incapacité à l'âge  $x$ , et étant entrés dans la situation d'invalidité à une ancienneté de  $k$  mois
- $i$  : le taux d'actualisation annuel
- $PM^{IP}(x + \frac{k}{12}, 0)$  : la provision d'invalidité pour un individu d'âge  $x + \frac{k}{12}$  à l'entrée en invalidité dont l'ancienneté en invalidité est nulle et percevant une rente annuelle unitaire.

# Chapitre 2

## Le Risque Arrêt de travail au regard de la directive SII

### 2.1 La réforme solvabilité II

#### 2.1.1 Présentation générale

La directive Solvabilité 2 a pour objectif de fournir au niveau européen un cadre réglementaire unique sur la solvabilité des entreprises d'assurance. La structure retenue est similaire à celle du projet Bâle 2, projet visant à définir un dispositif prudentiel pour les banques. Ainsi, le projet Solvabilité 2 est structuré en trois piliers :

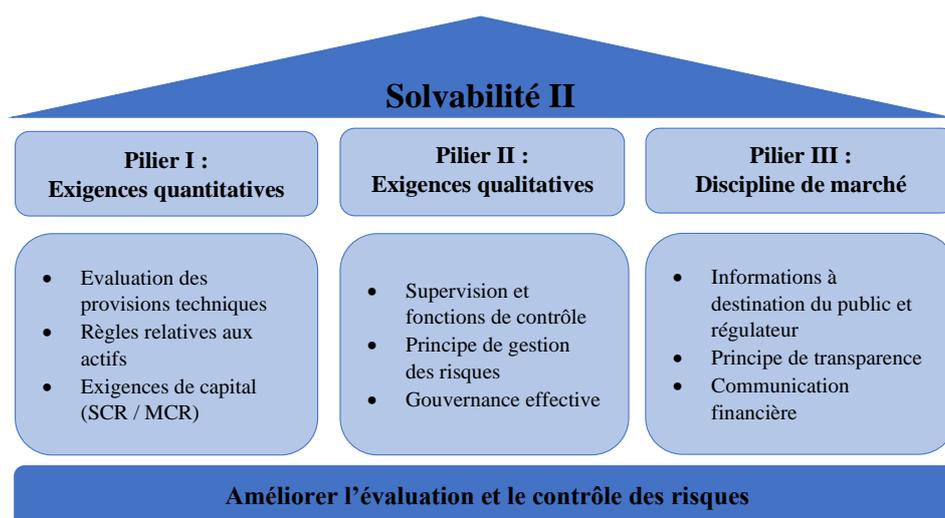


FIGURE 2.1 – Schéma résumant les 3 piliers de la directive solvabilité II

- **Pilier 1 - Exigences quantitatives** : qui définit les principes et les formules de calcul des fonds propres nécessaires à la pérennité des assureurs et des réassureurs. Ces principes et règles de calcul des fonds propres ont été notamment détaillés dans le règlement délégué (UE) 2015/35 ([Commission de l'Union Européenne, 2014 \[12\]](#)). Dans ce pilier, deux niveaux de capital réglementaire sont introduits :
  - **Le MCR (Minimum Capital Requirement)** : qui est le niveau minimum de fonds propres en dessous duquel l'Autorité de contrôle se doit d'intervenir et de prendre des mesures qui vont jusqu'au retrait de l'agrément indispensable au fonctionnement de la compagnie.
  - **Le SCR (Solvency Capital Requirement)** : qui est le niveau cible censé pouvoir absorber les chocs aléatoires auxquels l'assureur doit faire face jusqu'au quantile 99.5%. Il est dénommé STEC (Short Term Economic Capital) dans le modèle interne d'AXA France.
- **Pilier 2 - Exigences qualitatives** : fixe les normes qualitatives de suivi des risques internes aux compagnies d'assurance et explique comment l'autorité de contrôle doit exercer ses pouvoirs dans ce contexte.
- **Pilier 3 - Discipline de marché** : pilier qui vise à améliorer la transparence de l'assureur vis-à-vis du public et des autorités de contrôle pour que ces dernières puissent améliorer leur pouvoir de surveillance. Il définit les éléments d'information qui doivent être publiés par les compagnies d'assurance.

### 2.1.2 Le bilan prudentiel solvabilité II

La notion de solvabilité s'explique grâce au bilan économique qui se trouve sous la forme suivante :

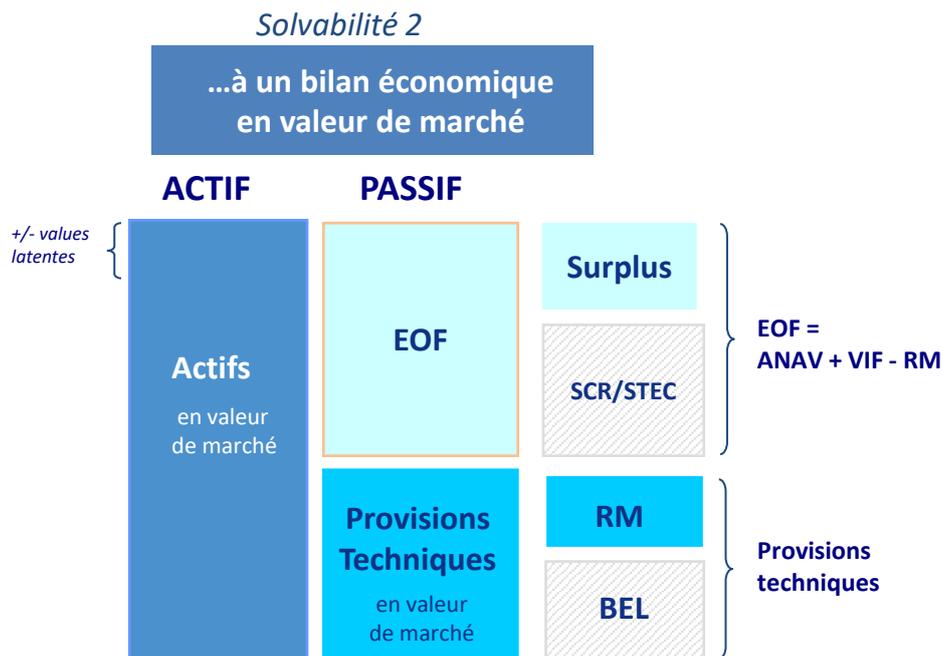


FIGURE 2.2 – Bilan prudentiel Solvabilité II

avec :

- EOF (Eligible Own Funds) : C'est le montant du capital immédiatement disponible afin d'honorer les engagements auprès des assurés dans un contexte défavorable. Ce sont des fonds propres économiques qui s'obtiennent grâce à l'équation d'équilibre bilancielle suivante :

$$\text{Eligible Own Funds} = \text{Actif du bilan} - \text{Provisions techniques}$$

Le bilan étant comptabilisé en valeur de marché, l'EOF est sensible aux conditions financières.

- ANAV (Available Net Asset Value) : le résultat social de l'année. La nécessité d'évaluer l'ANAV découle du fait que les assureurs doivent être prêts à répondre à d'éventuelles demandes de règlement en cas de sinistres importants. Ces demandes peuvent survenir de manière soudaine et importante, et il est essentiel que les assureurs aient suffisamment d'actifs liquides pour honorer leurs engagements sans compromettre leur stabilité financière.
- VIF (Value of Inforce) : valeur actualisée des résultats futurs projetés selon des hypothèses prospectives. C'est valeur actuelle des profits futurs distribuables à l'actionnaire générés par le portefeuille de contrats qui évolue en run off.

- BEL (Best Estimate Liabilities) : meilleure vision économique des engagements de l'assureur. Elle correspond dans la directive Solvabilité II à l'actualisation de tous les flux probables futurs (cotisations, prestations, frais, fiscalité, . . .) pour une projection en run-off (sans nouvelles souscriptions et dans le cadre de la frontière des contrats définie par la réglementation). Il est calculé en valeur de marché, l'objectif étant de refléter l'évaluation en juste valeur des engagements portés sur les risques de la société.

Le calcul du BEL, AXA France utilise une modélisation ALM au sein du modèle interne qui permet de prendre en compte les interactions actif-passif et de capturer la valeur temps des options et garanties. Il est utilisé sur les périmètres Epargne, Retraite collective et Prévoyance collective.

Les méthodes utilisées peuvent être :

- (i) **déterministe** : évaluer la distribution des flux futurs, dont la moyenne actualisée conduit à la définition du Best Estimate.
- (ii) **stochastique** : par différence avec l'approche déterministe, elles sont destinées à prendre en compte la valeur temps des options et garanties.

Sous cette formulation, le BEL est égal à la moyenne pondérée des cash-flows futurs probables actualisée avec une courbe des taux sans risque.

$$BEL = \sum_{t=0}^T \frac{CF_t}{(1 + r_t)^t}, \quad t \in [0, T]$$

avec :

- $CF_t$  : Les cash flows des prestations futures
- $r_t$  : le taux d'intérêt de la courbe des taux
- $T$  : la fin de vie des contrats

- RM (Risk Margin) : représente le montant de provisions complémentaires à ajouter aux provisions Best Estimate, calculé de telle manière que le montant total des provisions inscrites au bilan corresponde à celui qu'exigerait une tierce partie pour reprendre et honorer les engagements d'assurance et de réassurance. Elle est évaluée en actualisant le coût annuel généré par l'immobilisation du SCR nécessaire pour honorer les engagements d'assurance et de réassurance, estimé à 6% par an sur la durée de vie des engagements utilisée pour le calcul du Best Estimate.

Sous Solvabilité II, la somme du Best Estimate et de la Risk Margin est appelée *provisions techniques*.

### 2.1.3 Le capital de solvabilité requis (SCR)

La directive Solvabilité II définit le SCR comme étant le montant de fonds propre nécessaire que doit disposer un assureur pour couvrir toutes les pertes qui peuvent survenir sur un horizon d'un an avec une probabilité au moins égale à 99,5% (et d'éviter ainsi la faillite). Il peut être calculé de plusieurs façons différentes :

- **La formule standard** : Dans cette approche, des chocs sont calibrés uniformément sur le marché de l'assurance et prennent en compte un niveau de choc bien défini. C'est l'approche sur laquelle nous nous focalisons dans cette étude.
- **Le modèle interne** : Dans cette autre approche, l'assureur définit son SCR selon un profil de risque qui lui est propre. Le modèle développé par l'assureur est à valider par l'autorité de contrôle.
- **Une combinaison de ces deux méthodes dernières méthodes** appelée modèle interne partiel (MIP)

### 2.1.4 Estimation du SCR sous la formule standard

Le calibrage s'effectue au niveau de chaque module ou sous-module de risque et on applique la formule :

$$SCR = SCR \text{ de Base } (BSCR) + SCR_{\text{opérationnel}} - Ajustements$$

Le calcul du BSCR repose sur trois étapes fondamentales :

- Détermination d'un capital économique pour chaque risque élémentaire(exemple actions, taux, mortalité, rachat, . . . )
- Agrégation des capitaux au sein de chaque module de risques (marché,souscription-vie, souscription non-vie, . . . ) : il s'agit d'une agrégation intra-modulaire.
- Agrégation des capitaux des différents modules : il s'agit de l'agrégation inter-modulaire.

La figure 2.3 illustre la déclinaison du calcul du SCR en ses différentes composantes.

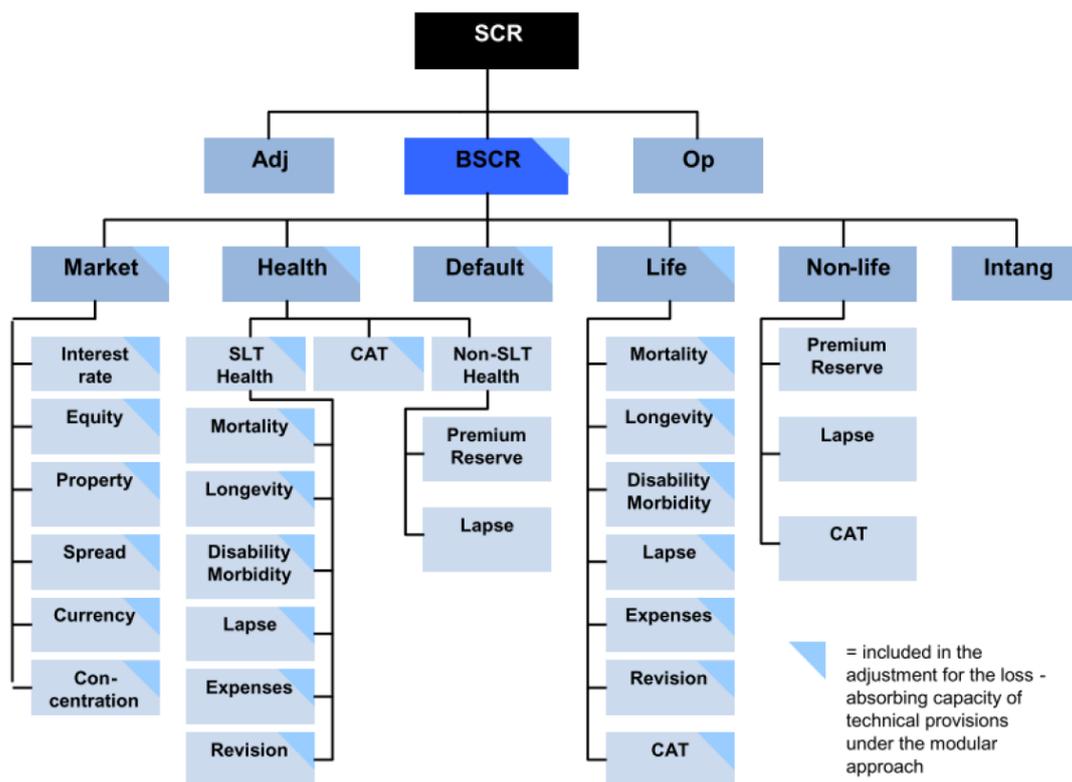


FIGURE 2.3 – Les modules du calcul du SCR

Source : European Insurance and Occupational Pensions Authority (EIOPA)

$$BSCR = \sqrt{Corr_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j} + SCR_{tangible}$$

où :

- $SCR_{tangible}$  est l' exigence de capital pour risque lié aux Immobilisations incorporelles visée à l'article 203 du règlement délégué (UE) 2015/35 [12].
- $Corr_{i,j}$  (les coefficients de corrélations entre les modules de risques  $i$  et  $j$ ),  $SCR_i$  et  $SCR_j$  sont spécifiés à l'annexe IV, point 1), de la directive 2009/138/CE (Parlement Européen et Conseil de l'Union Européenne, 2009, [19] ) :

$i \backslash j$	Marché	Défaut	Vie	Santé	Non-Vie
Marché	1	0,25	0,25	0,25	0,25
Défaut	0,25	1	0,25	0,25	0,5
Vie	0,25	0,25	1	0,25	0
Santé	0,25	0,25	0,25	1	0
Non-Vie	0,25	0,5	0	0	1

TABLE 2.1 – Coefficients de corrélation entre les modules de risques  
*Source : European Insurance and Occupational Pensions Authority (EIOPA)*

### 2.1.5 Estimation du SCR via un modèle interne

Dans le modèle interne du groupe AXA, le SCR est appelé STEC pour « Short Term Economic Capital ». Il est basé sur des risques pouvant se produire au moins une fois tous les 200 ans (risques bicentennaires).

AXA France est une entité du groupe AXA. Dans le cadre de la directive Solvabilité II, la solvabilité d'une compagnie d'assurance ne s'apprécie pas uniquement au niveau du groupe mais aussi au niveau de l'ensemble des organismes lui appartenant. L'autorité de contrôle attend donc que chaque entité démontre la suffisance de sa solvabilité individuellement et collectivement. Les besoins en capital des différentes entités du groupe AXA sont consolidés en prenant en compte l'effet de diversification géographique, puisque les événements ne surviennent pas tous au même moment dans tous les pays. Cette diversification est prise en compte pour chaque risque à l'aide d'une matrice de corrélation.

Revenant à l'échelle de l'entité AXA France, nous illustrons au travers de la figure suivante le calcul du STEC d'AXA France via le modèle interne :

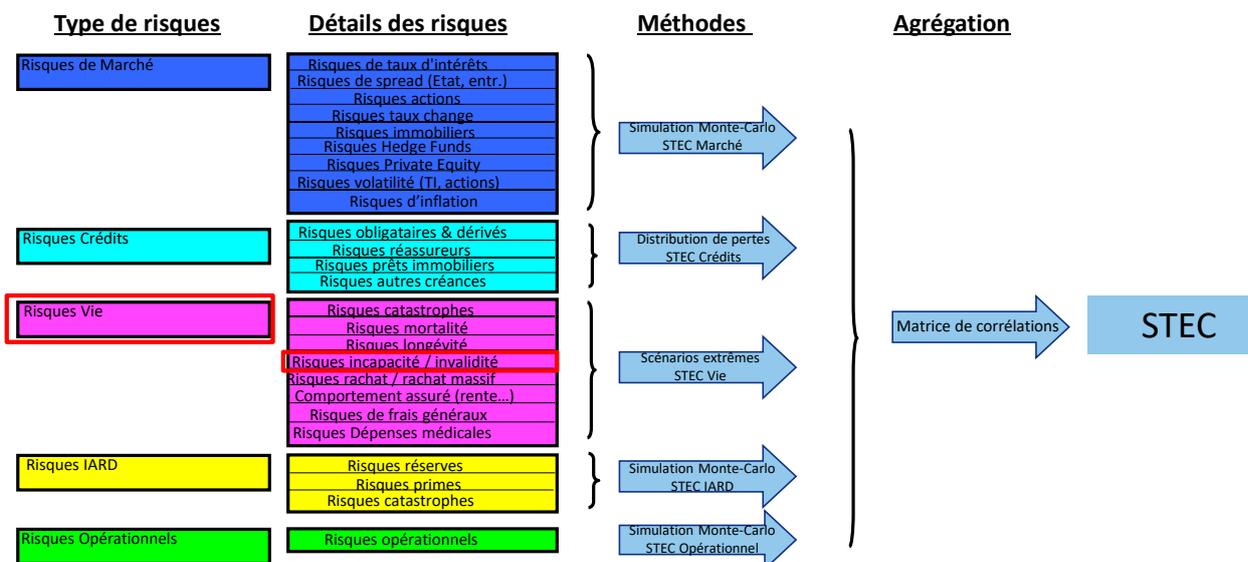


FIGURE 2.4 – Illustration du calcul du STEC par agrégation

Tous les types de risques individuels sont agrégés via une matrice de corrélation pour tenir compte de l'effet de diversification selon le principe de base que tous les événements ne se produisent pas en même temps. La probabilité qu'un événement catastrophique bicentenaire se produise en même temps qu'un événement financier bicentenaire est beaucoup plus faible que 1/200. Les différents STEC sont calculés pour les cinq modules de risque (marché, souscription vie, non-vie, crédit et opérationnel) puis agrégés pour obtenir le STEC à l'aide d'une matrice de corrélation. Dans le modèle interne d'AXA, le STEC Vie est quant à lui calculé via une approche modulaire comme la formule standard, bien que la structure des risques et les chocs soient différents de celle-ci. Le modèle de calcul de ce STEC sera détaillé dans la section suivante.

### 2.1.6 Aperçu du modèle de calcul du STEC Vie

Le STEC propre aux risques techniques Vie (STEC Vie) est calculé sur la base de scénarios extrêmes déterministes permettant d'obtenir le STEC pour chaque risque technique vie sur un périmètre Vie donnée. La méthode s'articule comme suit :

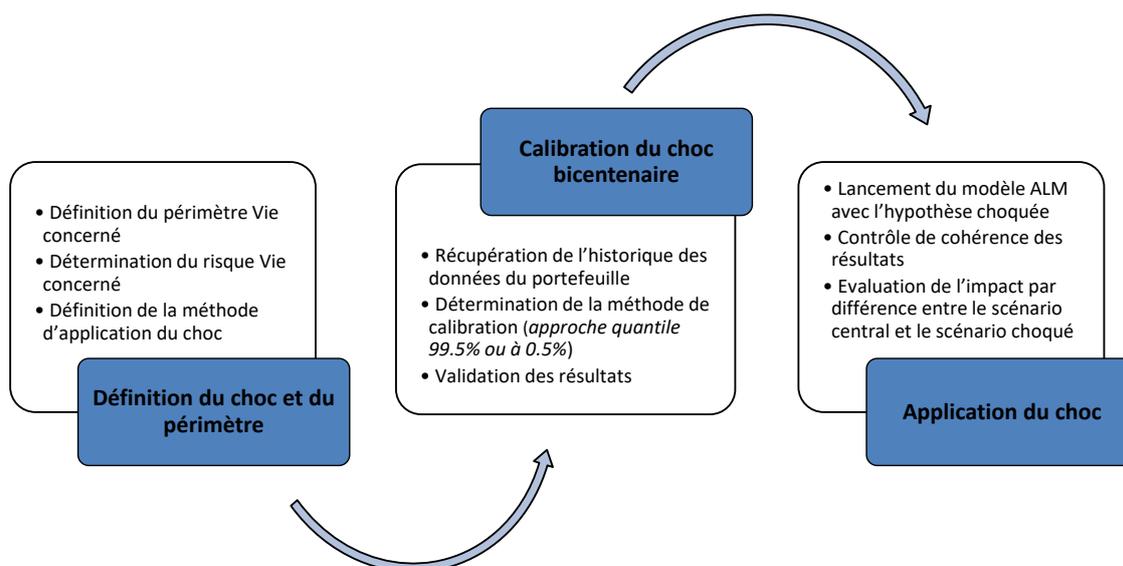


FIGURE 2.5 – Méthode de calcul du STEC Vie en modèle Interne

Chaque sous-module de risque est classé en « Pure Business vie » et d'autres dits en « Business Hybride » :

- « Pure Business vie » : *Uniquement des techniques d'actuariat Vie sont utilisées pour la tarification, le provisionnement des contrats portant ce risque et le calcul du STEC. Il s'agit de l'utilisation des modèles multi-états.*
- « Business Hybride » car *des techniques non-vies sont utilisées pour la tarification ou le provisionnement des contrats ou le calcul du STEC. Il s'agit, en effet, des risques présentant des composantes de risque correspondant à :*
  - Un risque sur les sinistres futurs *ie un **risque de prime*** : correspond au risque de sous tarification conduisant à des montants des sinistres futurs supérieurs aux primes prévus dans la tarification.
  - Un risque sur les sinistres en cours *ie un **risque de réserve*** : correspond au risque de sous-évaluation des réserves au moment du calcul des provisions sur les sinistres déjà survenus.

Pour le calcul du STEC propre à un risque du business hybride un modèle Vie ou d'un modèle Hybride peut être utilisé. Sur le périmètre de la prévoyance et santé collective, le business hybride concerne les produits des branches santé et prévoyance non-emprunteur exposés aux trois risques suivants : mortalité, frais médicaux et incapacité-invalidité. C'est la méthode de calcul du STEC propre à ce dernier risque qui fait l'objet de notre mémoire. Nous en parlons à la section 2.2.

## 2.2 Risque Incapacité-Invalidité

### 2.2.1 Définition

Le sous-module Incapacité-Invalidité (Arrêt de travail) traduit le risque d'une augmentation des taux de passage à l'invalidité ainsi qu'une diminution des taux de rétablissement, c'est-à-dire que davantage de personnes seront en incapacité (car il y a une baisse du retour en bonne santé) et en invalidité. En conséquence cette situation conduit à des paiements de rentes incapacité-invalidité qui seront effectués plus longtemps que prévu. Quelques produits d'assurances portant ce risques sont <sup>1</sup>l'assurance des maladies graves, <sup>2</sup>l'Assurance Dépendance, <sup>3</sup>l'Assurance de protection du revenu. Le risque incapacité-invalidité est intégré dans les modules de risque Vie et Santé sous solvabilité II, comme illustré dans les figures 2.3 et 2.4 qui présentent la cartographie des risques sous solvabilité II.

Nous nous intéresserons au risque de incapacité-invalidité intégré dans le module de risque Vie.

### 2.2.2 Chronologie des évolutions dans la modélisation du risque incapacité-invalidité chez AXA France

Sur le périmètre de la Prévoyance Collective, en particulier en ce qui concerne le risque d'arrêt de travail, le modèle interne d'AXA France identifie deux sources de risque selon une approche non-vie. Il s'agit du risque de prime, qui correspond à la possibilité d'une sous-tarification entraînant des montants de sinistres supérieurs à ceux prévus, et du risque de réserve, qui représente le risque de sous-évaluation des réserves lors du calcul des provisions pour les sinistres déjà survenus. À la suite d'une recommandation du régulateur, des travaux ont été entrepris à fin 2020 sur le périmètre de l'assurance directe (respectivement fin 2021 sur le périmètre de l'assurance en acceptation) pour évoluer vers un modèle basé sur une approche vie utilisant des tables de maintien en incapacité et en invalidité et une table de passage de l'incapacité vers l'invalidité pour écouler les provisions mathématiques au titre des rentes d'arrêts de travail.

---

1. Une police d'assurance qui verse une somme forfaitaire en cas de contraction par l'assuré de l'une des maladies graves figurant sur une liste des maladies graves de l'assureur (l'exemple le cancer)

2. Qui fournit des prestations sous forme de rentes, cette police d'assurance verse des paiements périodiques lorsque l'assuré a besoin d'aide pour les activités de la vie quotidienne ou des soins médicaux nécessaires pour gérer une maladie chronique. La police couvrira généralement une partie, voire la totalité, des coûts associés aux établissements de soins infirmiers spécialisés, aux maisons de soins résidentiels, aux résidences avec assistance ou à d'autres types d'établissements similaires.

3. Une indemnisation financière par suite d'une maladie, d'un accident, d'une incapacité ou d'une invalidité

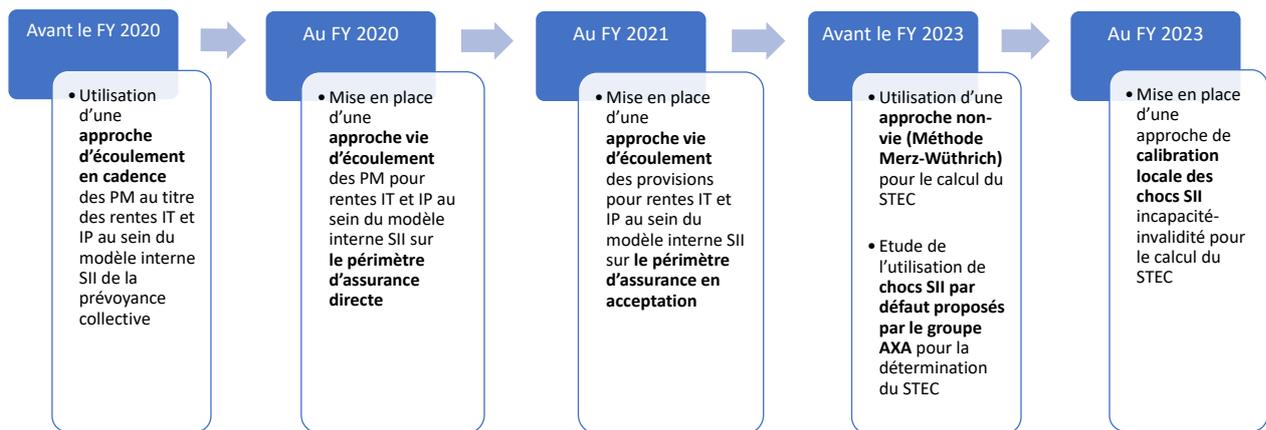


FIGURE 2.6 – Évolutions au sein du modèle interne SII sur le périmètre des rentes incapacité-invalidité en prévoyance collective

En continuant ces efforts, avec pour objectif de mettre en place une nouvelle méthodologie de calcul de l'exigence en capital au titre des rentes incapacité-invalidité de la prévoyance collective d'AXA France, ce mémoire a permis d'établir à fin 2023 des niveaux de chocs bicentennaires pour le sous-module du risque incapacité-invalidité, à appliquer aux tables de provisionnement de l'arrêt de travail. Cette calibration repose sur les données d'arrêts de travail de la prévoyance collective d'AXA France.

### 2.2.3 Modélisation de la garantie arrêt de travail

#### Description des différents états d'un assuré

Les états de transition d'un assuré en incapacité temporaire de travail traduisent les différentes situations auxquelles l'assuré peut être confronté pendant sa période d'incapacité. Ces états, que nous illustrons à la figure 2.7, nous permettent de modéliser les changements de statut de l'assuré au fil du temps, en fonction de son rétablissement, de sa reprise du travail, etc.

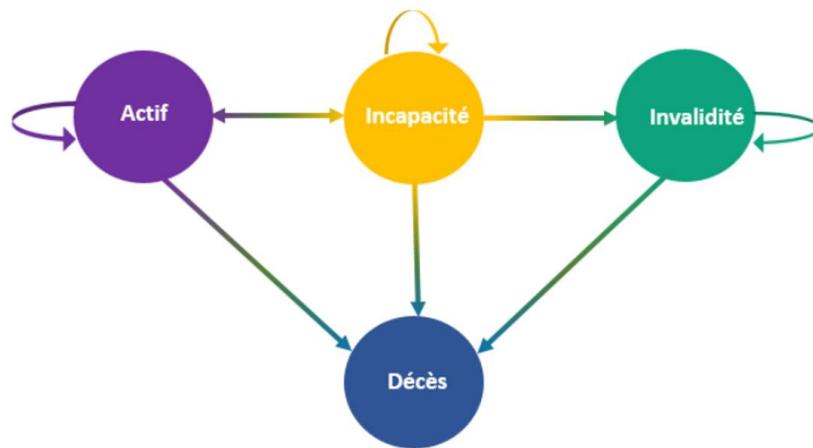


FIGURE 2.7 – Description des différents états d'un assuré

Une personne en incapacité temporaire de travail (IT) peut sortir de son état par :

- Le rétablissement : C'est l'état *Actif* (Travailleur en bonne santé). L'assuré est en bonne santé et capable de travailler normalement.
- Invalidité (IP) : L'assuré peut présenter une invalidité permanente partielle ou totale. Dans le cas de l'invalidité partielle, bien qu'il puisse encore travailler partiellement, son incapacité à exercer certaines tâches peut entraîner une indemnisation partielle en fonction du degré d'invalidité (comme décrit au tableau 1.1). Par ailleurs, dans le cas de l'invalidité totale, Il ne peut plus travailler du tout et reçoit des prestations d'indemnisation appropriées. Il s'agit d'un état irréversible c'est-à-dire qu'un assuré en IP ne peut se rétablir et redevenir valide. L'assuré en IP peut soit se maintenir dans son état soit décéder.
- Décès : La situation où un assuré décède alors qu'il est en état d'incapacité de travailler en raison d'une maladie ou d'une blessure.

Cette modélisation à la figure 2.7 permet aux assureurs d'estimer les risques et les coûts associés à la garantie Arrêt de travail et de prendre des décisions éclairées en matière de tarification et provisionnement des contrats Arrêts de travail.

### Notion de Model Point (MP)

Dans le but d'optimiser le temps que met le modèle interne pour projeter les provisions de chaque contrat d'assurance jusqu'à sa maturité, un processus d'agrégation est mis en place pour agréger différents contrats ayant des caractéristiques techniques et financières similaires. Ces caractéristiques sont notamment l'âge, ancienneté dans l'état d'arrêt maladie, le type de

garantie, de l'âge terme (par exemple 65 ans, 66 ans) de celle-ci et enfin le numéro de la clause du contrat. Ceci permet de disposer d'une base de donnée de taille réduite contenant l'exhaustivité des informations pour une projection des provisions et le calcul de l'exigence en capital.

La clause de participation au bénéfice (PB), quoique nécessaire, ne conditionne pas la création d'un MP. L'ajout de cette clause de PB induit une augmentation de leur nombre et donc une dégradation (non négligeable) du temps d'exécution du modèle de projection des provisions techniques. Elle est quand même prise en compte dans la création des MP afin d'obtenir des résultats d'inventaire selon la clause de PB des contrats.

Les MP de la prévoyance collective sont établis à partir des informations disponibles dans les bases techniques. Ils se distinguent par :

- Le marché de souscription : Domestique ou par Réassurance
- La clause de PB : Contrats avec ou sans participation au bénéfice
- La garantie d'assurance : Décès ou Corporel (IT , IP et IP en attente) ou Santé

### Modèle tête par tête

La modélisation en tête par tête dans le modèle de la prévoyance collective consiste à projeter des individus en arrêt de travail en tenant compte de leur âge et de leur ancienneté dans l'état d'arrêt maladie. Elle est dite *modélisation tête par tête* car elle repose sur les données tête par tête du portefeuille notamment les caractéristiques de chaque sinistre, du sinistré et du contrat (voir la section 3.1.1 sur les données de l'étude). Ces individus sont regroupés Model Point en fonction des caractéristiques citées à section 2.2.3. Sont modélisés trois états d'arrêt de travail sur le périmètre des rentes corporelles incapacité-invalidité en fonction de la garantie associée : IT, IP et le changement d'état de l'IT à l'IP.

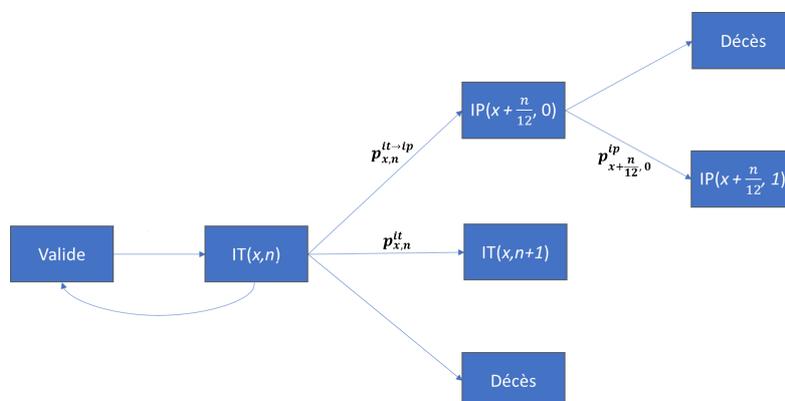


FIGURE 2.8 – Les états en arrêt maladie et les probabilités de transition associées

Comme illustré à la figure 2.8, le maintien ou le changement d'état est traduit par des probabilités de maintien ou de transition calculées à partir de tables de maintien/passage de la BCAC. Au sein d'AXA France, ce sont les tables réglementaires BCAC 2010 sont utilisées pour calculer les probabilités de maintien en IT (mensuelle), en IP (annuelles) ainsi que de passage de l'IT à l'IP (mensuelles).

## 2.2.4 Calcul du SCR Incapacité-Invalidité

### Généralités sur la méthode de calcul

Le SCR est la variation de Fonds propres suite aux choc incapacité-invalidité. Les chocs reflètent un évènement bicentenaire (99.5<sup>ème</sup> percentile) et sont définis sur la base des modèles statistiques (comme détaillé au chapitre 4), des données de marché, des évènements extrêmes observés et du jugement d'expert.

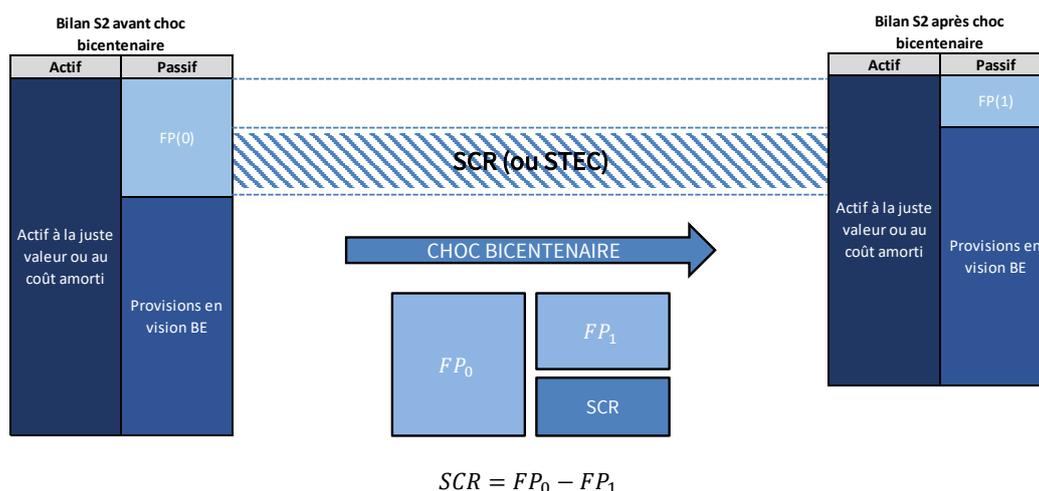


FIGURE 2.9 – Illustration du calcul du SCR Incapacité-Invalidité

### Le SCR Incapacité-Invalidité selon la formule standard

Le Règlement délégué (UE) 2015/35 [12], qui vient compléter la directive Solvabilité II spécifie en son article 139 que le SCR Incapacité-Invalidité est égale à la perte de fonds propres des entreprises d'assurance et de réassurance résultant de la conjugaison des modifications soudaines permanentes suivantes :

- (i) Une hausse de 35% des taux de passage en invalidité qui sont utilisés dans le calcul des provisions techniques au titre du risque incapacité-invalidité au cours des 12 mois à venir ;

- (ii) Une hausse de 25% des taux de passage en invalidité qui sont utilisés dans le calcul des provisions techniques pour refléter l'évolution de l'invalidité et de la morbidité pour tous les mois postérieurs aux 12 mois à venir ;
- (iii) Une baisse de 20% des taux de recouvrement utilisés dans le calcul des provisions techniques concernant les 12 mois à venir et l'ensemble des années ultérieures.

## Calcul du STEC Réserve incapacité-invalidité en Modèle Interne

### Modèle hybride :

Dans le modèle interne d'AXA France, le STEC incapacité-invalidité est calculé selon un modèle hybride. Il résulte du calcul des besoins en capital pour les risques de prime (STEC Prime) et de réserve (STEC Reserve) qui sont agrégés à 50%.

#### — STEC Prime :

Il résulte d'un choc prime (choc multiplicatif) appliqué au ratio des sinistres sur les primes (S/P) de l'année de calcul. Ce choc est estimé sur la base d'une chronique de ratios de sinistralité S/P observés. Par définition, ce ratio correspond au quotient des sinistres et des primes :

$$\frac{S}{P} = \frac{\text{Sinistres}}{\text{Primes}} = \frac{\text{Prestations} + \text{Provisions}}{\text{Primes brutes}}$$

Les S/P sont calculés à l'ultime : ils intègrent la charge ultime, qui ne sera connue avec exactitude qu'au bout de plusieurs années. La loi normale est arbitrairement retenue sur la distribution des S/P. Les paramètres cette loi normales sont estimés empiriquement par méthode des moments à l'aide des données disponibles. Une fois les paramètres estimés, une distribution de 10 000 ratios S/P est construite par simulation.

Le Choc prime s'obtient finalement par l'écart entre le scénario Best Estimate, qui correspond au scénario moyen, et le scénario choqué qui correspond au quantile à 99.5% sur cette distribution de  $\left(\left(\frac{S}{P}\right)_i\right)_{i \in \{1,2,\dots,10\,000\}}$

$$\text{Choc prime} = \frac{\text{quantile}_{99.5\%} \left[ \left(\left(\frac{S}{P}\right)_i\right)_{i \in \{1,2,\dots,10\,000\}} \right]}{\mathbb{E} \left[ \left(\left(\frac{S}{P}\right)_i\right)_{i \in \{1,2,\dots,10\,000\}} \right]} - 1$$

#### — STEC Réserve :

Il résulte d'un choc réserve appliqué au montant des provisions de l'année de calcul. Pour le calibrage du choc réserve, la méthodologie appliquée dans le modèle interne consiste à supposer que les réserves suivent une loi log-normale. La volatilité des réserves est estimée à partir des triangles des règlements par la méthode de Merz-Wüthrich. Elle est utilisée pour calculer la volatilité des réserves à partir des triangles de règlements. Le principe est de mesurer l'incertitude liée aux « Claims Development Result » (CDR), c'est-à-dire la différence entre deux estimations successives du montant de provisions. Pour cela, à partir des triangles et des montants de réserves par année de survenance, on calcule l'écart quadratique moyen (MSEP : Mean Square Error of Prediction). Pour une année de survenance donnée, la volatilité des réserves à un an (CoV : coefficient de variation des réserves) est le rapport entre la racine du MSEP et le montant de réserves pour l'année considérée.

L'écart type  $\sigma$  du risque de réserves est calculé en tenant compte d'une corrélation de 50% entre les années de survenance. Cette méthode nous donne une formule fermée pour l'estimation du choc réserve :

$$\text{Choc réserve} = \frac{\exp\left(\sqrt{\ln(\sigma^2 + 1)} \times \text{quantile}_{99.5\%}(\mathcal{N}(0, 1))\right)}{\sqrt{\sigma^2 + 1}} - 1$$

#### Approche Vie :

Pour être en ligne avec les dispositions de l'article 34 du Règlement délégué (UE) 2015/35 selon laquelle « *Le choix des méthodes actuarielles et statistiques pour le calcul de la meilleure estimation est fondé sur la capacité de ces méthodes à refléter les risques affectant les flux de trésorerie sous-jacents, ainsi que sur la nature des engagements d'assurance et de réassurance. Les méthodes actuarielles et statistiques sont cohérentes avec toutes les données disponibles pour le calcul de la meilleure estimation et les utilisent toutes.* », les équipes en charge du modèle interne ont mené à la fin de l'année 2020 des travaux d'évolution du modèle hybride vers un modèle vie en Tête par Tête. Ce modèle vie a été construit selon une approche multi-états (illustrée à la figure 2.7) traduisant les transitions hors de l'état d'incapacité et utilise les tables de maintien (incapacité, invalidité) et de passage (incapacité vers invalidité) de la BCAC pour le calcul des engagements Best Estimate.

A la suite de cette évolution du modèle interne, l'équipe chargée de la calibration des chocs

Vie devrait fournir aux équipes en charge du modèle interne des niveaux de chocs à appliquer sur les tables de maintien en incapacité et de passage en invalidité. La finalité sera le calcul des engagements Best Estimate en scénario stressé et par suite le calcul du STEC incapacité-invalidité.

La première étape a été de récupérer les niveaux chocs incapacité-invalidité du Groupe AXA obtenus sur la base de données de tous les entités du Groupe et à appliquer dans le cadre d'un modèle vie. Les instructions du Groupe traduisent de la façon suivante l'application des chocs :

- (i) Une hausse de 25% sur les taux d'incidence en incapacité
- (ii) Une hausse de 25% des taux de passage de l'incapacité à l'invalidité
- (iii) Une baisse de 25% des taux de retour en bonne santé

Ces chocs permettent d'obtenir une nouvelle estimation de engagements de rente incapacité-invalidité et par suite la déduction du STEC selon l'approche illustré à la figure 2.9. Nous illustrons ces instructions par l'exemple suivante qui donne, avec l'application des chocs Groupe, les nouveaux effectifs de maintien en incapacité et de passage en invalidité :

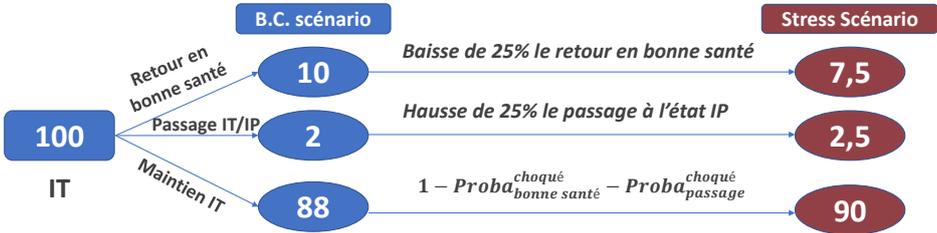


FIGURE 2.10 – Exemple illustratif des instructions du Groupe AXA

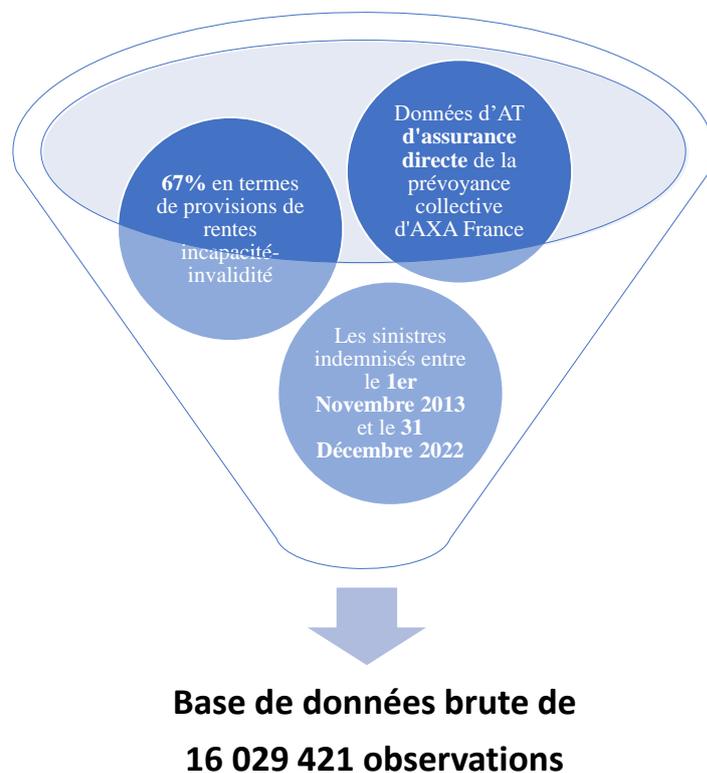
La seconde étape, faisant l'objectif de ce mémoire, est de mettre en place un calibrage local basé sur les données d'AXA France.

# Chapitre 3

## Périmètre de l'étude

### 3.1 Présentation et traitement des données

L'étude a été réalisée sur la base des données d'arrêt de travail d'assurance directe de la prévoyance collective d'AXA France (67% en termes de provisions de rentes incapacité-invalidité). Ces données contiennent à la fois les informations de sinistres en gestion directe et ceux en gestion déléguée. L'avantage principal de notre source de données est que les sinistres survenus sont mis à jour à chaque inventaire mensuel depuis le 30 Novembre 2013. Cependant les données de sinistres ne sont disponibles qu'à partir du 1<sup>er</sup> Novembre 2013.



La base de données extraite est constituée de 16 029 421 observations sur lesquelles nous effectuons des retraitements afin d'obtenir une base de données fiabilisée contenant les principales informations nécessaires à la construction de l'exposition en maintien en incapacité.

### 3.1.1 Sélection des variables

Nous avons une base de données de sinistres pour laquelle chaque ligne correspond à un sinistre unique. L'ensemble des variables importantes de notre étude est résumé comme suit :

Caractéristiques de l'assuré	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L'année de naissance de l'assuré</li> <li>- Identifiant de l'assuré</li> <li>- Sexe</li> </ul>
Caractéristiques du contrat	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Numéro du contrat</li> </ul>
Caractéristiques du sinistre	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Date de survenance du sinistre</li> <li>- Date de début d'indemnisation</li> <li>- Date de fin d'indemnisation</li> <li>- Date de passage en invalidité</li> </ul>

TABLE 3.1 – Variables principales de l'étude

### 3.1.2 Notion de censure

Pour construire la loi d'expérience de maintien en incapacité, pour certains assurés nous ne disposons pas de données complètes sur le maintien en incapacité pendant la période d'observation. En effet, la durée de maintien en incapacité des différentes personnes sinistrées n'est pas toujours observable dans sa totalité. Pour tous les individus qui ne sont plus en incapacité (passage en invalidité, retour en bonne santé, décès, etc) au moment où nous faisons l'étude, nous connaissons exactement la durée de la période d'incapacité.

Cependant pour les sinistrés qui ne sortent pas de l'incapacité pendant la période d'observation, nous n'avons aucune informations sur la durée restante passée en incapacité. Dans ce dernier cas la seule information dont nous disposons sur la durée en arrêt de travail est qu'elle est au moins supérieur ou égale à la durée observée. Nous sommes dans ce cas face à une censure à droite.

Considérons le phénomène du maintien en incapacité temporaire, associons à chaque sinistre un couple de variables aléatoires  $(Y_i, \delta_i)$  et notons :

- $T_i$ , la durée en maintien du sinistre  $i$
- $C_i$ , la durée de censure

avec  $C_i$  et  $T_i$  supposés indépendants.

L'on définit dès lors **la durée observée de l'incapacité pour l'assuré  $i$**  par  $Y_i$  et une variable caractéristique de la censure  $\delta_i$  comme suit :

—  $Y_i = \min(T_i, C_i)$  :

$$\text{— } \delta_i = \begin{cases} 0 & \text{si la durée en maintien est observée en totalité c'est à dire } T_i \leq C_i \\ 1 & \text{sinon, la durée en maintien est censurée} \end{cases}$$

Dans notre étude, les données sont essentiellement censurées par la date de fin d'observation égale au 31/12/2022. Dans le cas du maintien en incapacité, on a :

$$C_i = \mathbf{31/12/2022 - la date de survenance du sinistre  $i$ }$$

En effet, si l'assuré est toujours dans l'état IT à cette date, on ne connaît pas la valeur de  $T_i$ , mais on sait seulement que  $T_i$  est supérieur à la durée d'observation.

### 3.1.3 Notion de troncature

Nous devons aussi traiter le cas des individus en arrêt de travail qui vont entrer dans la période d'observation après une durée donnée, principalement en raison de l'existence de franchises contractuelles : un individu n'est observable que si sa durée en incapacité est supérieure à une certaine valeur. S'agissant d'une observation conditionnelle à un autre événement, cette observation est dite tronquée, et comme l'individu n'est observable que si sa durée de vie en incapacité est supérieure à une certaine valeur nous parlerons de troncature à gauche. Les troncatures à gauche sont dues à l'échantillonnage. Il y a troncature à gauche si pour la variable aléatoire  $\tau_i$  indépendante de  $T_i$ ,  $T_i$  n'est observable que si  $T_i \geq \tau_i$  (de même, il y a troncature à droite si  $T_i$  n'est observable que si  $T_i \leq \tau_i$ ).

Dans notre étude, nous considérons qu'il y a troncature à gauche lorsqu'il y a une franchise non nulle appliquée à notre sinistre. En effet, dans nos données, nous n'observons un sinistre qu'après le délai de franchise expiré. On peut alors modéliser la durée de franchise par une variable aléatoire  $\tau_i$  telle que définie ci-dessus.

### 3.1.4 Dédoublonnage

Les données étant mensuellement mises à jours, dans une extraction des données brutes, il figure différents lignes d'inventaire pour un sinistre unique. En illustration, pour un sinistre quelconque dont l'indemnisation a commencé le 15/01/2019 et s'est terminé le 15/04/2019, figure dans nos données trois lignes d'inventaire propres à ce sinistres. Il s'agit des inventaires du 31/01/2019, du 28/02/2019 et du 31/03/2019. Or, nous ne voulons conserver qu'une seule ligne par sinistre, en réunissant les informations caractéristiques du sinistre sur une seule ligne.

Pour se faire, une clé unique identifiant le sinistre a été construite de la façon suivante :

- ➔ Création d'un identifiant propre à un assuré : concaténation de la date de naissance, du nom et du prénom de l'assuré
- ➔ Création d'un identifiant propre à un sinistre : concaténation de l'identifiant assuré et de la date de survenance du sinistre

Par suite, un certain volume de données, notamment 1 095 022 observations soit 6,8% des observations initiales, n'a pas pu être identifié faute d'informations sur l'identité de l'assuré comme la date de naissance. Nous avons retiré ces dernières observations de notre de base de données. Les doublons ont ensuite été supprimés grâce à l'identifiant propre à un sinistre en prenant, pour l'ensemble des lignes identifiées par cette clé : **la date de passage en IP et la date maximale de dernier règlement**. Ce choix permet de maximiser la période d'indemnisation en incapacité, et donc d'être plus prudent concernant le risque de maintien en incapacité.

La base de données issue de ces étapes de traitement constitue notre base de sinistres d'arrêts de travail exploitables. Elle est de 641 636 sinistres.

### 3.1.5 Retraitement des données de sinistres

Un certain nombre de retraitements ont été nécessaires afin d'obtenir une base fiable et robuste. Nous avons dû fixer une période d'observation. Les données de l'année 2023 n'étant pas encore suffisamment consolidées, nous avons choisi d'écarter la dernière survenance. De plus, la première date d'inventaire observée est le 31/10/2013. Pour éviter d'introduire un biais dans l'étude, nous avons également retiré les sinistres survenus avant cette date. La période d'observation retenue s'étend donc du 01/11/2013 au 31/12/2022. Cela correspond à plus de neuf années complètes d'observation, ce qui semble suffisant au vu de la durée maximale du maintien en incapacité qui est de 3 ans en France.

Par ailleurs, une difficulté majeure a été le traitement des dates de début d'indemnisation (ou des franchises). Cette information est en effet primordiale dans l'estimation des lois de transition

hors de l'incapacité (elle rentre dans le calcul de l'estimateur de Kaplan-Meier à la section 4.2.1). Or elle était manquante pour une part non négligeable de la base (181 123 observations sur 597 583 soit 30% des observations). La suppression de ces sinistres aurait entraîné un biais important dans l'estimation de ces lois de transition, et aurait également appauvri le volume de données déjà assez faibles de passage en invalidité nécessaires au calcul de la loi de passage. Pour cette raison, nous avons donc tenté de réduire au maximum le volume de sinistres supprimés en estimant la franchise via les dispositions contractuelles ou via les franchises moyennes par contrat.

Résumons ce retraitement au sein du tableau suivant :

<b>Étape</b>	<b>Description</b>
Base exploitable	641 636 sinistres
Traitement des dates	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilisation de la dernière date d'inventaire pour remplacer la date de dernier règlement lorsque celle-ci est manquante</li> <li>- Correction des dates de passage en invalidité : si l'assuré se trouve toujours en incapacité 3 ans après la survenance du sinistre, on marque son passage en invalidité à la date du 3<sup>me</sup> anniversaire en incapacité</li> </ul>
Suppression des passages directes en invalidité	Suppression des sinistres pour lesquelles la date de survenance est égale à la date de passage en invalidité
Définition de la variable de censure	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Sinistre censuré si le sinistré est en incapacité et sa date de dernier règlement est supérieur à sa date de censure</li> <li>- Sinistre censuré si le motif de sortie est un transfert de PM ou transfert de gestion</li> </ul>
Définition de la date de base de calcul de l'ancienneté	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Si un sinistre est non censuré, il s'agit de la date de dernier règlement</li> <li>- Si le sinistre est censuré, il s'agit de la date de censure</li> </ul>
Traitement des dates de début d'indemnisation/franchise	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Extrapolation des franchises manquantes à partir de la franchise moyenne sur le contrat correspondant (s'il est possible de la calculer)</li> <li>- Suppression des sinistres pour lesquels la franchise est négative ou supérieure à 365 jours. (environ 4787 suppressions sur 597 583 observations soit 0,81% des observations)</li> </ul>

Vérification de la cohérence entre les dates	Suppression des sinistres pour lesquels les dates sont incohérentes <i>i.e.</i> ne vérifiant pas : date de naissance $\leq$ date de survenance $\leq$ date de début d'indemnisation $\leq$ date de base de calcul de l'ancienneté
Calcul des variables d'intérêt	- Âge à la survenance, âge atteint en incapacité, ancienneté en incapacité, troncature - Suppression des sinistres pour lesquels l'âge à la survenance n'est pas dans l'intervalle [16, 67]
Filtre selon l'origine du sinistre	Restriction aux sinistres résultant d'un accident de travail, d'une maladie professionnelle, d'une maladie ou d'un accident de vie privée.
Restriction de la période d'observation	Restriction aux sinistres survenus entre le 01/11/2013 et le 31/12/2022

TABLE 3.2 – Étapes de retraitement de la base de données d'étude

Nous disposons finalement d'une base de 493 908 sinistres d'incapacité temporaire pour la construction de l'exposition en maintien en incapacité, de la loi de passage en invalidité et de la loi de retour en bonne santé.

## 3.2 Statistiques descriptives

### 3.2.1 Aperçu général de la base de données

Caractéristiques	Résultats de l'étude
Période d'observation	1 <sup>er</sup> Novembre 2013 au 31 Décembre 2022
Taille du portefeuille	493908 Observations
Sinistres en cours	13.02% des observations
Franchise moyenne des contrats	39 jours
Âge moyen à la survenance IT	42.67 ans soit 42 ans et 8 mois
Ancienneté moyenne en IT	5.7 mois soit 5 mois et 21 jours
Nombre de passage en invalidité	4.47% des sinistres
Nombre de rétablissements	90.16% des sinistres

TABLE 3.3 – Caractéristiques générales de la base de données

Ces caractéristiques de la base de données peuvent être influencées par les réformes gouvernementales touchant la prévoyance collective. Vient alors une question importante : « quels seront les impacts et les conséquences de la réforme des retraites sur le risque arrêt de travail en prévoyance collective ? »

— **Impact sur la franchise :**

La garantie incapacité temporaire de travail du régime de prévoyance intervient après une période de franchise, plus ou moins longue selon les conventions collectives ou les dispositions contractuelles du régime. Durant la franchise, le coût de la hausse de l'absentéisme sera directement pris en charge par l'employeur dans le cadre de ses obligations de maintien de salaire. Les régimes de prévoyance supporteront d'autant moins l'impact de la hausse de l'absentéisme que la franchise est longue. Un régime avec une franchise courte sera plus impacté qu'un régime avec des franchises longues.

— **Impact sur le nombre des arrêts de travail :**

D'après les assureurs, la durée de travail prolongée risque d'entraîner un taux d'absentéisme plus élevé. Ces prévisions s'appuient sur la revue *Connaissance de l'emploi* (BEN HALIMA et al. [3]) du <sup>1</sup>CEET, publié le 14 février 2023. Celui-ci analyse l'impact du recul de l'âge légal de départ à la retraite à 62 ans en 2010 et vient à montrer que reculer l'âge de départ à la retraite entraîne une hausse des arrêts de travail à cause du maintien en activité à un âge plus avancé.

### **3.2.2 Exposition en nombre selon l'âge à la survenance**

Cette répartition offre un aperçu significatif des tendances et des profils de risque au sein de la population assurée. La répartition des sinistres d'incapacité temporaire de travail par âge à la survenance est une fenêtre vers la compréhension de l'impact des conditions de santé sur différentes tranches d'âge au moment où l'incapacité survient.

---

1. Centre d'Etudes de l'Emploi et du Travail

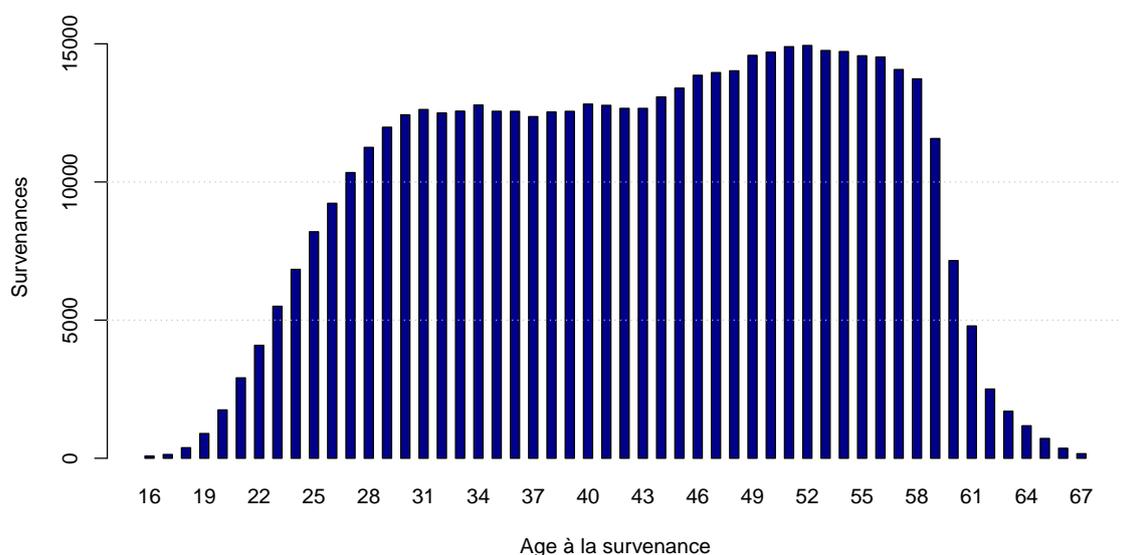


FIGURE 3.1 – Répartition des sinistres selon l'âge à la survenance

La population d'assurés dans la tranche d'âge [27 – 59] semble être la plus exposée au risque d'incapacité. Cela se traduit par des nombres de sinistres d'incapacité supérieur à 10 000. Sur cette tranche nous observons deux bosses de nombres de sinistres dont celle sur la tranche d'âge [45 – 58] est la plus élevée. Dès lors, cette dernière tranche constituant une partie de la population adulte est beaucoup plus encore exposé au risque. Cela pourrait s'expliquer par les maladies chroniques (hypertension, diabète, maladies cardiaques) , les problèmes musculo-squelettiques, les problèmes de santé mentale (stress, dépression) qui sont des causes courantes des arrêts de travail à ces âges.

### 3.2.3 Exposition en nombre selon l'ancienneté en incapacité

Pour les trois états (le maintien en incapacité, le passage en invalidité et le retour en bonne santé), nous analysons à chaque ancienneté les nombres de sinistres présents dans chacun de ces états. Ainsi l'analyse des trois graphiques ci-joint permet d'exposer l'état prédominant à chaque ancienneté.

Il apparaît, d'après la figure 3.2 que la plupart des retours à l'état actif se fait à l'ancienneté 0 (soit 31% des rétablissements ), c'est à dire « au cours du premier mois après la survenance de l'incapacité ».

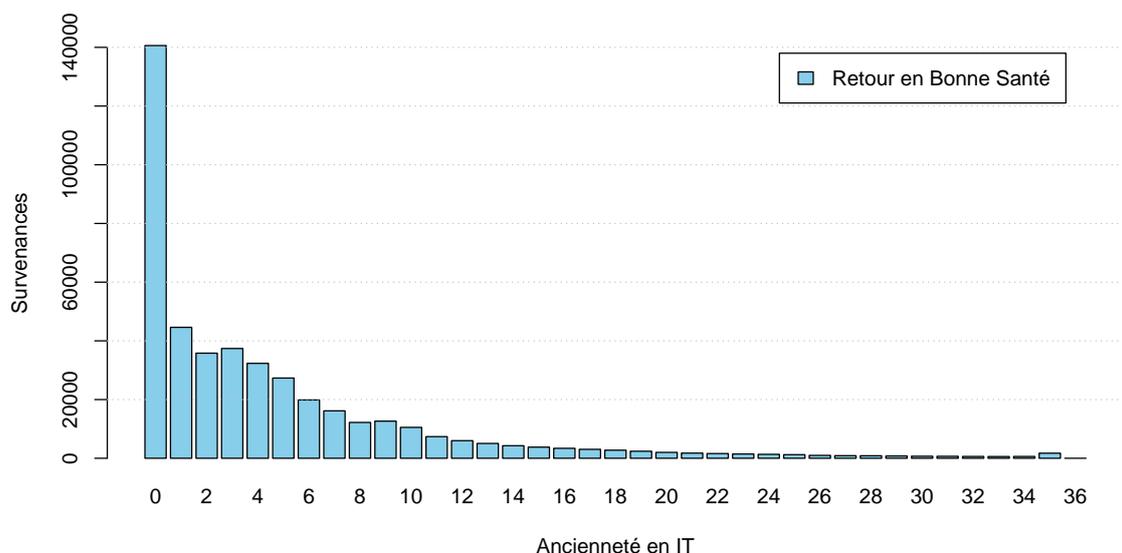


FIGURE 3.2 – Répartition des rétablissements selon l’ancienneté en incapacité

À l’inverse, comme visible à la figure 3.3 la majorité des passages à l’invalidité s’effectue à la dernière ancienneté en incapacité (soit 21% des transitions en invalidité). Ce phénomène s’explique en grande partie par le fait que nous assignons l’état d’invalidité aux sinistrés en état d’incapacité pendant plus de 36 mois d’ancienneté en incapacité, comme précisé dans le retraitement des dates à la section 3.1.5 sur le traitement des données de l’étude.

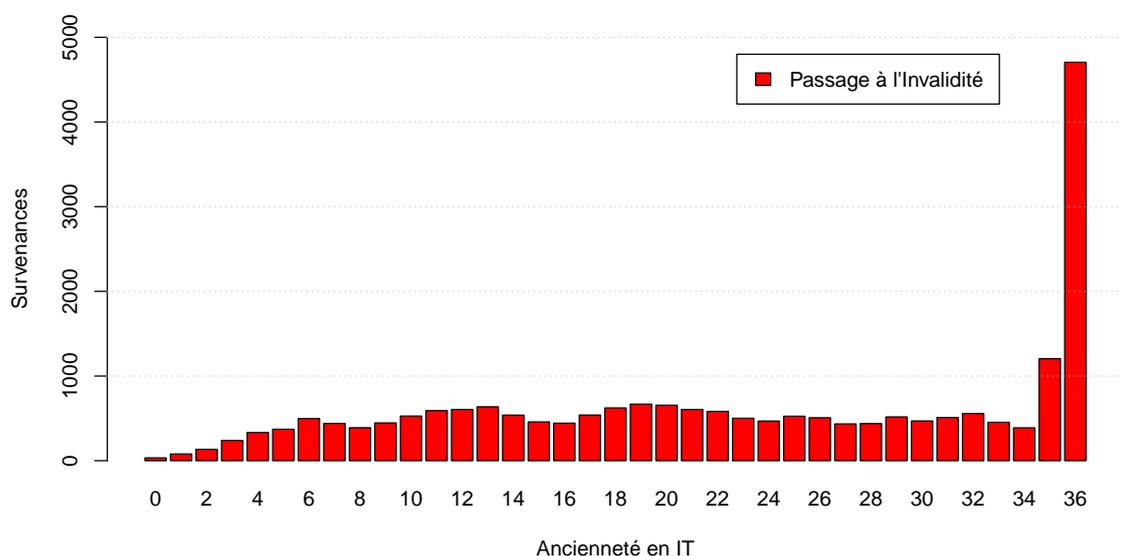


FIGURE 3.3 – Répartition des sinistres « invalidité » selon l’ancienneté en Incapacité

En outre, les sinistrés en incapacité à chaque ancienneté correspondent à la population censurée au 31/12/2022. Il ressort de l’analyse de la figure 3.4 que la censure est plus prononcée

aux jeunes anciennetés. Pour cette population nous n'avons aucune information sur un futur passage en invalidité ou un prochain rétablissement.

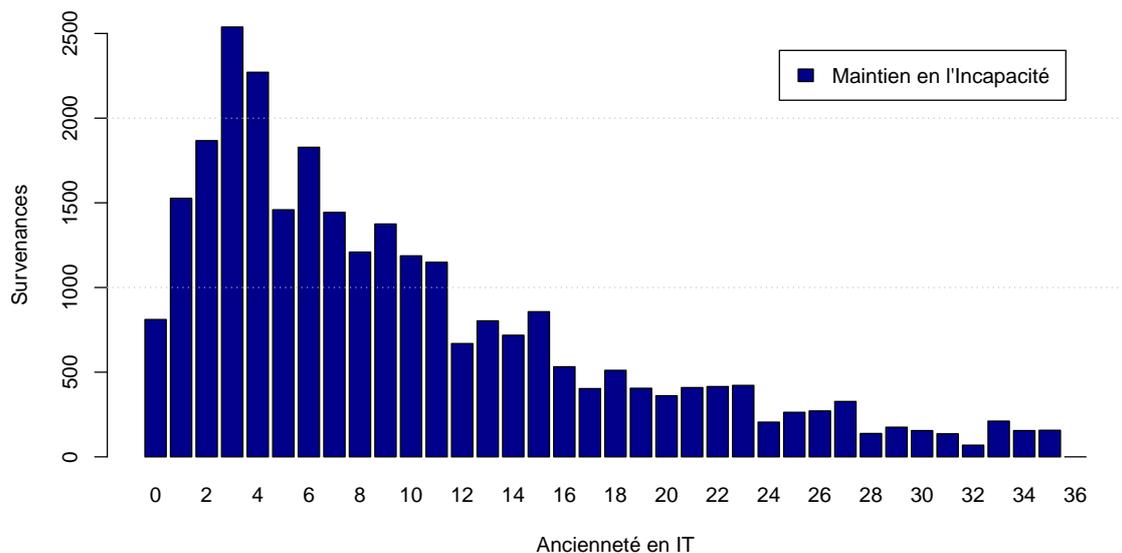


FIGURE 3.4 – Répartition des sinistres « incapacité » selon l'ancienneté en Incapacité

Enfin, de l'analyse des deux situations de transition hors de l'état d'incapacité, il en ressort qu'à chaque ancienneté il survient plus de rétablissements que de passages en invalidité. Ce constat rapporté aux effectifs en maintien en incapacité au début de chaque ancienneté devrait conduire à un résultat similaire sur les taux de transition à la figure 4.3 de la section 4.2.1 sur les taux de transition mensuels estimés par l'approche Kaplan-Meier.

### 3.2.4 Exposition en nombre selon l'année de survenance

Nous présentons l'évolution des survenances d'incapacité au travers des années 2013, . . . , 2022. Le petit nombre de sinistres survenus au cours de l'année 2013 s'explique par le fait que nous ne disposons que des données des mois de Novembre et Décembre de cette année, soit une période de 1/6 d'une année d'exposition.

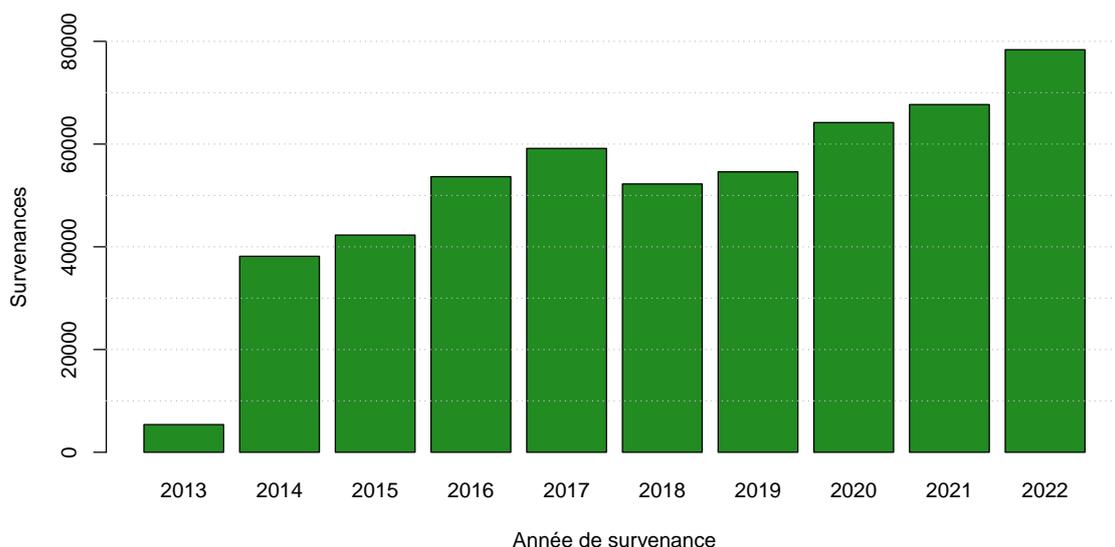


FIGURE 3.5 – Répartition des sinistres selon l’année de survenance

Nous remarquons que dans notre population d’assurés, les survenances d’incapacité ont augmenté de façon continue entre 2014 et 2017 avant de passer à la baisse en 2018. Le pic de 2017 n’est pas non plus dépassé en 2019. Par ailleurs, à partir de 2019 nous observons une forte hausse du nombre de sinistre. Cette hausse qui est progressive sur toute la période de 2020 à 2022 pourrait être principalement due à la pandémie de la Covid 19. En dehors des motifs usuels d’arrêts de travail notamment les accidents du travail et les maladies professionnelles, cela s’expliquerait par des motifs inhabituels liés à la Covid comme les troubles psychologiques et les vagues épidémiques (le cas de la variante Omicron en 2022).

De plus, avec la Covid est apparue la déclaration d’arrêt de travail sans l’avis préalable d’un médecin traitant qui pourrait vérifier si l’état de santé du salarié l’empêche de travailler. Ainsi le service [declare.ameli.fr](https://declare.ameli.fr) a permis aux salariés positifs et cas contact d’obtenir des arrêts de travail sans jour de carence.

### 3.2.5 Analyse du taux de changement d’état selon l’âge à la survenance

Nous analysons les probabilités de passage à l’invalidité et de retour en bonne santé aux âges de survenance de l’incapacité temporaire de travail.

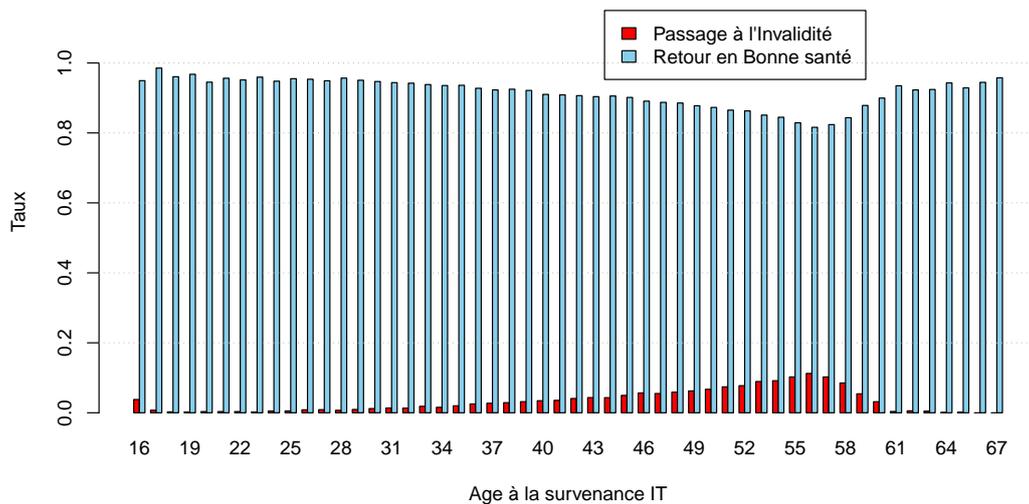


FIGURE 3.6 – Taux de passage en invalidité et de rétablissement selon d'âge à la survenance

De l'analyse séparée des deux phénomènes de changement d'état hors de l'incapacité, il apparaît qu'à chaque âge de survenance de l'incapacité, le taux de rétablissement est très élevé (au dessus de 80%). Il en ressort dès lors que le rétablissement s'effectue avant la fin de période d'observation dans plus de 80% des cas d'arrêts de travail survenus sur notre période d'observation. À l'inverse, les taux de passage en invalidité restent faibles et inférieurs à 20%. Par ailleurs, l'analyse de ces taux révèle une tendance à la hausse avec l'âge de survenance de l'incapacité. Cela traduit le fait que les adultes sont plus exposés au risque d'invalidité que les jeunes.

De l'analyse conjointe, nous arrivons à vérifier le constat usuel selon lequel les taux de passage en invalidité et de rétablissement évoluent en sens opposé. En effet, plus la population assuré connaît un nombre de rétablissements élevé moins survient-il des passages en invalidité.

### 3.2.6 Analyse du délai moyen de changement d'état

Nous analysons les temps moyens mis par les sinistrés à passer en invalidité ou à se rétablir selon l'âge à la survenance de l'incapacité.

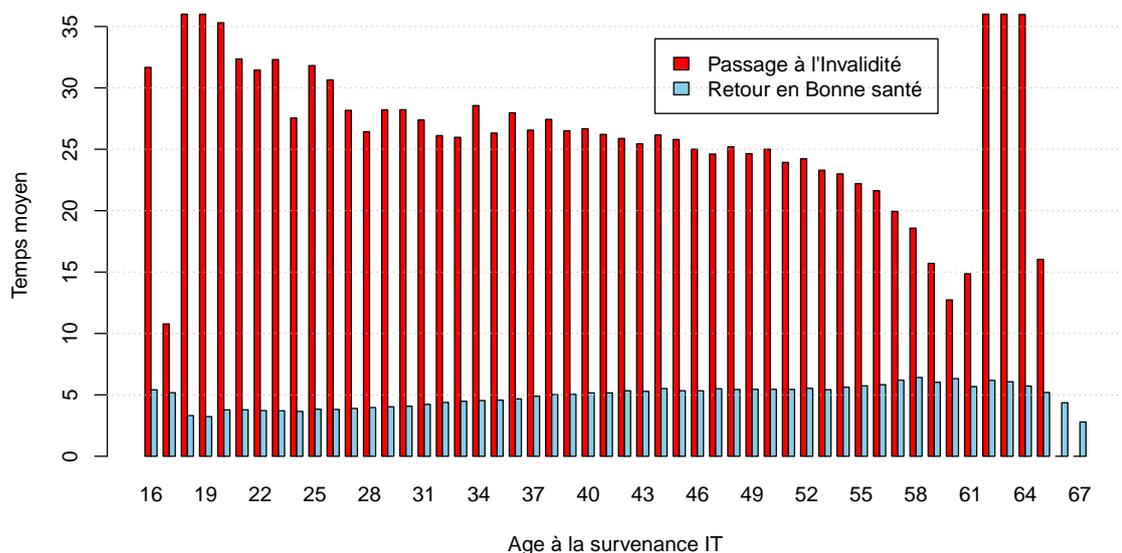


FIGURE 3.7 – Délai moyen de passage en invalidité et de rétablissement

De l'analyse des délais moyens de changement d'état, il en ressort que les temps passés en incapacité avant le rétablissement sont plus courts que les délais de passage en invalidité. Il en ressort que les sinistrés retournent plus rapidement en bonne santé qu'il ne leur arrive d'entrer en invalidité. Outre cela, les délais avant le passage en invalidité semblent se raccourcir au travers des âges de survenance. Ceci traduit le fait que les adultes en incapacité soient plus exposés à la transition vers l'invalidité que les jeunes : comme constaté à la figure 3.6.

# Chapitre 4

## Calibration des chocs Arrêt de Travail

Afin d'être conforme aux exigences de la directive Solvabilité II, à la fois l'erreur d'estimation et les erreurs de processus doivent être prises en compte dans la modélisation du taux de transition. Nous calibrons un choc annuel de passage à l'invalidité et un choc de retour en bonne santé par ancienneté annuelle révolue en incapacité  $^1(\tilde{0}, \tilde{1}$  et  $\tilde{2})$ . Ce choc résulte d'une erreur d'estimation et d'une erreur de processus :

- **Erreur d'estimation** : traduit la différence entre les taux théoriques de transition et leurs estimateurs, permettant de saisir l'incertitude dans l'estimation.
- **Erreur de processus** : traduit l'évolution des taux de transition sur un horizon temporel permettant de saisir le risque de changement de tendance.

L'objectif de notre calibration est de faire correspondre la méthodologie de calibration du choc avec la méthodologie utilisée pour déterminer la meilleure estimation des engagements sur le portefeuille des produits d'assurance arrêt de travail.

Tout d'abord, il est nécessaire de proposer une définition du modèle utilisé pour estimer les taux de transitions et pour calibrer les chocs de passage à l'invalidité et de retour en bonne santé.

### 4.1 Modélisation des taux de transition

Ci-après est proposée une description détaillée de la méthodologie utilisée pour évaluer le risque sur les taux de transition. Soit  $q(t)$  la variable aléatoire modélisant les taux de transition sous l'erreur d'estimation et l'erreur de processus à une ancienneté  $t$  dans l'état d'incapacité. Nous notons  $q^{IP}(t)$  le taux de passage à l'invalidité et  $q^{RB}(t)$  le taux de rétablissement. Nous modélisons  $q(t)$  comme suit :

---

1. Nous choisissons la notation avec un tilde pour désigner une ancienneté annuelle *révolue*

$$q(t) = \hat{q}(t) + [\mu^{process}(t) + \sigma^{process}(t) \times \epsilon^{process}(t)] + [\sigma^{estim}(t) \times \epsilon^{estim}(t)] \quad (4.1)$$

où :

- $\hat{q}(t)$  est un estimateur Best Estimate du taux de transition
- $[\mu^{process}(t) + \sigma^{process}(t) \times \epsilon^{process}(t)]$  est le composant de l'erreur de processus supposé gaussien de moyenne égale à  $\mu^{process}(t)$  et d'écart type  $\sigma^{process}(t)$
- $[\sigma^{estim}(t) \times \epsilon^{estim}(t)]$  est le composant de l'erreur d'estimation supposé gaussien de moyenne égale à 0 et d'écart type  $\sigma^{estim}(t)$ . Cet écart type peut être dérivé via trois méthodes détaillées à la section 4.2 (la première basée sur les propriétés de l'estimateur de Kaplan-Meier, la deuxième sur celles d'un l'estimateur actuariel, et la dernière via une approche de Bootstrap).
- $\epsilon^{estim}(t)$  et  $\epsilon^{process}(t)$  sont supposés indépendants car ils sont influencés par des facteurs indépendants de ceux qui influencent le risque de non-mutualisation du portefeuille.

Ainsi, le taux de transition peut être modélisé par la variable gaussienne suivante :

$$q(t) \sim \mathcal{N} \left( \hat{q}(t) + \mu^{process}(t), \sqrt{(\sigma^{process}(t))^2 + (\sigma^{estim}(t))^2} \right) \quad (4.2)$$

## 4.2 Estimation de taux de transition

Nous estimons les taux annuels de passage en invalidité et de retour en bonne santé aux anciennetés annuelles révolues de  $\tilde{0}$ ,  $\tilde{1}$  et  $\tilde{2}$ . Nous explorons trois différentes méthodologies pour cette estimation.

### 4.2.1 Approche Estimateur de Kaplan-Meier

#### Estimateur de Kaplan-Meier de la survie aux transitions

Il s'agit d'un estimateur non-paramétrique de la fonction de survie à un état (ici, l'invalidité ou le retour en bonne santé) qui décrit la proportion de sujets qui survivent au-delà d'un certain temps. Les estimateurs non paramétriques ne font pas d'hypothèses spécifiques sur la loi de la fonction de survie. Ils utilisent les données brutes pour estimer les paramètres sans supposer une distribution particulière et peuvent conduire à des estimateurs robustes mais nécessitent souvent

des calculs complexes et des échantillons de grande taille, le cas de notre base de données. L'approche Kaplan Meir est particulièrement utile en présence des phénomènes de troncature à gauche et de censure à droite inhérentes à des données de durées comme celles dont nous disposons. Cette approche a été détaillé par KAPLAN Edward et MEIER Paul dans [KAPLAN et MEIER, 1958 \[16\]](#) et vient à démontrer que l'estimation de la fonction de survie produite par cette méthode est une estimation non biaisée de la vraie fonction de survie.

Dans cette étude, nous cherchons en pratique à estimer les lois de deux variables :

- $T^{IP}$  : La durée passée par un assuré en IT avant le passage à l'invalidité
- $T^{RB}$  : La durée passée par un assuré en IT avant le retour en bonne santé

La fonction de survie caractérisant la loi de probabilité de la variable aléatoire associée, estimer la loi de  $T_i^{IP}$  et de  $T_i^{RB}$ , revient à estimer les fonctions de survie de ces variables. Ce qui justifie l'approche adoptée.

Soit  $n$  le nombre total des sinistres d'incapacité temporaire observés,  $(T_i^{IP})_{i=1,\dots,n}$  un échantillon i.i.d. de données de durée avant le passage à l'invalidité d'un sinistré  $i$  en IT et de même,  $(T_i^{RB})_{i=1,\dots,n}$  un échantillon i.i.d. de données de durée avant le retour en bonne santé d'un sinistré  $i$  en IT. En posant  $S^{IP}(t)$  la fonction de survie au passage à l'invalidité et  $S^{RB}(t)$  la fonction de survie au retour en bonne santé, on a :

$$S_i^{IP}(t) = P(T_i^{IP} > t) \quad \text{et} \quad S_i^{RB}(t) = P(T_i^{RB} > t)$$

On pourrait songer à estimer  $S_i^{IP}(t)$  par l'estimateur empirique de la fonction de survie :

$$\hat{S}^{IP}(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{1}(T_i^{IP} > t)$$

Cet estimateur a de bonnes propriétés en terme de convergence : convergence p.s (Glivenko-cantelli), convergence en loi du processus empirique associé vers un pont brownien. S'il n'y a pas de censure, l'estimateur de Kaplan-Meier se réduit à la fonction de survie empirique. Cependant, dans le cas de nos données censurées, nous n'observons pas la variable  $T_i^{IP}$  mais le couple  $(Y_i^{IP}, \delta_i^{IP})$ . Estimer la fonction de survie  $S_i^{IP}(t)$  par la survie empirique des données observées défini par :

$$\hat{S}_i^{IP}(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{1}((Y_i^{IP} > t) \cap (\delta_i^{IP} = 1))$$

fournirait une estimation biaisée de  $S_i^{IP}(t)$  car les sinistres censurés au passage à l'invalidité sont considérés comme des cas passages en invalidité. Il en est de même si on estime la fonction de survie par l'estimateur empirique de la fonction de survie des données observées non censurées. En effet, dans ce cas l'échantillon de données est tronqué. Ce dernier estimateur empirique s'écrit :

$$\hat{S}^{IP}(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{1}((Y_i^{IP} > t) \cap (\delta_i^{IP} = 0))$$

Le temps est discrétisé par une suite de 36 anciennetés mensuelles  $t_0 = 0, t_1 = 1, \dots, t_{35} = 35$  mois. Lorsque l'assuré sort de l'état IT entre  $t_j$  et  $t_{j+1}$ , alors selon la nature de la sortie  $T_i^{IP} = j$  ou  $T_i^{RB} = j$ . On a le schéma suivant :

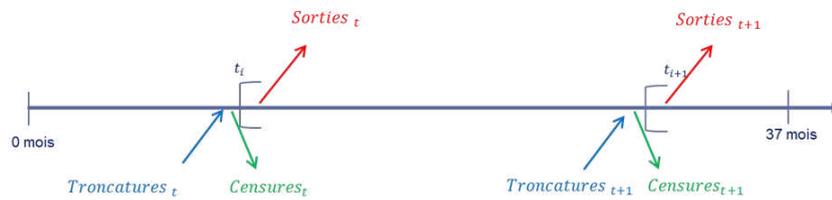


FIGURE 4.1 – Illustration de la censure et de la troncature

Survivre à la transition après un temps  $t_j$  c'est être en maintien en incapacité juste avant  $t_j$  et passer en invalidité au temps  $t_j$ . Il en est de même pour le retour en bonne santé. Ainsi :

$$S(t_j) = P(T > t_j) = \prod_{k=0}^j P(T > t_k | T > t_{k-1})$$

Notons :

- $d_j$ , le nombre de sorties observées dans l'intervalle  $[t_j; t_{j+1}[$ . Dans le cas du passage à l'invalidité, il est déterminé comme suit :

$$d_j = \sum_{i=1}^n \mathbb{1}((t_j \leq Y_i^{IP} < t_{j+1}) \cap (\delta_i^{IP} = 0))$$

- $n_j$ , la population exposée (ou à risque) à instant  $t_j$ . Tel que spécifié sur le schéma 4.1 ci-dessus, à tout instant, nous avons :

$$n_j = n_{j-1} - d_{j-1} + w_j - c_j$$

avec :

- $w_j$  est le nombre de troncutures observées à l'instant  $t_j$ . C'est en effet le nombre de sinistres avec une franchise dans l'intervalle  $[t_j; t_{j+1}[$
- $c_j$  est le nombre de censures observées à l'instant  $t_j$ . Il se distingue selon la nature de la transition. Prenant le cas de l'invalidité, il s'agit du nombre de sinistres dont on n'observe pas la sortie pour cause de passage en invalidité et dont la durée observée est dans l'intervalle  $[t_{j-1}, t_j[$ . Ce sont les sinistres non clôturés à la fin de la période d'observation ou clôturés administrativement pour une autre raison que le passage en invalidité notamment la reprise de travail, le décès.

Dans le cas du passage à l'invalidité, il est déterminé comme suit :

$$c_j = \sum_{i=1}^n \mathbb{1}((t_{j-1} \leq Y_i^{IP} < t_j) \cap (\delta_i^{IP} = 1))$$

De la définition de  $n_j$  et de  $d_j$ , le taux de sortie de l'incapacité à l'instant  $t_j$ , selon la nature de la transition peut être estimé par :

$$\hat{q}(t_j) = \frac{d_j}{n_j}$$

L'estimateur de Kaplan-Meier s'écrit alors :

$$\hat{S}_{KM}(t) = \prod_{t_j > t} (1 - \hat{q}(t_j)) = \prod_{t_j > t} \left(1 - \frac{d_j}{n_j}\right) \quad (4.3)$$

### Propriété asymptotique de l'estimateur de Kaplan-Meier

Comme énoncé dans [GILL, 1980 \[15\]](#) , en tout point de continuité de la fonction de survie  $S$ ,  $t \in [0, 36 \text{ mois}]$  et  $S(36) > 0$  ,

$$\sqrt{n}(\hat{S}(t) - S(t)) \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0, V^2(t)) \quad (4.4)$$

avec :

$$V^2(t) = -S^2(t) \int_0^t \frac{S(dt)}{S^2(u)G(u)}$$

où  $G(t)$  est la fonction de survie de la variable *durée de censure*  $C$ .

Considérons les quantités  $H(t) = P(Y > t)$  et  $H_1(t) = P(Y > t, \delta = 1)$ . D'après

l'hypothèse d'indépendance entre les variables  $T$  et  $C$  (cf. section 3.1.2), on obtient les égalités suivantes :

$$H(t) = P(Y > t) = P(T > t, C > t) = S(t)G(t)$$

$$\begin{aligned} H_1(t) &= P(Y > t, \delta = 1) = P(T > t, C \geq T) = \mathbb{E}(\mathbf{1}_{(T>t)}G(T^-)) \\ &= \int_t^{+\infty} G(u^-)f(u)du = - \int_t^{+\infty} G(u^-)S(du) \end{aligned}$$

Par conséquent,  $H_1(dt) = G(t^-)S(dt)$  et on peut ainsi écrire :

$$V^2(t) = -S^2(t) \int_0^t \frac{H_1(du)}{S(u)H(u)G(u^-)} = -S^2(t) \int_0^t \frac{H_1(du)}{H(u)H(u^-)}$$

En remplaçant les fonctions  $H$  et  $H_1$  par leurs équivalents empiriques (calculables car les variables  $Y$  et  $\delta$  sont observées),

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{H}(u) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{1}(Y_i > u) \\ \text{et} \\ \hat{H}_1(u) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{1}(Y_i > u, \delta_i = 1) \end{array} \right.$$

et  $S$  par  $\hat{S}$ , on obtient l'estimateur suivant :

$$\hat{V}^2(t) = -\hat{S}^2(t) \int_0^t \frac{\hat{H}_1(du)}{\hat{H}(u)\hat{H}(u^-)}$$

Considérons la subdivision  $t_0 = 0, < t_1 = 1, \dots, t_j = j, \dots, < t_{36} = 36$  mois de l'intervalle  $[0, 36 \text{ mois}]$  et soit  $\xi_j$  des réels tels que  $\xi_j \in [t_j, t_{j+1}[$ . Nous avons :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{H}(\xi_j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{1}(Y_i > \xi_j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{1}(Y_i > t_j) = \hat{H}(t_j), \\ \hat{H}_1(\xi_j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{1}(Y_i > \xi_j, \delta_i = 1) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{1}(Y_i > t_j, \delta_i = 1) = \hat{H}_1(t_j) \\ \hat{H}_1(d\xi_j) = \hat{H}_1(t_{j+1}) - \hat{H}_1(t_j) \end{array} \right.$$

et venons à estimer  $\int_0^t \frac{\hat{H}_1(du)}{\hat{H}(u)\hat{H}(u^-)}$  par la somme de Reimann suivante :

$$\sum_{t_j < t} \left( \frac{\hat{H}_1(t_{j+1}) - \hat{H}_1(t_j)}{\hat{H}(t_j)\hat{H}(t_j^-)} \right)$$

Un estimateur de la variance de l'estimateur de Kaplan-Meier (qui converge presque sûrement vers la variance asymptotique de  $\hat{S}$ ) est :

$$Var(\hat{S}(t)) = \frac{1}{n} \hat{V}^2(t)$$

En reprenant les notations  $n_j$ , le nombre d'individus à risque de subir l'événement à l'instant  $t_j$  et  $d_j$ , le nombre de sorties observées à l'instant  $t_j$ , on remarque que :

$$\hat{H}(t_j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{1}(Y_i > t_j) = \frac{n_j - d_j}{n}$$

$$\hat{H}(t_j^-) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{1}(Y_i > t_j) = \frac{n_j}{n}$$

$$\hat{H}_1(t_{j+1}) - \hat{H}_1(t_j) = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{1}(Y_i \in [t_j, t_{j+1}[, \delta_i = 1) = -\frac{d_j}{n}$$

Ainsi, on obtient :

$$\widehat{Var}(\hat{S}(t)) = \hat{S}^2(t) \sum_{t_j < t} \left( \frac{d_j}{n_j(n_j - d_j)} \right)$$

Considérant le résultat de normalité asymptotique à l'équation (4.4) nous obtenons l'intervalle de confiance de niveau  $1 - \alpha$  de  $S(t)$  :

$$IC(1 - \alpha) = \left[ \hat{S}(t) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\widehat{Var}(\hat{S}(t))} \right]$$

où  $\alpha \in [0, 1]$  et  $z_{\alpha/2}$  est quantile d'ordre  $\alpha/2$  de la loi  $\mathcal{N}(0, 1)$ .

Cependant, lorsque  $\hat{S}(t)$  est proche de 0 ou de 1, les bornes de cet intervalle de confiance peuvent dépasser les valeurs 0 ou 1. Or  $S(t)$  est une probabilité (appartient nécessairement à l'intervalle  $[0, 1]$ ). Nous utiliserons dès lors l'intervalle de confiance de Rothman qui contourne cette difficulté :

$$IC(\alpha) = \frac{K}{K + (z_{\alpha/2})^2} \times \left[ \hat{S}(t) + \frac{(z_{\alpha/2})^2}{2K} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\widehat{Var}(\hat{S}(t)) + \frac{(z_{\alpha/2})^2}{4K^2}} \right]$$

avec  $K = \frac{\hat{S}(t)(1 - \hat{S}(t))}{\widehat{Var}(\hat{S}(t))}$

Ces intervalles de confiance sont construits à la figure 4.5 ci-après :

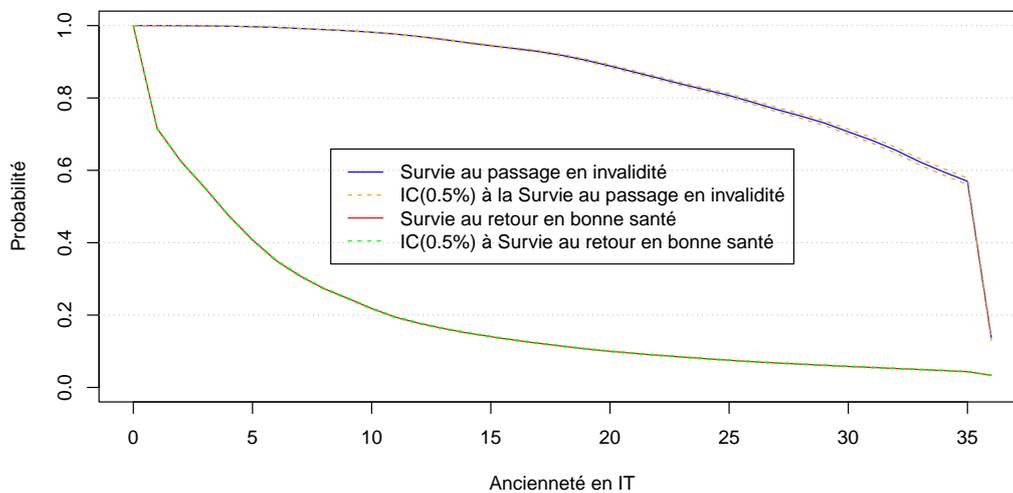


FIGURE 4.2 – Estimateurs des fonctions de survie  $S^{IP}(t)$  et  $S^{RB}(t)$  et intervalles de confiances

Les intervalles de confiance restent étroits quelle que soit l'ancienneté. Cela s'explique par des valeurs très faibles des variances des estimateurs (de l'ordre de  $10^{-6}$ ). Par ailleurs cela indique que l'estimation des taux de transition par la méthode de Kaplan Meier est relativement précise.

## Les taux bruts de transition

Le taux de transition à l'ancienneté mensuelle  $t_j$  est donnée par :

$$\hat{q}_{KM}(t_j) = 1 - \frac{\hat{S}_{KM}(t_{j+1})}{\hat{S}_{KM}(t_j)}$$

Ces probabilités mensuelles de passage à l'invalidité et de retour en bonne santé aux anciennetés de maintien en incapacité se présentent comme suit :

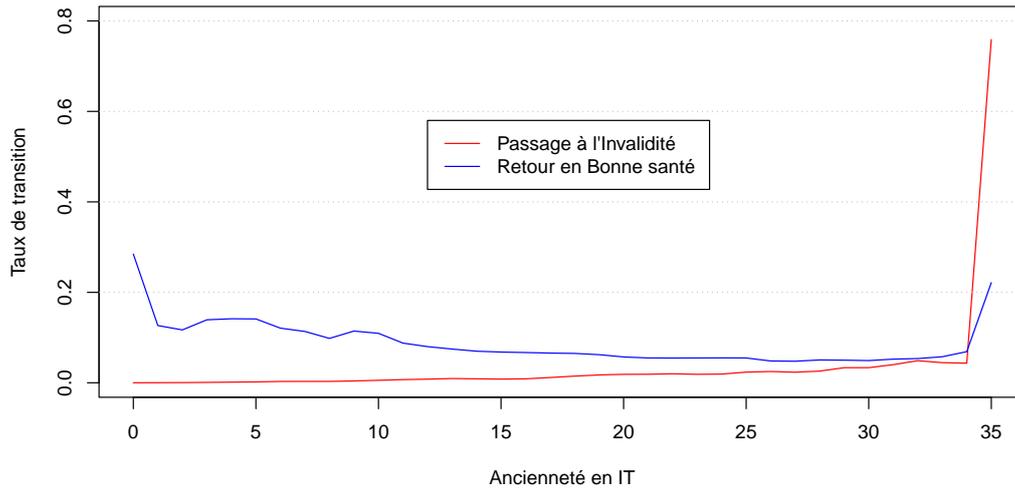


FIGURE 4.3 – Taux de changement d'état à ancienneté mensuelle en IT

La courbe d'évolution du taux de retour en bonne santé est quasiment décroissante. Ceci traduit le fait que la plupart des rétablissements s'effectuent aux âges jeunes qu'aux âges adultes. Par ailleurs les taux de rétablissement demeurent supérieurs aux taux de passage en invalidité sauf à la dernière ancienneté au la plupart des passages en invalidité s'effectue.

Enfin les taux de transition à ancienneté annuelles révolues  $\tilde{0}$ ,  $\tilde{1}$  et  $\tilde{2}$  sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{q}_{KM}(\tilde{0}) = 1 - \frac{\hat{S}_{KM}(12)}{\hat{S}_{KM}(0)}, \text{ avec } \hat{S}_{KM}(0) = 1 \\ \hat{q}_{KM}(\tilde{1}) = 1 - \frac{\hat{S}_{KM}(24)}{\hat{S}_{KM}(12)} \\ \hat{q}_{KM}(\tilde{2}) = 1 - \frac{\hat{S}_{KM}(36)}{\hat{S}_{KM}(24)} \end{array} \right. \quad (4.5)$$

## Variance de l'estimateur du taux de transition

La variance de l'estimateur de Kaplan-Meier (cf. [GREENWOOD, 1926 \[14\]](#)) peut être estimée par la formule suivante (appelée variance de Greenwood) :

$$Var(\hat{S}_{KM}(t)) = (\hat{S}_{KM}(t))^2 \sum_{t_j < t} \left( \frac{d_j}{n_j(n_j - d_j)} \right)$$

L'objectif est de calculer la variance de l'estimateur des taux de transition. L'hypothèse sous-jacente est que les données disponibles sont constituées des taux de transition aux anciennetés mensuelles estimés grâce à la modélisation de Kaplan-Meier  $(\hat{q}_{KM}(j))_{j=0,1,\dots,35}$  et la variance de Greenwood associée à  $\hat{S}_{KM}(j)$ . Ces taux de transition sont supposés indépendantes. Les informations concernant le nombre de personnes en état d'incapacité, le nombre de personnes étant *passées en Invalidité* ou *s'étant rétablies* ne sont pas connues ou sont disponibles.

Posons  $t$  une des anciennes mensuelles  $0, 1, \dots, 35$  mois. Partant de l'expression de l'estimateur de Kaplan-Meier donnée à l'équation (4.3), nous écrivons :

$$\hat{S}_{KM}(t) = \prod_{j=0}^t \left( 1 - \frac{d_j}{n_j} \right)$$

$$\ln(\hat{S}_{KM}(t)) = \sum_{j=0}^t \ln \left( 1 - \frac{d_j}{n_j} \right) = \sum_{j=0}^t \ln(\hat{p}_i(t))$$

avec  $\hat{p}_i(t) = 1 - \hat{q}_i(t)$  où  $\hat{q}_i(t)$  est l'estimateur du taux de transition sur l'intervalle  $[j, j + 1]$ .

Par indépendance des  $(q(j))_{j=0,1,\dots,35}$  :

$$Var \left( \ln \left( \hat{S}_{KM}(t) \right) \right) = Var \left( \sum_{j=0}^t \ln(\hat{p}_i(t)) \right) = \sum_{j=0}^t Var \left( \sum_{j=0}^t \ln(\hat{p}_i(t)) \right) \quad (4.6)$$

D'après la propriété de normalité asymptotique de l'estimateur et en appliquant la delta-méthode avec la fonction  $f : x \mapsto \ln(x)$ , nous avons :

$$Var \left( \ln \left( \hat{S}_{KM}(t) \right) \right) = \frac{Var \left( \hat{S}_{KM}(t) \right)}{\left( \hat{S}_{KM}(t) \right)^2}$$

Aux anciennetés annuelles  $\tilde{x} \in \{\tilde{0}, \tilde{1}, \tilde{2}\}$  nous avons de même :

$$Var \left( \ln \left( \hat{S}_{KM}(\tilde{x}) \right) \right) = \frac{Var \left( \hat{S}_{KM}(\tilde{x}) \right)}{\left( \hat{S}_{KM}(\tilde{x}) \right)^2} \quad (4.7)$$

avec :

$$\begin{cases} \hat{S}_{KM}(\tilde{0}) = \hat{S}_{KM}(12 \text{ mois}) \\ \hat{S}_{KM}(\tilde{1}) = \hat{S}_{KM}(24 \text{ mois}) \\ \hat{S}_{KM}(\tilde{2}) = \hat{S}_{KM}(36 \text{ mois}) \end{cases}$$

En définissant  $\hat{p}_i(\tilde{x}) = 1 - \hat{q}_i(\tilde{x})$ , d'après l'équation (4.6) :

$$Var \left( \ln \left( \hat{S}_{KM}(\widetilde{x+1}) \right) \right) = Var \left( \sum_{\tilde{k}=0}^{\widetilde{x+1}} \ln \left( \hat{p}(\tilde{k}) \right) \right)$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} Var \left( \ln \left( \hat{p}(\widetilde{x+1}) \right) \right) &= Var \left( \ln \left( \hat{S}_{KM}(\widetilde{x+1}) \right) \right) - \sum_{\tilde{k}=0}^{\tilde{x}} Var \left( \ln \left( \hat{p}_i(\tilde{k}) \right) \right) \\ &= Var \left( \ln \left( \hat{S}_{KM}(\widetilde{x+1}) \right) \right) - Var \left( \ln \left( \hat{S}_{KM}(\tilde{x}) \right) \right) \end{aligned} \quad (4.8)$$

En notant  $(\sigma^{estim}(\tilde{x}))^2$  la variance de l'estimateur du taux de transition  $\hat{q}(\tilde{x})$ , nous avons :

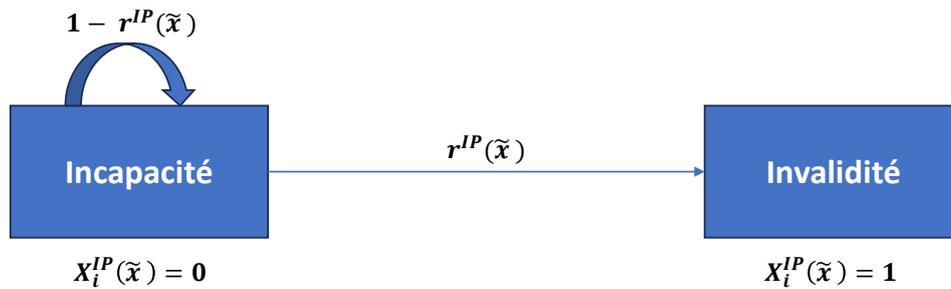
$$\begin{aligned} (\sigma^{estim}(\tilde{x}))^2 &= Var \left( \hat{q}(\tilde{x}) \right) \\ &= Var \left( \hat{p}(\tilde{x}) \right) \\ &= Var \left( e^{\ln(\hat{p}(\tilde{x}))} \right) \\ &= Var \left( \ln \left( \hat{p}(\tilde{x}) \right) \times \exp(2 \times \ln(\hat{p}(\tilde{x}))) \right), \text{ par la delta-méthode avec la fonction} \\ &\quad \mathbf{g : } x \mapsto \exp(x) \\ &= \left[ Var \left( \ln \left( \hat{S}_{KM}(\tilde{x}) \right) \right) - Var \left( \ln \left( \hat{S}_{KM}(\widetilde{x-1}) \right) \right) \right] \times (\hat{p}(\tilde{x}))^2, \text{ d'après} \\ &\quad \text{l'équation (4.8)} \end{aligned}$$

## 4.2.2 Méthode alternative simplifiée

Il s'agit d'une approche alternative à l'approche Kaplan-Meier qui permet d'avoir une nouvelle estimation des taux annuels de transition et de la variance de ces estimateurs. Elle est dite simplifiée car se base sur une taille de données plus réduite. En effet, elle ne nécessite que la connaissance du nombre de transition (de passage à l'invalidité ou de rétablissement) et de l'exposition en maintien en incapacité.

### L'estimateur du taux de transition

Notons  $N$ , le nombre total de sinistrés observés et  $\tilde{x} \in \{\tilde{0}, \tilde{1}, \tilde{2}\}$ , une des anciennetés annuelles en incapacité. Soit  $(X_i(\tilde{x}))_{i \in 1, \dots, N}$  une suite de variables aléatoires indépendantes, fonctions indicatrices, décrivant le phénomène de transition d'un sinistré  $i$  à l'ancienneté  $\tilde{x}$ . On distingue la variable  $X_i^{IP}(\tilde{x})$  caractérisant le passage en invalidité de l'assuré  $i$  et  $X_i^{RB}(\tilde{x})$  caractérisant son retour en bonne santé.



La variable  $X_i^{IP}(\tilde{x})$  peut prendre les valeurs :

$$X_i^{IP}(\tilde{x}) = \begin{cases} 0 & \text{si le sinistré reste en incapacité à l'ancienneté } \tilde{x} \text{ avec une probabilité } 1 - r^{IP}(\tilde{x}) \\ 1 & \text{si le sinistré passe en invalidité à l'ancienneté } \tilde{x} \text{ avec une probabilité } r^{IP}(\tilde{x}) \end{cases}$$

De même nous définissons la variable  $X_i^{RB}(\tilde{x})$  qui prend :

$$X_i^{RB}(\tilde{x}) = \begin{cases} 0 & \text{si le sinistré reste en incapacité à l'ancienneté } \tilde{x} \text{ avec une probabilité } 1 - r^{RB}(\tilde{x}) \\ 1 & \text{si le sinistré se rétablit à l'ancienneté } \tilde{x} \text{ avec une probabilité } r^{RB}(\tilde{x}) \end{cases}$$

Nous avons :

$$X_i^{IP}(\tilde{x}) \sim \text{ber}(r^{IP}(\tilde{x})) \quad \text{et} \quad X_i^{RB}(\tilde{x}) \sim \text{ber}(r^{RB}(\tilde{x}))$$

Considérant de façon arbitraire le cas du passage en invalidité, nous déterminons par la méthode du maximum de vraisemblance l'estimateur  $\hat{r}^{IP}(\tilde{x})$  associé au paramètre  $r^{IP}(\tilde{x})$  de la variable  $X_i^{IP}(\tilde{x})$ .

Soient  $n \in \mathbb{N}^*$  et  $(X_1^{IP}, \dots, X_n^{IP}) \stackrel{i.i.d}{\sim} \text{ber}(r^{IP}(\tilde{x}))$ .

Nous cherchons à maximiser la vraisemblance  $\mathcal{L}(x_1, \dots, x_n, r^{IP}(\tilde{x}))$  comme suit :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(x_1, \dots, x_n, r^{IP}(\tilde{x})) &= \prod_{i=1}^n (r^{IP}(\tilde{x}))^{x_i} (1 - r^{IP}(\tilde{x}))^{1-x_i} \\ \ln \mathcal{L}(x_1, \dots, x_n, r^{IP}(\tilde{x})) &= \sum_{i=1}^n x_i \ln(r^{IP}(\tilde{x})) + (1 - x_i) \ln(1 - r^{IP}(\tilde{x})) \\ \frac{\partial \mathcal{L}(x_1, \dots, x_n, r^{IP}(\tilde{x}))}{\partial r^{IP}(\tilde{x})} &= \sum_{i=1}^n x_i \frac{1}{r^{IP}(\tilde{x})} - (1 - x_i) \frac{1}{1 - r^{IP}(\tilde{x})} \end{aligned}$$

Par suite :

$$\frac{\partial \mathcal{L}(x_1, \dots, x_n, r^{IP}(\tilde{x}))}{\partial r^{IP}(\tilde{x})} = 0 \quad \implies \quad \hat{r}^{IP}(\tilde{x}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Notons par  $N(\tilde{x})$  l'exposition en incapacité définie comme le nombre de personne en maintien en incapacité à l'ancienneté annuelle  $\tilde{x}$ ,  $D^{IP}(\tilde{x})$  le nombre de sorties observées à l'ancienneté  $\tilde{x}$  pour cause d'invalidité et  $D^{RB}(\tilde{x})$  le nombre de sorties observées à l'ancienneté  $\tilde{x}$  suite au rétablissement. On a :

$$D^{IP}(\tilde{x}) = \sum_{i=1}^{N(\tilde{x})} X_i^{IP}(\tilde{x})$$

En reprenant  $n = N(\tilde{x})$ , nous pouvons estimer le taux de passage à l'invalidité par :

$$\hat{r}^{IP}(\tilde{x}) = \frac{1}{N(\tilde{x})} \sum_{i=1}^{N(\tilde{x})} x_i = \frac{D^{IP}(\tilde{x})}{N(\tilde{x})}$$

## Estimateur sans biais

Nous montrons que notre estimateur est estimateur sans biais.

En effet :

$$D^{IP}(\tilde{x}) = \sum_{i=1}^{N(\tilde{x})} X_i^{IP}(\tilde{x}) \sim \mathcal{Bin}(N(\tilde{x}), r^{IP}(\tilde{x}))$$

Par suite :

$$\begin{cases} \mathbb{E}(D^{IP}(\tilde{x})) = N(\tilde{x}) \times r^{IP}(\tilde{x}) \\ \text{Var}(D^{IP}(\tilde{x})) = N(\tilde{x}) \times r^{IP}(\tilde{x}) \times (1 - r^{IP}(\tilde{x})) \end{cases} \quad (4.9)$$

En notant  $\hat{r}^{IP}(\tilde{x})$  l'estimateur associé à  $r^{IP}(\tilde{x})$ , nous avons :

$$\hat{r}^{IP}(\tilde{x}) = \frac{D^{IP}(\tilde{x})}{N(\tilde{x})}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(r^{IP}(\tilde{x})) &= \mathbb{E}\left(\frac{D^{IP}(\tilde{x})}{N(\tilde{x})}\right) \\ &= \frac{\mathbb{E}(D^{IP}(\tilde{x}))}{N(\tilde{x})} \\ &= \frac{N(\tilde{x}) \times r^{IP}(\tilde{x})}{N(\tilde{x})}, \text{ d'après l'équation (4.9)} \\ &= r^{IP}(\tilde{x}) \end{aligned}$$

Alors il s'agit d'un estimateur sans biais du taux de transition.

## Variance de l'estimateur

Il s'agit de la variance liée à l'erreur d'estimation. Nous déduisons cette variance comme suit :

$$\begin{aligned} (\sigma^{estim}(\tilde{x}))^2 &= \text{Var}(\hat{r}^{IP}(\tilde{x})) \\ &= \frac{1}{(N(\tilde{x}))^2} \times \text{Var}(D^{IP}(\tilde{x})) \\ (\sigma^{estim}(\tilde{x}))^2 &= \frac{r^{IP}(\tilde{x}) \times (1 - r^{IP}(\tilde{x}))}{N(\tilde{x})}, \text{ d'après l'équation (4.9)} \end{aligned}$$

### Propriété asymptotique de l'estimateur des taux de transitions

Pour  $N(\tilde{x})$  assez grand, pour  $\mathbb{E}(D^{IP}(\tilde{x})) < \infty$  et  $\mathbb{E}[(D^{IP}(\tilde{x}))^2] < \infty$ , nous pouvons d'après le Théorème Central Limite (TCL) faire l'approximation suivante :

$$D^{IP}(\tilde{x}) \sim \text{Bin}(N(\tilde{x}), r^{IP}(\tilde{x})) \xrightarrow[N(\tilde{x}) \rightarrow +\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}\left(N(\tilde{x}) \times r^{IP}(\tilde{x}), \sqrt{N(\tilde{x}) \times r^{IP}(\tilde{x}) \times (1 - r^{IP}(\tilde{x}))}\right)$$

Par suite :

$$\hat{r}^{IP}(\tilde{x}) = \frac{D^{IP}(\tilde{x})}{N(\tilde{x})} \sim \mathcal{N}\left(r^{IP}(\tilde{x}), (\sigma^{estim}(\tilde{x}))^2\right)$$

### 4.2.3 Approche Bootstrap

Le Bootstrap est une méthodologie développée par BRADLEY Efron pour mesurer avec précision les propriétés d'un estimateur. Le terme "Bootstrap" vient de l'expression anglaise "to pull oneself up by one's Bootstraps" qui signifie faire quelque chose sans aide extérieure. De manière similaire, le Bootstrap utilise les données disponibles pour générer de nouveaux échantillons, permettant ainsi d'estimer la variabilité d'une statistique sans avoir besoin d'hypothèses complexes sur la distribution sous-jacente. Ainsi, il peut être mis en œuvre en construisant un certain nombre de ré-échantillons de l'ensemble de données observées. Il est important de noter que chacun des échantillons est obtenu par échantillonnage aléatoire avec remplacement à partir de l'ensemble de données d'origine.

Cette approche est couramment utilisée en recherche médicale où la taille de l'ensemble de données d'origine est relativement petite (UTZET et SANCHEZ, 1992 [23]), mais aussi en statistique (BRADLEY, 1981 [5] et BRADLEY et ROBERT, 1986 [6]). Dans notre cas, l'approche Bootstrap est une approche empirique qui vise à déterminer un estimateur du taux de transition en invalidité ou en rétablissement et sa variance. L'approche développée ci-dessous consiste en effet à définir une méthodologie des percentiles pour le calcul de l'intervalle de confiance des taux de transition, mais également à mettre en évidence une variance empirique.

#### Description théorique et estimation des taux de transition

Notons toujours  $N$ , le nombre total de sinistrés observés. Soit  $X = (x_1, x_2, \dots, x_N)$  nos données d'observations, avec  $x_i$  un vecteur de dimension supérieur ou égale à 1 représentant un sinistré et des informations associées comme sa *date de naissance*, la *date de survenance de l'incapacité*, la *date de passage en invalidité ou de retour en bonne santé*, etc.

Par l'approche Bootstrap, nous créons 5000 nouvelles bases de données  $(X^b)_{b \in \{1,2,\dots,5000\}}$  à partir de la base de données initiale  $X$ . Pour chaque base de données  $X^b = (x_1^b, x_2^b, \dots, x_N^b)$ , nous choisissons le sinistré  $x_i^b$  par tirage d'un sinistré parmi les données initiales  $(x_1, x_2, \dots, x_N)$ . En conséquence nous venons à réaliser  $N$  tirages aléatoires avec remise d'un sinistré parmi les  $N$  sinistrés de  $X$  pour constituer  $X^b$ .

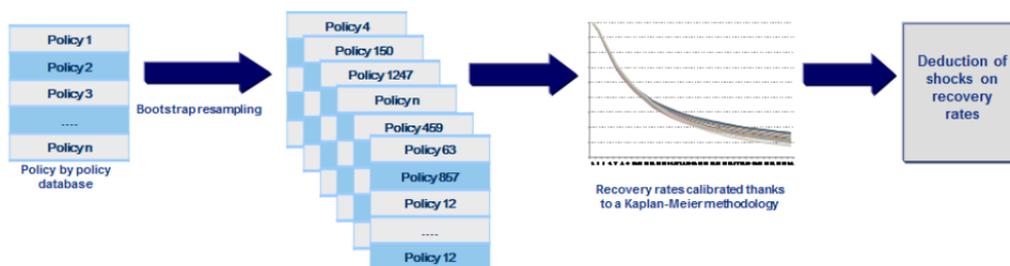


FIGURE 4.4 – Formulation de l'approche Bootstrap

Pour chaque base de données  $X^b$ , nous déterminons les taux de transition à ancienneté annuelle  $\tilde{x} \in \{\tilde{0}, \tilde{1}, \tilde{2}\}$  par l'approche Kaplan-Meier détaillé à la section 4.2.1. En notant  $\hat{S}_{KM}^b$  l'estimateur de Kaplan-Meier associé à la fonction de survie à la transition en invalidité ou en rétablissement et par  $\hat{q}_b$  l'estimateur du taux de transition, nous avons :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{q}_b(\tilde{0}) = 1 - \frac{\hat{S}_{KM}^b(12)}{\hat{S}_{KM}^b(0)} \\ \hat{q}_b(\tilde{1}) = 1 - \frac{\hat{S}_{KM}^b(24)}{\hat{S}_{KM}^b(12)} \\ \hat{q}_b(\tilde{2}) = 1 - \frac{\hat{S}_{KM}^b(36)}{\hat{S}_{KM}^b(24)} \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \hat{S}_{KM}^b(0) = 1$$

Enfin nous estimons le taux de transition par :

$$\hat{q}(\tilde{x}) = \mathbb{E}((\hat{q}_b(\tilde{x}))_{b=1,\dots,5000}) \quad (4.10)$$

### Variance de l'estimateur du taux de transition

Selon la nature de la transition nous déterminons un quantile à 99.5% (cas du passage en invalidité), 0.5% (cas du retour en bonne santé) sur la distribution des 5000 estimateurs de taux de

transition à ancienneté annuelle  $\tilde{x}$ . Nous les notons respectivement  $q^{IP,choque}(\tilde{x})$  et  $q^{RB,choque}(\tilde{x})$ . Il s'agit en effet des taux de transition choqués dans le cadre de la directive solvabilité II.

$$\begin{cases} \hat{q}^{IP,choque}(\tilde{x}) = q_{99.5\%}((\hat{q}_b^{IP}(\tilde{x}))_{b=1,\dots,5000}) \\ \hat{q}^{RB,choque}(\tilde{x}) = q_{0.5\%}((\hat{q}_b^{RB}(\tilde{x}))_{b=1,\dots,5000}) \end{cases} \quad (4.11)$$

L'approche Bootstrap est une approche non paramétrique, donc la variance empirique associée aux échantillons Bootstrap n'est pas une variance gaussienne. Néanmoins, il est possible de mettre en évidence l'erreur d'estimation grâce à la formule suivante :

$$\hat{q}^{IP,choque}(\tilde{x}) = \hat{q}_b^{IP}(\tilde{x}) + \sigma^{estim}(\tilde{x}) \times q_{99.5\%}(\mathcal{N}(0, 1))$$

d'où :

$$\sigma^{IP,estim}(\tilde{x}) = \frac{\hat{q}^{IP,choque}(\tilde{x}) - \hat{q}_b^{IP}(\tilde{x})}{q_{99.5\%}(\mathcal{N}(0, 1))} \quad (4.12)$$

Il en est de même pour  $\sigma^{RB,estim}(\tilde{x})$

### Convergence de l'estimateur et choix du nombre de simulations

Nous cherchons à déterminer la convergence de l'estimateur obtenu avec l'approche Bootstrap vers l'estimateur de la méthode sous-jacente de Kaplan-Meier sur laquelle se base chaque simulation. Pour cela, nous déterminons l'estimateur du Bootstrap et sa variance sur chaque nouvelle distribution obtenue après chaque cinquantaine de simulations supplémentaires. Nous présentons ci-après les résultats pour l'ancienneté 0.

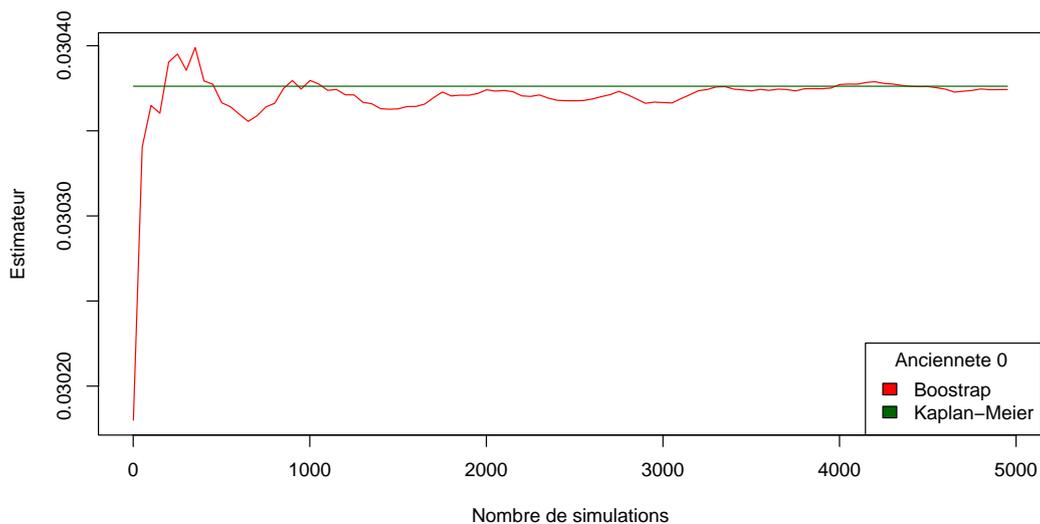


FIGURE 4.5 – Convergence de l'estimateur du taux de passage en invalidité

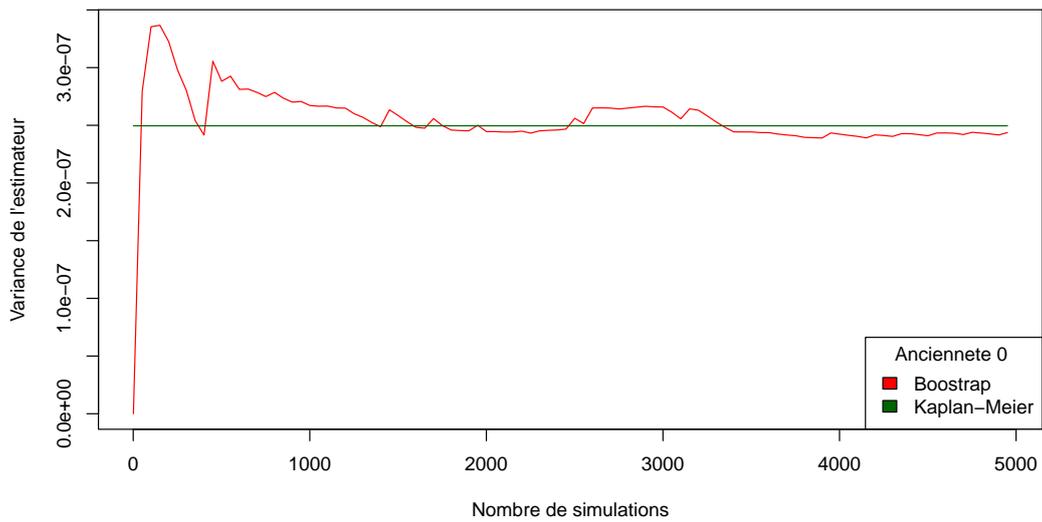


FIGURE 4.6 – Convergence de la variance de l’estimateur du taux de passage en invalidité

Dans la cas du passage en invalidité, nous remarquons une convergence vers l’estimateur de Kaplan-Meier à partir de 3500 simulations. Dans le cas du retour en bonne santé ci-après, la convergence de l’estimateur apparaît au delà de 3000 simulations.

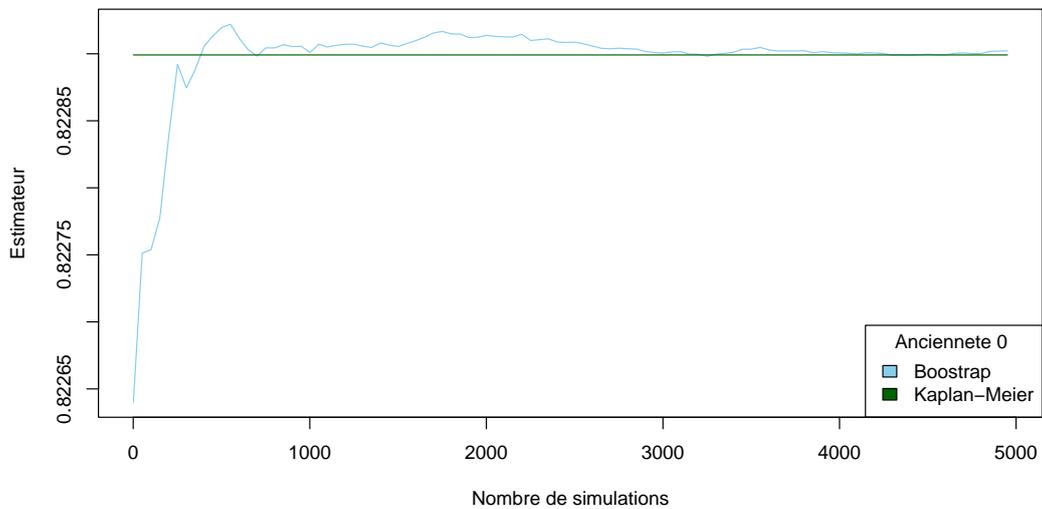


FIGURE 4.7 – Convergence de l’estimateur du taux de retour en bonne santé

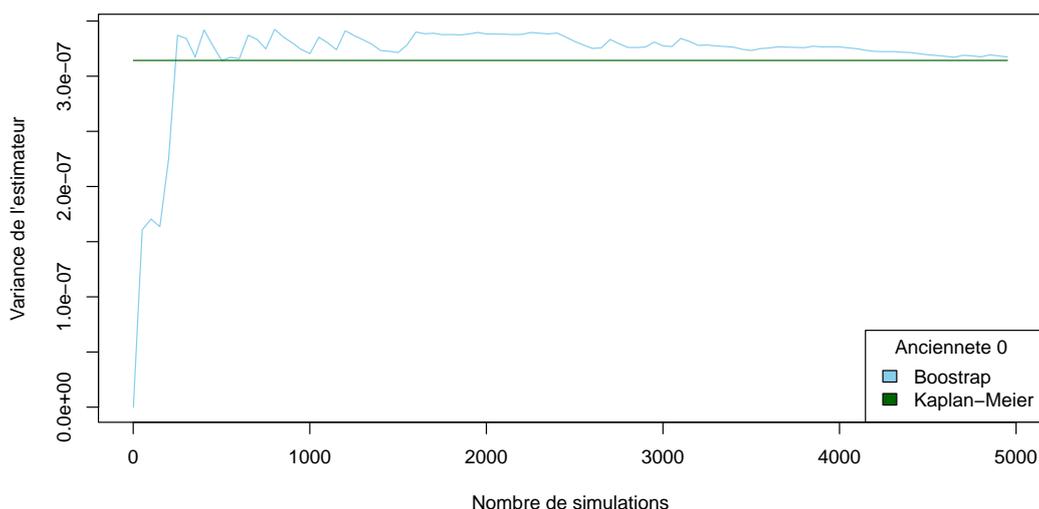


FIGURE 4.8 – Convergence de la variance de l’estimateur du taux de retour en bonne santé

Les figures 15, 17 , 19 et 21 illustrent les résultats similaires aux anciennetés de 1 an et 2 ans. Dans notre approche, nous avons choisi de retenir 5000 simulations.

#### 4.2.4 Résultats sur les estimateurs des taux de transition

Selon l’approche utilisée nous obtenons ces résultats sur les estimateurs des taux de transitions :

États	Méthodes	Anciennetés		
		$\tilde{0}$	$\tilde{1}$	$\tilde{2}$
Passage à l’invalidité	Approche Kaplan-Meier	3,04%	15,16%	83,3%
	Méthode simplifiée	0,83%	9,14%	45,97%
	Approche Bootstrap	3,04%	15,16%	83,29%
Retour en bonne santé	Approche Kaplan-Meier	82,15%	55,07%	57,45%
	Méthode simplifiée	80,35%	50,05%	45,02%
	Approche Bootstrap	82,29%	55,07%	57,45%

TABLE 4.1 – Taux de transition estimé pour le Passage en invalidité et le Retour en bonne santé

D’après ces résultats il apparaît, quelle que soit la nature de la transition que l’approche par l’estimateur de Kaplan-Meier et l’approche Bootstrap donnent les mêmes valeurs de l’estimateur. Cela s’explique par le fait que l’approche Bootstrap se fonde sur la méthode Kaplan-Meier en effectuant une moyenne de 5000 estimateurs de taux de transition estimés par cette méthode.

Par ailleurs les estimateurs obtenus par la méthode alternative simplifiée sont inférieurs à ceux des autres méthodes car il se base sur l’hypothèse forte selon laquelle *le nombre de sinistrés*

en maintien en incapacité à chaque ancienneté annuelle  $\tilde{x}$  est le nombre de sinistrés en maintien en incapacité au début de l'ancienneté  $\tilde{x}$ . Ainsi, cette hypothèse ne tient pas compte du fait qu'il survient à chaque ancienneté annuelle une décroissance de l'exposition en maintien en incapacité à mesure des anciennetés mensuelles. Dès lors le taux de transition est sous-estimé en conséquence de la surestimation du nombre de sinistrés en maintien en incapacité. Cette sous-estimation des taux de transition est plus visible dans le cas du passage en invalidité du fait de l'effectif faible de sinistrés passant en invalidité.

## 4.3 Détermination des chocs d'arrêt de travail

Le choc de passage en invalidité et le choc de retour en bonne résultent d'une erreur d'estimation et d'une erreur de processus.

### 4.3.1 Détermination du choc d'erreur d'estimation

Grâce aux taux de transition annuels estimés dans la section 4.2 et à la variance associée à ces estimateurs, nous déterminons un estimateur des taux de transition annuels choqués  $\hat{q}^{choque}(\tilde{x})$ . Le taux transition choqué étant défini, selon la nature de la transition considérée, comme le quantile à 99.5% ou à 0.5% sur la distribution des taux de transitions.

Par suite, nous déduisons le choc erreur d'estimation comme suit :

$$Choc^{err\ estim}(\tilde{x}) = \frac{\hat{q}^{choque}(\tilde{x}) - \hat{q}(\tilde{x})}{\hat{q}(\tilde{x})} \quad (4.13)$$

Dans le cas de l'approche Kaplan-Meier et de la méthode alternative à cette dernière approches nous utilisons les propriétés asymptotiques de l'estimateur des taux de transition comme déterminées dans les sections 4.2.1 et 4.2.2. Pour cela nous utilisons un quantile à 99.5% de la loi  $\mathcal{N}(0, 1)$  dans le cas du passage à l'invalidité et un quantile à 0.5% de la loi  $\mathcal{N}(0, 1)$  dans le cas du retour en bonne santé :

$$\begin{cases} \hat{q}^{IP,choque}(\tilde{x}) = \hat{q}^{IP}(\tilde{x}) + \sigma^{estim}(\tilde{x}) \times q_{99.5\%}(\mathcal{N}(0, 1)) \\ \hat{q}^{RB,choque}(\tilde{x}) = \hat{q}^{RB}(\tilde{x}) + \sigma^{estim}(\tilde{x}) \times q_{0.5\%}(\mathcal{N}(0, 1)) \end{cases}$$

Dans le cas de l'approche Bootstrap nous utilisons le taux de transition choqué tel que déterminé à l'équation (4.11).

### 4.3.2 Calibration du choc d'erreur de processus

L'erreur de processus traduit l'évolution des taux de transition annuels sur un horizon temporel (ici *Novembre 2013 à Décembre 2022*) permettant de saisir le risque de changement de tendance dans l'évolution de ces taux. Pour ce faire nous construisons une exposition en incapacité à chaque année d'observation  $a$  appartenant à la période  $\{2013, 2014, \dots, 2022\}$ .

Notons toujours par  $N(\tilde{x})$  l'exposition en maintien en incapacité à l'ancienneté annuelle  $\tilde{x} \in \{\tilde{0}, \tilde{1}, \tilde{2}\}$ , le nombre total de sinistrés observés et par  $u$  l'âge à la survenance de l'incapacité. Pour chaque ancienneté  $\tilde{x}$ , nous définissons les variables, fonctions indicatrices, suivantes pour chaque sinistré  $i_{\tilde{x}} \in \{1, 2, \dots, N(\tilde{x})\}$  :

$$— E_{i_{\tilde{x}}}(a, u) = \begin{cases} 0 & \text{si le sinistré } i_{\tilde{x}} \text{ à l'âge } u \text{ est en incapacité sur une partie de l'année } a \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$— \delta_{i_{\tilde{x}}}^{IP}(a, u) = \begin{cases} 0 & \text{si le sinistré } i_{\tilde{x}} \text{ à l'âge } u \text{ passe en invalidité au cours de l'année } a \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$— \delta_{i_{\tilde{x}}}^{RB}(a, u) = \begin{cases} 0 & \text{si le sinistré } i_{\tilde{x}} \text{ à l'âge } u \text{ retourne en bonne santé au cours de l'année } a \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

Pour l'année d'exposition  $a$  et pour les sinistrés d'âge de survenance  $u$  et d'ancienneté  $\tilde{x}$ , nous déterminons  $E_{\tilde{x}}(a, u)$  l'exposition en incapacité,  $D_{\tilde{x}}^{IP}(a, u)$  le nombre de passages en invalidité,  $D_{\tilde{x}}^{RB}(a, u)$  le nombre de rétablissements,  $\lambda_{\tilde{x}}^{IP}(a, u)$  le taux de passage en invalidité et  $\lambda_{\tilde{x}}^{RB}(a, u)$  le taux de rétablissement par :

$$E_{\tilde{x}}(a, u) = \sum_{i_{\tilde{x}}=1}^{N(\tilde{x})} E_{i_{\tilde{x}}}(a, u)$$

$$D_{\tilde{x}}^{IP}(a, u) = \sum_{i_{\tilde{x}}=1}^{N(\tilde{x})} E_{i_{\tilde{x}}}(a, u) \times \delta_{i_{\tilde{x}}}^{IP}(a, u)$$

$$D_{\tilde{x}}^{RB}(a, u) = \sum_{i_{\tilde{x}}=1}^{N(\tilde{x})} E_{i_{\tilde{x}}}(a, u) \times \delta_{i_{\tilde{x}}}^{RB}(a, u)$$

L'exposition sur l'année 2013 ne couvrant que les mois de Décembre à Novembre nous observons des nombres de transitions valant 0 dans la majorité des cas. Pour éviter de biaiser la tendance de nos taux de transitions annuelles nous ne tiendrons pas compte cette année d'exposition.

Nous calculons les taux de transition lissés  $\lambda_{\tilde{x}}^{IP}(a, u)$  et  $\lambda_{\tilde{x}}^{RB}(a, u)$  déterminés pour  $a \in \{2015, \dots, 2022\}$  par une moyenne mobile d'ordre 2 :

$$\lambda_{\tilde{x}}^{IP}(a, u) = \frac{D_{\tilde{x}}^{IP}(a-1, u) + D_{\tilde{x}}^{IP}(a, u)}{E_{\tilde{x}}(a-1, u) + E_{\tilde{x}}(a, u)}$$

De même pour  $\lambda_{\tilde{x}}^{RB}(a, u)$ .

En faisant une *mise en as-if* du nombre de transition de l'année  $a$ , nous rapportons cet effectif à l'exposition de la dernière année  $d = 2022$  et calculons les taux de transition annuels pour les sinistrés d'ancienneté  $\tilde{x}$  comme suit :

$$\tau_{\tilde{x}}^{IP}(a) = \frac{\sum_u \lambda_{\tilde{x}}^{IP}(a, u) \times E_{\tilde{x}}(d, u)}{\sum_u E_{\tilde{x}}(d, u)}$$

De même pour  $\tau_{\tilde{x}}^{RB}(a)$ .

Par suite nous déterminons la série des taux d'évolutions relatives de ces taux de transitions annuelles  $\left( \frac{\tau_{\tilde{x}}(a+1)}{\tau_{\tilde{x}}(a)} - 1 \right)_{a \in \{2015+\tilde{x}, \dots, 2021\}}$ .

En définissant par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_{\tilde{x}} = \mathbb{E} \left( \frac{\tau_{\tilde{x}}(a+1)}{\tau_{\tilde{x}}(a)} - 1 \right)_a, \text{ l'espérance de cette dernière série et} \\ \Delta_{\tilde{x}} = \sqrt{Var \left( \frac{\tau_{\tilde{x}}(a+1)}{\tau_{\tilde{x}}(a)} - 1 \right)_a}, \text{ son écart type} \end{array} \right.$$

nous déterminons, sous l'erreur de processus,  $\mu^{process}(\tilde{x})$  l'espérance de l'estimateur des taux de transition à ancienneté annuelle  $\tilde{x}$  et son écart type  $\sigma^{process}(\tilde{x})$  :

$$\begin{cases} \mu^{IP,process}(\tilde{x}) = \eta_{\tilde{x}}^{IP} \times q^{IP}(\tilde{x}) \\ \sigma^{IP,process}(\tilde{x}) = \Delta_{\tilde{x}}^{IP} \times q^{IP}(\tilde{x}) \end{cases} \quad (4.14)$$

Il en est de même pour  $\mu^{RB,process}(\tilde{x})$  et  $\sigma^{RB,process}(\tilde{x})$ .

Ces étapes pour calculer les paramètres  $\mu^{process}(\tilde{x})$  et  $\sigma^{process}(\tilde{x})$  de l'erreur de processus sont résumées dans le schéma ci-après. On considère le cas du passage à l'invalidité.

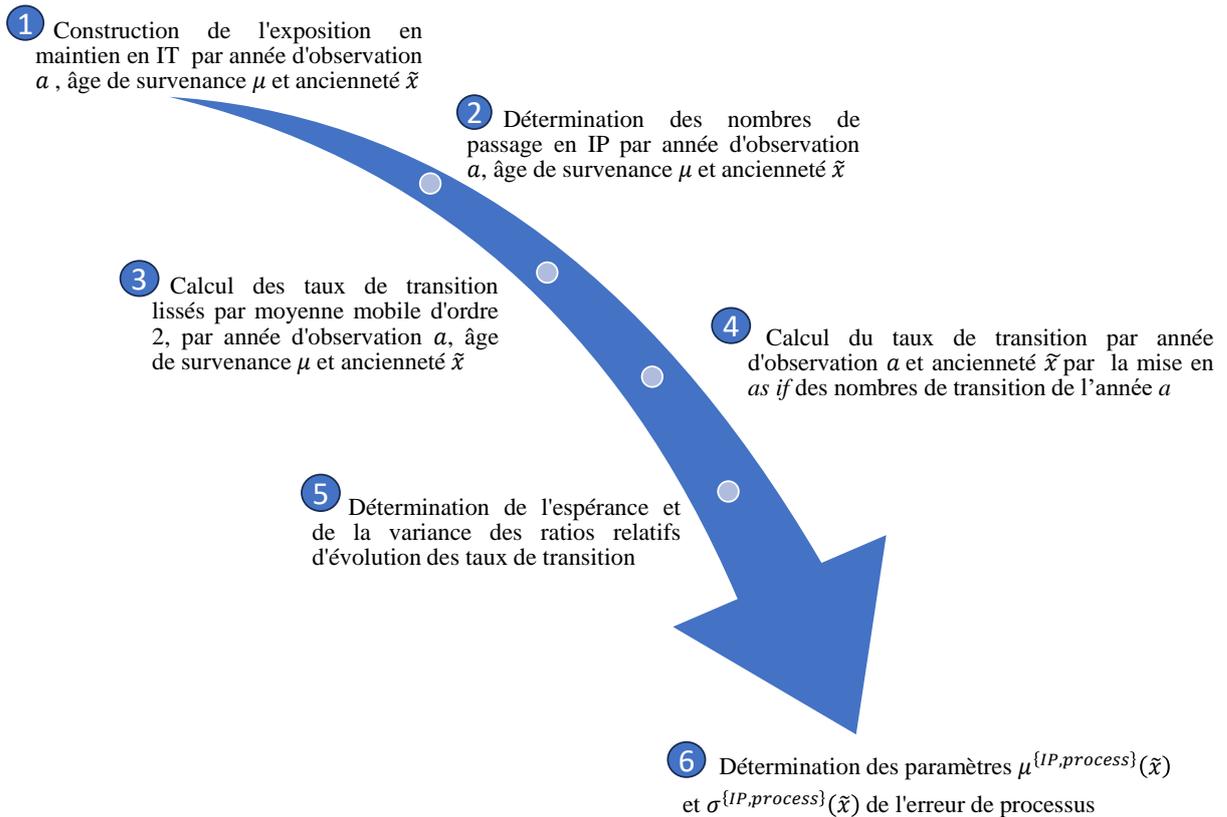


FIGURE 4.9 – Etapes de détermination des paramètres de l'erreur de processus

Comme dans le cas du choc sous l'erreur d'estimation détaillé la section 4.3.1 nous venons à déterminer le choc sous l'erreur de processus comme :

$$Choc^{err\ process}(\tilde{x}) = \frac{\hat{q}^{choque}(\tilde{x}) - \hat{q}(\tilde{x})}{\hat{q}(\tilde{x})} \quad (4.15)$$

Pour les trois méthodes d'estimation du taux de transition nous déterminons le taux de transition choqué comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{q}^{IP,choque}(\tilde{x}) = \hat{q}^{IP}(\tilde{x}) + \mu^{IP,process}(\tilde{x}) + \sigma^{process}(\tilde{x}) \times q_{99.5\%}(\mathcal{N}(0, 1)) \\ \hat{q}^{RB,choque}(\tilde{x}) = \hat{q}^{RB}(\tilde{x}) + \mu^{RB,process}(\tilde{x}) + \sigma^{process}(\tilde{x}) \times q_{0.5\%}(\mathcal{N}(0, 1)) \end{array} \right.$$

### 4.3.3 Détermination du choc global

#### Méthodologie

D'après la modélisation du taux de transition à l'équation (4.2), nous venons à déterminer le choc global sous l'erreur d'estimation et l'erreur de processus par un quantile à 99.5% de la loi  $\mathcal{N}(0, 1)$  dans le cas du passage à l'invalidité et un quantile à 0.5% de la loi  $\mathcal{N}(0, 1)$  dans le cas du retour en bonne santé :

$$Choc(\tilde{x}) = \frac{\hat{q}^{choque}(\tilde{x}) - \hat{q}(\tilde{x})}{\hat{q}(\tilde{x})} \quad (4.16)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{q}^{IP,choque}(\tilde{x}) = \hat{q}^{IP}(\tilde{x}) + \mu^{IP,process}(\tilde{x}) + q_{99.5\%}(\mathcal{N}(0, 1)) \times \sqrt{(\sigma^{process}(\tilde{x}))^2 + (\sigma^{estim}(\tilde{x}))^2} \\ \hat{q}^{RB,choque}(\tilde{x}) = \hat{q}^{RB}(\tilde{x}) + \mu^{RB,process}(\tilde{x}) + q_{0.5\%}(\mathcal{N}(0, 1)) \times \sqrt{(\sigma^{process}(\tilde{x}))^2 + (\sigma^{estim}(\tilde{x}))^2} \end{array} \right.$$

#### Résultats

Selon l'approche utilisée nous obtenons ces résultats sur les chocs incapacité-invalidité :

États	Méthodes	Anciennetés		
		$\tilde{0}$	$\tilde{1}$	$\tilde{2}$
Passage à l'invalidité	Approche Kaplan-Meier	51, 42%	35, 07%	84, 07%
	Méthode simplifiée	51, 41%	35, 07%	84, 09%
	Approche Bootstrap	51, 42%	35, 07%	84, 07%
Retour en bonne santé	Approche Kaplan-Meier	-4, 21%	-15, 79%	-53, 42%
	Méthode simplifiée	-4, 21%	-15, 79%	-53, 43%
	Approche Bootstrap	-4, 21%	-15, 80%	-53, 43%

TABLE 4.2 – Chocs Incapacité-Invalidité selon la méthode de calibrage

Il apparaît, quelle que soit la nature de la transition, que les trois méthodes donnent des résultats très proches. Cela s'explique par les valeurs très faibles de la variance de l'erreur d'estimation.

Par arrondi nous obtenons les valeurs suivantes pour les chocs incapacité-invalidité. Ce sont ces valeurs que nous utilisons à la section 4.5.2 pour le calcul du STEC Réserve incapacité-invalidité.

États	Anciennetés		
	$\tilde{0}$	$\tilde{1}$	$\tilde{2}$
Passage à l'invalidité	46%	16%	26%
Retour en bonne santé	-6%	-9%	-9%

TABLE 4.3 – Chocs Incapacité-Invalidité

## 4.4 Comparaison des méthodes d'estimation

En raison de leurs spécificités, les méthodes d'estimations de taux de transitions ne présentent pas les mêmes avantages et limites, d'où la comparaison suivante :

Critères	Méthodes	Description
Données utilisées	Kaplan-Meier	La base de données fournie par police doit être suffisamment grande. En effet, étant données les hypothèses sur lesquelles les développements techniques sont fondés, c'est-à-dire la propriété asymptotique gaussienne de l'estimateur, une vaste base de données police par police est nécessaire.
	Méthode alternative simplifiée	De même, la base de données à partir de laquelle les taux de transition sont calculés doit être grande pour garantir la propriété asymptotique gaussienne de l'estimateur de Maximum de vraisemblance
	Bootstrap	Contrairement à l'approche classique de Kaplan-Meier, la base de données police par police n'a pas besoin d'être grande car l'approche du Bootstrap ne repose pas sur la propriété asymptotique gaussienne. Par conséquent, la taille de la base de données n'a pas d'importance et la méthode semble particulièrement adaptée pour les échantillons de petite taille.
Facilité de mise en place	Kaplan-Meier	Les taux de transition stressés ne peuvent être déduits qu'une fois le calcul de la variance effectué (à travers l'approche de Greenwood). Le calcul de la variance (Greenwood) n'est pas instantané, par conséquent le calcul du choc n'est pas direct. Cependant, même s'il n'est pas instantané, le temps de calcul est très court.
	Méthode alternative simplifiée	De même, les taux de transition ne peuvent être déduits qu'une fois le calcul de la variance effectué au travers de la simplification binomiale. Par ailleurs, le calcul de la variance et donc du choc sur les taux de transition est instantané.
	Bootstrap	Selon la taille de l'échantillon considéré et le nombre de simulation, le temps de calcul peut varier. Cependant, même si le calcul des estimateurs des taux de transition et de leurs variances n'est pas instantané, le temps de calcul reste court lorsque la méthodologie est appliquée sur de petits échantillons.

Gouvernance	Kaplan-Meier	Elle peut être qualifiée de complexe car repose sur une approche non paramétrique qui nécessite des connaissances scientifiques sur les modèles de durée. Néanmoins, cette approche est assez courante dans les articles scientifiques ( <a href="#">BRADLEY et ROBERT, 1986, [6]</a> ) et assez couramment utilisée par les assureurs et les réassureurs ( <a href="#">DOMECQ et LANGJAHR, 2013, [10]</a> ).
	Méthode alternative simplifiée	Le niveau de sophistication est assez simple car repose uniquement sur deux informations : l'estimateur du taux de transition et l'exposition.
	Bootstrap	Elle est complexe car repose sur l'approche non paramétrique de Kaplan-Meier et nécessite des connaissances théoriques et pratiques en simulation de variables aléatoires. L'auditabilité du modèle n'est pas directe car les résultats dépendent de divers paramètres définis dans la méthodologie notamment le nombre d'itérations de Bootstrap.

TABLE 4.4 – Comparaison des méthodes d'estimations

## 4.5 Impact quantitatif sur le STEC Réserve incapacité-invalidité

Notre objectif est de déterminer le STEC en s'appuyant sur la modélisation tête par tête des rentes incapacité-invalidité faite dans le modèle interne d'AXA France. Pour simplifier la notation tout au long de la suite de ce chapitre, on notera le *STEC Réserve incapacité-invalidité* avec la notation simplifiée en *STEC*, car il n'y a pas motif à mélanger plusieurs notations sachant qu'on ne calcule qu'une seule donnée de ce type.

### 4.5.1 Choix des tables des provisionnement

Nous avons le choix entre les tables réglementaires de provisionnement de la BCAC (*Table BCAC 2010*[18]) et les tables d'expérience d'AXA France et cherchons à déterminer la table qui surestime les provisions pour le maintien en incapacité et l'invalidité en attente.

Pour ce faire, nous calculons ces provisions aux différents âges de survenance de l'arrêt de travail (entre 0 à 75 ans) et à différentes anciennetés (entre 0 et 35 mois).

Nous considérons les contrats de rentes d'incapacité temporaire de travail et d'invalidité en attente suivant (en reprenant les notations de la section 1.3.4 sur le calcul des provisions mathématiques) :

- $R^{Incap} = 1$  Euro : Montant de la rente mensuelle d'incapacité
- $R^{Inval} = 1$  Euro : Montant de la rente annuelle d'incapacité
- $i = 0.5\%$  : Taux technique d'actualisation annuelle (choisi par les équipes d'inventaires)
- Les rentes sont versées à la fin de chaque mois ou de chaque année selon la périodicité des versements
- L'âge terme garanti pour l'incapacité temporaire et l'invalidité en attente est de 75 ans

A l'âge de survenance de 40 ans (*l'âge de survenance moyen du portefeuille est de 42.7 ans*) nous obtenons ces résultats ci-après. Les résultats aux âges références de 20, 30, 50 et 60 ans sont présentés en annexes.

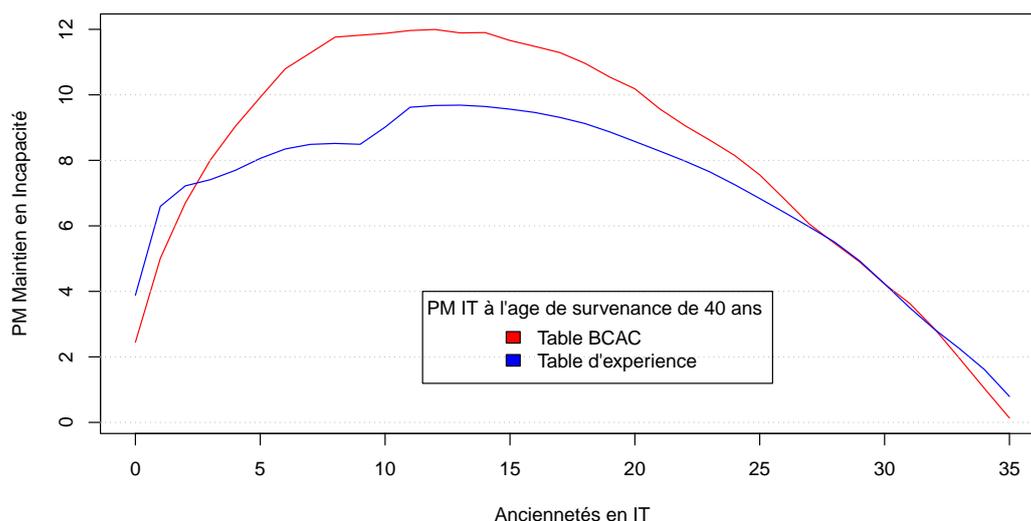


FIGURE 4.10 – Provisions de maintien en incapacité à l'âge de survenance de 40 ans

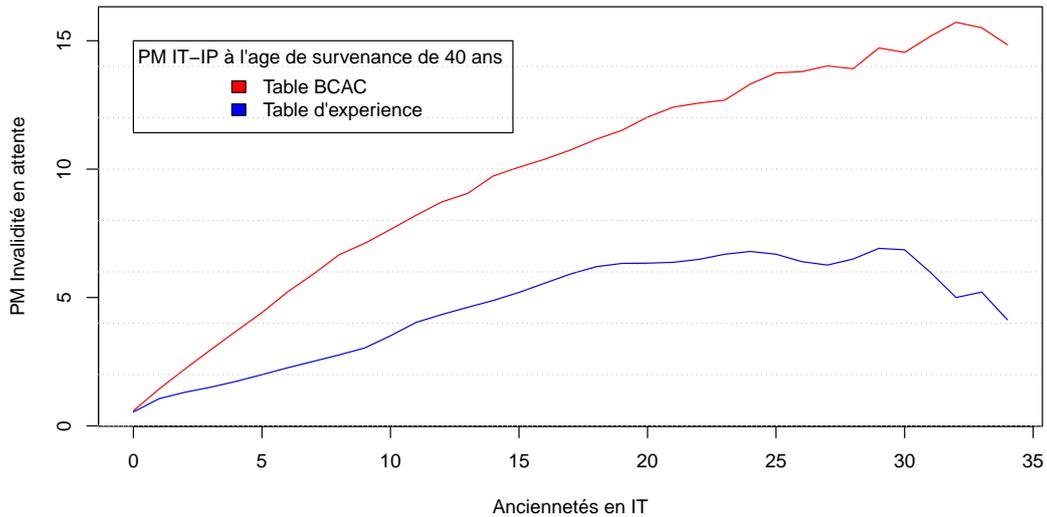


FIGURE 4.11 – Provisions d’invalidité en attente à l’âge de survenance de 40 ans

De l’analyse de ces figures, il en ressort que les tables de provisionnement de la BCAC fournissent des  $PM$  plus élevés pour le maintien en incapacité et l’invalidité en attente. Par principe de prudence nous retenons ces dernières pour l’estimation du STEC. Par ailleurs, ce sont ces tables qui sont utilisées à ce jour au sein du modèle interne S2 II de la prévoyance collective d’AXA France pour l’écoulement des provisions Best Estimate au titre des rentes d’incapacité, d’invalidité en attente et d’invalidité permanente. En utilisant ces tables nous nous alignons avec le scénario Best Case pour l’écoulement des provisions mathématiques en scénarios stressés.

#### 4.5.2 Tables de provisionnement choquées

Nous appliquons aux tables BCAC 2010 les chocs de passage à l’invalidité et de retour en bonne santé déterminés à la section 4.3.3 afin d’obtenir de nouvelles tables de provisionnement. Pour rappel, comme détaillé à la section 1.3.3, nous avons à notre disposition la table BCAC de maintien en incapacité et celle de passage en invalidité. Sur la base de ces tables nous déterminons des effectifs de retour en bonne santé à l’âge de survenance  $x$  et à l’ancienneté  $k$  comme suit :

$$d^{IT-RB}(x, k) = l^{IT}(x, k) - l^{IT}(x, k + 1) - d^{IT-IP}(x, k)$$

Par suite, les chocs sont appliqués aux effectifs de passage en invalidité et de rétablissements :

$$d^{IT-RB, choc}(x, k) = d^{IT-RB}(x, k) \times (1 + choc)$$

avec

$$choc = \begin{cases} choc(\tilde{0}), & \text{pour } k < 12 \text{ mois} \\ choc(\tilde{1}), & \text{pour } 12 \text{ mois} \leq k < 24 \text{ mois} \\ choc(\tilde{2}), & \text{pour } 24 \text{ mois} \leq k < 36 \text{ mois} \end{cases}$$

Il en est de même pour les effectifs de passage en invalidité.

Les effectifs de maintien en incapacité choqués sont dès lors obtenus comme suit :

$$l^{IT, choc}(x, k + 1) = l^{IT, choc}(x, k) - d^{IT-IP, choc}(x, k) - d^{IT-RB, choc}(x, k)$$

avec  $l^{IT, choc}(x, 0) = l^{IT}(x, 0) = 10\,000$

Nous illustrons ces résultats par le tracé des lois de maintien en incapacité et de passage en invalidité à l'âge de survénance moyen du portefeuille (42 ans) :

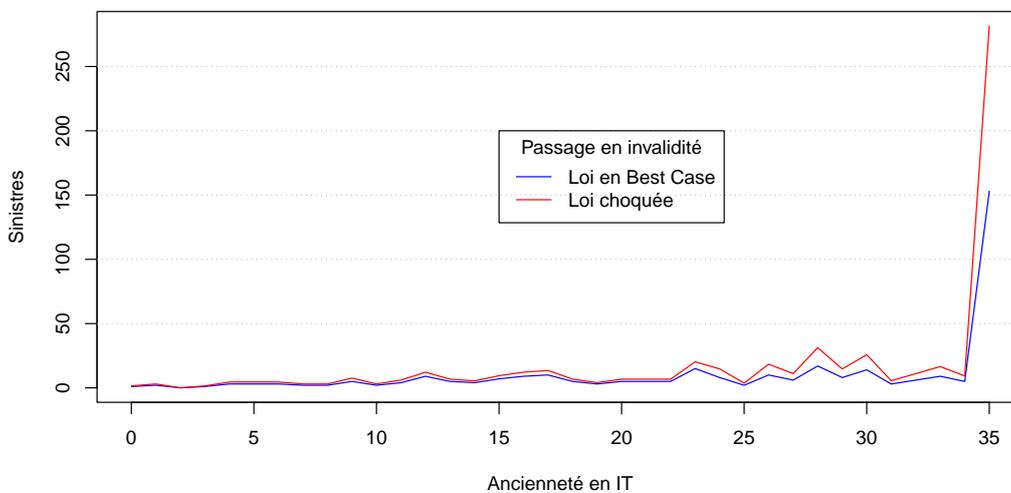


FIGURE 4.12 – Comparaison des lois de passage en invalidité Base Case et Choquée

Malgré un choc de passage à l'invalidité plus élevé à l'ancienneté  $\tilde{0}$  qu'à  $\tilde{1}$ , nous remarquons un écart entre les lois qui est moins important à l'ancienneté  $\tilde{0}$  qu'à  $\tilde{1}$ . Ceci s'explique par les effectifs de passage en invalidité très faibles (quasiment nuls) aux 12 premières anciennetés mensuelles. Les plus grands écarts entre les deux lois apparaissent à l'ancienneté  $\tilde{2}$  où la plupart des passages en invalidité s'effectue (comme illustré à la figure 3.7 de la section 3.2 sur les statistiques descriptives).

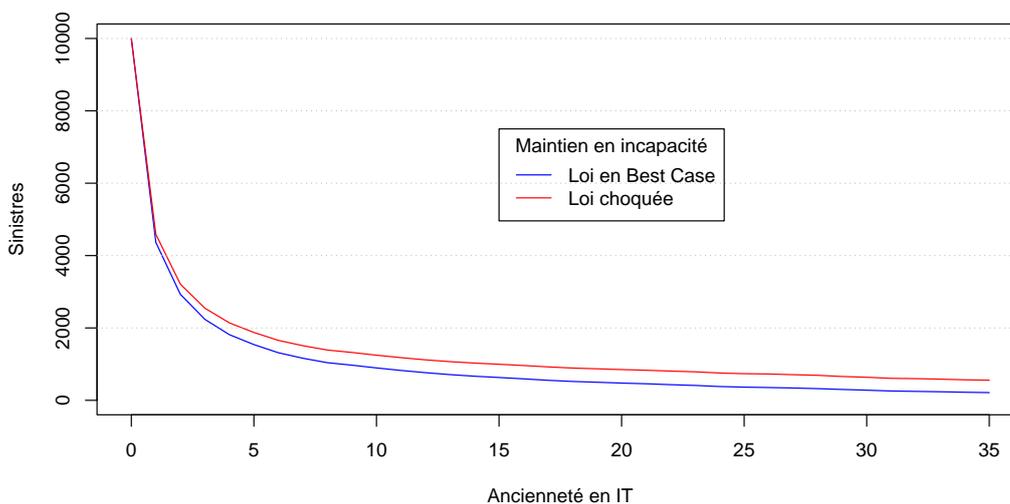


FIGURE 4.13 – Comparaison des lois de maintien Base Case et Choquée

Nous observons dans les deux cas (le maintien en incapacité et le passage en invalidité) des effectifs de la loi choquée qui sont, à chaque ancienneté mensuelle, supérieurs aux effectifs de la loi en scénarios « 2Base Case ».

### 4.5.3 Analyse du profil des assurés

L'objectif est d'avoir la proportion en PM que représente chaque MP utilisé pour le calcul des provisions mathématiques brutes au titre des rentes d'incapacité et d'invalidité en attente d'assurance directe à la fin de l'année 2022. Ces provisions s'estiment à 444,6 millions d'euros.

Le MP représentant les assurés d'âges moyen à la survenance de 47 ans et de l'ancienneté en incapacité de 19 mois est le plus représentatif au sein du portefeuille. Sa contribution aux provisions est de 19.26%.

---

2. Situations avant l'application des chocs incapacité-invalidité

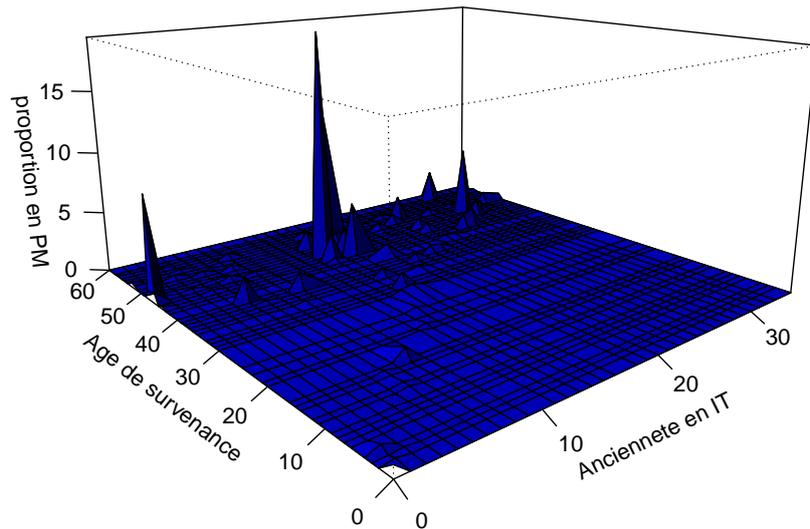


FIGURE 4.14 – Proportions contributives de chaque MP aux provisions à FY2022

Par ailleurs, les MP dans l'âge adulte, notamment entre [44 ans – 53 ans] , sont les plus représentatifs. Cette forte contribution aux provisions traduit un montant élevé d'indemnités d'arrêt de travail à verser à cette classe de travailleurs. En effet, il s'agit de la catégorie des travailleurs ayant une expérience professionnelle solide et une maturité professionnelle accrue. Ce résultat rejoint l'analyse des survénances de sinistres d'incapacité selon l'âge (cf. la figure 3.1 ) qui a révélé que cette population fait partie de la classe des actifs les plus exposés au risque arrêt de travail.

#### 4.5.4 Méthodologie de calcul du STEC

Nous nous ramenons à la méthode de calcul du STEC illustré à la figure 2.9 du chapitre 2. Il s'agit de :

- Calculer des provisions mathématiques en Best Estimate au titre des rentes d'incapacité et d'invalidité en attente :

Nous notons par  $MP_i$  un Model Point du modèle interne. Désignons respectivement par  $x_i$  et  $t_i$  l'âge moyen d'entrée en incapacité et l'ancienneté moyenne passée dans cet état. Ils sont obtenus par moyenne pondéré sur les paramètres d'âge d'entrée et d'ancienneté de chaque contrat d'assurance ayant permis de construire le Model Point. Nous venons à estimer les engagements Best Estimate par :

$$\begin{aligned}
BEL_{avant\ choc} &= \sum_{MP_i} PM^{IT}(x_i, t_i) + PM^{IT-IP}(x_i, t_i) \\
&= \sum_{MP_i} R_i^{Incap} \times \underbrace{\sum_{k=t_i+1}^{35} \frac{l^{IT}(x_i, k)}{l^{IT}(x_i, t_i)} \times \left(\frac{1}{1+i}\right)^{\frac{k-t_i}{12}}}_{PM^{IT}(x_i, t_i)} + \\
&\quad \underbrace{\sum_{MP_i} R_i^{Inval} \times \sum_{k=t_i+1}^{35} \frac{l^{IT}(x_i, k)}{l^{IT}(x_i, t_i)} \times \left(\frac{1}{1+i}\right)^{\frac{k-t_i}{12}} \times \frac{d^{IT-IP}(x_i, k)}{l^{IT}(x_i, k)} \times PM^{IP}(x_i + \frac{k}{12}, 0)}_{PM^{IT-IP}(x_i, t_i)}
\end{aligned}$$

— Appliquer les chocs calculés (4.3.3) à ces provisions mathématiques :

$$\begin{aligned}
BEL_{après\ choc} &= \sum_{MP_i} PM^{IT, choc}(x_i, t_i) + PM^{IT-IP, choc}(x_i, t_i) \\
&= \sum_{MP_i} R_i^{Incap} \times \underbrace{\sum_{k=t_i+1}^{35} \frac{l^{IT, choc}(x_i, k)}{l^{IT, choc}(x_i, t_i)} \times \left(\frac{1}{1+i}\right)^{\frac{k-t_i}{12}}}_{PM^{IT, choc}(x_i, t_i)} + \\
&\quad \underbrace{\sum_{MP_i} R_i^{Inval} \times \sum_{k=t_i+1}^{35} \frac{l^{IT, choc}(x_i, k)}{l^{IT, choc}(x_i, t_i)} \times \left(\frac{1}{1+i}\right)^{\frac{k-t_i}{12}} \times \frac{d^{IT-IP, choc}(x_i, k)}{l^{IT, choc}(x_i, k)} \times PM^{IP}(x_i + \frac{k}{12}, 0)}_{PM^{IT-IP, choc}(x_i, t_i)}
\end{aligned}$$

— Dédire le *STEC* :

$$STEC = BEL_{après\ choc} - BEL_{avant\ choc}$$

#### 4.5.5 Résultats sur le *STEC*

En se basant sur les méthodologies explicitées aux sections 4.5.4 et 2.2.4, nous estimons le *STEC* selon quatre approches : l'application de la formule standard de calcul du SCR incapacité-invalidité, l'application des chocs incapacité-invalidité proposés par le groupe AXA, en plus de l'application de l'approche Non-Vie actuellement utilisée et enfin l'application des chocs locaux déterminés par notre approche Vie. Les résultats de ces méthodologies sont consignés ci-après :

Méthodologies	Nature des chocs	Anciennetés			STEC (en euros)
		$\tilde{0}$	$\tilde{1}$	$\tilde{2}$	
Formule standard SII	Passage à l'invalidité	35%	25%	25%	56,896 Millions
	Retour en bonne santé	-20%	-20%	-20%	
Approche Groupe	Passage à l'invalidité	25%	25%	25%	38,095 Millions
	Retour en bonne santé	-25%	-25%	-25%	
Approche Non-Vie	Choc Réserve	7,05% ( <i>sans ancienneté</i> )			31,341 Millions
Approche Vie	Passage à l'invalidité	46%	16%	26%	14,667 Millions
	Retour en bonne santé	-6%	-9%	-9%	

TABLE 4.5 – STEC calculé par différentes approches

La formule standard requiert plus d'exigence en capital à pourvoir par l'assureur. Elle est plus prudente que l'approche modèle interne recommandée par le Groupe AXA à ses entités,<sup>3</sup> l'approche Non-Vie actuellement appliquée et l'approche Vie nouvellement mise en place. Les chocs recommandés par la formule standard ne reflète pas de manière adéquate le risque arrêt de travail auquel sont confrontés les assurés de notre portefeuille d'arrêt de travail. Appliquer notre approche locale permettrait de mieux cerner la valeur de l'exigence en capital.

En comparaison à l'approche Non-Vie, la calibration locale fait baisser l'exigence en capital de plus de 60%. Nous sommes en faveur des chocs incapacité-invalidité granulaire par ancienneté. Les avantages de l'utilisation d'une approche Vie adaptée au portefeuille d'arrêts de travail semblent évidents car la charge en capital des entités est plus faible et plus appropriée aux risques couverts au sein du portefeuille. En permettant de libérer une charge de capital à l'avenir pour le portefeuille actuel, cette approche a un impact direct sur le binôme rentabilité-risque. Par ailleurs le coût de la mise en place de cette calibration reste limité car le modèle interne de la prévoyance collective d'AXA France dispose déjà d'une approche tête par tête pour l'écoulement des provisions Best Estimate en fonction de l'âge de survenance et de l'ancienneté des sinistres.

3. Le choc réserve de 7,05% est un choc S/P défini à la section 2.2.4. Il est appliqué aux provisions techniques BEL et ne tient pas compte de l'ancienneté en comparaison à l'approche Vie

# Conclusion

Ce mémoire nous a permis d'analyser le risque incapacité-invalidité au regard de la directive Solvabilité II dans le but de proposer une méthodologie alternative à la calibration des chocs bicentennaires au titre de ce risque. Nous avons mis en place une approche de calibration reposant sur les données tête par tête du portefeuille d'arrêts de travail de la prévoyance collective d'AXA France.

Cette calibration distingue deux composantes portant sur l'évolution des taux de passage à l'invalidité et de retour en bonne santé notamment une erreur d'estimation et une erreur de processus. L'approche de calibration nous a permis de développer trois méthodologies pour l'estimation des taux de transition hors de l'état de maintien en incapacité et d'évaluer les erreurs d'estimation et de processus associés. Elle est fondamentalement basée sur un estimateur de Kaplan-Meier, un estimateur de maximum de vraisemblance et une approche Bootstrap. La facilité de comparaison de ces méthodes et de leurs résultats contribue à garantir la fiabilité de la production des comptes par le modèle interne. Les chocs déterminés sont assez proches selon les trois méthodes malgré des disparités dans la valeur des taux de transition estimés.

Nous sommes arrivés à vérifier que les chocs standard SII requièrent plus d'exigence en capital à pourvoir par l'assureur. La formule standard SII est plus prudente que l'approche par ancienneté proposée par le Groupe AXA à ses entités, l'approche Non-Vie actuellement appliquée et notre approche locale. Ce résultat était attendu car les chocs de la formule standard ne reflète pas de manière adéquate le risque arrêt de travail au sein de notre portefeuille. Il en est de même pour l'approche modèle interne recommandée par le groupe AXA qui propose des chocs supposés homogènes à toutes ces entités malgré la disparités des entités dans la couverture des risques d'arrêts de travail en prévoyance collective. Nous sommes en faveur des nouveaux chocs incapacité-invalidité par ancienneté. Ces derniers permettraient de mieux cerner la valeur de l'exigence en capital et se faisant permettent d'améliorer la rentabilité du portefeuille.

Dans notre démarche, le recours à des techniques statistiques comme l'estimation de la fonction de survie selon l'approche Kaplan-Meier ou l'optimisation par maximum de vraisemblance a été très important pour justifier notre méthodologie. Notre approche est reproductible. La méthodologie pourrait être améliorée afin d'évaluer des chocs par âge (ou tranches d'âge) d'entrée

et ancienneté pour obtenir une surface de choc matérialisée par une table à double entrée (âge de survenance de l'incapacité temporaire et de l'ancienneté dans cet état). Par ailleurs, d'autres travaux d'amélioration à suivre pourraient être l'utilisation de tables d'expérience d'arrêt de travail, certifiées par un actuairé agréé à cet effet par une associations d'actuaires reconnues par l'Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution, pour l'écoulement des provisions mathématiques au titre des rentes d'incapacité temporaire et d'invalidité en attente, en scénarios base case et stressés. En outre, des axes de recherches complémentaires restent envisageables afin de prolonger ce rapport, notamment l'étude d'une possibilité de construction d'une loi d'expérience pour l'incidence en incapacité et la calibration d'un choc d'incidence en incapacité.

# Bibliographie

- [1] ACPR. (26 Juin 2023). La situation des assureurs soumis à Solvabilité II en France fin 2022. *Analyses et synthèses*, n°148 - 2023, page 3.
- [2] AKRITAS Michael G. (1986). Bootstrapping the Kaplan-Meier Estimator. *Journal of the American Statistical Association*, 1986, Vol. 81, No. 396, page 1032–38.
- [3] BEN HALIMA Mohamed Ali, CIRIEZ Camille, KOUBI Malik, SKALLI Ali. (14 février 2023). Age légal de départ en retraite et absences maladie : quels effets du passage à 62 ans en 2010? *Connaissance de l'emploi*. n°187.
- [4] BERNET-ALINOT Andrew. (2020). Accélération du passage en invalidité. *Mémoire d'actuariat ISUP - Institut des Actuaiaries*.
- [5] BRADLEY Efron. (1981). Censored Data and the Bootstrap. *Journal of the American Statistical Association*, 1981, Vol. 76, No. 374, page 312–319.
- [6] BRADLEY Efron & ROBERT J. Ribshirani. (Fevrier 1986). Bootstrap methods for standard errors, confidence intervals and other measures of statistical accuracy. *Statistical science*, 1986, Vol. 1, No. 1, page 55–77.
- [7] CEIOPS. (Avril 2007). QIS3 Calibration of the underwriting risk, market risk and MCR. *Calibration Paper*.
- [8] CEIOPS. (Octobre 2009). CEIOPS' Advice for Level 2 Implementing Measures on Solvency II : Standard formula SCR - Article 109 c Life underwriting risk. *Consultation Paper n°49*, page 13-16.
- [9] CEIOPS. (Avril 2010). Solvency II Calibration Paper - CEIOPS-Sec-40-10. *Calibration Paper* , page 99-103.
- [10] DOMEQ Gwendoline & LANGJAHR Damien. (2013). Assurances collectives, risque arrêt de travail : mise en place d'un indicateur d'évolution du risque a court terme *Mémoire d'actuariat Centre d'Etudes Actuarielles (CEA)*.
- [11] Commission de l'Union Européenne. (Juillet 2010). QIS5 Technical Specifications.
- [12] Commission de l'Union Européenne. (Octobre 2014). Règlement délégué (UE) 2015/35. *Journal officiel de l'Union Européenne*.

- [13] Gouvernement Provisoire de la République Française. (06 Octobre 1945). Ordonnance n° 45-2250 du 4 Octobre 1945 portant organisation de la sécurité sociale. *Journal officiel de la République Française*.
- [14] GREENWOOD Mayor. (1926). A Report on the Natural Duration of Cancer. *Reports on Public Health and Medical Subjects*. London : Her Majesty's Stationery Office. 33, page 1-26.
- [15] Richard David. (1980). Censoring and Stochastic Integrals. *Mathematical Centre Tracts*, n°124, Amsterdam : Mathematische Centrum.
- [16] KAPLAN Edward L. & MEIER Paul. (1958). Nonparametric Estimation from Incomplete Observations. *Journal of the American Statistical Association* , 53(282), page 457-481.
- [17] LOPEZ Olivier. (2022). Duration Model - Survival Analysis. *Cours ENSAE 2022*. Sorbonne Université, Laboratoire de Probabilités, Statistiques et Modelisation.
- [18] Ministère du travail, de l'emploi et de la santé. (30 Décembre 2010). Arrêté du 24 décembre 2010 fixant les règles de provisionnement des garanties d'incapacité de travail, d'invalidité et de décès. *Journal officiel de la République Française* , page 55-138
- [19] Parlement Européen et Conseil de l'Union Européenne. (25 novembre 2009). Directive 2009/138/CE. *Journal officiel de l'Union Européenne*.
- [20] PLANCHET Frédéric. (Décembre 2022 ). Statistique des modèles non paramétriques. *Support de cours 2022-2023* , ISFA, page 12-20.
- [21] PLANCHET Frédéric & THEROND Pierre-Emmanuel. (Mai 2006). Modèles de durée - Applications actuarielles. *Economica. Assurance Audit Actuariat*.
- [22] Présidence de la République Française. Loi n°2023-270 du 14 Avril 2023 de financement rectificative de la sécurité sociale pour 2023. (15 Avril 2023). Lois. *Journal officiel de la République Française*, page 5-6.
- [23] UTZET Frederic & SANCHEZ Alex. (1992). Some Applications of the Bootstrap to Survival Analysis. *Anuario de Psicologia* , 1992, No. 55, page 155–167.

# **Annexes**

Age \ Année	0	1	2	...	20	...	40	41	42
20	10 000	9859	9699	...	7881	...	5852	5750	5663
21	10 000	9859	9699	...	7881	...	5846	5747	0
22	10 000	9859	9699	...	7881	...	5833	0	0
⋮	10 000	⋮	⋮	...	⋮	...	0	0	0
59	10 000	9840	9686	...	0	...	0	0	0
60	10 000	9843	9677	...	0	...	0	0	0
61	10 000	9831	0	...	0	...	0	0	0

TABLE 6 – Extrait de la loi de maintien en invalidité BCAC 2010

Age \ Mois	0	1	2	...	18	...	34	35	36
23 ans ou moins	10 000	2842	1743	...	102	...	58	55	15
24	10 000	2831	1848	...	95	...	52	46	14
25	10 000	3080	2001	...	116	...	63	58	16
⋮	10 000	⋮	⋮	...	⋮	...	⋮	⋮	⋮
64	10 000	5565	2679	...	1050	...	688	664	370
65	10 000	5588	2553	...	1036	...	714	690	401
66	10 000	5611	2427	...	1023	...	740	716	433

TABLE 7 – Extrait de la loi de maintien en incapacité temporaire BCAC 2010

Age \ Mois	0	1	2	...	17	...	33	34	35
20 ans ou moins	1	0	0	...	2	...	0	1	39
21	1	0	0	...	2	...	0	1	39
22	1	0	0	...	2	...	0	1	39
⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	...	⋮	⋮	⋮
59	14	11	4	...	50	...	22	14	305
60	14	12	4	...	53	...	23	14	312
61	15	13	4	...	55	...	23	13	305

TABLE 8 – Extrait de la loi de passage d'incapacité temporaire en invalidité BCAC 2010

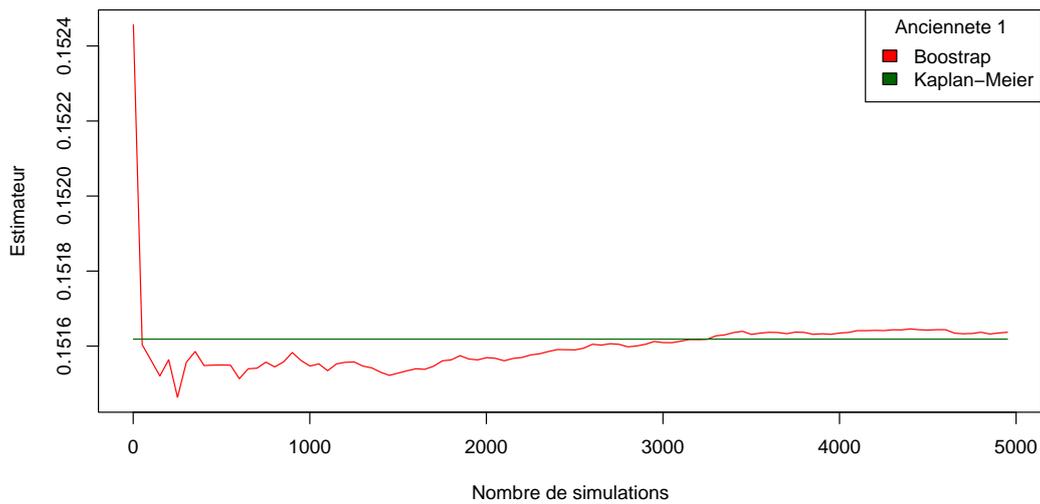


FIGURE 15 – Convergence de l'estimateur du taux de passage en invalidité à ancienneté 1an

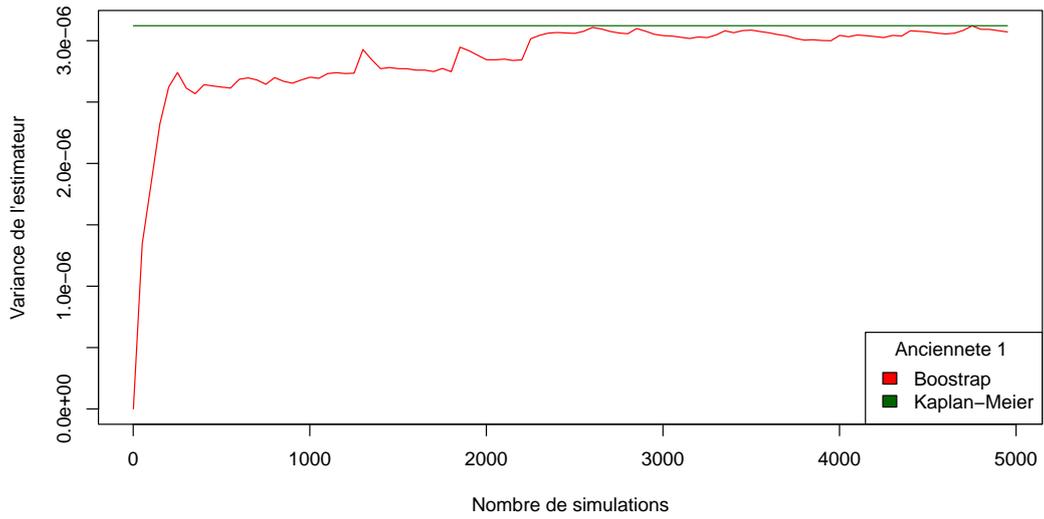


FIGURE 16 – Convergence de la variance de l’estimateur du taux de passage en invalidité à ancienneté 1an

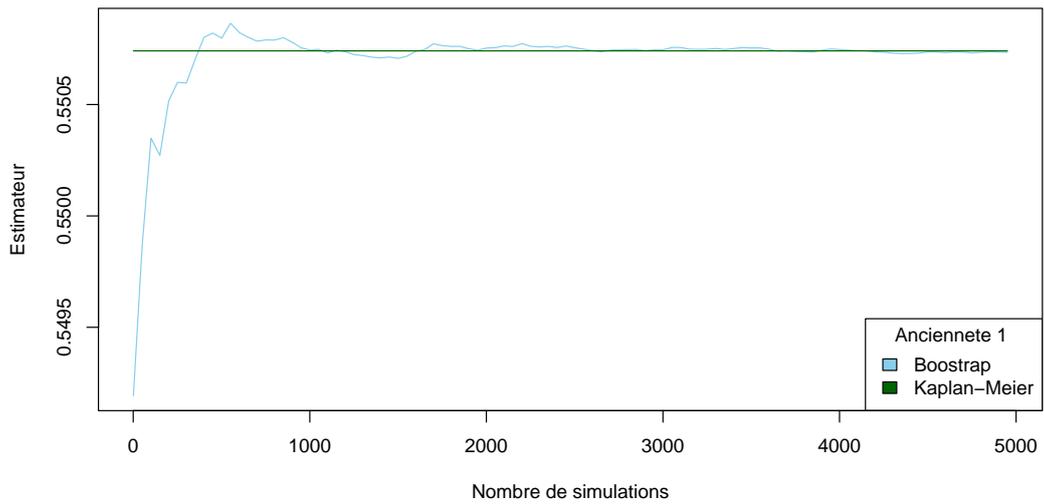


FIGURE 17 – Convergence de l’estimateur du taux de retour en bonne santé à ancienneté 1an

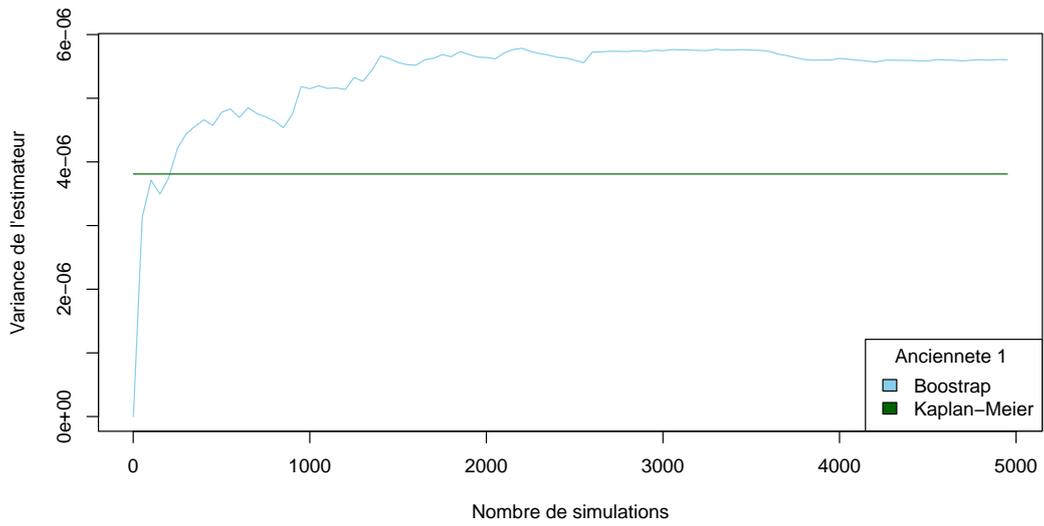


FIGURE 18 – Convergence de la variance de l’estimateur du taux de retour en bonne santé à ancienneté 1an

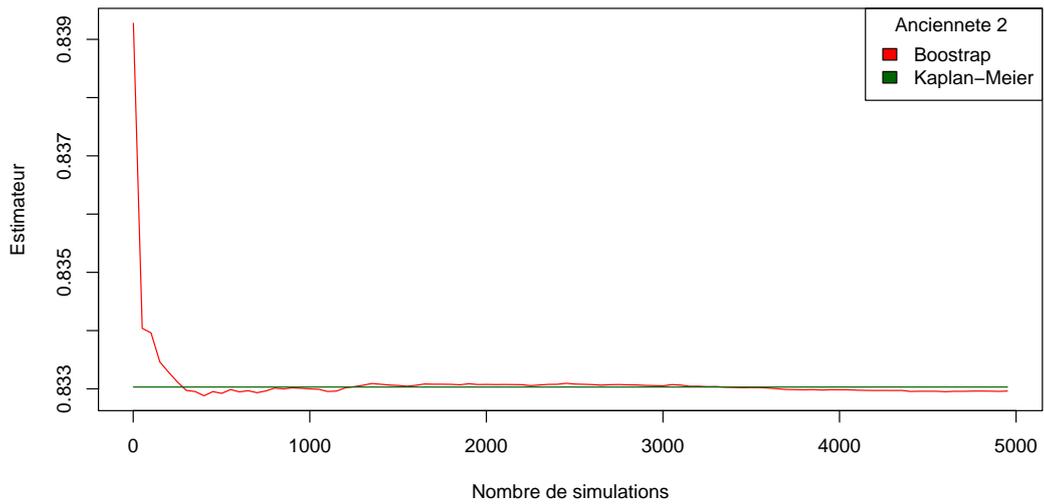


FIGURE 19 – Convergence de l’estimateur du taux de passage en invalidité à ancienneté 2ans

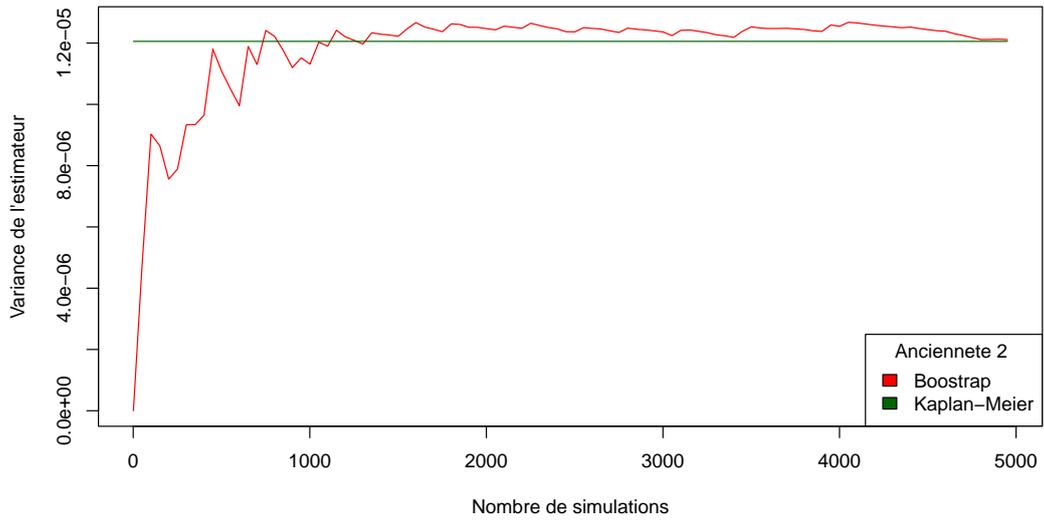


FIGURE 20 – Convergence de la variance de l’estimateur du taux de passage en invalidité à ancienneté 2ans

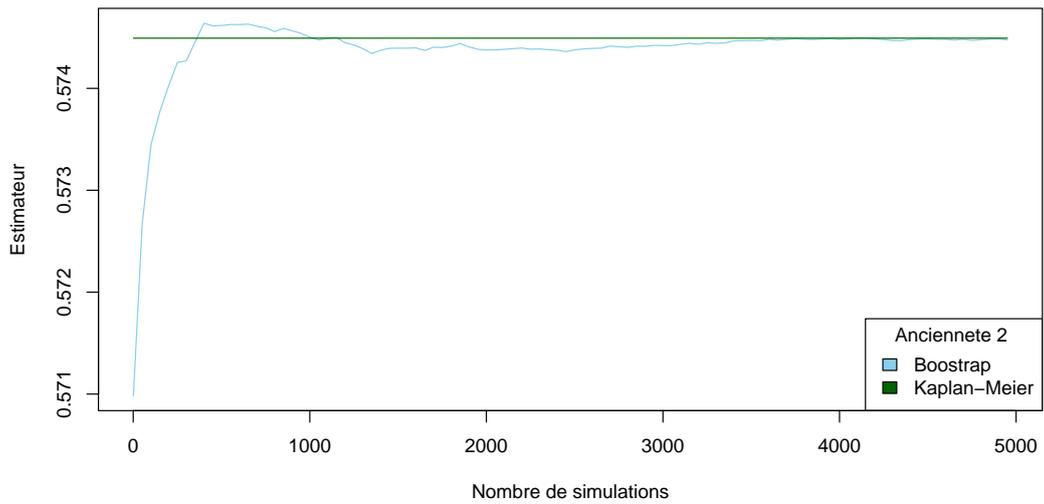


FIGURE 21 – Convergence de l’estimateur du taux de retour en bonne santé à ancienneté 2ans

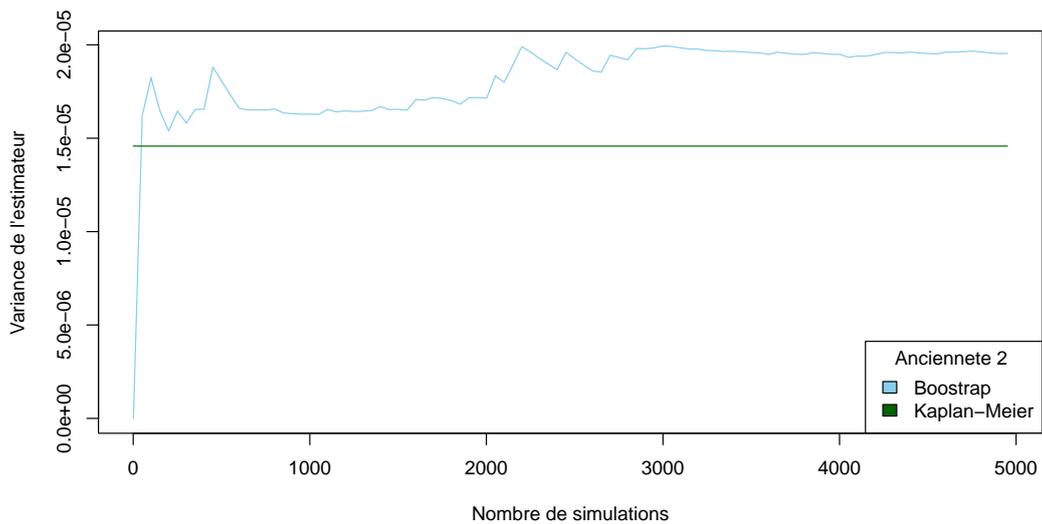


FIGURE 22 – Convergence de la variance de l’estimateur du taux de retour en bonne santé à ancienneté 2ans

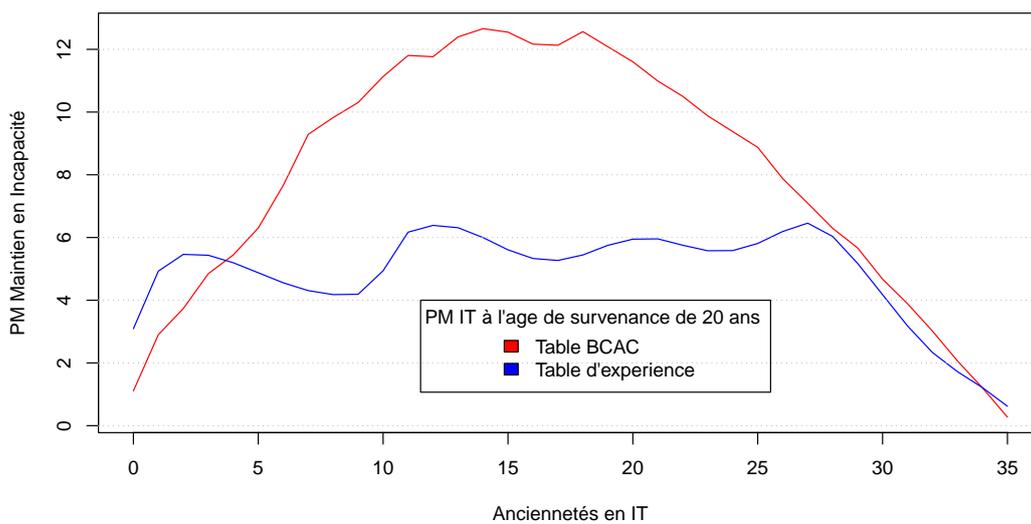


FIGURE 23 – Provisions de maintien en incapacité à l’âge de survenance de 20 ans

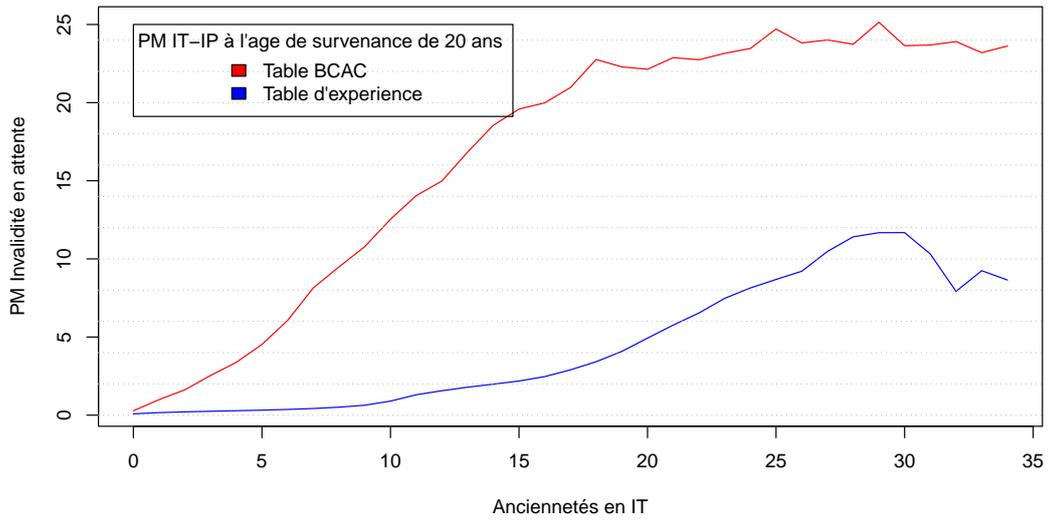


FIGURE 24 – Provisions d’invalidité en attente à l’âge de survénance de 20 ans

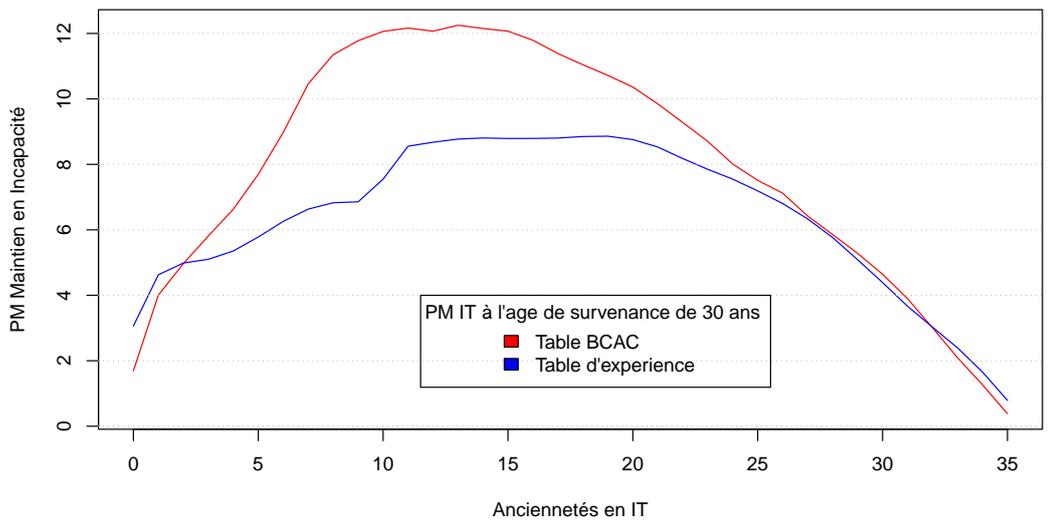


FIGURE 25 – Provisions de maintien en incapacité à l’âge de survénance de 30 ans

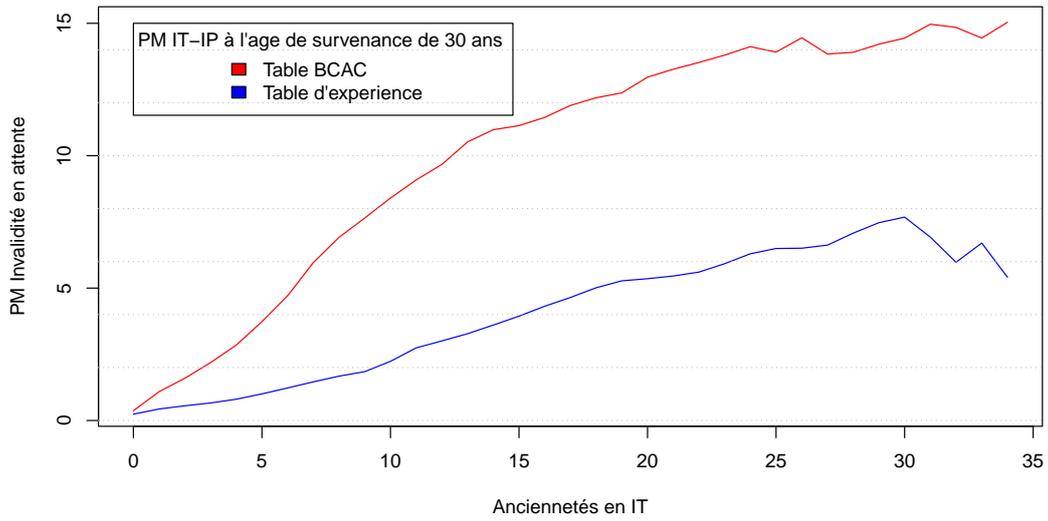


FIGURE 26 – Provisions d’invalidité en attente à l’âge de survivance de 30 ans

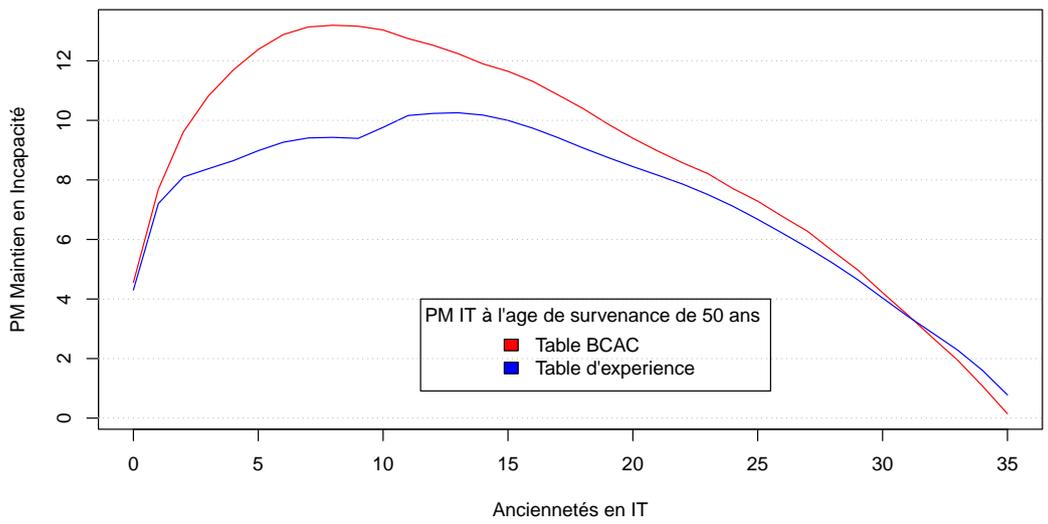


FIGURE 27 – Provisions de maintien en incapacité à l’âge de survivance de 50 ans

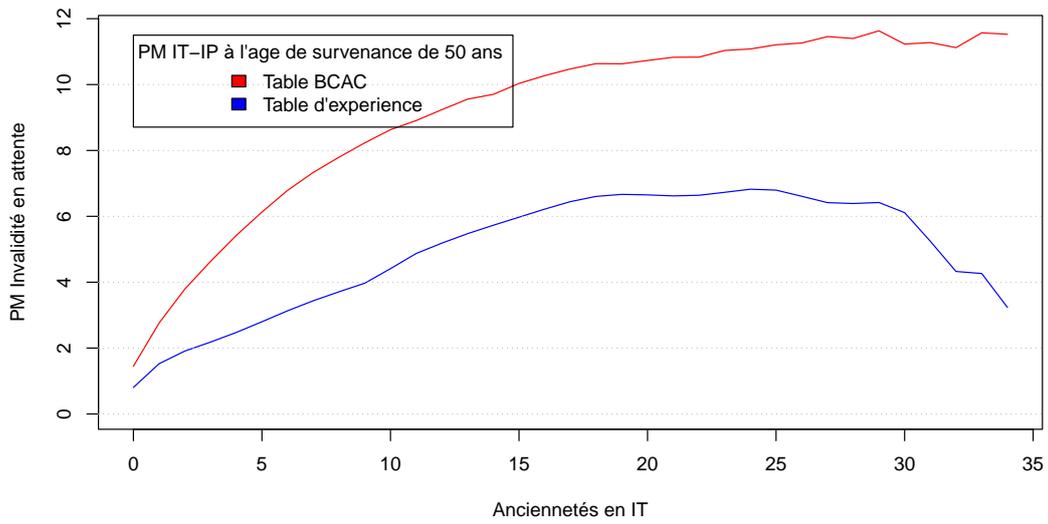


FIGURE 28 – Provisions d’invalidité en attente à l’âge de survivance de 50 ans

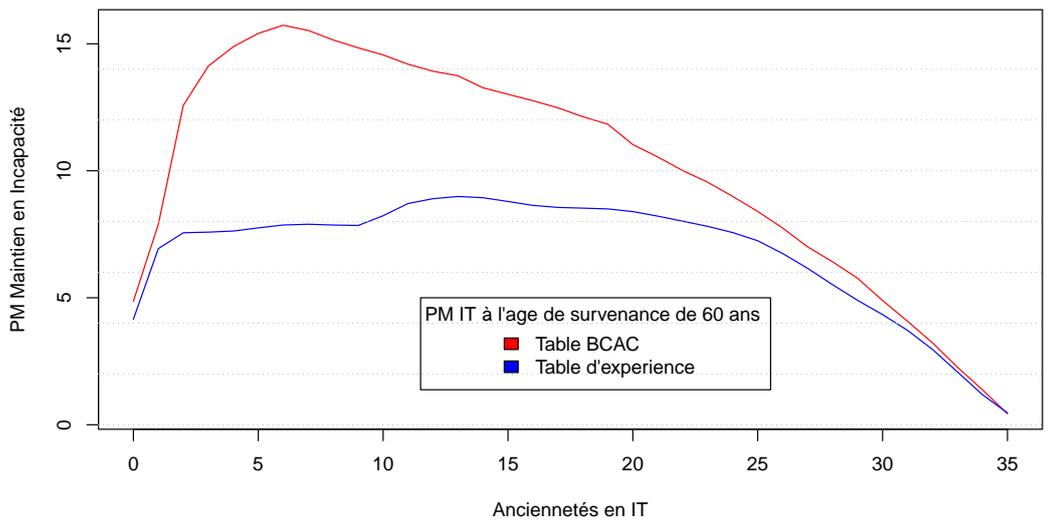


FIGURE 29 – Provisions de maintien en incapacité à l’âge de survivance de 60 ans

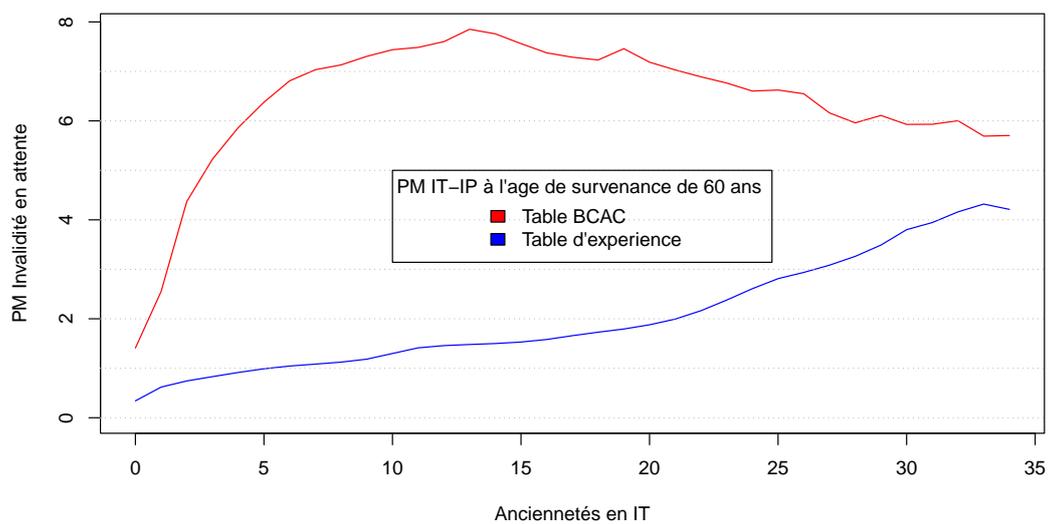


FIGURE 30 – Provisions d’invalidité en attente à l’âge de survénance de 60 ans

# Table des figures

1	Comparaison des lois de passage en invalidité et de maintien en incapacité Base Case et choquées . . . . .	6
2	Comparison of the temporary disability maintenance and transition to permanent disability distributions between base case and shocked scenarios . . . . .	14
1.1	Les principaux régimes du la sécurité sociale . . . . .	25
2.1	Schéma résumant les 3 piliers de la directive solvabilité II . . . . .	38
2.2	Bilan prudentiel Solvabilité II . . . . .	40
2.3	Les modules du calcul du SCR . . . . .	43
2.4	Illustration du calcul du STEC par agrégation . . . . .	45
2.5	Méthode de calcul du STEC Vie en modèle Interne . . . . .	46
2.6	Évolutions au sein du modèle interne SII sur le périmètre des rentes incapacité-invalidité en prévoyance collective . . . . .	48
2.7	Description des différents états d'un assuré . . . . .	49
2.8	Les états en arrêt maladie et les probabilités de transition associées . . . . .	50
2.9	Illustration du calcul du SCR Incapacité-Invalidité . . . . .	51
2.10	Exemple illustratif des instructions du Groupe AXA . . . . .	54
3.1	Répartition des sinistres selon l'âge à la survenance . . . . .	62
3.2	Répartition des rétablissements selon l'ancienneté en incapacité . . . . .	63
3.3	Répartition des sinistres « invalidité » selon l'ancienneté en Incapacité . . . . .	63
3.4	Répartition des sinistres « incapacité » selon l'ancienneté en Incapacité . . . . .	64
3.5	Répartition des sinistres selon l'année de survenance . . . . .	65
3.6	Taux de passage en invalidité et de rétablissement selon d'âge à la survenance . . . . .	66
3.7	Délai moyen de passage en invalidité et de rétablissement . . . . .	67
4.1	Illustration de la censure et de la troncature . . . . .	71
4.2	Estimateurs des fonctions de survie $S^{IP}(t)$ et $S^{RB}(t)$ et intervalles de confiances . . . . .	75
4.3	Taux de changement d'état à ancienneté mensuelle en IT . . . . .	76
4.4	Formulation de l'approche Bootstrap . . . . .	83

4.5	Convergence de l'estimateur du taux de passage en invalidité . . . . .	84
4.6	Convergence de la variance de l'estimateur du taux de passage en invalidité . .	85
4.7	Convergence de l'estimateur du taux de retour en bonne santé . . . . .	85
4.8	Convergence de la variance de l'estimateur du taux de retour en bonne santé . .	86
4.9	Etapas de détermination des paramètres de l'erreur de processus . . . . .	90
4.10	Provisions de maintien en incapacité à l'âge de survenance de 40 ans . . . . .	95
4.11	Provisions d'invalidité en attente à l'âge de survenance de 40 ans . . . . .	96
4.12	Comparaison des lois de passage en invalidité Base Case et Choquée . . . . .	97
4.13	Comparaison des lois de maintien Base Case et Choquée . . . . .	98
4.14	Proportions contributives de chaque MP aux provisions à FY2022 . . . . .	99
15	Convergence de l'estimateur du taux de passage en invalidité à ancienneté 1an .	108
16	Convergence de la variance de l'estimateur du taux de passage en invalidité à ancienneté 1an . . . . .	109
17	Convergence de l'estimateur du taux de retour en bonne santé à ancienneté 1an	109
18	Convergence de la variance de l'estimateur du taux de retour en bonne santé à ancienneté 1an . . . . .	110
19	Convergence de l'estimateur du taux de passage en invalidité à ancienneté 2ans	110
20	Convergence de la variance de l'estimateur du taux de passage en invalidité à ancienneté 2ans . . . . .	111
21	Convergence de l'estimateur du taux de retour en bonne santé à ancienneté 2ans	111
22	Convergence de la variance de l'estimateur du taux de retour en bonne santé à ancienneté 2ans . . . . .	112
23	Provisions de maintien en incapacité à l'âge de survenance de 20 ans . . . . .	112
24	Provisions d'invalidité en attente à l'âge de survenance de 20 ans . . . . .	113
25	Provisions de maintien en incapacité à l'âge de survenance de 30 ans . . . . .	113
26	Provisions d'invalidité en attente à l'âge de survenance de 30 ans . . . . .	114
27	Provisions de maintien en incapacité à l'âge de survenance de 50 ans . . . . .	114
28	Provisions d'invalidité en attente à l'âge de survenance de 50 ans . . . . .	115
29	Provisions de maintien en incapacité à l'âge de survenance de 60 ans . . . . .	115
30	Provisions d'invalidité en attente à l'âge de survenance de 60 ans . . . . .	116

# Liste des tableaux

1	Taux de transition estimé pour le Passage en invalidité et le Retour en bonne santé	5
2	Chocs incapacité-invalidité . . . . .	6
3	STEC calculé par différentes approches . . . . .	7
4	Transition rate estimates for transition to permanent disability and return to good health . . . . .	12
5	disability shocks . . . . .	13
6	STEC calculated by different approaches . . . . .	15
1.1	Les catégories d'invalidité selon l'article L341-4 du Code de la sécurité sociale	29
2.1	Coefficients de corrélation entre les modules de risques . . . . .	44
3.1	Variables principales de l'étude . . . . .	56
3.2	Étapes de retraitement de la base de données d'étude . . . . .	60
3.3	Caractéristiques générales de la base de données . . . . .	60
4.1	Taux de transition estimé pour le Passage en invalidité et le Retour en bonne santé	86
4.2	Chocs Incapacité-Invalidité selon la méthode de calibrage . . . . .	91
4.3	Chocs Incapacité-Invalidité . . . . .	92
4.4	Comparaison des méthodes d'estimations . . . . .	94
4.5	STEC calculé par différentes approches . . . . .	101
6	Extrait de la loi de maintien en invalidité BCAC 2010 . . . . .	107
7	Extrait de la loi de maintien en incapacité temporaire BCAC 2010 . . . . .	107
8	Extrait de la loi de passage d'incapacité temporaire en invalidité BCAC 2010 . . . . .	108