

Mémoire présenté le :

**pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA
et l'admission à l'Institut des Actuaires**

Par : SOUMAHORO Amara

Titre Apprentissage du modèle ALM pour un usage quotidien au service du management.

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)


Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

*Membre présents du jury de l'Institut
des Actuaires*

signature


Entreprise :

Nom : Jonathan LIMBOURG

Signature : 

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : Jonathan LIMBOURG

Signature : 

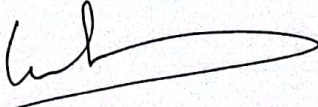
Invité :

Nom :


Signature :

**Autorisation de publication et de mise
en ligne sur un site de diffusion de
documents actuariels (après expiration
de l'éventuel délai de confidentialité)**

Signature du responsable entreprise



Signature du candidat



Membres présents du jury de l'ISFA

Remerciements

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements et ma profonde gratitude à toutes les personnes qui m'ont apporté leur soutien et leur encouragement tout au long de la réalisation de ce mémoire.

En premier lieu, je souhaite remercier mon tuteur et manager d'entreprise, Jonathan LIMBOURG, actuaire confirmé et responsable de la fonction actuarielle chez Abeille Assurances, pour ses précieux conseils, sa patience et son soutien indéfectible. Sa disponibilité et son expertise ont été d'une aide inestimable pour la conduite de ce travail.

Mes remerciements s'adressent également à Mme Caroline CHAMPAGNE, maître de conférences à l'ISFA et ma tutrice académique, pour le suivi, ainsi qu'à l'ensemble du corps professoral de l'ISFA pour l'enseignement de qualité que j'ai reçu et qui a formé le socle de mes connaissances et compétences.

Je suis particulièrement reconnaissant envers mes collègues de l'équipe de la fonction actuarielle chez Abeille Assurance, en particulier Aurélien CHOQUER et Othmane CHAQCHAQ, tous deux actuaires confirmés, pour leurs conseils, leurs échanges stimulants, leur solidarité et les moments partagés qui ont allégé les périodes de doute et de stress.

Un merci tout spécial à ma famille, pour leur amour inconditionnel, leur soutien moral et leur confiance en moi. Leur présence et leurs encouragements constants m'ont donné la force et la motivation nécessaires pour surmonter les défis.

Enfin, je voudrais exprimer ma gratitude à mes proches qui ont été impliqués dans la relecture de ce mémoire et qui m'ont aidé tout au long de sa rédaction. Votre soutien a été un pilier essentiel dans l'accomplissement de ce travail.

Ce mémoire est le fruit d'un travail collectif autant que d'un parcours personnel, et je suis fier de partager ce succès avec vous tous.

Résumé

Depuis le 1er janvier 2016, la directive Solvabilité II oblige les compagnies d'assurance à évaluer leurs engagements financiers de manière précise, notamment en utilisant des indicateurs comme le "Capital de Solvabilité Requis" (SCR), le "Best Estimate" (BE) pour les engagements futurs, et la "Value of In Force" (VIF) pour les profits futurs. Pour répondre à ces exigences, les compagnies doivent créer des modèles de gestion des actifs et des passifs (ALM) pour estimer leur situation financière, évaluer leurs engagements et surtout mesurer leur niveau de solvabilité en effectuant des tests de sensibilité sur les indicateurs de solvabilité, notamment le Best Estimate, face à des scénarios adverses impliquant différents facteurs tels que les marchés financiers ou les comportements des assurés. Cependant, les calculs et les ressources nécessaires pour un modèle ALM rendent difficile la réalisation régulière de tests de sensibilité sur les indicateurs de Solvabilité II.

Ce mémoire propose une méthode alternative basée sur une approche de l'apprentissage automatique pour effectuer ces tests de sensibilité de manière plus rapide et avec moins de ressources. L'étude se déroule en deux phases. La première phase se concentre sur la création d'un modèle Full ALM, inspiré du modèle de Flexing utilisé par l'entreprise. Cette étape implique la modélisation d'un portefeuille d'épargne, avec une simplification de certaines règles. Le but étant de construire le modèle d'apprentissage étape par étape, en mettant l'accent sur un périmètre spécifique. La seconde phase consiste à développer des modèles de machine learning qui, s'appuyant sur le modèle ALM conçu, permettent de réaliser rapidement différentes analyses de sensibilité.

Dans un premier temps, une contextualisation de la problématique est réalisée. Elle débute par une introduction succincte d'Abeille Assurances, un leader dans le secteur français, suivi d'une description de son département actuariel qui héberge ces travaux. Ensuite, le cadre réglementaire de Solvabilité II est présenté, soulignant les enjeux liés à la solvabilité et à la gestion des risques pour les compagnies d'assurance.

La deuxième partie décrit le processus de construction du modèle Full ALM. On commence par présenter la modélisation des variables économiques du Générateur de Scénarios Économiques (GSE) intégré au modèle. Ensuite, la technique du "flexing" pour l'équilibre actif-passif est exposée, ouvrant la voie à l'élaboration complète du modèle Full ALM. Ce modèle est conçu pour projeter diverses variables du passif (provisions mathématiques, prestations telles que les rachats, décès, ainsi que les frais et les commissions) et de l'actif (obligations, actions, liquidités), ainsi que les éléments du compte de résultat (résultat financier, résultat technique, résultat net).

Des modèles d'apprentissage automatique ont été élaborés, dans la troisième pour reproduire avec précision le comportement du modèle ALM. D'abord, une approche basée sur le K-Means a été adoptée pour simplifier le portefeuille passif en le représentant sous forme de points modèles plus aisés à manipuler. Par la suite, un modèle XGBoost a été formé pour prédire l'impact des variables sur les indicateurs S2.

Mots clés : Fond euro, Solvabilité 2, Best estimate, K-means, XGBoost, valeur de Shapley

Abstract

Since 1st January 2016, the Solvency II Directive has required insurance companies to precisely evaluate their financial commitments, notably using indicators such as the "Solvency Capital Requirement" (SCR), the "Best Estimate" (BE) for future commitments, and the "Value of In Force" (VIF) for future profits. To meet these requirements, companies must create asset and liability management (ALM) models to assess their financial situation, evaluate their commitments, and particularly measure their solvency level by performing sensitivity tests on solvency indicators, especially the Best Estimate, against adverse scenarios involving various factors such as financial markets or the behaviour of policyholders. However, the calculations and resources necessary for an ALM model make regularly performing sensitivity tests on Solvency II indicators challenging.

This thesis proposes an alternative method based on a machine learning approach to perform these sensitivity tests more quickly and with fewer resources. The study unfolds in two phases. The first phase focuses on creating a Full ALM model, inspired by the Flexing model used by the company. This step involves modelling a savings portfolio, with a simplification of certain rules. The goal is to build the learning model step by step, focusing on a specific scope. The second phase involves developing machine learning models that, based on the designed ALM model, allow for the rapid performance of various sensitivity analyses.

Initially, a contextualization of the issue is provided. It begins with a brief introduction to Abeille Assurances, a leader in the French sector, followed by a description of its actuarial department that hosts these works. Then, the regulatory framework of Solvency II is presented, highlighting the challenges related to solvency and risk management for insurance companies.

The second part describes the process of constructing the Full ALM model. It starts with the presentation of the modelling of economic variables from the Economic Scenario Generator (ESG) integrated into the model. Then, the "flexing" technique for asset-liability balancing is exposed, paving the way for the complete development of the Full ALM model. This model is designed to project various liability variables (mathematical provisions, benefits such as redemptions, deaths, as well as fees and commissions) and asset variables (bonds, stocks, cash), as well as the elements of the income statement (financial result, technical result, net result).

Machine learning models were developed to accurately replicate the behaviour of the ALM model. Initially, a K-Means-based approach was adopted to simplify the passive portfolio by representing it in the form of more manageable model points. Subsequently, an XGBoost model was trained to predict the impact of variables on the S2 indicators.

Keywords : Euro fund savings, Solvency 2, Best estimate, K-means, XGBoost, Shap value
--

Table des matières

Introduction générale	1
Chapitre 1 Mise en contexte	3
1.1 Cadre d'étude	4
1.1.1 Présentation Abeille Assurance	4
1.1.1.1 Présentation générale	4
1.1.1.2 La fonction actuarielle vie	5
1.1.2 L'assurance vie	6
1.1.2.1 Présentation générale	6
1.1.2.2 Les produits d'épargne	6
1.2 Cadre réglementaire : Solvabilité 2	16
1.2.1 Présentation générale	16
1.2.2 Une organisation en trois piliers	17
1.2.3 Principe de valorisation économique en référentiel solvabilité 2	18
Chapitre 2 Construction du modèle ALM	26
2.1 Générateur de scénarios économiques et modélisation Actif/Passif	27
2.1.1 L'outil ALM	27
2.1.1.1 Nécessité d'un modélisation ALM	27
2.1.1.2 Définition d'un modèle ALM	27
2.1.1.3 Architecture d'un modèle ALM	27
2.1.2 Le GSE	28
2.1.2.1 Généralité	28
2.1.2.2 Les modèles de projections au sein du GSE Abeille Assurances	29
2.2 Le flexing	32
2.2.1 Définition	32
2.2.2 Principe du flexing	32
2.3 Construction du modèle Full ALM	33
2.3.1 Présentation de la méthode	33
2.3.2 Modélisation du passif	34
2.3.2.1 Alignement des montants d'actif et de passif à la date initiale	35
2.3.2.2 Modélisation de la Provision mathématiques (PM)	36
2.3.2.3 Modélisation des intérêts techniques (TMG)	36

2.3.2.4	Modélisation des primes	37
2.3.2.5	Modélisation des prestations	37
2.3.2.6	Les frais et commissions	38
2.3.2.7	Résultats	38
2.3.2.8	Les chargements	39
2.3.3	Modélisation de l'actif	40
2.3.3.1	Les obligations	40
2.3.3.2	Les actions	42
2.3.3.3	Le monétaire	43
2.3.3.4	Allocation d'actifs	43
2.3.4	Interaction actif/passif	44
2.3.4.1	Modélisation de la participation aux bénéfices (PB)	44
2.3.5	Modélisation des provisions	45
2.3.5.1	La provision mathématiques PM	45
2.3.5.2	La provision pour participation aux excédents (PPE)	45
2.3.5.3	La réserve de capitalisation RC	46
2.3.5.4	La provision pour risque d'exigibilité PRE	46
2.3.5.5	Les fonds propres	46
Chapitre 3 Apprentissage du modèle ALM		48
3.1	Présentation des outils d'apprentissage	48
3.1.1	Le XGBOOST	48
3.1.1.1	CART	48
3.1.1.2	XGBoost	50
3.1.2	Le K-MEANS	52
3.1.2.1	Principe de fonctionnement	53
3.1.2.2	Métrique de regroupement et choix du nombre cluster	53
3.2	Construction de la base de données d'apprentissage	54
3.2.1	La base de modèle point passif	55
3.2.2	La base de sensibilité sur les hypothèses techniques	57
3.2.3	Le GSE	59
3.2.4	La base finale	60
3.3	Les résultats du modèle d'apprentissage	61
3.3.1	Calibrage du XGBoost	61
3.3.2	Qualité d'ajustement et pouvoir prédictif du modèle	64
3.3.3	Interpretation du modèle	67
3.3.4	Cas d'utilisation	70
3.3.5	Limites du modèle	71
Conclusion		72
Bibliographie		74

Introduction générale

Dans le domaine de l'actuariat, les régulations, qu'elles soient prudentielles ou comptables, visent à uniformiser et à renforcer la transparence des informations financières des entités d'assurance. Ces régulations se focalisent sur l'évaluation des engagements liés aux contrats d'assurance ou de réassurance que ces entités émettent ou possèdent. Elles établissent les critères et les méthodes pour évaluer ces engagements. Ainsi, les assureurs sont tenus de présenter un bilan qui récapitule, dans le passif, leurs engagements découlant de tous leurs contrats. Pour cela, ils doivent comprendre leur exposition au risque et son évolution. L'élaboration d'études prospectives, requises pour les reportings exigés par ces normes, peut s'avérer complexe, en fonction du type de contrat examiné.

En effet, les passifs d'une compagnie d'assurance vie comprennent des engagements à long terme, principalement matérialisés par les provisions mathématiques associées aux contrats d'épargne. Ces provisions sont capitalisées annuellement à un taux dépendant de la performance financière de l'assureur, liant étroitement les passifs à la santé financière de la compagnie. Ainsi, évaluer les engagements d'une assurance vie exige aussi d'évaluer son actif. La diversité des portefeuilles d'actifs des assureurs, incluant actions, obligations, biens immobiliers, et autres instruments financiers, les asymétries des contrats d'assurance tels que les options de rachat ainsi que les interactions complexes entre l'actif et le passif, résultant des mécanismes de participation aux bénéfices, font qu'il est quasiment impossible d'avoir une formule fermée pour la valorisation des contrats. L'utilisation de modèles élaborés de projection actif/passif avec des méthodes telles que Monte-Carlo, impliquant souvent un grand nombre de simulations, devient nécessaire pour estimer la valeur économique des passifs avec précision.

L'importance cruciale ainsi que la complexité inhérente à l'évaluation du passif d'assurance ont suscité, dans le monde de l'assurance, le développement de divers types de modèles de projection actif/passif, chacun répondant à des besoins spécifiques tels que la simplicité, la rapidité ou la précision. La méthode actuellement mise en œuvre au sein d'Abeille Assurances est celle dite du "flexing". Dans cette approche, les flux de passifs sont modélisés dans un premier temps seuls (de façon indépendante de l'actif) dans un modèle de projection déterministe. Puis, dans un second temps, au sein du modèle de projection stochastique, ces flux déterministes sont déformés pour tenir compte de l'impact des options prévues par les contrats (taux garantis, participation aux bénéfices, rachats, arbitrages). Cette approche conduit à des calculs relativement rapides mais reste tout de même chronophage, limitant la réalisation d'évaluations au quotidien pour alimenter la prise de décision du management d'une compagnie d'assurance. Ces modèles peuvent également sembler opaques quant à l'explication des résultats en fonction des données initiales.

Le but de ce mémoire est donc de proposer une méthode complémentaire s'appuyant sur le modèle ALM existant, permettant de réaliser des évaluations plus rapidement et en utilisant moins de ressources. L'objectif est de pouvoir réaliser des tests de sensibilité sur les indicateurs de la norme solvabilité 2, dont le Best Estimate (BE) et la Value of In-Force (VIF), assez fréquemment dans le temps. L'étude se déroulera en deux phases principales. Premièrement, il s'agira de la construction d'un modèle ALM, inspiré du modèle Abeille Assurances. Cette phase consistera à modéliser un portefeuille d'épargne en simplifiant certaines règles, avec l'ambition de développer le modèle d'apprentissage progressivement, en se concentrant sur un périmètre spécifique. La deuxième phase portera sur le développement de modèles de type machine learning qui chercheront à approximer le modèle ALM établi. Ces modèles auront pour but de faciliter et d'accélérer la réalisation d'analyses de sensibilité.

Ce rapport se décompose en trois parties dont la première précisera le cadre réglementaire du référentiel Solvabilité 2 dans lequel s'inscrivent les travaux, avec la présentation des enjeux et des aspects quantitatifs de la norme : les différents éléments du bilan prudentiel, l'évaluation du bilan en valeurs économiques, le calcul du Best Estimate (BE), de la Risk Margin et de la VIF. Il est également abordé dans cette première partie les concepts fondamentaux de l'assurance vie nécessaires à la compréhension du sujet, à savoir le principe de l'assurance vie et les principaux produits d'épargne, avec un focus sur le type de produit modélisé dans le cadre de cette étude : les fonds euros.

La deuxième partie expose la construction du modèle ALM basé sur le modèle d'Abeille Assurances. La méthode de modélisation du bilan (actifs et passifs), les interactions actif/passif (en particulier la stratégie de participation aux bénéficiaires) sont présentées et des tests d'adéquation sont mis en place pour évaluer la pertinence du modèle.

La troisième partie développe la mise en œuvre de modèles d'apprentissage répliquant le modèle ALM construit précédemment et permettant à la fois d'expliquer les effets des variables d'entrée sur les sorties du modèle et de réaliser des sensibilités de façon accélérée pour servir les besoins du management.

Chapitre 1

Mise en contexte

1.1 Cadre d'étude

1.1.1 Présentation Abeille Assurance

1.1.1.1 Présentation générale

Abeille Assurances est une compagnie d'assurance majeure en France, avec une histoire riche de 170 ans d'expérience. Forte d'une équipe de 4 200 collaborateurs et d'un réseau de 1 000 agents généraux d'assurance, la compagnie joue un rôle essentiel dans le secteur de l'assurance. Elle propose une vaste gamme de produits et de services, englobant l'assurance, la protection, l'épargne et la retraite, répondant aux besoins variés de plus de 3,1 millions de clients.

En tant qu'acteur influent, Abeille Assurances s'appuie sur son expertise en tant qu'assureur, investisseur et employeur pour contribuer activement à la création d'une société responsable et durable. Cette contribution se manifeste à travers plusieurs domaines clés :

- A) **Offres et Services Responsables** : Abeille Assurances conçoit des offres et des services qui prennent en compte la responsabilité envers ses clients. Elle cherche à garantir que les produits proposés répondent aux besoins des clients tout en étant alignés sur des valeurs éthiques et responsables.
- B) **Engagement envers le Climat et le Développement Durable** : La compagnie se positionne en faveur de la protection de l'environnement et du développement durable. Elle s'engage à réduire son impact sur le climat et à soutenir des actions en faveur de la durabilité.
- C) **Soutien aux Initiatives à Impact Positif** : Abeille Assurances encourage et soutient activement des initiatives qui ont un impact positif sur la société et la communauté. Elle s'engage à participer à la construction d'un environnement meilleur.
- D) **Développement des Collaborateurs** : La compagnie considère ses employés comme une ressource précieuse. Elle s'engage à soutenir leur développement professionnel et personnel, créant ainsi un environnement propice à l'épanouissement.

Abeille Assurances est également affiliée à Aéma Groupe, une entité majeure dans le domaine de l'assurance. Aéma Groupe est devenu le 4e acteur de l'assurance en France en 2023, protégeant plus de 11 millions d'assurés. Avec plus de 20 000 employés et 1 800 délégués, Aéma Groupe a réalisé un chiffre d'affaires de 16,1 milliards d'euros en 2022.

En fin de compte, Abeille Assurances incarne une marque d'assurance qui s'efforce d'être plus qu'une simple entreprise. Elle cherche à mettre en œuvre des actions et des valeurs qui contribuent à la construction d'une société durable, en apportant confiance et sécurité à ses clients tout en agissant en tant qu'acteur responsable. [1]

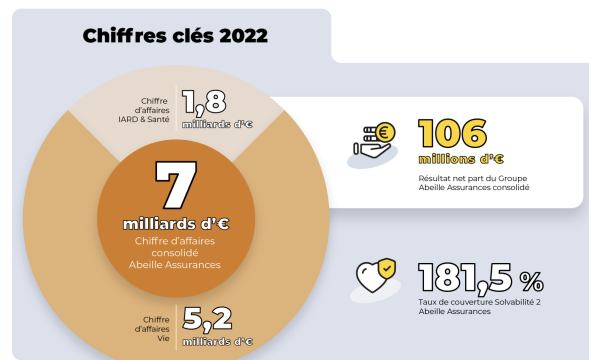


FIGURE 1.1 – Quelques chiffres clés

1.1.1.2 La fonction actuarielle vie

Ces travaux ont été réalisés au sein de l'équipe Fonction Actuarielle Vie rattachée à la Direction des Risques. La Fonction Actuarielle est une fonction clé de Solvabilité 2. En effet, le régime prudentiel de solvabilité 2 impose la mise en place de 4 fonctions clés. Ces fonctions sont définies par les articles L. 354-1 [2] et suivants du code des assurances et concernent : la conformité, l'audit, l'actuariat et la gestion des risques. Le rôle principal de la Fonction Actuarielle consiste à coordonner et superviser le calcul des provisions techniques, à fournir à l'organe de direction des informations sur la fiabilité et la pertinence de ces calculs, ainsi qu'à formuler un avis sur la stratégie globale de souscription. Elle contribue également au système de gestion des risques et gère l'évaluation de la pertinence des traités de réassurance.

Chez Abeille Assurances, cette fonction clé est intégrée dans la direction des risques et se décline en deux services, à savoir la fonction actuarielle non vie, en charge du périmètre non vie, et la fonction actuarielle vie, responsable du périmètre vie. Dans le cadre de ses missions de supervision du calcul des provisions techniques, la fonction actuarielle vie intervient en deuxième ligne, portant un regard critique sur les méthodes de valorisation des engagements liés aux contrats d'assurance vie de la compagnie. Ainsi, elle est amenée à développer des outils et des méthodes de modélisation pour ces contrats, dans le but de remettre en question les méthodes de calcul et de formuler des avis pertinents. C'est dans ce contexte que s'inscrivent les travaux de ce mémoire, à savoir la construction de modèles d'apprentissage de type machine learning pour estimer les indicateurs S2 et expliquer les effets des données sur ces indicateurs.

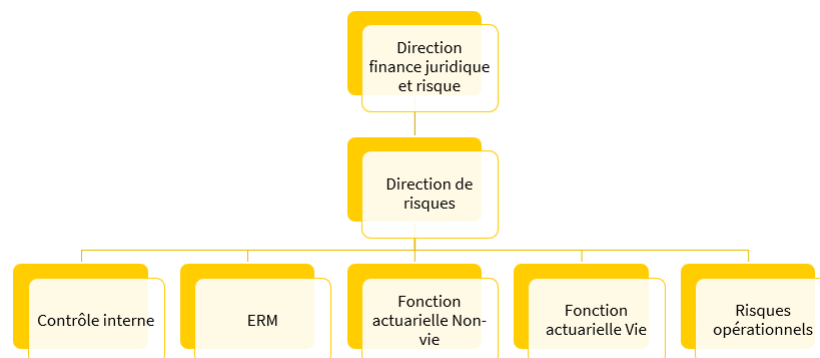


FIGURE 1.2 – Organisation de la direction des risques Abeille assurances

1.1.2 L'assurance vie

Il revêt une importance capitale de délimiter le champ d'application des produits d'assurance vie afin de saisir pleinement les enjeux qui les sous-tendent et d'élaborer une modélisation adéquate. Ainsi, une compréhension solide du concept d'assurance vie, et une mise en avant des données clés liées à ce secteur, s'avèrent indispensables pour appréhender l'étude dans son ensemble.

1.1.2.1 Présentation générale

L'assurance vie est un dispositif financier essentiel qui offre une protection et des avantages financiers à la fois pour l'assuré et ses bénéficiaires. Elle fonctionne comme un contrat entre un individu et une compagnie d'assurance. Dans ce contrat, l'assureur s'engage à verser une somme d'argent, appelée prestation, à un bénéficiaire désigné en cas de réalisation d'un événement spécifique lié à la vie de l'assuré, comme son décès ou sa survie jusqu'à la fin du contrat.

L'assurance vie présente plusieurs objectifs clés. Elle peut servir de protection financière pour la famille et les proches en cas de décès prématuré de l'assuré, en garantissant que des fonds seront disponibles pour faire face aux besoins financiers. De plus, elle peut être utilisée comme un outil d'épargne à long terme, permettant à l'assuré de constituer un capital pour des projets futurs, tels que l'achat d'une maison, le financement des études des enfants ou la retraite.

Les primes, c'est-à-dire les paiements réguliers ou uniques effectués par l'assuré à l'assureur, constituent la base du contrat d'assurance vie. Le montant des primes dépend du montant de la couverture d'assurance souhaitée, de l'âge de l'assuré, de sa santé et d'autres facteurs. En retour, l'assureur s'engage à verser la prestation convenue aux bénéficiaires lorsque les conditions du contrat sont remplies.

Le marché de l'assurance vie en France est l'un des plus importants en Europe et joue un rôle crucial dans l'économie nationale ainsi que dans la planification financière des particuliers. En 2022, les encours totaux de l'assurance vie en France s'élevaient à environ 1 800 milliards d'euros. Cette somme représente l'ensemble des sommes investies dans les contrats d'assurance vie par les souscripteurs. Les assureurs vie investissent les fonds collectés dans divers actifs, dont les obligations, les actions, les placements immobiliers et les produits de taux. En 2022, les investissements en obligations représentaient environ 60% des actifs des assureurs vie, suivis par les actions à hauteur d'environ 20% [3].

1.1.2.2 Les produits d'épargne

Les contrats d'assurance vie prédominants sur le marché français sont ceux désignés comme des contrats d'épargne. Ces contrats présentent des similitudes avec la gestion d'actifs : l'assuré verse des primes à la compagnie d'assurance, qui les investit dans des instruments financiers tout en offrant diverses options et garanties. Le montant accumulé est ensuite accessible à l'assuré.

Deux principales sous-catégories se distinguent au sein des produits d'épargne : les fonds en euros et les unités de compte (UC). Bien que le principe de base soit le même, les engagements de l'assureur diffèrent grandement en fonction du type de produit.

- **Le fonds euro**

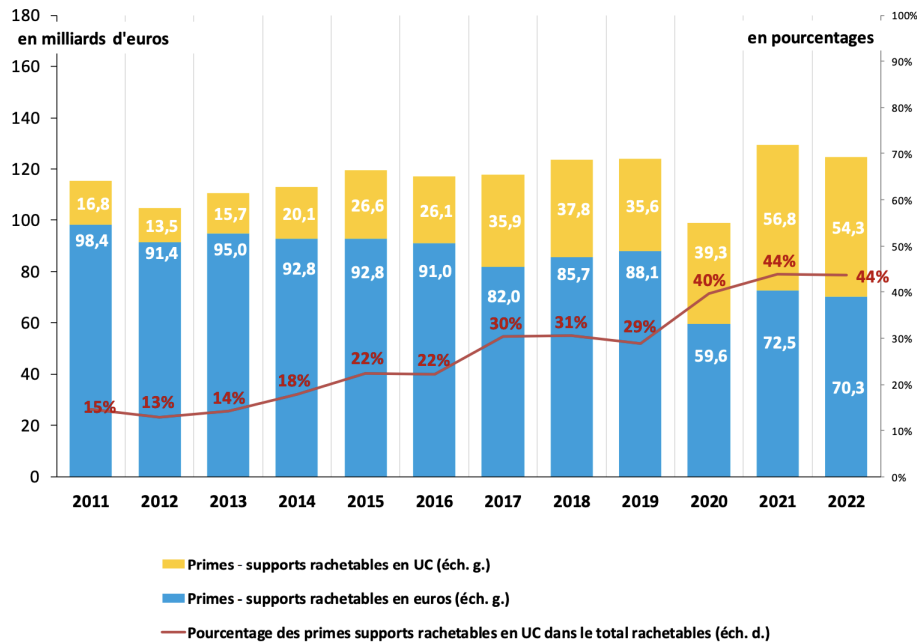


FIGURE 1.3 – Repartition du montant des encours d'assurance vie - Source : ACPR

Les contrats en euros sont des contrats d'assurance-vie, garantissant le capital investi et un taux minimum de revalorisation. À l'échéance du contrat, le souscripteur récupère son capital augmenté des intérêts garantis et des intérêts alloués par l'assureur. Ce type de produit a l'avantage de ne pas présenter de risque en capital pour l'assuré. Pour respecter l'engagement de la garantie du capital, les fonds récoltés sont en général majoritairement placés en obligations, émises par des entreprises ou institutions bancaires de grande crédibilité et fiabilité¹, réputées pour leur prudence et leur qualité de gestion. Ce type de contrat présente ainsi un avantage en termes de sécurité, car c'est l'assureur qui assume le risque associé. Cependant, il génère moins de profit : les taux de revalorisation sont relativement faibles, en particulier en situation de taux bas.

• Les supports en UC

Les contrats en Unités de Compte (UC) offrent la possibilité d'investir dans un portefeuille d'actifs plus risqués, comprenant des actions, des SICAV, des FCP, et autres. Contrairement aux contrats en euros, le capital engagé dans ces contrats n'est pas systématiquement assuré par la compagnie d'assurance. Dans les produits en UC, la garantie est exprimée en termes de parts d'UC (représentant le portefeuille d'actifs dans lequel les fonds sont investis), et non en valeur monétaire. Cela signifie que le nombre de parts est garanti, sans garantie du capital ni des intérêts, exposant ainsi l'assuré au risque financier. Néanmoins, il est possible qu'une garantie minimale appelée garantie plancher soit associée au contrat pour offrir une certaine protection. Pour ce type de contrat, les exigences en matière de capital sont moins contraignantes, l'assureur ne portant pas de risque.

1. Toutefois, les assureurs peuvent prendre du risque sur l'allocation, il leur incombe d'avoir une bonne gestion ALM et de rester solvables avec un ratio de couverture S2 supérieur à 100%

Cette étude se restreint au cadre unique des contrats en euros. Par conséquent, dans toute la suite les expressions "contrat", "contrat d'épargne" et "fonds en euros" seront utilisées de manière interchangeable pour désigner le même produit.

- **Les caractéristiques du contrat**

Dans cette section, nous exposons en détail le mécanisme de fonctionnement du contrat d'épargne en euros en ce qui concerne les primes, les prestations, les garanties, les options, etc. Ceci est essentiel pour établir les fondations nécessaires à la compréhension des diverses hypothèses que nous serons amenés à formuler lors de la construction du modèle de projection par la suite.

- **La durée**

Les contrats d'assurance vie sont des accords contractuels à long terme et, par conséquent, ne sont pas soumis à une durée légale spécifique. En effet, leur durée est établie de manière flexible pour une période déterminée, susceptible d'être prolongée tacitement d'année en année, sauf en cas de décès ou, de manière anticipée, en cas de rachat total. Par ailleurs, afin de maximiser les avantages d'un contrat d'assurance vie et de profiter des avantages fiscaux associés, les souscripteurs tendent généralement à maintenir leur contrat en vigueur pendant huit ans ou plus. Dans le cas de notre modélisation, nous avons affaire à des contrats d'épargne retraite pour la grande majorité. Le capital est placé jusqu'à la liquidation de la retraite.

- **Les primes**

Diverses approches sont possibles pour investir dans un contrat d'assurance-vie :

- * Paiement unique : Cela implique un versement unique au moment de la conclusion du contrat.
- * Versements libres : L'assuré bénéficie de la flexibilité pour effectuer plusieurs paiements, sans contrainte quant au montant ou à la fréquence préalablement définis.
- * Versements programmés : La fréquence et le montant des paiements sont établis au moment de la souscription du contrat.

Il est aussi envisageable d'ajouter des paiements additionnels, de modifier la fréquence ou de mettre en pause les versements.

- **Les garanties**

Pour les contrats d'épargne, les compagnies d'assurance assurent la garantie du capital investi dans les fonds. Ce capital bénéficie chaque année de deux mécanismes de revalorisation : les intérêts techniques ou taux minimum garantis (TMG) ainsi que la participation aux bénéfices.

Taux d'intérêt technique ou taux minimum garanti (TMG)

Lorsqu'un épargnant souscrit un contrat d'assurance-vie en euros, son assureur a la possi-

bilité de rémunérer l'épargne investie à un taux minimum. Appelé taux d'intérêt technique ou taux minimum garanti (TMG), ce taux est anticipé dans le calcul des cotisations ou des provisions mathématiques, par actualisation des futurs flux financiers. La rémunération de l'épargne sur la base d'un TMG est une possibilité offerte au souscripteur par la compagnie d'assurance. Ce n'est pas une obligation. Il existe des contrats avec des taux garantis nul ¹. Le choix du taux minimum garanti "TMG" revêt une importance stratégique pour les assureurs. Il doit être soigneusement équilibré, étant à la fois attrayant pour préserver la compétitivité des produits et attirer de nouveaux souscripteurs, tout en étant réaliste pour éviter que l'assureur ne se trouve contraint d'investir dans des actifs insuffisamment rentables pour honorer ses engagements.

Le code des Assurances "Article A132-1" [2] établit des bornes au taux garanti selon la durée de l'engagement. Pour les contrats à prime unique ou à versements libres :

- Pour les contrats à prime unique ou à versements libres :
 - * le taux ne peut dépasser 75% du Taux Moyen des Emprunts d'État "TME" pour une période d'engagement inférieure à 8 ans,
 - * et est limité à Min(60% TME ; 3,5%) au-delà de 8 ans.
- Dans le cas des contrats à primes périodiques ou à capital variable, quelle que soit leur durée, le taux de rendement garanti ne peut être supérieur à la plus faible des deux valeurs suivantes : 3,5% ou 60% du Taux Moyen des Emprunts d'État (TME).

Le Taux Minimum Annuel Annoncé (TMAA) entre en jeu lorsque le taux garanti est fixé annuellement. Ce taux ne peut excéder 85% de la moyenne des taux de rendement des actifs financiers de la compagnie d'assurance calculée sur les deux derniers exercices. Cette limite vise à prévenir des engagements excessifs.

Au fil des années, la réglementation concernant le TMG s'est renforcée. Certains contrats anciens proposant des taux de garantie élevés, comme un TMG de 4,5%, ont engendré d'importantes pertes pour les assureurs en raison de la chute des taux sur les marchés financiers. À l'heure actuelle, bon nombre de contrats d'épargne en euros disponibles sur le marché présentent des TMG de 0%.

Date	TME	Moyenne 6 mois	Moyenne 24 mois	Taux tech. vie	Taux tech. non vie
Décembre 2023	2,71%	3,17%	2,39%	1,60%	1,79%
Décembre 2022	2,65%	2,31%	0,88%	1,25%	0,66%
Décembre 2021	0,07%	0,07%	-0,04%	0,03%	-0,03%
Décembre 2020	-0,29%	-0,22%	0,03%	0,29%	0,02%
Décembre 2019	0,08%	-0,08%	0,49%	0,61%	0,37%
Décembre 2018	0,74%	0,77%	0,82%	0,72%	0,62%
Décembre 2017	0,62%	0,75%	0,68%	0,74%	0,51%

TABLE 1.1 – TME et TMG en décembre pour chaque année, de 2017 à 2023

1. Le capital est garanti, le TMG est donc de 0% avec une subtilité brut/net.

La participation aux bénéfices

Naturellement, la décision d'investir dans un contrat d'assurance vie est prise avec l'objectif de réaliser des profits. Les assureurs sont tenus de partager les bénéfices résultant des investissements réalisés avec les fonds en euros des souscripteurs de contrats d'assurance vie. Cette répartition des bénéfices est ce qu'on appelle la participation aux bénéfices (PB), et elle représente les gains issus des investissements des assurés, qui leur sont redistribués par la compagnie d'assurance. Le contrat doit préciser les modalités de participation aux bénéfices conformément à l'article L.132-5 du code des assurances.

La participation aux bénéfices est encadrée par l'Article A331-4 du Code des Assurances. Une compagnie d'assurance est tenue de redistribuer au moins 85% du bénéfice financier et 90% du bénéfice technique de l'année à ses assurés.

En pratique, en raison de la compétition dans le secteur, l'assureur pourrait choisir de reverser aux assurés un montant de PB supérieur à ce que requiert la réglementation. On distingue ainsi trois niveaux de PB : la PB réglementaire, la PB contractuelle et la PB discrétionnaire.

La PB minimale réglementaire : c'est celle imposée par la réglementation. Elle est calculée à une maille agrégée (entité modulo quelques spécificités pour des contrats cantonnés tels que le PERP) et non par contrat. Elle se calcule donc sur la base du résultat minimum réglementaire à partager RT_{min} comme suit.

$$RT_{min} = 85\% \times \text{résultat financier} + \begin{cases} 90\% \times \text{résultat technique} & \text{si } \geq 0 \\ 100\% \times \text{résultat technique} & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.1)$$

$$PB_{min} = RT_{min} - TMG \quad (1.2)$$

La PB contractuelle : c'est une clause spécifique de participation aux bénéfices pouvant être établie au contrat afin de stimuler la souscription de ce dernier. Son respect constitue un engagement contractuel de l'assureur. La PB contractuelle doit être au minimum égale à la PB réglementaire .

La PB discrétionnaire : elle correspond à une rétribution décidée par l'assureur, qui opte pour une meilleure rémunération des assurés en cas de performances favorables de l'entreprise. Cette approche vise à renforcer la fidélisation des assurés et à prévenir leur éventuel départ vers la concurrence.

Lors de la valorisation des contrats, l'assureur peut différer l'incorporation totale de la participation aux bénéfices aux provisions mathématiques. Cette décision peut dépendre du

taux cible anticipé par les assurés. Toutefois l'assureur dispose de huit ans pour effectuer cette incorporation. Pendant cette période il la provisionne partiellement dans un compte nommé Provision pour Participation aux Bénéfices (PPB) ou Provision pour Participation aux Excédents (PPE). Cette provision vise à stabiliser les rendements du contrat et à compenser des années de baisse.

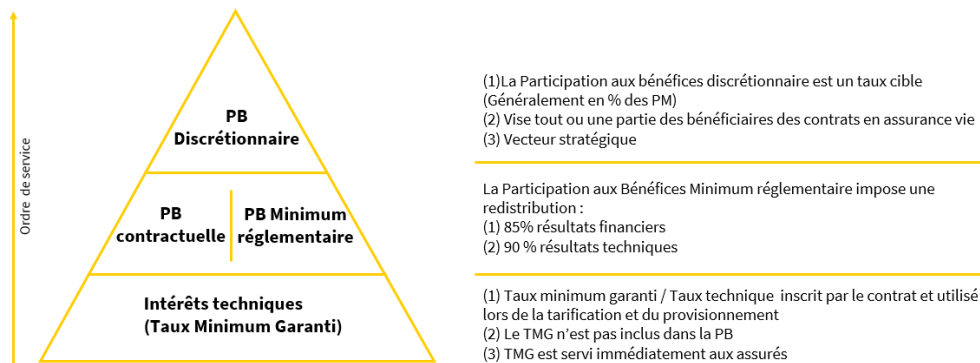


FIGURE 1.4 – Décomposition des intérêts servis

o Les sorties du contrats

La résiliation

Après la signature du contrat, le souscripteur dispose d'un délais appelé période de renonciation ou délais de Rétractation pour résilier son contrat.

Les périodes de rétractation pour les contrats d'assurance-vie sont régies par des règles particulières, distinctes de celles applicables aux contrats d'assurance habitation ou auto. Le souscripteur a une période de trente (30) jours après la signature pour se rétracter et annuler le contrat. La demande de résiliation doit être communiquée via une lettre recommandée avec accusé de réception. Et L'assureur est tenu de restituer les montants payés dans les 30 jours suivant la réception de la lettre recommandée. Si la restitution n'est pas effectuée dans ce délai, l'assureur devra payer un taux d'intérêt équivalent au taux légal majoré de 50 %. Après deux mois, ce taux sera doublé par rapport à l'intérêt légal.

Hormis ce cas, le contrat d'assurance vie ne peut se terminer avant l'échéance, qu'en cas de résiliation pour non paiement (contrats à primes périodiques fixes), en cas de rachat total, en cas de transfert ¹ ou en cas de décès. Dans ce dernier cas, le capital est versé au bénéficiaire ².

L'option de rachat

Pour les contrats d'épargne, les compagnies d'assurance offrent une possibilité de rachat permettant aux assurés de retirer tout (rachat total) ou une partie (rachat partiel) de leur

1. Le terme "transfert d'assurance vie" fait référence à la situation où un épargnant choisit de fermer son contrat d'assurance-vie auprès d'un assureur et d'en ouvrir un nouveau auprès d'un autre assureur en utilisant les fonds obtenus du contrat précédent.

2. Personne(s) désignée(s) par le souscripteur du contrat, qui, selon le cas, percevront le capital ou la rente en cas de décès de l'assuré.

épargne à tout moment, souvent sans frais (bien que certaines entreprises appliquent des pénalités).

Les assurés ont la faculté de recourir au rachat dans diverses situations, modélisées par deux mécanismes :

– **Les rachats structurels :**

Ils reflètent les rachats habituels qui ne dépendent que des caractéristiques de l'assuré : âge, sexe, niveau d'étude, revenus, nombre de personnes à charge etc.

La modélisation des rachats structurels repose sur l'utilisation de lois d'expérience basées sur l'historique des rachats observés. En l'absence de données, des simplifications sont proposées, comme l'application d'un taux moyen unique pour un groupe de risque homogène. Cette approche offre une proposition peu contraignante pour ce type de rachat.

– **Les rachats conjoncturels :**

Ils traduisent les comportements des assurés en matière de rachats en réponse à une mauvaise conjoncture économique : niveaux des taux, niveaux des indices immobilier et action, inflation, etc.

Pour modéliser ce type de rachat, les Orientations Nationales Complémentaires (ONC)¹ émises par l'ACPR proposent deux lois distinctes, l'une établissant un plafond minimal et l'autre un plafond maximal. Ces deux lois sont déterminées par plusieurs paramètres fournis par les ONC. Ci-dessous les paramètres estimés par les ONC et les lois obtenues en fonction de ces paramètres [4].

Paramètres	α	β	γ	δ	RC_{min}	RC_{max}
Plafond Max	-4%	0%	1%	4%	-4%	40%
Plafond min	-6%	-2%	1%	2%	-6%	20%

TABLE 1.2 – Paramètres de la loi de rachat dynamique des ONC

$$RC(R) = \begin{cases} RC_{max} & \text{si } R - TA \leq \alpha \\ RC_{max} \times \frac{R - TA - \beta}{\alpha - \beta} & \text{si } \alpha \leq R - TA \leq \beta \\ 0 & \text{si } \beta \leq R - TA \leq \gamma \\ RC_{min} \times \frac{R - TA - \gamma}{\delta - \gamma} & \text{si } \gamma \leq R - TA \leq \delta \\ RC_{min} & \text{si } \delta \leq R - TA \end{cases} \quad (1.3)$$

RC : Taux de rachats conjoncturels

R : Taux garanti

1. La mise en place de Solvabilité II a suivi plusieurs étapes, incluant les Études d'Impact Quantitatif (QIS). Le dernier QIS, lié aux provisions, SCR et ONC, a été accompagné d'ONC en 2010, fournissant des directives pour la modélisation des rachats.

TA : Taux de rendement attendu
 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ sont les paramètres du modèle

L'expression du taux de rachat total RT est alors donnée par :

$$RT(R, TA) = \min [1, \max(0, RS + RC(R, TA))] \quad (1.4)$$

Avec RS le taux de rachats structurels.

Les rachats conjoncturels peuvent engendrer des coûts pour les compagnies d'assurance. En effet en période de hausse des taux, lorsque les marchés obligataires sont à la baisse si les rendements proposés ne sont pas compétitifs, les rachats conjoncturels ont tendance à augmenter et les assureurs seront contraints de vendre à perte leurs actifs obligataires pour honorer leurs engagements.

o **Les frais, les commissions et les chargements**

Les frais

La compagnie d'assurance peut facturer des frais lors de la souscription et durant la vie du contrat. Ces frais sont déduits de la valeur des fonds investis sur le contrat.

En pratique la compagnie d'assurance paie des frais pour l'acquisition et la gestion du contrat et prélève des chargements sur les fonds investis.

Il y a 4 types de frais principalement :

- Frais de dossier : Ces frais sont fixes et payés lors de la souscription.
- Frais d'entrée : Ces frais sont prélevés à chaque versement que vous effectuez sur le contrat, à la souscription et en cours de contrat. Ils sont forfaitaires ou proportionnels au montant du versement.
- Frais de gestion : Ces frais sont prélevés pendant toute la durée du contrat.
- Frais d'arbitrage : Ces frais sont prélevés sur le montant des sommes transférées d'une unité de compte : Supports d'investissement autres que les fonds en euros. Les unités de compte représentent des organismes de placement collectif en valeurs mobilières (OPCVM). Leur valeur évolue à la hausse comme à la baisse. à l'autre. Ils sont forfaitaires ou proportionnels aux sommes transférées.

Il peut exister d'autres frais s'appliquant aux contrats d'assurance vie tels que les prélèvements sociaux ¹ et les frais en cas de sortie anticipée et autres frais associés.

Les commissions

Les commissions en assurance vie représentent des rémunérations que les assureurs accordent à leurs partenaires de distribution, principalement des courtiers et agents. Chaque

1. les intérêts générés par les contrats d'épargne en euros et en unités de compte sont assujettis aux prélèvements sociaux. Ces prélèvements ne sont appliqués que sur les bénéfices réalisés par le contrat.

contrat vendu par un courtier génère une commission payée par l'assureur. Cette commission, préalablement définie avec le courtier, est ensuite déduite des primes collectées grâce aux ventes du courtier. Elle est ensuite intégrée dans la prime d'assurance versée par le souscripteur. Les commissions sont des sommes payés

Les chargements

Les chargements désignent les montants réellement prélevés par l'assureur pour couvrir les frais et les commissions. L'assureur évalue les taux de chargements avant de connaître précisément ses dépenses en frais et commissions. Le calcul vise à équilibrer la couverture des coûts sans imposer une charge excessive à l'épargnant par rapport à ce que propose la concurrence. Dans le cas contraire, le souscripteur pourrait être incité à résilier son contrat en faveur d'une offre concurrente.

o La fiscalité des contrats d'épargne en euro

L'épargne en fonds euros détenue auprès d'une compagnie d'assurance-vie bénéficie d'un statut fiscal avantageux [5] en raison de son héritage en tant que moyen de protection à long terme exempt de taxation [6]. Bien que ces avantages fiscaux aient été réduits dans les années 80, ils demeurent le principal attrait de ce type d'épargne pour les Français, renforçant ainsi son attractivité en tant que véhicule d'investissement. Les contrats en fonds euros bénéficient également d'une fiscalité ¹ avantageuse dans le cas d'une succession en cas de décès.

Âge du contrat	Total de versements	Abattement / Taux
Moins de 4 ans	-	52.2% PFL+PS
Entre 4 et 8 ans	-	32.2% PFL+PS
Plus de 8 ans	Moins de 150 000 euros	Abattement de 4600 euros
Plus de 8 ans	Au-dessus de 150 000 euros	24.7% PFL+PS ou 30% PFU

TABLE 1.3 – Résumé fiscal des fonds en euros à partir du 27 septembre 2017

1. Barème progressif : imposition comprenant l'impôt sur le revenu et les prélèvements sociaux (17,2 %). La CSG est déductible.

PFL : prélèvement forfaitaire libératoire, variant entre 35 %, 15 % ou 7,5 % selon la durée du contrat. PFU : prélèvement forfaitaire unique, surnommé flat tax, à hauteur de 30%. Composé d'un prélèvement forfaitaire de 12,8 % et des prélèvements sociaux (17,2 %). Pour les contrats de plus de 8 ans, le taux du PFU est réduit à 24,7 %.

PS : prélèvements sociaux, dont le taux est porté à 17,2 % depuis 2018.

- **Les provisions pour un contrat d'assurance vie**

L'analyse des provisions revêt une importance cruciale pour évaluer la valeur économique d'un contrat. En effet les différentes provisions doivent englober la valorisation précise des options contractuelles en jeu. Les principales provisions considérées dans l'étude sont : la provision mathématiques (PM), la réserve de capitalisation (RC), la provision pour participation au bénéfices (PPB encore appelée PPE : Provisions pour participation aux excédents).

La provision mathématiques (PM)

La Provision Mathématique (PM) correspond au solde du contrat d'épargne et reflète la dette potentielle de l'assureur envers les assurés. Elle est au minimum réévaluée selon le Taux Minimum Garanti (TMG). Cette provision exprime les obligations comptables de l'assureur à un moment donné. Son calcul repose sur des méthodes actuarielles. Conformément à l'article R 331-3 du Code des assurances, la provision mathématiques représente l'écart entre les valeurs actuelles des engagements assumés par l'assureur et l'assuré.

$$PM = VAP_{assureur} - VAP_{assur} \quad (1.5)$$

Où VAP veut dire "Valeur actuelle probable"

La réserve de capitalisation (RC)

La réserve de capitalisation est une provision technique essentielle pour les compagnies d'assurance, destinée à lisser les résultats financiers des placements obligataires à taux fixe face aux fluctuations des taux d'intérêt. Elle est alimentée par les plus-values réalisées lors de la vente d'obligations et peut être utilisée pour compenser les moins-values. Cependant, il est important de noter que la réserve de capitalisation ne peut pas devenir négative. Si les moins-values excèdent le solde de la réserve de capitalisation, le surplus de moins-value est imputé au résultat de la compagnie d'assurance. Ce mécanisme garantit que les variations négatives au-delà de la capacité de la réserve ne déstabilisent pas la situation financière de l'assureur.

La provision pour participation aux excédents (PPE)

Aussi appelée PPB (provision pour participation aux bénéfices), cette provision est constituée lorsque le montant des participations aux bénéfices attribué aux bénéficiaires des contrats n'est pas payable immédiatement après la liquidation de l'exercice qui les a produits. L'assureur est toutefois tenu de redistribuer ces bénéfices dans les huit ans qui suivent leur constatation.

Un trait distinctif de cette provision est son intégration aux fonds propres de l'assureur et son admissibilité à la constitution de la marge de solvabilité.

La provision pour risque d'exigibilité (PRE)

D'après l'Article R331-5-1 du Code des Assurances, la provision pour risque d'exigibilité (PRE) est établie pour couvrir les engagements de l'assureur en cas de dépréciation de la valeur totale des actifs non amortissables. La création de la PRE survient lorsque la valeur des placements financiers non amortissables affiche une dépréciation latente.

La contribution annuelle à la provision pour risque d'exigibilité ne peut dépasser un tiers du montant total de la dépréciation latente.

1.2 Cadre réglementaire : Solvabilité 2

1.2.1 Présentation générale

Solvabilité II est une réglementation de l'Union européenne qui régit le secteur de l'assurance et vise à établir un cadre réglementaire solide et cohérent pour la solvabilité et la gestion des risques des compagnies d'assurance au sein de l'UE. Elle a été mise en œuvre le 1er janvier 2016 et remplace la précédente directive Solvabilité I. Les spécifications techniques sont élaborées par l'European Insurance and Occupational Pensions Authority (EIOPA) à l'échelle de l'Europe, tandis que leur exécution est supervisée par l'ACPR en France.

Les principaux objectifs de Solvabilité II sont les suivants :

- Renforcement de la solidité financière : La réglementation vise à garantir que les compagnies d'assurance disposent d'un niveau adéquat de capital pour couvrir les risques auxquels elles sont exposées. Cela contribue à prévenir les faillites et assure une protection accrue des assurés.
- Gestion des risques efficace : Solvabilité II encourage les assureurs à mettre en place des systèmes et des processus de gestion des risques solides. Les entreprises sont tenues d'identifier, de quantifier et de gérer leurs risques de manière proactive.
- Transparence et divulgation : Les compagnies d'assurance doivent fournir des informations claires et transparentes sur leur situation financière, leurs risques et leurs méthodes de calcul du capital aux autorités de régulation et aux parties prenantes.
- Évaluation basée sur la juste valeur : Solvabilité II introduit le concept de "juste valeur" (fair value) pour évaluer les actifs et les passifs des assureurs de manière réaliste et précise. Cela permet de refléter au mieux la valeur actuelle des éléments du bilan.
- Règles de gouvernance : Les entreprises d'assurance sont tenues de mettre en place des pratiques de gouvernance solides, y compris des comités de gestion des risques et de l'audit, pour garantir une gestion efficace et une supervision adéquate.
- Supervision et coopération : Solvabilité II encourage la coopération entre les autorités de régulation des différents pays membres de l'UE pour garantir une application cohérente des normes et des règles.

1.2.2 Une organisation en trois piliers

Solvabilité II repose sur trois piliers distincts : le premier définit les critères du calcul du capital économique, le deuxième intègre des outils pour la gestion des risques et la mise en place d'une gouvernance adaptée, tandis que le troisième énonce les règles relatives aux rapports publics et réglementaires. Dans les paragraphes suivants, nous présentons plus en détail chacun de ces trois piliers. [7].

Pilier 1 : Exigences quantitatives

Le pilier I établit les critères pour le calcul du capital économique et la valorisation du bilan économique, dans le cadre duquel les actifs sont évalués à leur valeur de marché, tandis que les passifs sont estimés en fonction de la "Best Estimate", nécessitant une projection future des engagements de l'assureur en prenant en compte l'évolution des actifs et des passifs. Ainsi, dans ce premier pilier, on retrouve l'estimation des provisions techniques : le calcul du Best Estimate (BE), et des fonds propres économiques : le capital de solvabilité requis (SCR), le minimum de capital requis (MCR), et la marge de risque (RM). Nous reviendrons sur ces indicateurs plus en détail dans la suite, car il s'agit du cœur de notre modélisation.

Pilier 2 : Exigences qualitatives de gestion des risques

Le deuxième pilier de Solvabilité II concerne la gestion des risques et la gouvernance au sein des compagnies d'assurance. Il met l'accent sur l'établissement de processus et de systèmes solides pour identifier, évaluer et gérer les risques auxquels les assureurs sont exposés. Les entreprises doivent mettre en place des politiques de gestion des risques, des procédures de contrôle interne et des mécanismes de surveillance. Ce pilier encourage également une gouvernance adéquate, y compris des comités dédiés à la gestion des risques et à l'audit. L'objectif global est de garantir une gestion efficace des risques et de renforcer la stabilité financière des assureurs.

Dans le contexte de ce pilier, Solvabilité II introduit la méthode ERM (Enterprise Risk Management), qui détaille l'approche de gestion des risques. Cette méthode ERM repose sur quatre fonctions clés énoncées dans les articles 44, 46 et 48 de Solvabilité II : l'audit interne, la fonction de conformité, la gestion des risques et la fonction actuarielle. Le deuxième élément clé du pilier II est l'ORSA : Own Risk and Solvency Assessment (ORSA). L'ORSA est un concept clé de la réglementation Solvabilité II. Il s'agit d'une évaluation interne des risques et de la solvabilité que les compagnies d'assurance doivent effectuer régulièrement. L'objectif de l'ORSA est de permettre aux assureurs de prendre une perspective holistique sur leurs propres risques et leur solvabilité, au-delà des exigences réglementaires minimales.

Pilier 3 : Exigences de communication financière

Le pilier 3 du dispositif de réglementation met l'accent sur la transparence des compagnies d'assurance en introduisant des rapports publics et réglementaires. Ces rapports comprennent le SFCR ¹ et le RSR ². Le premier est publié annuellement et est accessible au public. Le second est un rapport privé partagé

1. Solvency and Financial Conditions Report. En français c'est le Rapport sur la Solvabilité et la Situation Financière

2. Regulatory Solvency Report. En français c'est le Rapport sur la Stratégie de Recouvrement

entre la compagnie d'assurance et l'autorité de régulation, à soumettre au moins tous les trois ans. Bien que différents dans leur audience, ces deux rapports ont une structure similaire et se concentrent sur cinq principaux axes :

- Business, External Environment and Performance : Cette section porte sur l'activité d'assurance et les résultats qui en découlent.
- Governance et Remuneration policy : Elle traite de la transparence du système de direction au sein de la compagnie.
- Risk Profile sur le profil de risque : Cette partie met en lumière le profil de risque de la compagnie et traite de la transparence du système de gestion des risques.
- Valuation for Solvency Purposes : Cette section concerne les méthodes de valorisation utilisées pour évaluer la solvabilité de la compagnie.
- Capital Management : Elle se penche sur les exigences de capital et les fonds propres nécessaires.

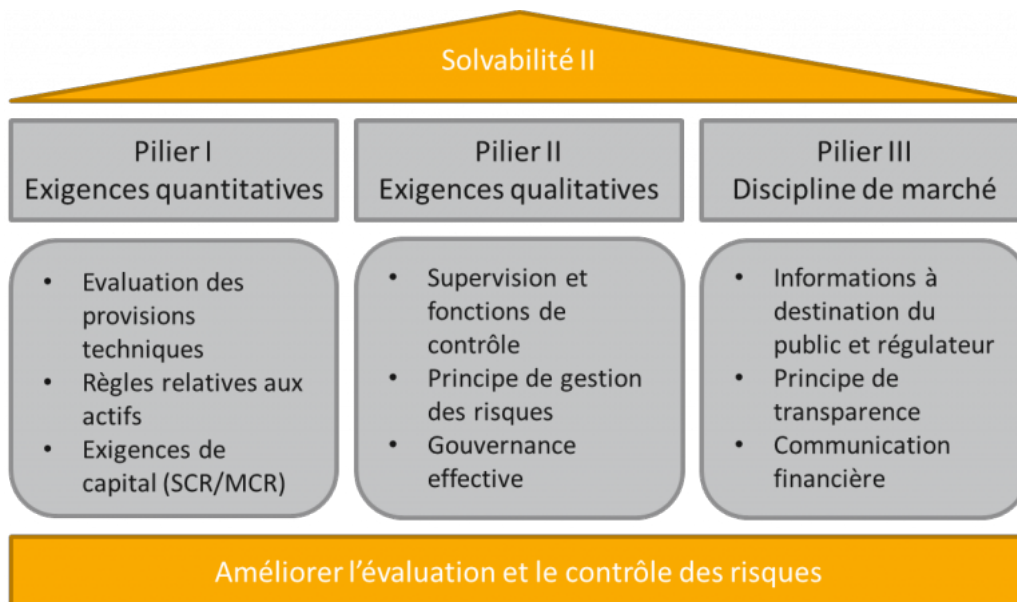


FIGURE 1.5 – Principe de fonctionnement de Solvabilité II

Le but de cette étude étant d'évaluer les effets des différents facteurs sur les indicateurs S2 : BE, VIF, nous nous concentrons donc sur le premier pilier de la norme prudentielle afin d'élucider davantage les exigences quantitatives et leurs calculs.

1.2.3 Principe de valorisation économique en référentiel solvabilité 2

Bilan économiques

Le bilan économique au sein de Solvabilité II représente une vue complète des actifs et des passifs d'une entreprise d'assurance, évalués à leurs valeurs de marché actuelles. Contrairement au bilan comptable traditionnel, il inclut également une évaluation réaliste des engagements futurs. Cette approche reflète plus fidèlement la situation financière de l'entreprise et aide à évaluer sa solvabilité en prenant en

compte les fluctuations du marché.

Ci-après les représentations schématiques du bilan comptable qui devient un bilan économique en référentiel Solvabilité 2.

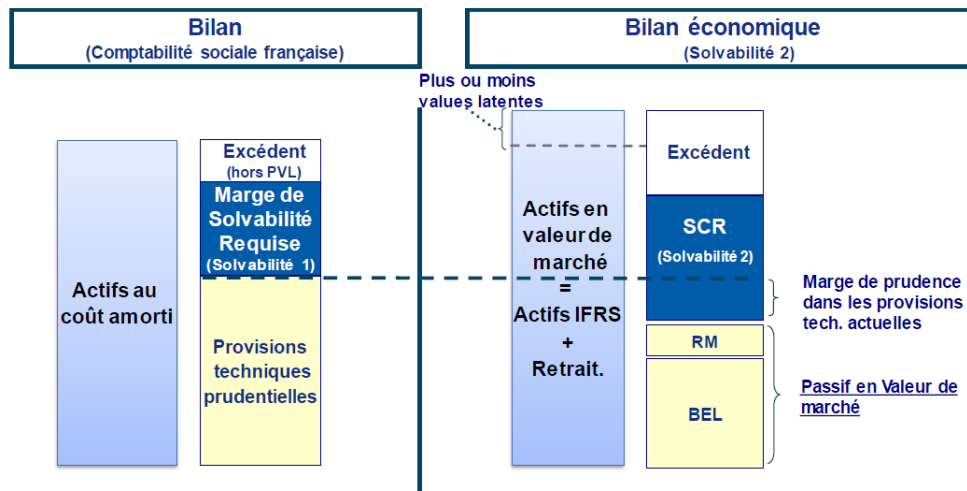


FIGURE 1.6 – Comparaison bilan : comptabilité vs Solvabilité II.

Plusieurs remarques peuvent être faites sur ces bilans :

- Dans la réglementation Solvabilité II, la taille du bilan est plus importante en raison de la valorisation des actifs selon leur valeur de marché, contrairement à l'approche antérieure comptable et prudentielle qui provisionnait les moins-values latentes mais pas les plus-values latentes.
- Les provisions techniques sous les normes comptables intègrent une marge de prudence accrue, tandis que sous les normes Solvabilité II, elles sont évaluées à leur juste valeur, sans cette couche de prudence.

Le Best Estimate : BE

L'approche retenue pour évaluer les provisions techniques dans le référentiel Solvabilité II représente un changement significatif dans la manière dont les compagnies d'assurance évaluent leurs engagements. Cette nouvelle méthode adopte une approche dite "Best estimate".

Le BE ¹ Best Estimate (meilleure estimation) désigne une estimation réaliste des valeurs futures des passifs de la compagnie d'assurance, tenant compte des fluctuations probables du marché. Il vise à refléter au mieux la valeur actuelle des engagements futurs, en utilisant des hypothèses prudentes et réalistes.

De façon plus exhaustive, le BE est défini à l'article R351-2 ² du Code des Assurances. Ainsi, le BE « correspond à la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs compte tenu de la valeur temporelle de l'argent estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinente, soit la valeur actuelle attendue des flux de trésorerie futurs ». **Les flux de trésorerie ou cash-flows :**

1. Le BEL (Best estimate liabilities sur le schéma de la figure 1.10) désigne également le BE dans le contexte de ce papier. Cependant dans certaines littératures, le BEL est utilisé pour désigner le BE conditionnellement à un scénario économique donné. Voir Planchet ressource actuarielle : cours modèles financiers en assurance.

2. Transposition en droit français de l'article 77 de la Directive Solvabilité 2

correspondent à tous les flux relevant des engagements de l'assureur liés au contrat d'assurance. Ils comprennent les flux sortants et les flux entrants.

- Les flux sortants se composent généralement des prestations (les décès, les rachats, les échéances), des frais, des commissions, des avances sur polices.
- Quant aux flux entrants, il s'agit des entrées de cash liées au contrat : les primes ¹ à l'initial ($t=0$) par exemple, les créances reçues comme les avances sur polices reçues.

Les principes de projection pour le calcul du BE : La méthodologie de valorisation doit se conformer à divers principes ² :

- Le principe de "market consistency" : Utilisation des informations disponibles sur les marchés financiers,
- Calcul en continuité d'exploitation : L'approche en continuité d'exploitation suppose que l'entreprise maintienne son activité sans liquidation prévisible. En cas de pertes, les actionnaires fournissent les fonds nécessaires. Seuls les engagements contractuels sont évalués, excluant les contrats futurs (approche "run-off"). Cette approche influence les frais estimés et les distributions de bénéfices, car les futures souscriptions couvriront des coûts unitaires liés au nombre de contrats.
- Calcul brut de réassurance : Le calcul du Best Estimate (BE) se fait sans déduire les créances issues des contrats de réassurance et des véhicules de titrisation, ces montants étant évalués indépendamment.
- Les spécifications techniques du QIS5 : Insistent sur le fait que l'horizon de projection doit être suffisamment long pour que la différence entre les provisions calculées avec cet horizon et celles calculées jusqu'à extinction totale du portefeuille soit négligeable.
- Le Règlement Délégué, édité par la Commission européenne en janvier 2015, stipule à l'article 35 que les projections de flux de trésorerie sont établies pour chaque contrat, mais permet des regroupements si les polices et les risques associés sont similaires, sans altérer les résultats. Les directives Solvabilité II pour les model points sont centrées dans le Règlement Délégué (Article 35) et l'Orientation EIOPA sur la valorisation des provisions techniques.

La méthode de calcul du BE :

En notant :

- F_t le flux de trésorerie à l'année t avec $F_t = \text{flux sortant} - \text{flux entrant}$
- r_t le taux sans risque en t
- T l'horizon de projection

1. Les primes n'entrent plus dans le calcul du BE au-delà de la date $t=0$, sauf si les engagements sont subordonnés au paiement des primes, ce qui n'est pas notre cas.

2. Tirés de l'Article L351-2 du Code des Assurances, correspondant à la transposition en droit français de l'article 76 de la Directive Solvabilité 2

Le Best Estimate en déterministe (pour un scénario : le scénario central) du contrat se calcule alors comme suit :

$$BE = \sum_{t=1}^T \frac{F_t}{(1+r_t)^t} \quad (1.6)$$

En pratique, il n'est pas possible de déterminer avec une formule fermée tous les flux futurs compte tenu des incertitudes des différents facteurs de risques : les flux financiers (actions, obligations indexées) et, par ricochet, les flux du passif du fait des interactions actif/passif (politique de PB). Pour intégrer ces aléas dans le calcul de la meilleure estimation des engagements, on adopte donc une approche stochastique de type Monte Carlo avec un certain nombre de scénarios. Ce qui conduit à la formule suivante du BE en stochastique :

$$BE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \frac{F_t^i}{(1+r_t)^t} \quad (1.7)$$

- F_t^i : Le flux de trésorerie à l'année t pour le scénario i .
- N : Le nombre total de scénarios simulés.

Le BE est la meilleure estimation des provisions mathématiques de la compagnie en ce sens qu'il n'inclut aucune marge de prudence.

La marge pour risque : RM

Cette composante additionnelle à la meilleure estimation, basée sur le SCR, représente une partie des provisions techniques. Elle vise, pour une compagnie d'assurance, à garantir que les provisions techniques correspondent au montant que les autres entreprises d'assurance et de réassurance demanderaient pour reprendre le risque.

La RM est calculée à partir du coût d'immobilisation des fonds propres nécessaires pour atteindre jusqu'au terme le SCR relatif aux engagements d'assurance :

$$\text{Risk Margin} = CoC \times \sum_{t \geq 0} \frac{SCR_t}{(1+r_t)^t} \quad (1.8)$$

où CoC est le taux du coût du capital, SCR_t est le capital de solvabilité requis à la date t et r_t le taux sans risque à la date t .

Le SCR : Capital de Solvabilité Requis

Le Capital de Solvabilité Requis, ou SCR (en anglais Solvency Capital Requirement), est détaillé dans les articles 100 à 127 de la directive Solvabilité II. Il indique le montant de fonds propres requis pour réduire la probabilité de faillite à 0,5% à l'horizon d'un an. En essence, il s'agit de la Value at Risk des fonds propres de base, avec une confiance de 99,5% sur un an.

Le SCR peut être calculé par différentes méthodes : la formule standard ou le modèle interne (complet), ou une combinaison de ces deux méthodes (modèle interne partiel). L'évaluation par formule standard résulte d'un calcul générique établi par le régulateur, basé sur des hypothèses communes pour tous les assureurs. Le modèle interne, développé en interne, doit être certifié valide par l'ACPR

pour le calcul du SCR.

Le modèle interne : Le SCR établit un capital pour faire face à des événements rares survenant tous les 200 ans. C'est une réserve pour amortir les fluctuations extrêmes des fonds propres. En notant FP_1 la distribution estimée des fonds propres dans 1 an, le quantile à 0,5% représente le niveau de fonds propres résultant d'une baisse exceptionnelle, qui se produit tous les 200 ans. Le SCR constitue une réserve destinée à absorber cet impact. Ainsi, le SCR en modèle interne est déterminé par la formule ci-dessous :

$$SCR = FP_0 - q_{0.5\%} \left(\frac{FP_1}{1 + r_1} \right) \quad (1.9)$$

Le but en modèle interne est donc de déterminer la distribution des fonds propres (ou de la NAV qui est le résultat net car c'est la seule composante variable des fonds propres). Les méthodes classiques pour réaliser ce calcul sont les méthodes de simulation dans simulation (SdS) ou encore de least square Monté Carlo, que nous ne détaillons pas ici. Le modèle interne est une approche très coûteuse en temps de calcul.

La formule standard : La Formule Standard propose à l'assureur d'estimer son SCR par une approche modulaire. Cela permet d'éviter de passer par la détermination complète de la distribution des fonds propres, ce qui est une tâche assez complexe. L'approche consiste à calculer des SCR pour chaque module de risque. Puis ces SCR par modules sont agrégés en un BSCR (SCR de base ou Base SCR en anglais), qui avant d'aboutir au SCR final, sera ajusté ensuite en considérant deux facteurs :

- Le risque opérationnel : le risque de subir des pertes causées par des processus internes insuffisants, des personnes et des systèmes défaillants, ou des événements externes.
- Un terme d'ajustement qui représente la compensation potentielle de pertes non anticipées par une diminution des provisions techniques ou des impôts différés. Cet ajustement est inhérent au caractère long terme de l'assurance. En effet, un assureur peut démontrer qu'il réalisera du bénéfice à l'avenir ou qu'il pourra réduire ses prestations futures pour couvrir des pertes non anticipées lors de leur survenance. L'ajustement va alors venir compenser ces pertes potentielles dues à des processus internes incongrus ou défaillants, des erreurs de membres du personnel ou des événements extérieurs.

Le Régulateur fournit une cartographie des risques majeurs auxquels une entité peut être confrontée (voir figure ci-dessous).

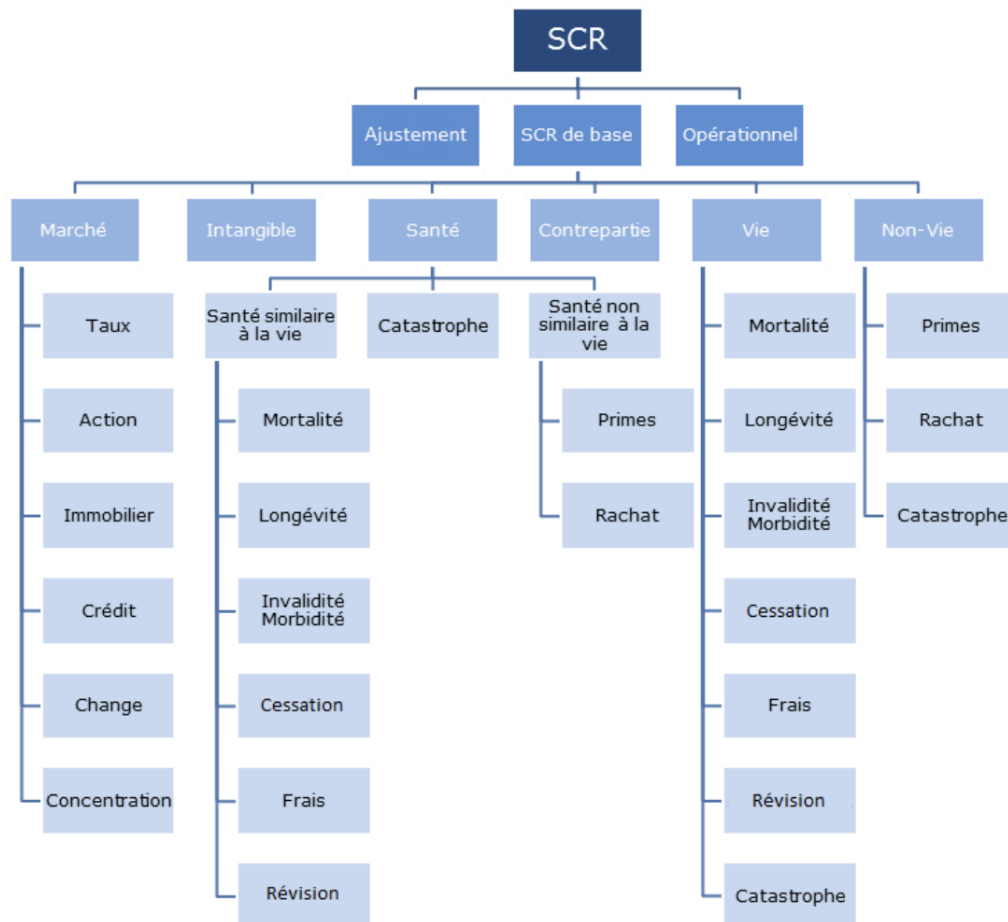


FIGURE 1.7 – Les modules de risque

Détail du calcul : Comme on peut le voir sur la figure 1.11, les modules de risques se subdivisent en sous-modules. Ces sous-modules de risques sont appelés risques élémentaires (nuance de bleu clair dans l'arborescence). Ainsi, pour un module de risque donné m , chaque risque élémentaire subit un choc qui entraîne une consommation de capital. La consommation de capital due à un risque élémentaire forme le capital lié à ce risque. C'est ainsi qu'un montant est attribué à chaque risque élémentaire lors de sa quantification. Les niveaux de chocs sont définis dans le règlement délégué (UE) 2015/35. Ensuite, le SCR pour le module de risque est calculé en agrégeant les consommations individuelles de chaque risque au moyen de coefficients de corrélation linéaires qui reflètent les effets de diversification entre les différents risques.

Soit :

- R_m : l'ensemble des risques du module m
- C_i : le capital au titre du risque i
- $\rho_{i,j}^{R_m}$: le coefficient de corrélation permettant d'agréger les capitaux des risques, i et j , du module m
- SCR_m : le capital économique du module m .

- M : l'ensemble des modules
- $\rho_{i,j}^M$ le coefficient de corrélation permettant d'agréger les capitaux des modules i et j

Alors on a :

$$SCR_m = \sqrt{\sum_{i,j \in R_m} \rho_{i,j}^{R_m} \times C_i \times C_j} \quad (1.10)$$

De manière similaire, pour tenir compte des effets de diversification entre les modules, les SCR par module sont regroupés pour obtenir un capital global couvrant l'ensemble des modules, c'est-à-dire le SCR de base.

$$SCR_{base} = \sqrt{\sum_{i,j \in M} \rho_{i,j}^M \times SCR_i \times SCR_j} \quad (1.11)$$

Le MCR : Capital Minimum Réquis

Le MCR (Minimum Capital Requirement en anglais) est le premier niveau de fonds propres de référence décrit par Solvabilité 2. Il représente le niveau de fonds propres minimum que la compagnie d'assurance doit maintenir pour garantir sa solvabilité et sa stabilité financière tout en poursuivant ses activités. Le MCR est défini par les articles L352-5, L.352-5-1 et R.352-29 du Code des assurances et peut varier en fonction des risques spécifiques auxquels chaque entreprise est exposée.

L'objectif du MCR est de s'assurer que les assureurs disposent d'une marge de sécurité en capital adéquate pour faire face aux risques liés à leurs engagements envers les assurés, les obligations contractuelles et les fluctuations du marché. Il sert de garde-fou contre les risques excessifs et prévient les situations où une entreprise pourrait être incapable de répondre à tous ses engagements financiers.

Le calcul du MCR prend en compte divers facteurs tels que les risques de souscription, les risques opérationnels et les risques de marché. Les régulateurs exigent que les entreprises maintiennent un niveau de capital supérieur ou égal au MCR pour garantir la stabilité et la confiance dans l'industrie de l'assurance. En dessous du MCR, leur est retiré par les régulateurs.

Lien avec la Value of In Force (VIF)

L'Embedded Value est une norme de reporting financier introduite pour fournir une représentation précise de la valeur d'une société d'assurance-vie du point de vue de l'actionnaire. Établie par le CFO Forum, regroupant les directeurs financiers des principales compagnies européennes, elle a évolué depuis sa création vers sa forme actuelle : la Market Consistency Embedded Value (MCEV).

La MCEV se divise en deux composantes essentielles : la VIF (valeur des résultats futurs distribuables), à laquelle s'ajoute ensuite l'actif net revalorisé, représentant les fonds propres (désigné par NAV, soit Net Asset Value).

$$MCEV = VIF + NAV \quad (1.12)$$

Et il existe la relation suivante entre le référentiel MCEV et le référentiel Solvabilité 2 :

$$SCR + \text{excédent} = VIF + NAV \quad (1.13)$$

Ainsi, le bilan économique classique sous Solvabilité 2 peut être représenté simplement en incorporant la VIF et la NAV, ce qui permet de contourner les difficultés dans le calcul du SCR et d'obtenir les indicateurs plus facilement et plus rapidement. C'est pourquoi nous calculons une VIF dans cette étude.

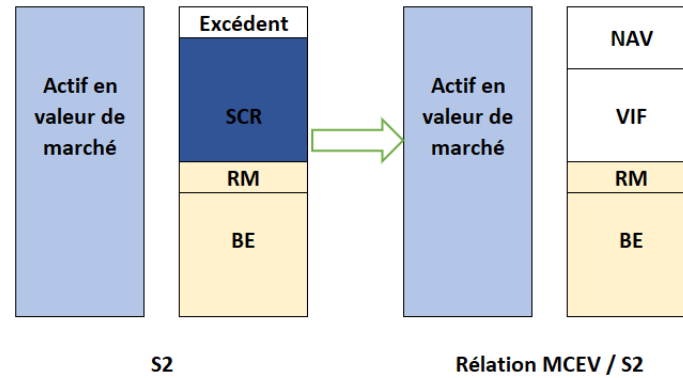


FIGURE 1.8 – Réécriture du bilan économique S2 avec la VIF

La VIF représente la valeur présente des flux de trésorerie futurs attendus générés par ces contrats. Elle mesure la valeur actuelle des primes futures à recevoir ainsi que des prestations futures à payer, ajustées pour tenir compte du temps et des taux d'intérêt :

$$VIF = \sum_{t=1}^T \frac{Re_t}{(1 + r_t)^t} \quad (1.14)$$

Avec Re_t : le résultat en période t et r_t le taux sans risque sur la même période t .

La NAV Quant à elle, représente la richesse accumulée par l'entreprise au fil du temps, disponible immédiatement pour les actionnaires. Elle reflète la valeur nette comptable des fonds propres statutaires, ajustée en fonction des gains en capital non réalisés, après déduction des impôts, qui bénéficient à l'actionnaire.

Chapitre 2

Construction du modèle ALM

2.1 Générateur de scénarios économiques et modélisation Actif/Passif

Dans cette partie il est question de présenter les différents outils à l'oeuvre dans le modèle de projection ALM construit.

2.1.1 L'outil ALM

2.1.1.1 Nécessité d'un modélisation ALM

L'évaluation du passif des compagnies d'assurance vie en valeur économique, conformément aux exigences de Solvabilité 2, requiert des assureurs la capacité de projeter avec la plus grande précision possible l'ensemble des flux financiers liés à leurs engagements contractuels envers les assurés. Cependant, les interactions entre les actifs et les passifs, notamment les options cachées dans les contrats d'assurance vie telles que les rachats et les politiques de participation aux bénéfices, créent des asymétries qui rendent impossible l'utilisation de formules fermées pour estimer les flux de trésorerie futurs. L'adoption d'une approche de gestion actif-passif (ALM) devient indispensable. Ce type de modèle ALM permet de prendre en considération les différentes asymétries découlant des interactions entre l'actif et le passif d'une compagnie d'assurance.

2.1.1.2 Définition d'un modèle ALM

L'ALM, ou gestion actif-passif, est une méthode de pilotage des actifs et passifs visant à assurer un équilibre entre ces deux composantes du bilan. Ces méthodes impliquent la modélisation et la projection de l'ensemble du bilan à un horizon donné, incluant les actifs, les passifs et les interactions entre les deux, telles que les clauses de participation aux bénéfices et les options de rachat. Les projections prennent en compte toutes les hypothèses techniques (telles que les rachats et la mortalité) et financières (comme les taux d'intérêt, l'inflation et les cours des actions), en les modélisant de manière réaliste.

On peut donc résumer l'ALM comme un ensemble de techniques et de procédés permettant à l'assureur de prévoir, d'ajuster et de contrôler la composition et l'adéquation de tous ses actifs et passifs. Son objectif est de :

- Une optimisation des fonds propres de l'organisation (BE, SCR) ;
- Une minimisation du risque de taux pour garantir ces obligations (TMG) ;
- Une adaptation permanente aux conditions du marché et au comportement des assurés.

2.1.1.3 Architecture d'un modèle ALM

- En entrée, un générateur de scénarios économiques modélise un état économique : une projection des différentes hypothèses économiques sur un certain horizon (relativement long : 50 ans).
- Pour chacun des scénarios, l'outil réalise la projection du bilan en utilisant les portefeuilles du passif et de l'actif ainsi que les différents paramètres de projection : les tables de rachats, de mortalités, les allocations d'actifs, les règles de PB, etc.

- Les cash-flows en sortie permettent de calculer les indicateurs S2 : BE, Risk margin, SCR, etc.

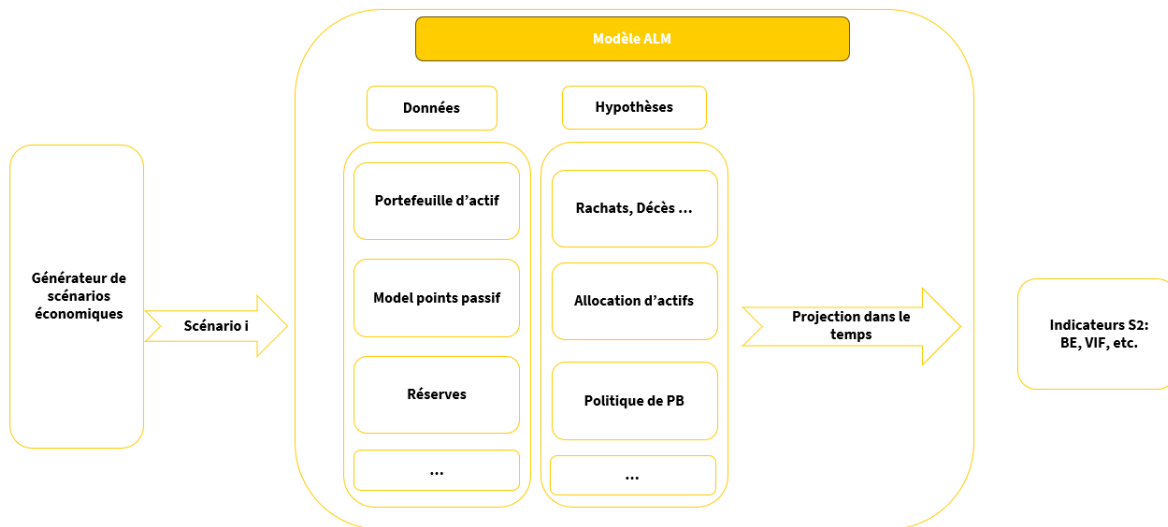


FIGURE 2.1 – Fonctionnement du modèle ALM

Dans la pratique, différents types de modèles ALM sont rencontrés, représentant différentes façons de réaliser une projection ALM. Nous présentons dans la suite les modèles qui entrent dans le cadre de ce mémoire : une introduction au modèle du flexing servant de modèle de référence pour le modèle simplifié full ALM construit ensuite. Ces deux modèles s'appuient sur le même générateur de scénarios économiques, que nous présentons pour commencer.

2.1.2 Le GSE

2.1.2.1 Généralité

Le générateur de scénarios économiques (GSE) est un outil de simulation qui permet la projection dans le temps de trajectoires plausibles pour des variables économiques d'intérêt pour les calculs du Best Estimate, telles que les taux d'intérêt, l'indice d'inflation, les rendements des actions, les rendements des obligations et les rendements de l'immobilier. Le générateur de scénarios économiques (GSE), utilisé conjointement avec un modèle d'assurance prospectif, offre la capacité non seulement de projeter l'environnement économique de la compagnie d'assurance, mais également de prendre en compte les interactions entre l'actif et le passif, ainsi que les réactions des assurés en réponse à la situation financière de la compagnie.

L'implémentation et la validation d'un générateur de scénarios économiques (GSE) se déroulent généralement en cinq étapes, comme énumérées ci-dessous :

1. Choix des modèles de projection : Sélection des modèles mathématiques qui seront utilisés pour simuler les trajectoires des variables économiques, telles que les taux d'intérêt et les rendements des actifs. Ces modèles doivent être adaptés à la complexité et à la volatilité des marchés financiers.

2. Choix des inputs : Sélection des paramètres et des données initiales nécessaires pour alimenter les modèles de projection. Il peut s'agir de taux d'intérêt de départ, d'indices économiques, de volatilité, etc.
3. Calibrage des modèles : Ajustement des modèles choisis en fonction des données historiques et d'autres informations pertinentes. Cela permet de s'assurer que les modèles génèrent des scénarios réalistes et cohérents avec le passé.
4. Génération des scénarios : Utilisation des modèles calibrés pour générer une gamme de scénarios possibles pour les variables économiques sur une période donnée. Ces scénarios représentent les différentes trajectoires que ces variables pourraient suivre dans le futur.
5. Validation des scénarios générés : Évaluation de la qualité et de la cohérence des scénarios générés par rapport aux données historiques, aux attentes du marché et à d'autres critères de validation. Cette étape vise à s'assurer que les scénarios produits sont pertinents et reflètent de manière précise la réalité financière.

On distingue deux types de Générateurs de Scénarios Économiques (GSE) en fonction de leur cadre de modélisation.

- **Monde réel** : Les rendements des actifs sous ce GSE intègrent généralement une prime de risque associée à ces actifs. Les modèles sont calibrés avec des données historiques représentatives de l'état économique lors du calcul.
- **Monde risque-neutre** : Dans le monde risque-neutre (RN), les modèles sont calibrés en fonction des prix du marché en l'absence d'opportunités d'arbitrage. Cette approche évite la délicate tâche de déterminer les primes de risque car tous les actifs sont censés rapporter le taux sans risque. Un GSE dans ce contexte est utile pour les évaluations conformes au marché préconisées par Solvabilité II.

Le but de cette étude étant de réaliser une projection S2 du bilan, le GSE utilisé est un GSE risque-neutre.

2.1.2.2 Les modèles de projections au sein du GSE Abeille Assurances

Chez Abeille, le Générateur de Scénarios Économiques (GSE) est composé de 3000 scénarios projetés sur une période de 50 ans. Il vise à modéliser l'état économique et financier dans la valorisation économique de son bilan. Pour ce faire, cinq facteurs de risques sont pris en compte, à savoir les risques de taux, d'actions, d'immobiliers, d'inflation et de crédit.

Les différents modèles adoptés pour chacun de ces facteurs de risque sont brièvement présentés ci-dessous.

- **Modèle de taux**

Le modèle de taux utilisé est appelé Displaced Diffusion Libor Market Model Constant Elasticity Volatility (DD LMM CEV) [8]. Ce modèle est largement utilisé pour expliquer les prix des options

sur les taux d'intérêt, tels que les caps et les floors. Il justifie également l'utilisation des formules de Black pour évaluer ces options et offre une précision accrue pour évaluer des produits structurés de taux plus complexes.

Le modèle DD LMM CEV repose sur un échéancier discret (annuel, mensuel) correspondant au pas de discrétisation qui sera utilisé par la suite. Il modélise le taux Libor Forward défini par :

$$F_k(t) = F(t, T_{k-1}, T_k) = \frac{1}{\tau_k} \left(\frac{P(t, T_{k-1})}{P(t, T_k)} - 1 \right) \text{ avec } \tau_k = T_k - T_{k-1} \quad (2.1)$$

Ainsi si l'on note :

- $F_k(t)$ le taux LIBOR forward $F(t, T_{k-1}, T_k)$: taux valable entre T_{k-1} et T_k vu de t
- $P(t, T_k)$ le prix d'un zéro coupon vu en t et de maturité T_k ;
- Q^k la probabilité associée au numéraire $P(t, T_k)$: $\frac{dQ}{dQ^k} |_{\mathcal{F}_t} = P(t, T_k)$ avec Q la probabilité risque-neutre ;

Le taux LIBOR forward vérifie alors, sous la probabilité forward risque-neutre Q^k (qui est la probabilité associée au numéraire $P(t, T_k)$), l'équation différentielle :

$$dF_k(t) = (F_k(t) + \delta)^\eta \cdot \left[\sigma_1^k(t) dZ_1^k + \sigma_2^k(t) dZ_2^k \right] \quad (2.2)$$

Quelques points :

- sous Q^k , $F_k(t)$ est martingale par conséquent il est légitime de supposer que l'actif n'a pas de drift.
- L'aléa est modélisé par 2 mouvements brownien indépendants $d < Z_1, Z_2 > = 0$).
- Le paramètre δ est un paramètre de déplacement qui permet de générer des taux négatifs que le modèle sans ce paramètre ne peut générer.
- Le vecteur $\sigma^k(t) = (\sigma_1^k(t), \sigma_2^k(t))$ est une fonction à 2 dimensions déterministes. Cela permet de disposer de formules fermées de prix des swaptions ce qui est plus rapide pour la calibration que des modèles à volatilité stochastique qui d'ailleurs rarement utilisés sur le marché.
- le paramètre $\eta \in]0; 1[$ permet d'atténuer l'explosivité des taux et de mieux reproduire le skew de volatilité.

Le modèle de taux permet d'obtenir la diffusion zéros coupons et du déflateur grâce aux la relations suivantes :

$$P(T_j, T_k) = \prod_{i=j+1}^{T_k} \frac{1}{1 + \tau_i F_i(T_j)} \quad (2.3)$$

$$D(T_k) = P(0, T_k) = \prod_{i=1}^{T_k} \frac{1}{1 + \tau_i F_i(0)} \quad (2.4)$$

• Modèle inflation

Dans le GSE, l'inflation est calculée comme la différence entre le taux nominal et le taux réel à court terme. les taux d'intérêt réels sont modélisés par un modèle Vasicek à 2 facteurs.

- **Modèles Actions et Immobilier**

Le cours des action est modélisé par un modèle Black Scholes avec dividende dont la dynamique en univers risque neutre est la suivante :

$$d \ln S_{equity}(t) = \left(r(t) - d(t) - \frac{1}{2} \sigma(t)^2 \right) dt + \sigma(t) dW(t) \quad (2.5)$$

où S_{equity} est le cours de l'indice, $r(t)$ est le taux sans risque, $d(t)$ est le rendement du dividende, $W(t)$ un mouvement brownien sous la mesure risque-neutre et $\sigma(t)$ est une fonction de volatilité déterministe variant dans le temps.

De même l'immobilier est modélisé par un modèle Black Scholes mais à volatilité constante :

$$d \ln S_{property}(t) = \left(r(t) - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt + \sigma dW(t) \quad (2.6)$$

Les dividendes des actions et les loyers sont modélisés par un modèle d'Ornstein de retour à la moyenne :

$$\ln(y(t + \Delta t)) - \ln(y(t)) = \alpha (\mu - \ln(y(t))) \cdot \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t} Z(t) \quad (2.7)$$

avec α_i , μ_i et σ_i des paramètres calibrés et Z_i un mouvement brownien sous la mesure risque-neutre.

- **Le crédit**

Le modèle G2 est utilisé pour la modélisation stochastique du crédit. Ce modèle repose sur les recherches menées par Jarrow, Lando et Turnbull en 1997, ainsi que par Lando en 2009 [8]. Dans ce contexte, la variable clé est la notation des obligations. Les probabilités de transition d'une notation à l'état de défaut sont calculées à partir des prix des obligations en défaut. Les spreads de crédit stochastiques sont ensuite calculés en utilisant ces probabilités de défaut. Les notations des obligations sont présumées suivre, sous la probabilité historique, un processus de Markov homogène caractérisé par une matrice de transition déterminée par les agences de notation. Le passage de la matrice de transition historique à une matrice de transition risque-neutre est réalisé au moyen d'une prime de risque introduite dans les probabilités de transition.

- **Condition de martingalité et validation du GSE**

Après la modélisation des différents facteurs de risques, il est nécessaire de les valider. Une première étape de validation consiste à s'assurer que les différents modèles reflètent correctement la réalité économique du marché. Cela implique de vérifier si la volatilité des variables financières utilisées permet de bien évaluer les prix des options sur le marché. C'est le principe de la Market consistency.

Un deuxième niveau de validation concerne la condition de martingale. Étant donné que le GSE est construit dans un univers risque-neutre, tout processus de prix actualisés doit être une martingale.

Concrètement, si on considère un actif de prix X_t à la date t , et $D(t)$ le déflateur à la date t alors le processus $(X_t)_{t \geq 0}$ doit vérifier :

$$E^Q [D(t).X_t | D(s).X_s] = D(s).X_s, \text{ avec } Q \text{ la mesure risque neutre.} \quad (2.8)$$

L'idée est tous les actifs rapportent le même taux sans risque et qu'il n'y a pas d'opportunité d'arbitrages. Ainsi tous les facteurs de risques modélisés dans le GSE respectent cette propriété de martingale.

2.2 Le flexing

Dans cette section, la méthode du flexing est présentée. En effet, le modèle "flexing" constitue la base de référence sur laquelle repose le modèle développé dans le cadre de ce mémoire. Il est donc nécessaire de bien comprendre le principe de fonctionnement de cette méthode.

2.2.1 Définition

Le "flexing" représente une méthode de modélisation ALM. Elle implique d'abord la projection des flux passifs dans un modèle déterministe, en les dissociant des actifs. Ensuite, ces flux passifs sont ajustés dans un cadre stochastique en utilisant un coefficient appelé "coefficient de flexing", qui capture les liens dynamiques entre les actifs et les passifs.

2.2.2 Principe du flexing

Le flexing est une méthode de calcul des flux de passif au cours de la projection dans un modèle stochastique. Son fonctionnement est le suivant :

- Le modèle déterministe calcule le déroulement des flux de passif en prenant en compte les garanties des contrats sans intégrer les interactions avec l'actif.
- Ces flux de passif sont utilisés en entrée du modèle de projection stochastique et lors de la projection, un ratio de flexing leur est appliqué sous la forme d'un coefficient multiplicatif. Il permet de prendre en compte les interactions actif-passif (participation aux bénéfices et rachats notamment) :

$$\text{CF Passif}_{stoch}(t, \text{scénario } k) = \text{CF Passif}_{det} \times \text{RatioFlexing}(t, \text{scénario } k, \text{type de CF})$$

Avec :

- $\text{CF Passif}_{stoch}(t, \text{scénario } k)$: le montant du cash-flow de passif calculé dans le modèle de projection stochastique à la date t pour le scénario économique k .
- CF Passif_{det} : le montant du cash-flow de passif lu dans la table de flux de passif en sortie du modèle de projection déterministe.
- $\text{RatioFlexing}(t, \text{scénario } k, \text{type de CF})$: le ratio de flexing appliqué au cash-flow à la date t pour le scénario économique k . Ce ratio varie selon le type de cash-flow considéré (provision mathématique, prime, commission, etc.).

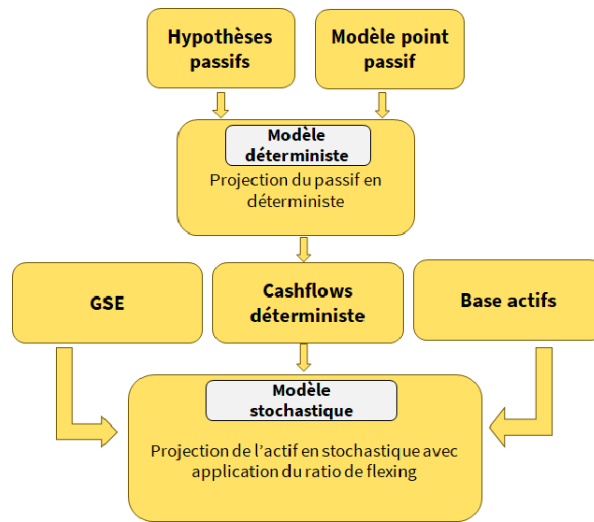


FIGURE 2.2 – Schema de fonctionnement du flexing

Le modèle ALM sur lequel les modèles d'apprentissage supervisé seront entraînés est appelé le modèle "Full ALM". Ce modèle projette à la fois le passif et l'actif à chaque pas de temps. Deux principales raisons motivent ce choix. Premièrement, calibrer un coefficient de "flexing" pour chaque variable du passif pourrait ajouter une complexité excessive pour un modèle proxy censé tourner assez fréquemment, risquant ainsi d'augmenter les temps de calcul. Deuxièmement, adopter un modèle "Full ALM" où les interactions entre l'actif et le passif sont prises en compte à chaque intervalle de temps permet également de challenger le modèle flexing, ce qui est aussi l'un des objectifs de la fonction actuarielle : backtester les modèles. Dans ce qui suit, la construction du modèle "Full ALM" est présentée.

2.3 Construction du modèle Full ALM

Cette section met en place la méthode du "Full ALM" sur laquelle les modèles d'apprentissage supervisé seront entraînés.

2.3.1 Présentation de la méthode

La méthode "full ALM" est une approche de modélisation du passif dans le cadre du modèle ALM. Elle implique de modéliser directement les flux de passif tels que les décès, les rachats totaux, les maturités et les rachats partiels au sein même du modèle ALM. Par conséquent, les flux de trésorerie du portefeuille en cours à la date d'évaluation sont projetés dans le modèle ALM en utilisant des scénarios financiers stochastiques.

En effet, au début de la période de projection de l'année t , une fois que la stratégie financière (achat/vente/réallocation) a été définie et que les flux de trésorerie du portefeuille ont été calculés, on évalue la production financière. Cette valeur est ensuite utilisée dans l'algorithme de calcul de la participation aux bénéfices pour déterminer la part attribuée aux assurés. Ensuite, à la fin de la période, on calcule la PM revalorisée en y ajoutant les bénéfices distribués à la PM avant revalorisation.

Ainsi, lors du passage à l'année de projection $t + 1$, les flux de passif sont calculés en utilisant la PM revalorisée à l'année t . De cette manière, l'interaction entre l'actif et le passif est intégrée directement sans passer par la table des cash-flows intermédiaire. Le schéma ci-dessus résume le principe de projection du "Full ALM".

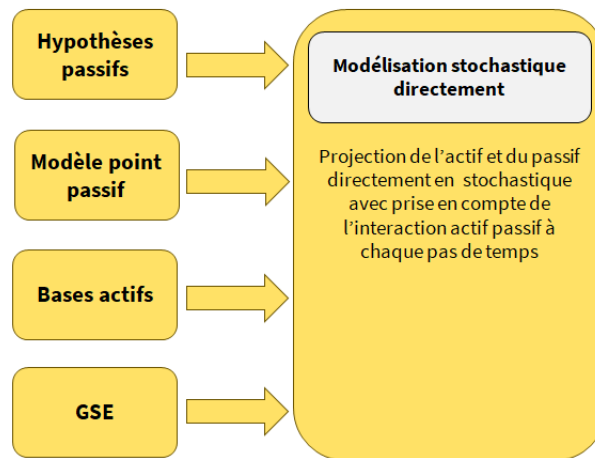


FIGURE 2.3 – Schema de fonctionnement du full ALM

2.3.2 Modélisation du passif

La modélisation se déroule en deux phases distinctes. La première phase consiste en une étape préliminaire qui établit une correspondance avec le modèle de référence Prophet (le "flexing"). Pendant cette phase, le passif est modélisé sans prendre en compte le rattachement de la participation aux bénéfiques (PB). Cette étape préliminaire permet de valider le modèle avant de procéder à la projection complète. Dans cette première phase, toutes les garanties des contrats sont prises en compte, y compris les primes, même si celles-ci ne sont pas modélisées dans le cadre d'une projection aux normes de Solvabilité 2.

Ensuite, dans la deuxième phase, une fois que la méthode de projection a été validée (en tenant compte des tables d'hypothèses utilisées, des principes de revalorisation tels que les prestations au début, au milieu ou à la fin de l'année, etc.), on procède à une modélisation purement conforme à Solvabilité 2 et "Full ALM" : cela implique le débranchement des primes et le rattachement de la participation aux bénéfiques (PB).

La projection des flux du passif repose sur certaines hypothèses spécifiques, qui sont les suivantes :

- Les cash-flows du passif sont projetés en mode run-off, ce qui signifie qu'aucune production future (entrée de nouveaux contrats) n'est prise en compte.
- Les durées de vie des contrats sont contractuelles. À l'échéance, il n'y a pas de paiements de rente. Le capital constitué est retiré. En d'autres termes, les contrats arrivant à échéance sont considérés comme des rachats totaux.
- Les taux de rachat sont estimés à partir d'une moyenne des sorties observées et différenciés par ancienneté. Ces taux sont renseignés dans des tables d'hypothèses prises en input par le modèle.

- Les calculs sont effectués en pas annuels dans le modèle, à la différence de ce qui est fait sous Prophet où la projection est en pas mensuel pour le passif en déterministe (puis en annuel pour le modèle stochastique).
- Les sorties (décès, rachats totaux, maturités et rachats partiels) sont supposées se produire en début de période, suivant l'ordre : rachats partiels, rachats totaux, décès.
- La revalorisation est versée à la fin de l'année, après tous les flux de prestations. De plus, la prime est versée après l'ensemble de ces flux.
- Les taux de décès sont calculés à partir de tables d'expérience pour certains contrats et à partir de tables réglementaires pour d'autres, en fonction du code de série.
- Tous les calculs sont effectués de manière individuelle, ligne par ligne.

2.3.2.1 Alignement des montants d'actif et de passif à la date initiale

Présentation

Dans le modèle de projection, il est crucial que les valeurs initiales des actifs et des passifs du bilan soient égales pour refléter correctement la réalité comptable de la compagnie et permettre un réalignement approprié de l'actif et du passif en fin de période. Cependant, comme certains contrats ne sont pas inclus dans la modélisation, cette condition n'est pas toujours respectée. Pour corriger cela, un facteur multiplicatif est appliqué aux flux de passif afin d'ajuster les provisions mathématiques simulées et maintenir l'équilibre initial. Cette procédure implique le calcul d'un coefficient multiplicatif appelé "scale", qui est appliqué à chaque contrat individuellement. La figure ci-dessous illustre cette opération.

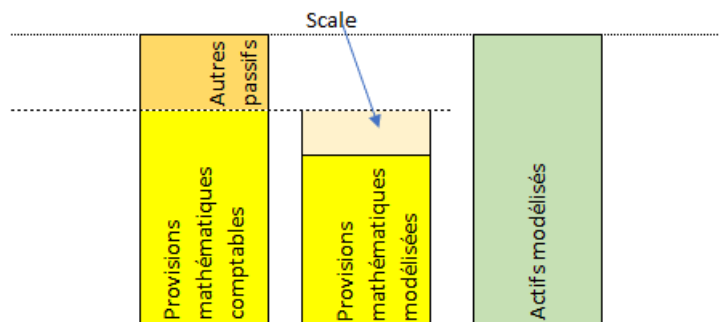


FIGURE 2.4 – Alignement actif passif

Calcul du coefficient de scale

Le coefficient de "scale" est calculé à la date initiale de la projection en divisant le montant des provisions mathématiques comptables (fourni en entrée du modèle) par le montant des provisions mathématiques modélisées :

$$scale = \frac{PM \text{ comptable}(t = 0)}{PM \text{ modélisée}(t = 0)} \quad (2.9)$$

Remarque :

On fait là une simplification par rapport au modèle flexing Prophet utilisé par la compagnie. En

effet, dans le modèle flexing, on a un double ajustement. D'abord, du fait que l'outil ne modélise pas une partie des contrats, il y a un écart entre les provisions mathématiques comptables et les provisions mathématiques modélisées. Un premier ajustement est réalisé afin d'aligner les provisions mathématiques modélisées avec les provisions mathématiques comptables. Ce coefficient d'ajustement est appelé **"Gross up"**. Ensuite, les actifs sont ajustés pour refléter l'ensemble du passif (PM comptable plus les autres passifs : fonds propres, par exemple) car certains actifs ne sont pas pris en compte dans la modélisation non plus. Ce coefficient d'ajustement est appelé **"Asset scalar"**.

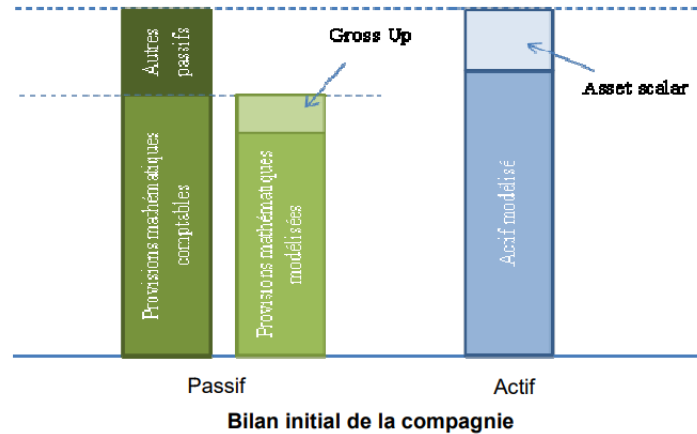


FIGURE 2.5 – Alignement actif passif modèle Abeille

Cependant, notre étude ne se concentre que sur un périmètre particulier, dont nous disposons de l'ensemble des actifs. Nous n'appliquons donc un l'alignement sur le passif car nous excluons certains contrats.

2.3.2.2 Modélisation de la Provision mathématiques (PM)

La PM avant révalorisation par la PB correspond à la PM revalorisée de l'année antérieure, augmentée des primes et du TMG, mais diminuée des sorties, ce qui se formule comme suit :

$$PM_{\text{cl\^oture}}^{\text{avant PB}} = PM_{\text{ouverture}}^{\text{avant PB}} + TMG + Prime - Prestations \quad (2.10)$$

$$Prestations = deces + rachats partiels + rachats totaux + Maturité \quad (2.11)$$

TMG étant les intérêts techniques.

2.3.2.3 Modélisation des intérêts techniques (TMG)

Les intérêts techniques sont calculés sur les montants de PM début de période après déduction des rachats partiels :

$$TMG = (\text{taux TMG}) * (1 - \text{taux rachats partiels}) * PM \quad (2.12)$$

L'hypothèse sous-jacente ici est que le rachat partiel annule les intérêts. Le taux de revalorisation est indiqué au contrat.

2.3.2.4 Modélisation des primes

Un calcul sera effectué pour déterminer le nombre de sorties à chaque intervalle de temps, généralement annuel, couvrant la période de la souscription à l'échéance. Cette démarche permettra de déterminer le nombre de polices en cours à la fin de chaque période. En effet, le nombre de polices en fin de période correspondra au nombre de polices à la fin de la période précédente, ajusté en fonction du nombre de décès, de rachats totaux et de maturités survenus au cours de ladite période. Étant donné que les échéances entraînent systématiquement des rachats totaux, les maturités ne sont pas incluses dans le calcul du nombre de polices. Cet effet est corrigé en vidant tout simplement la PM pour les contrats arrivant à échéance.

$$\text{NOPOLS}(t) = \text{NOPOLS}(t - 1) * (1 - \text{taux de décès}) * (1 - \text{taux rachat totaux}) \quad (2.13)$$

La prime à chaque période est donc calculée en multipliant la prime annuelle contractuelle par le nombre de polices sur cette période. Soit :

$$\text{Prime}(t) = \text{primes annuelle contractuelle} \times \text{NOPOLS}(t) \quad (2.14)$$

2.3.2.5 Modélisation des prestations

Les décès

Le montant de décès est calculé comme le nombre de décès multiplié par la valeur acquise du contrat après déduction des rachats partiels et totaux selon la formule :

$$\text{Décès} = {}_t Q_x \times (1 - \text{taux de rachats partiels}) \times (1 - \text{taux de rachats totaux}) \times PM_{\text{ouverture}}^{\text{avant PB}} \quad (2.15)$$

${}_t Q_x$ est la probabilité de décès lue dans les tables d'hypothèses de mortalité.

Les rachats

Les rachats modélisés ici sont les rachats structurels, composés de rachats partiels et de rachats totaux. Ces rachats ne dépendent pas de la conjoncture économique.

- Les rachats partiels

Les rachats partiels sont les premiers flux considérés, supposés intervenir avant tous les autres flux de prestation. Ils sont calculés comme suit :

$$\text{Rachats partiels} = (\text{taux de rachats partiels}) * PM_{\text{ouverture}}^{\text{avant PB}} \quad (2.16)$$

On applique simplement le taux de rachats partiel à la PM.

- Les rachats totaux

Les montants de rachats totaux sont calculés sur la base de la PM début année après déduction des rachats partiels :

$$\text{Rachats totaux} = (\text{taux de rachats totaux}) * (1 - \text{taux de rachats partiels}) * PM_{\text{ouverture}}^{\text{avant PB}} \quad (2.17)$$

Tout comme pour les décès, les hypothèses de rachats sont fournis en input du modèle.

Les Maturités

Les arrivées à échéance désignent la fin des contrats. Ces arrivées à échéance sont modélisées comme des rachats totaux, où la réserve constituée est complètement vidée à l'échéance. Ainsi, on a :

$$\text{Maturité} = PM_{\text{ouverture}}^{\text{avant PB}} + TMG + Prime - \text{Décès} - \text{rachats partiels} - \text{rachats totaux} \quad (2.18)$$

2.3.2.6 Les frais et commissions

- Les frais

Les frais modélisés sont des frais de maintenance fixes. Ces frais dépendent du nombre de contrat (la variable *NOPOLS* modélisant les probabilités de chute au cours du temps) et du type de primes : primes uniques (PU) ou primes périodiques (PP).

$$Frais = \begin{cases} (\text{INIT COST RATIO}) \times (\text{REN EXP PP MT}) \times \text{NOPOLS}(t-1) & \text{si PP} \\ (\text{INIT COST RATIO}) \times (\text{REN EXP PU MT}) & \text{si PU} \end{cases} \quad (2.19)$$

- (INIT COST RATIO) est un ratio de cours unitaire de frais inscrit au contrat.
- (REN EXP PU MT) et (REN EXP PP MT) sont des hypothèses de montant de frais qui dépendent de la nature de la prime (périodique ou unique) et de certaines variables de regroupement telles que le code produit ou encore le réseau de distribution.

- Les commissions

Deux types de commissions sont modélisés à savoir les commissions sur encours et les commissions sur primes.

Les commissions sur encours sont calculées sur la base de l'encours du contrat (PM) et à partir d'un taux fourni dans une table prise en entrée du modèle. Une distinction est faite entre les contrats en PER et les autres.

De même les commissions sur prime sont calculées comme les prime annuelle multipliée par le nombre de police puis par un coefficient fourni dans une table pris en input du modèle.

2.3.2.7 Résultats

Les résultats pour cette première phase de construction du modèle sont présentés ici. Il s'agit d'une comparaisons des sorties du modèle déterministe de projection des cash-flow du passif dans la methode flexing et celles du modèle proxy "full ALM" construit sur un produit contenant 780 lignes de contrats. Les flux confrontés sont :Les PM, les frais et les commissions.



FIGURE 2.6 – Comparaison des flux entre le modèles déterministe du flexing et le modèle "full ALM"

On constate qu'il y a une cohérence entre les flux modélisés par les deux méthodes. Cependant, le "full ALM" modélise des flux légèrement supérieurs à ceux du flexing. Ce léger écart s'explique principalement par le pas de temps des deux projections. La projection dans le modèle déterministe du flexing est réalisée en pas mensuels avec des équivalents mensuels des différentes hypothèses utilisées (taux de décès, taux de rachats, taux de frais et de commissions), puis les différents flux mensuels sont sommés pour obtenir les flux annuels. Alors que le "full ALM" effectue directement une projection annuelle en utilisant directement les hypothèses telles que fournies dans les tables d'hypothèses. Ainsi, de petits écarts sont introduits dans les hypothèses, qui restent négligeables au regard des montants d'encours.

Cet effet est plus marqué pour les commissions du fait qu'on est sur des montants faibles, comme on peut le constater sur la figure 2.6 ci-dessous : on observe des différences variant entre 1 et 12 euros pour les commissions modélisées entre les années 1 et 10.

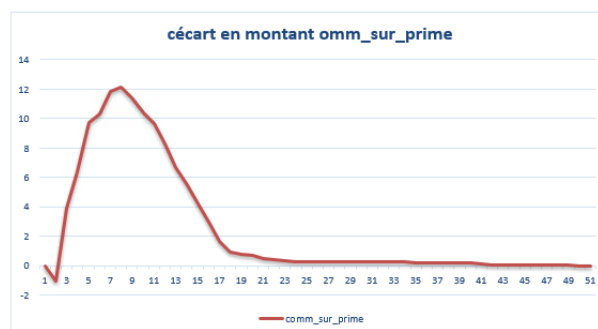


FIGURE 2.7 – Ecart en montant pour les commissions sur prime

2.3.2.8 Les chargements

Dans la méthodologie flexing, les chargements ne sont pas initialement modélisés de manière déterministe, mais plutôt à travers une modélisation stochastique. C'est pourquoi leur intégration est effectuée ultérieurement au sein du modèle "full ALM" que nous avons spécifiquement développé pour

notre étude.

Pour le calcul, une simplification est faite par rapport au modèle de base en appliquant un taux de chargement moyen sur encours. La moyenne est faite sur les taux de chargements contractuels des contrats du périmètre modélisé. Cette initiative se justifie par le fait que le modèle de base modélise plusieurs entités qui ont chacune des règles différentes en matière de chargement, alors que le portefeuille que nous modélisons applique un taux de chargement unique pour tous les contrats.

2.3.3 Modélisation de l'actif

Dans cette section, nous présentons les différentes classes d'actifs incluses dans notre étude. Le portefeuille d'Abeille Assurance comprend une gamme variée d'actifs, depuis les plus simples tels que les obligations à taux fixe, jusqu'aux plus complexes comme les dérivés. Toutefois, pour garantir la clarté de la modélisation et rester concentrés sur l'objectif de l'étude, nous avons choisi de modéliser uniquement certaines catégories d'actifs, privilégiant celles qui sont les plus couramment utilisées : les obligations, les actions, les actions immobilières et les instruments monétaires.

2.3.3.1 Les obligations

Une obligation est un instrument financier qui représente une part de dette d'une entreprise ou d'un État. Elle est utilisée pour financer les activités ou les investissements des entreprises ou des États. Différentes catégories d'obligations existent, cependant dans le cadre du modèle que nous avons élaboré, seules les obligations à taux fixe ont été prises en compte. Ces obligations se caractérisent par le paiement de coupons qui représentent les intérêts. Une obligation présente les caractéristiques suivantes :

- Une maturité T qui correspond à la date de fin de vie de l'obligation.
- Un nominal N également appelée valeur faciale, est le montant initial ou unitaire de l'obligation. C'est la valeur utilisée pour déterminer les paiements effectués sur l'obligation, tels que les intérêts et le remboursement du capital à l'échéance. La valeur nominale ne change pas pendant la durée de vie de l'obligation, même si le prix du marché de l'obligation peut varier en fonction des taux d'intérêt et des conditions du marché financier.
- Le coupon k , qui représente les intérêts versés aux investisseurs pour détenir l'obligation. Le coupon est généralement exprimé en pourcentage de la valeur nominale de l'obligation et est payé à des intervalles réguliers, tels que semi-annuellement ou annuellement, en fonction des modalités spécifiées dans le contrat d'émission de l'obligation. Le taux du coupon est fixé au moment de l'émission de l'obligation et reste constant pendant la durée de vie de l'obligation, ce qui permet aux investisseurs de prévoir les paiements futurs.

On note Cf_t le cash-flow versé par le titre à la période t tel que :

$$Cf_t = \begin{cases} k \cdot N & \text{si } t < T \\ (k + 1) \cdot N & \text{si } t = T \end{cases} \quad (2.20)$$

- Le risque de défaut, correspondant au risque que l'émetteur de l'obligation ne soit pas en mesure de rembourser l'intégralité des intérêts et du nominal de l'obligation, est matérialisé par une

notation de l'obligation. Ce risque de défaut est modélisé par une matrice de transition donnant les probabilités de transition d'une notation à l'autre, ainsi que par un spread de crédit reflétant l'écart entre le taux sans risque et le taux réel de l'obligation, lequel est induit par le rating de l'obligation.

La valorisation d'une obligation à taux fixe peut ainsi être déterminée de la manière suivante :

$$VM(t) = \sum_{i=1}^{T-t} Cf_i \cdot P(t, i) \quad (2.21)$$

$P(t, i)$ le prix d'une obligation zéro-coupon (qui ne verse pas de coupons) sans risque de maturité i . Et dans le cadre de cette étude, pour une obligation risquée de rating l la valeur de marché est modélisée comme suite :

$$VM_t = \sum_{j \in Q \text{ et } j \neq D} p_{l \rightarrow j}^t \left(\sum_{i=1}^{T-t} Cf_i \cdot P_j(t, i) \right) + p_{l \rightarrow D}^t \cdot \delta \cdot N \quad (2.22)$$

Où Q est l'ensemble des ratings existants avec D le défaut, $P_j(t, i)$ le prix d'une obligation zéro-coupon risquée de rating j , $p_{l \rightarrow j}^t$ la probabilité de transition du rating l vers le rating j sur la période $[0, t]$ et δ le taux de recouvrements en cas de défaut.

Cette formule suggère que la valeur de marché d'une obligation risquée à l'année t n'est finalement rien d'autre qu'une moyenne pondérée des valeurs anticipées de l'obligation sous différents scénarios de notation. La partie gauche de l'équation calcule la somme pondérée des valeurs d'obligations associées à chaque niveau de notation possible, excluant le scénario de défaut, avec chaque valeur ajustée en fonction de la probabilité de migration de l'obligation vers le niveau de notation correspondant. La partie droite de l'équation aborde le scénario où l'obligation fait défaut. Dans cette situation, la valeur attribuée à l'obligation correspond à un pourcentage de sa valeur nominale, ce qui reflète le taux de recouvrement. Ce montant est ensuite ajusté par la probabilité que l'obligation entre en défaut.

La risque-neutralisation

Dans un modèle de projection ALM utilisé pour le calcul du Capital Économique, il est crucial que la valeur de marché recalculée par le modèle coïncide avec la valeur de marché observée à l'instant initial ($t = 0$). Cela signifie que la modélisation des obligations doit être conforme au marché, c'est-à-dire market-consistent. Cependant, au moment initial ($t = 0$), des divergences sont observées entre la valeur de marché calculée en utilisant les flux de trésorerie actualisés selon la courbe de taux risque-neutre et la valeur de marché réellement observée sur les marchés financiers.

Considérant que l'explication de l'écart de valeur était essentiellement due au risque de crédit, la modélisation ajuste les probabilités de transitions des obligations d'un rating à un autre pour obtenir cet équilibre à l'initial. C'est la risque neutralisation.

Les figure ci-dessous montrent la projection obtenue.

Obligations - VM (Million)	0	1	2	3	...	50
VM ouverture		10 651	8 826	8 532		1 209
Coupon		-205	-204	-203		-42
Maturité		-1 351	-1 131	-780	...	-158
VM avant réallocation		7 995	7 755	7 776		1 047
Achat / vente		-3 018	-2 956	-3 308		-351
VM clôture	10 651	8 826	8 532	8 212		1 200

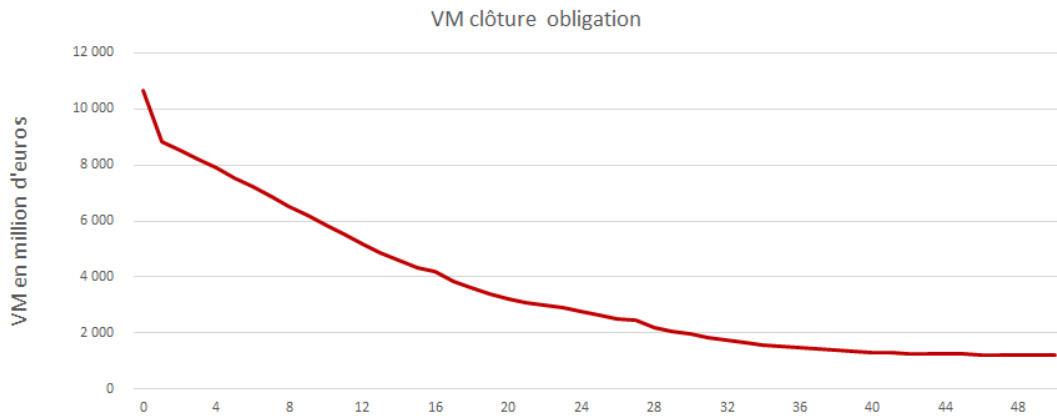


FIGURE 2.8 – Modélisation des obligations en VM et en VNC

2.3.3.2 Les actions

Une action est un instrument financier émis par une société qui représente une part de son capital. Les détenteurs d'actions détiennent une part de propriété dans l'entreprise et ont le droit de percevoir des dividendes, qui sont les revenus distribués par la société aux actionnaires. Dans notre modèle, l'action est traité de manière globale en incluant à la fois les actions traditionnelles et les actions immobilières. Pour chacune de ces catégories d'actions, nous utilisons des indices dont les trajectoires sont générées par le générateur de scénarios économiques, en suivant les formules des équations (2.5) et (2.6). Pour modéliser ce type d'actif, deux paramètres essentiels sont pris en compte : la valeur comptable de l'action ainsi que sa valeur de marché.

Actions - VM (Million)	0	1	2	3	...	50
VM ouverture		4 542	3 612	3 543		502
Dividendes		34	2	2		0
Maturité					...	
VM avant réallocation		4 737	3 740	3 655		519
Achat / vente		-1 125	-197	-245		-21
VM clôture	4 542	3 612	3 543	3 410		498

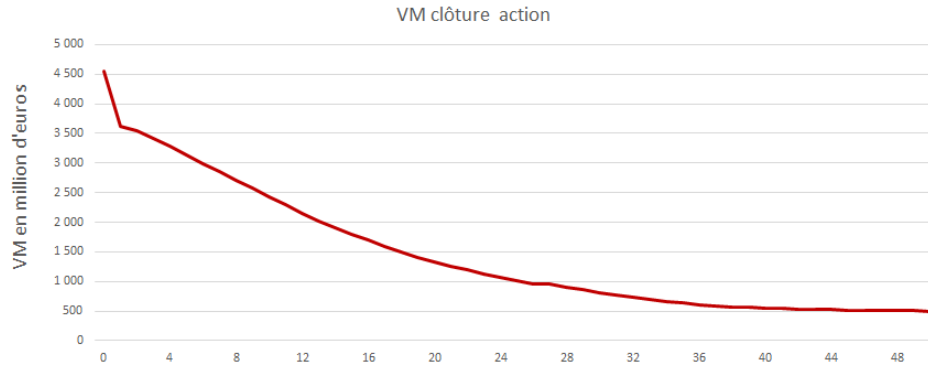


FIGURE 2.9 – Modélisation des actions en VM et en VNC

2.3.3.3 Le monétaire

L'actif monétaire correspond aux liquidités détenues par la compagnie d'assurance. Chaque année, ces liquidités sont investies au taux sans risque avec une échéance d'un an. Ainsi, la modélisation de la valeur de l'actif monétaire peut être réalisée de la manière suivante :

$$\text{Monétaire}(t) = \text{Monétaire}(t-1) + R_{\text{monétaire}}(t) + \text{Coupon}(t) + \text{Dividende}(t) + \text{Loyer}(t) - \text{Prestations totales}(t)$$

Où $R_{\text{monétaire}}(t)$ le rendement du monétaire les prestations regroupent les frais, les commissions, les décès, les rachats et les flux de maturité.

En ce qui concerne l'actif monétaire, la valeur comptable demeure constamment équivalente à la valeur de marché. Cette cohérence découle du traitement des placements à court terme, avec une maturité d'un an. Il est essentiel que ces actifs demeurent suffisamment liquides pour pouvoir répondre promptement à d'éventuelles urgences, telles que le règlement des prestations en cas de décès, de rachats, etc.

2.3.3.4 Allocation d'actifs

Au fur et à mesure du temps, la valeur des actifs, des obligations, de l'immobilier et des placements monétaires fluctue en corrélation avec l'ensemble des variables économiques projetées ainsi que le comportement du portefeuille de passif associé. Ces variations de valeur des actifs induisent une stratégie d'achats et de ventes à chaque fin de période, permettant ainsi de maintenir une cohérence avec la stratégie d'allocation d'actifs définie par l'entreprise.

En effet, les taux cibles de répartition des investissements dans les actifs sont définis dans le cadre de la politique ALM de l'entreprise par l'assureur, accompagnés de bornes limites. Le modèle prend ces

taux cibles en entrée et effectue des opérations d'achat et de vente d'actifs afin d'ajuster la répartition du portefeuille, de manière à respecter les bornes définies. Les figures ci-dessous illustrent le résultat de cette stratégie d'allocation d'actifs.

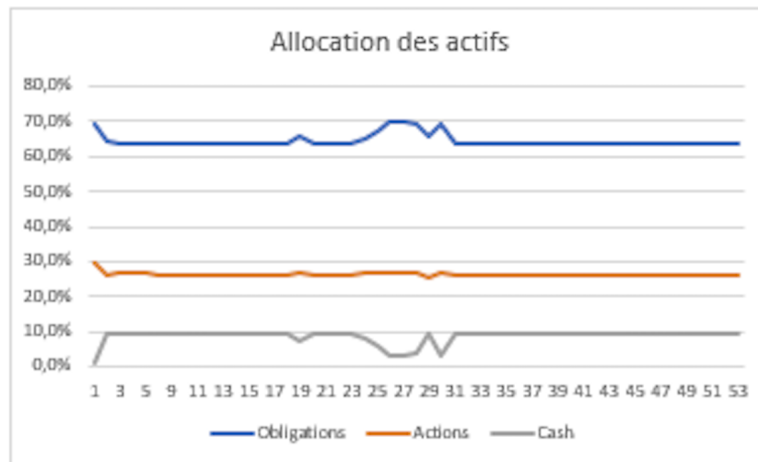


FIGURE 2.10 – Illustration des allocation cibles

Nous avons défini une allocation de 70% en obligation, 25% en action et 5% en cash. Les bornes autour de la cible sont de plus ou moins 8% pour l'obligation et plus ou moins 2% pour l'action le cash se déduisant automatiquement de ces deux classes d'actifs.

2.3.4 Interaction actif/passif

Après avoir soigneusement élaboré et validé le passif ainsi que l'actif de manière distincte, il est maintenant temps d'explorer la modélisation des interactions entre ces deux piliers du bilan. Cette démarche délicate requiert notamment la modélisation des différents postes du résultat et de la participation aux bénéfices.

2.3.4.1 Modélisation de la participation aux bénéfices (PB)

Pour la distribution des bénéfices, le modèle procède à un calcul minutieux à la clôture de chaque période. Ce calcul englobe la production financière, une agrégation délicate de tous les rendements des actifs, ainsi que des éventuelles plus-values ou moins-values réalisées. La politique de répartition des bénéfices adoptée prévoit de verser aux assurés la totalité de la production financière si celle-ci dépasse les charges nettes d'intérêts techniques.

La distribution de la participation aux bénéfices tient compte d'une contrainte de seuil minimal en affectant une dotation à la Provision pour Participation aux Excédents (PPE) dans le cas où la PB distribuée donc la production financière est inférieure à la PB réglementaire.

Dans le contexte de cette étude, aucun taux cible de participation aux bénéfices (PB) n'est établi. Il s'agit d'une particularité du portefeuille étudié.

Enfin, il convient de souligner qu'une caractéristique distincte du portefeuille étudié est l'absence de tout Taux Minimal de Garantie (TMG) servi.

2.3.5 Modélisation des provisions

2.3.5.1 La provision mathématiques PM

Dans cette deuxième étape complétant la modélisation, la PM est revalorisée par la PB. Ainsi, la modélisation de la PM prend la forme suivante :

$$PM(t) = PM(t - 1) + TMG(t) + Prime(t) + PB_{servi}(t) - Prestation(t) \quad (2.23)$$

Les prestations intègrent désormais les chargements sur encours.

PM (Million)	0	1	2	3	...	50
PM ouverture		20 263	19 581	18 736		1 125
PB		462	312	277		87
TMG		0	0	0		0
Primes		89	83	77		0
Chargement sur encours		-91	-88	-84		-5
Décès		-637	-664	-685	...	-73
Rachats partiels		-456	-441	-422		-25
Rachats totaux		-50	-48	-46		-3
Maturité		0	0	0		0
PM clôture	20 263	19 581	18 736	17 852		1 106

FIGURE 2.11 – Projection de la PM après PB

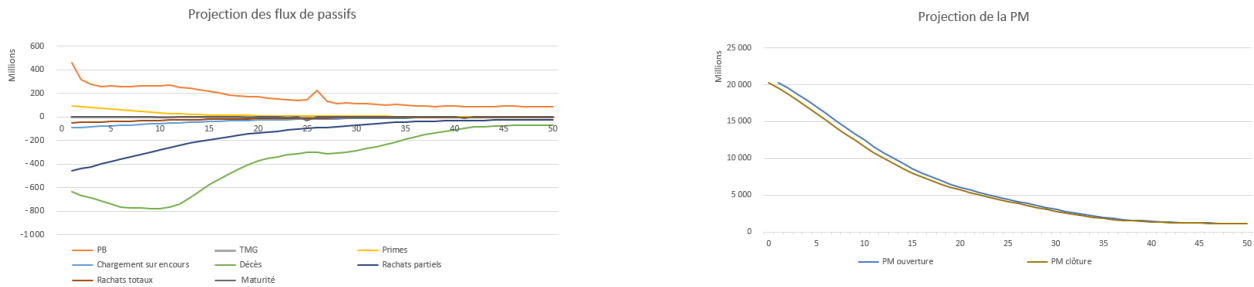


FIGURE 2.12 – Visualisation du passif après modélisation de tous les flux.

2.3.5.2 La provision pour participation aux excédents (PPE)

La PPE est modélisée comme suite :

$$PPE(t) = PPE(t - 1) - \frac{PPE(t - 1)}{8} + \max(0, PB_{min} - PB_{servi}) \quad (2.24)$$

La distribution de la participation aux bénéfices (PB) doit être effectuée dans un délai maximum de 8 ans. Dans le secteur de l'assurance, il est courant d'adopter un mécanisme de rotation qui permet de distribuer uniquement les PB qui ont été accumulées dans le compte de participation aux excédents (PPE) pendant au moins 8 ans. Cependant, dans ce modèle, nous simplifions ce processus en répartissant chaque année un huitième de la PPE. Cette approche permet d'assurer que l'ensemble des PB accumulées sont distribuées après 8 ans et apporte une simplification au modèle.

Le deuxième terme de l'équation représente une contribution à la participation aux bénéfices (PPE) en cas de non-respect de la contrainte de la PB réglementaire (PB_{min}).

2.3.5.3 La réserve de capitalisation RC

Comme décrit dans la section 1.1.2.1, la RC vient constater les plus ou moins value réalisés sur le portefeuille obligataire après les opérations d'achats et ventes.

Dans le modèle la RC est modélisée de la façon suivante :

$$RC(t) = \max[RC(t-1) + PVR_{RC}(t) - MVR_{RC}(t); 0] \quad (2.25)$$

PVR_{RC} est la plus value réalisé passé en RC et MVR_{RC} est la moins value réalisée maximale qui peut être repris à la RC. En effet, il est impossible que la Réserve de Capital (RC) soit négative. Si les pertes réalisées dépassent le montant disponible dans la RC, l'excédent est alors enregistré en tant que perte dans le compte de résultat. En revanche, les gains réalisés sont systématiquement affectés à la RC.

2.3.5.4 La provision pour risque d'exigibilité PRE

La PRE est calculée sur les actifs amortissables au niveau global et à la maille entité (Abeille Assurance).

Dans le modèle, la PRE est calculée à la maille Abeille Vie (l'entité vie de Abeille Assurances) et réallouée par pool (le niveau d'agrégation utilisé pour cette étude) au prorata des moins-values latentes de chaque pool.

La PRE est dotée d'un huitième ¹ des moins-values latentes pour lisser le résultat dans le temps.

2.3.5.5 Les fonds propres

Les fonds propres sont représentés dans le modèle comme l'accumulation au fil du temps du **pnl** (Profit and Loss), qui correspond au résultat net sur l'année.

$$\text{Fonds propres}(t) = \text{Fonds propres}(t-1) + \text{pnl}(t) \quad (2.26)$$

$$\text{pnl}(t) = \text{Marge technique}(t) + \text{Marge financière}(t) \quad (2.27)$$

La figure 2.13 résume les différentes provisions modélisées.

Bilan passif	0	1	2	3		50
Ouverture		20 633	19 981	19 169		2 345
PM		19 581	18 736	17 852		1 106
RC		207	207	207		339
PPE		136	113	94		0
Fds propres		57	113	166		885
Clôture	20 633	19 981	19 169	18 320		2 329

FIGURE 2.13 – Projection des différentes provisions modélisées.

Une fois cette première étape de la modélisation, consistant à répliquer le modèle ALM de base de l'entreprise, achevée, nous nous replaçons dans le contexte de la norme Solvabilité II, c'est-à-dire

1. C'est un principe réglementaire

en run-off, en retirant les primes de la modélisations. Puis, nous exécutons le modèle sur une série de scénarios, en tenant compte des variations possibles dans les hypothèses relatives aux passifs, tels que les rachats, les frais et les commissions, combinées avec les scénarios du GSE. Cette démarche vise à analyser les différentes sensibilités des indicateurs de Solvabilité II que nous pouvons récupérer en sortie des runs. Les parties suivantes détaillent ces étapes.

Chapitre 3

Apprentissage du modèle ALM

3.1 Présentation des outils d'apprentissage

3.1.1 Le XGBOOST

Le XGBoost, ou eXtreme Gradient Boosting, est un algorithme de Machine Learning largement apprécié par les Data Scientists. Son attrait réside dans sa capacité à traiter efficacement divers problèmes tels que la classification et la régression, tout en minimisant l'utilisation des ressources.

Le XGBoost tire avantage du boosting, une technique d'ensemble learning, pour utiliser intelligemment les arbres de décision afin de construire un modèle plus complexe et plus performant. Pour appréhender son fonctionnement, il est crucial de comprendre préalablement le fonctionnement des arbres de régression CART.

Les méthodes présentées dans cette partie se basent sur les papiers suivant [9], [10], [11].

3.1.1.1 CART

Principe général

L'arbre de classification et de régression, également connu sous son acronyme anglais CART (*Classification And Regression Tree*), est un outil de machine learning conçu pour prédire une variable cible en se basant sur d'autres variables explicatives. Le principe du CART consiste à diviser les individus d'une population en plusieurs sous-populations et à prédire la valeur cible pour chaque sous-population. Il construit un estimateur constant par morceaux sur la base des partitions créées à partir des données, en effectuant un découpage binaire récursif de toutes les variables explicatives. À chaque étape, l'objectif est de déterminer la variable explicative qui permet de séparer de manière optimale les données en deux sous-groupes ¹. Le processus s'arrête lorsque l'ajout d'une nouvelle division n'apporte aucune amélioration ou lorsque l'un des sous-groupes devient trop petit.

Un arbre est donc composé de nœuds qui sont les sous-populations et des branches qui sont des règles de décisions pour la division à chaque nœud. Le nœud principal est appelé la racine ; il contient l'échantillon complet et les nœuds terminaux sont appelés les feuilles ; ils constituent la partition finale qui déterminera la fonction d'estimation qui est en général une fonction qui, sur chaque partition,

1. Nous traitons ici les arbres binaires. Mais il existe des arbres qui forment plus de deux groupes à des nœuds.

est constante et renvoie la moyenne de la variable cible sur la partition considérée pour un arbre de régression. Pour un arbre de classification, la valeur de l'estimateur est obtenue par un vote entre les individus de la sous-population : la modalité majoritaire sera la valeur prise par l'estimateur. Dans toute la suite, nous nous intéressons uniquement aux arbres de régression.

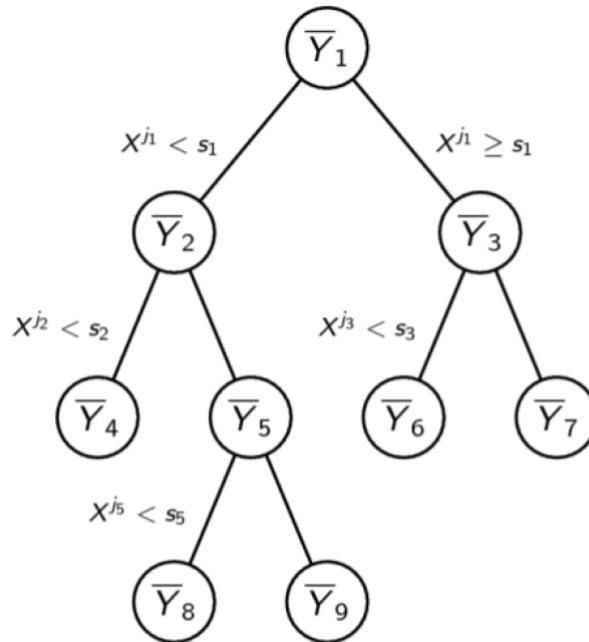


FIGURE 3.1 – Exemple d'un arbre de décision

L'algorithme

À chaque étape de division, l'algorithme sélectionne une variable et cherche un seuil (dans le cas d'une variable numérique) ou une modalité (dans le cas d'une variable catégorielle) α qui maximise un critère d'homogénéité des sous-groupes lors du partitionnement. Le critère le plus couramment utilisé pour évaluer l'homogénéité dans le cas des arbres de régression est la variance intra-groupe. Selon la variance intra-groupe, un sous-groupe est considéré comme plus homogène lorsque sa variance intra-groupe est faible. Ainsi, à chaque étape, l'algorithme résout le problème suivant :

$$\text{Argmin}_{\alpha} \left\{ \sum_{i \in R_{\alpha}} (Y_i - \bar{Y}_{R_{\alpha}})^2 + \sum_{i \in \bar{R}_{\alpha}} (Y_i - \bar{Y}_{\bar{R}_{\alpha}})^2 \right\} \quad (3.1)$$

$\bar{Y}_{R_{\alpha}} = \frac{1}{n_j} \sum_{i \in R_{\alpha}} Y_i$ est la moyenne de la variable cible Y sur le sous-groupe R_{α} . α est appelé un "split". L'algorithme CART va tester plusieurs valeurs pour α et calculer la variance intra-groupe à chaque fois. Il finira par choisir la valeur de α qui aura minimisé cette métrique au maximum. Également, la variable de segmentation est choisie après plusieurs tests de différentes variables.

Arbre maximal et élagage

L'opération de séparation décrite dans le paragraphe précédent est répétée à chaque nœud jusqu'à ce que chaque nœud ne contienne qu'un seul individu, marquant ainsi la fin de l'algorithme. L'arbre ainsi construit est appelé **arbre maximal**. En effet, cet arbre est développé jusqu'à la profondeur maximale

et est instable en raison de son surapprentissage, il doit être élagué pour améliorer son pouvoir de généralisation.

L'élagage (ou **"pruning"** en anglais) d'un arbre de régression, également appelé élagage, est un processus qui vise à réduire la taille de l'arbre en supprimant certaines de ses branches ou sous-arbres. L'objectif est de prévenir le surapprentissage (overfitting) et d'améliorer la généralisation du modèle. Le "pruning" peut se faire de manière précoce, en limitant la croissance de l'arbre dès sa construction, ou de manière postérieure, en supprimant des branches déjà développées. Cette technique permet d'obtenir un modèle plus simple et plus généralisable, tout en préservant ses performances prédictives.

L'importance des variables

Lorsqu'on construit un modèle de CART, une question que l'on se pose est : quelles variables ont été effectivement utilisées pour la prédiction et lesquelles ont apporté la plus grande contribution ? La réponse à cette question éclaire non seulement la structure du modèle, mais permet également d'éliminer les variables jugées superflues, rendant ainsi le modèle plus intelligible. L'importance des variables vient apporter une réponse à la question en calculant un score d'amélioration du pouvoir prédictif de l'arbre pour chaque variable. Les variables les plus importantes sont alors celles avec le score d'amélioration le plus élevé.

Les arbres de régression offrent l'avantage de pouvoir établir des modèles sans faire d'hypothèses sur la distribution des variables, ce qui confère une grande flexibilité et la capacité à modéliser des phénomènes discontinus, entre autres. De plus, ils facilitent l'interprétation et la compréhension des interactions, car il suffit de parcourir l'arbre pour les saisir. Cependant, les arbres de régression CART présentent l'inconvénient d'être peu stables. L'instabilité peut rendre le modèle fragile et peu fiable. Pour y remédier, une solution consiste à se tourner vers un modèle d'ensemble learning. Parmi les différentes techniques d'ensemble learning visant à pallier les limitations des CART, on trouve le XGBoost, qui est le modèle que nous développons dans la suite.

3.1.1.2 XGBoost

Comme mentionné en introduction de cette partie, le XGBoost est une technique d'ensemble learning basée sur les arbres de régression. Il s'agit d'une implémentation plus rapide et plus optimisée de l'algorithme de tree gradient boosting.

Tree gradient boosting

Un modèle de boosting est une méthode d'intelligence artificielle qui consiste à agréger de manière séquentielle un grand nombre d'algorithmes présentant des performances individuelles modestes afin de créer un modèle bien plus performant. Les algorithmes de faible performance sont désignés sous le terme d'"apprenants faibles" ("weak learners") et le résultat obtenu est souvent qualifié d'"apprenant fort" ("strong learner"). Le tree gradient boosting est un modèle de boosting dans lequel les apprenants faibles sont des arbres de régression ¹. Et le terme "gradient" renvoie au fait que l'algorithme utilisé

1. Ce peuvent aussi être des arbres de classification.

pour ajouter un nouvel arbre à l'ensemble est la méthode de descente du gradient, que nous verrons plus loin.

Un modèle d'ensemble d'arbre (tree gradient boosting) est caractérisé par la forme suivante :

$$\hat{y}_i = \varphi(x_i) = \sum_{k=1}^K f_k(x_i), \quad f_k \in E \quad (3.2)$$

Où $E = \{f(x) = \omega q(x)\}$ est un ensemble des arbres de régression associé à un modèle de boosting. q représente un arbre et attribue à chaque observation x une feuille spécifique dans cet arbre, notée $q(x)$. Dans un arbre de régression, une observation x est associée à une feuille particulière $q(x)$, où la prédiction correspondante est le produit du poids de cette feuille, noté $\omega q(x)$. La prédiction d'un modèle constitué d'un ensemble d'arbres est obtenue en additionnant les prédictions individuelles des arbres qui le constituent.

Un algorithme de Gradient Boosted Trees opère de manière itérative. À chaque itération, un nouvel arbre de régression est ajouté à l'ensemble, avec pour objectif de minimiser une fonction de perte, dont la pondération est influencée par les erreurs des arbres précédents, comme illustré dans la figure 3.2. Par conséquent, à chaque étape de l'algorithme, la taille de l'ensemble augmente d'un arbre.

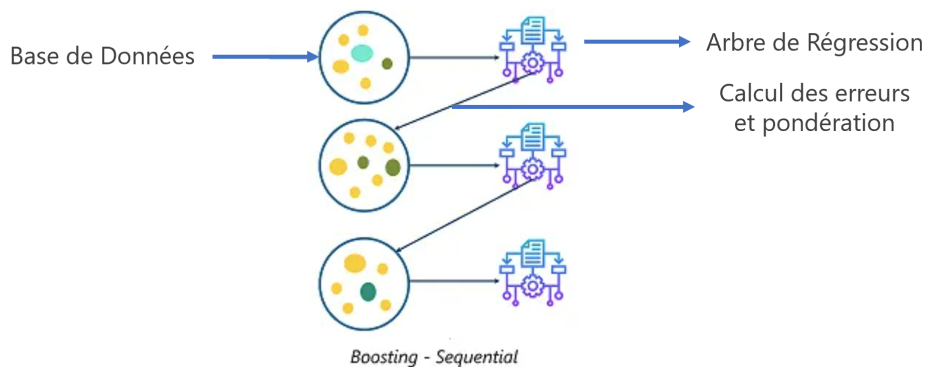


FIGURE 3.2 – Fonctionnement d'un tree gradient boosting

À chaque itération, le nouvel arbre de décision ajouté à l'ensemble est construit de sorte à rectifier les erreurs des arbres précédents dans l'ensemble. Cette opération est réalisée en minimisant une fonction de coût qui calcule la somme des erreurs et des complexités des arbres déjà existants dans le modèle.

En posant :

- f_t : l'estimateur de l'arbre à ajouter à l'itération t ,
- $\varepsilon : E \rightarrow E$: la fonction différentiable convexe mesurant l'erreur d'apprentissage de l'arbre $g \in E$ (E étant l'ensemble d'arbres déjà construit),
- Ω : la fonction qui mesure la complexité d'un arbre,

Le problème d'optimisation résolu à l'itération t peut alors s'écrire comme suit.

$$\mathit{argMin}_{f_t} \left\{ L(f_t) = \left(\varepsilon(f_t) + \sum_{g \in E} \varepsilon(g) \right) + \Omega(f_t) \right\}, L(f_t) : \text{fonction de coût.} \quad (3.3)$$

XGBoost

XGBoost représente une amélioration optimisée et plus rapide de l'algorithme de Tree Gradient Boosting. Ce qui le distingue du Tree Gradient Boosting est sa capacité à résoudre efficacement un problème majeur : la considération de toutes les séparations potentielles (split) à un nœud donné pour créer une nouvelle branche. Lorsque nous disposons d'un grand nombre de variables explicatives, cela entraîne un nombre élevé de séparations potentielles, ce qui se traduit par des temps de calcul prolongés. XGBoost offre une solution à ce défi en optimisant le processus de sélection des splits, ce qui permet d'accélérer considérablement l'apprentissage du modèle, même avec de nombreuses variables explicatives.

Dans le cadre de cette étude, nous chercherons à optimiser un modèle d'ensemble d'arbres XGBoost en faisant varier différents paramètres, notamment :

- la profondeur maximale de chaque arbre,
- la population minimale d'un nœud,
- la taille de l'échantillon des variables,
- le nombre total d'arbres dans l'ensemble,
- le nombre maximum d'observations dans une feuille,
- le taux d'apprentissage.

Ces paramètres sont des paramètres de stabilité visant à limiter le surapprentissage et à augmenter le pouvoir de généralisation du modèle. Ils permettent également d'améliorer le pouvoir prédictif du modèle.

3.1.2 Le K-MEANS

Nous sommes confrontés à la gestion d'une vaste base de données dont l'exploitation au sein d'un modèle de gestion d'actifs et de passifs (ALM) pourrait se révéler fastidieuse et exigeante en termes de ressources. Pour contourner cette problématique, nous optons pour une approche d'agrégation visant à regrouper les lignes de contrats en ensembles homogènes, permettant ainsi de réduire la dimension de notre base de données. Cette technique d'agrégation s'avère cruciale pour alléger la charge de travail et améliorer l'efficacité des calculs. Plus spécifiquement, nous faisons appel à l'algorithme k-means pour accomplir cette tâche, une méthode largement reconnue dans le domaine de l'apprentissage non supervisé [12]. Le k-means divise les données en un nombre prédéfini de clusters en minimisant la somme des distances entre chaque point de données et le centre de son cluster attribué. Cette approche nous permet de réduire considérablement la complexité de notre base de données tout en préservant l'intégrité des informations contenues. Dans cette section, nous détaillons l'algorithme du K-means.

3.1.2.1 Principe de fonctionnement

L'algorithme K -means offre une approche pour aborder le problème de clustering où le nombre de classes à former, noté K , est prédéfini. L'objectif est de créer K groupes d'individus aussi homogènes que possible. À partir d'une partition initiale en K groupes, l'algorithme détermine le centre de gravité de chaque groupe, puis il réorganise les groupes en associant les points les plus proches de chaque centre de gravité. Cette procédure est itérée jusqu'à ce qu'un critère d'arrêt soit satisfait, généralement la stabilisation des groupes. L'algorithme se présente comme suit.

Algorithm 1 Algorithme K-means

- 1: Initialisation : Choisir aléatoirement K centres de gravité.
 - 2: Attribution : Assigner chaque point de données au centre de gravité le plus proche.
 - 3: Réaffectation : Recalculer les centres de gravité en prenant les barycentre des points attribués à chaque centre.
 - 4: **repeat**
 - 5: Répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à ce que les centres de gravité convergent vers une stabilité.
 - 6: **until** Convergence
-

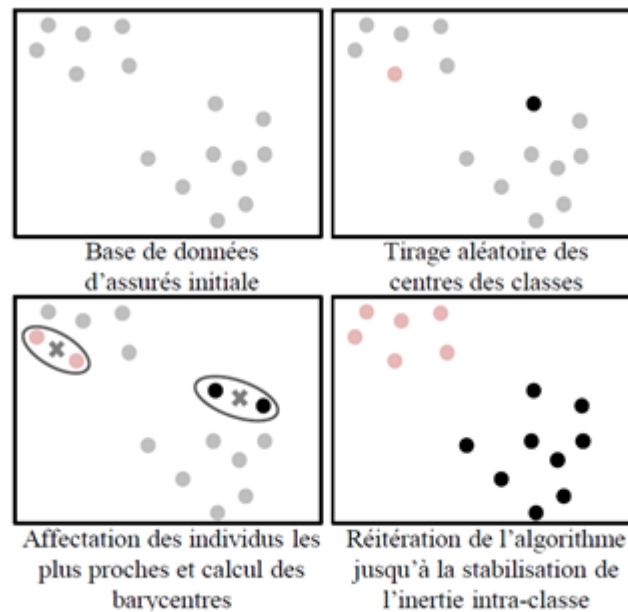


FIGURE 3.3 – Illustration de la méthode des K-means.

3.1.2.2 Métrique de regroupement et choix du nombre cluster

Métrique de regroupement

Afin de partitionner un ensemble de données en k groupes distincts, l'algorithme k-means requiert un mécanisme permettant d'évaluer le niveau de similarité entre les observations.

L'algorithme des k-means utilise généralement la distance euclidienne pour évaluer la similarité entre les observations. Si l'on considère deux groupes d'éléments $x^1 = (x_1^1, \dots, x_n^1)$ et $x^2 = (x_1^2, \dots, x_n^2)$,

alors la distance entre les points x^1 et x^2 se calcule selon la formule suivante :

$$d(x^1, x^2) = \|x^1 - x^2\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i^1 - x_i^2)^2} \quad (3.4)$$

Choix du nombre de classes ou "cluster"

Il existe différentes approches empiriques pour déterminer de manière optimale la valeur de K lorsqu'on ne connaît pas précisément le nombre de clusters dans le jeu de données, dont la plus populaire est celle que nous utilisons : la méthode du coude. Cette méthode fonctionne de la manière suivante : nous exécutons l'algorithme k-means avec différentes valeurs de K . Ensuite, nous calculons la distance moyenne au carré entre les points et leurs centroïdes respectifs, ce qui est appelé WSS (Within Sum of Squares). Par la suite, nous représentons graphiquement les différentes valeurs de K en fonction de la valeur de WSS. Enfin, en observant le graphique, nous pouvons alors remarquer une visualisation en forme de coude.

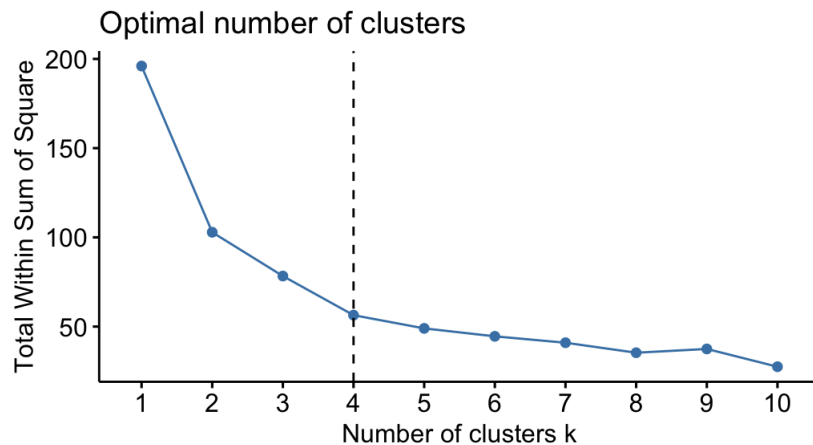


FIGURE 3.4 – Exemple de courbe obtenu avec la méthode du coude

L'emplacement d'un coude sur le graphique est généralement considéré comme un indicateur du nombre approprié de groupes. Après cette inflexion, les distances entre les points de données et leurs centroïdes respectifs ne varient plus rapidement, ce qui signifie qu'une augmentation de K n'a pas un grand effet sur ces distances. Par conséquent, cet endroit est souvent estimé comme la valeur optimale de K .

3.2 Construction de la base de données d'apprentissage

L'objectif de ce mémoire est de développer un outil capable d'expliquer, de manière précise et suffisamment rapide pour une utilisation répétée, les sensibilités du bilan économique (BE) et de la valeur intrinsèque (VIF) face à différentes variables techniques pour l'assureur, telles que les taux de frais et de commissions, les caractéristiques de l'assuré (âge et ancienneté), ainsi que les variables financières modélisées : courbe de taux, indices d'actions, inflation. Ceci afin de fournir à l'assureur

de bonnes indications sur les impacts économiques de ses décisions. On comprend alors que le modèle devra reposer sur l'ensemble des données alimentant le GSE risque neutre, qui est l'outil de projection des variables économiques, et le modèle ALM permettant l'estimation des flux de trésorerie futurs.

Ainsi, les variables requises pour entraîner notre modèle sont extraites de l'agrégation de trois importantes bases de données. Cette fusion crée une base de données élargie où chaque enregistrement spécifie le BE et la VIF obtenus par le modèle full ALM construit dans la première partie de l'étude, pour un contrat (une ligne du modèle point passif), en fonction d'un scénario spécifique du GSE ainsi que d'un scénario de choc particulier affectant les hypothèses techniques, à savoir les taux de frais, les taux de commissions, les taux de mortalité et les taux de rachat.

La première base de données est celle du modèle point passif. Il s'agit du portefeuille de contrats d'épargne en euros que l'on regroupe en modèle point, où chaque ligne représente un ensemble de contrats homogènes.¹ La deuxième base de données correspond au GSE stochastique, fournissant les variations des variables économiques telles que l'inflation, les déflateurs, les indices d'actions, à travers plusieurs scénarios. Et enfin la dernière base de données est une simulation de chocs sur les hypothèses techniques. Ces différentes bases sont présentées plus en détail dans la section qui suit.

En revanche, il convient de souligner qu'à la différence de la première partie de notre étude, où nous avons utilisé le modèle *ALM* pour estimer un *BE* global pour l'ensemble du portefeuille étudié, cette partie-ci implique le calibrage du modèle d'apprentissage à l'échelle du contrat. Cette approche nous permet de concevoir un outil plus facilement adaptable d'un portefeuille de contrats à un autre, en se concentrant exclusivement sur les caractéristiques spécifiques de chaque contrat. De plus, l'adoption d'une approche centrée sur le contrat facilite l'interprétation du modèle, notamment pour l'identification des contrats posant problème.

3.2.1 La base de modèle point passif

L'analyse concerne un portefeuille d'épargne-vie regroupant 490 862 contrats. Cette base de données inclut plusieurs variables fournissant des informations sur les assurés, telles que la date de naissance, la date de souscription, la durée du contrat, le genre, la provision mathématique, entre autres.

Le tableau suivant présente de manière synthétique le modèle point passif, en résumant les différentes variables clés.

Variables observées sur les contrats	
Variables	Description
ancienneté_debut	l'ancienneté en début d'observation
age_entrée	l'âge en début d'observation
maturité	la durée du contrat
INIT_UNFUDU_EUR	La provision mathématique

FIGURE 3.5 – Les variables utilisées du modèle point passif

1. L'homogénéité s'entend selon certaines variables de regroupement : l'âge, l'ancienneté, le code série.

Les variables "ancienneté début" et "âge à l'entrée" sont recalculées à partir des variables d'origine telles que la date de souscription et la date de naissance. Il est également important de noter une particularité de ce portefeuille : l'absence de TMG (Taux Minimal Garanti), où le TMG est égal à 0. Par conséquent, le TMG n'est pas inclus parmi les variables explicatives du modèle d'apprentissage pour cette étude.

Étant donné la taille importante de la base de données, il est essentiel de la simplifier pour faciliter son traitement par un modèle d'apprentissage automatique. Dans cette optique, nous commençons par développer des modèles points qui résume cette base en 3000 lignes de passifs. Cette synthèse est réalisée en utilisant l'algorithme K-means, appliqué sur des sous-ensembles de la base de données originale. Initialement, nous effectuons une segmentation basée sur des critères discriminants tels que le sexe, le code réseau et la durée du contrat (différenciant les contrats à terme des contrats viagers). Ensuite, l'algorithme K-means est appliqué à chaque sous-ensemble pour créer un modèle réduit, ce qui conduit à une version condensée du portefeuille passif comprenant 3000 lignes. Ce modèle réduit est ensuite utilisé pour projeter les flux de trésorerie futurs, ligne par ligne.

Les courbes ci-dessous nous offrent une première analyse du modèle point passif.

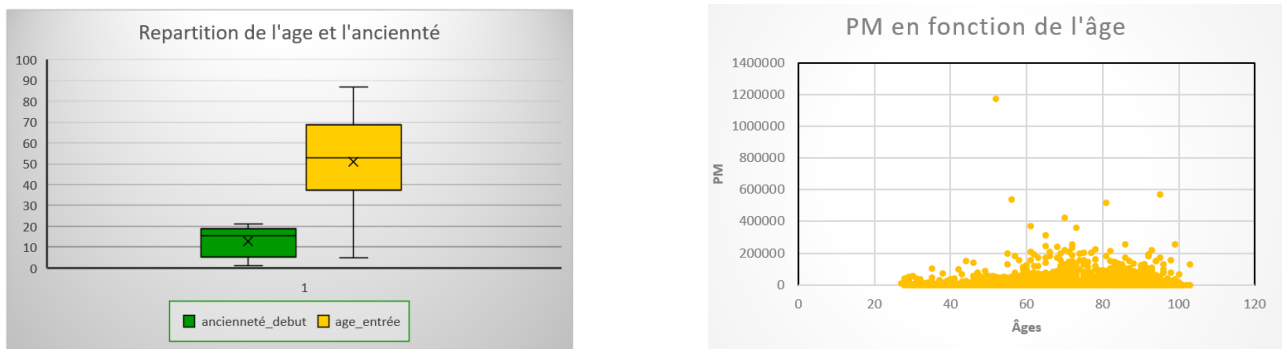


FIGURE 3.6 – Analyse univariée de la base passif.

Nous remarquons une ancienneté moyenne d'environ 13 ans, avec une médiane d'environ 16 ans. En ce qui concerne l'âge, il varie entre 5 ans et 87 ans, avec une moyenne d'environ 51 ans. La distribution semble être presque uniforme entre 35 ans et 70 ans. De plus, nous constatons que la provision mathématique, dans l'ensemble, augmente avec l'âge de l'assuré, ce qui est attendu car les individus plus âgés ont généralement une plus grande ancienneté et donc une provision mathématique plus élevée. La corrélation positive entre l'âge et l'ancienneté est mise en évidence par la figure 3.3 ci-dessous

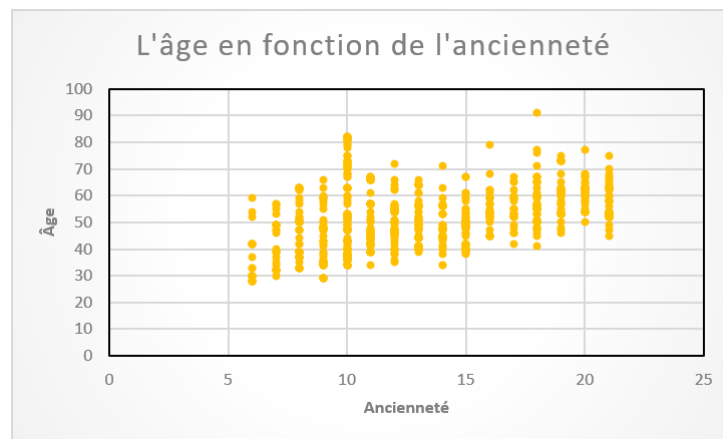


FIGURE 3.7 – l'âge en fonction de l'ancienneté.

Les variables sélectionnées du modèle point passif pour l'apprentissage sont principalement l'âge, l'ancienneté, la maturité (la durée du contrat) ainsi que la provision mathématique (PM). Ces différentes caractéristiques présentes dans les lignes du modèle point fournissent une diversité de données pour l'apprentissage du modèle.

3.2.2 La base de sensibilité sur les hypothèses techniques

Le modèle point construit est associé à des tables d'hypothèses qui sont utilisées pour estimer les flux de trésorerie futurs liés aux contrats (représentés par les lignes du modèle point). Ces données sont également intégrées dans l'apprentissage du modèle ALM à travers un ensemble de chocs, qui inclut les tables de mortalité, de rachats, de frais et de commissions.

La table de mortalité

Les flux de trésorerie associés aux prestations de décès sont modélisés dans le cadre du modèle ALM en utilisant une table d'hypothèses de mortalité spécifique à l'expérience du portefeuille modélisé. Cette table permet d'estimer la probabilité de survie et le taux de mortalité à différents âges des assurés du portefeuille. Les données de cette table sont limitées à la tranche d'âge allant de 0 à 120 ans.

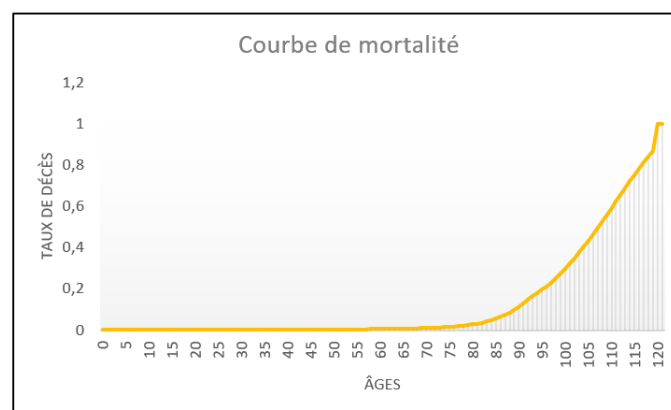


FIGURE 3.8 – Courbe de mortalité.

La table de rachat

De manière similaire aux courbes de mortalité, nous disposons également d'hypothèses de rachat présentées sous forme de courbes, c'est-à-dire des courbes qui dépendent de l'ancienneté et de certaines variables de segmentation telles que le code série et la nature du fonds (fonds en euros ou unités de compte). L'ancienneté est plafonnée à 21 ans, ce qui signifie que tout contrat dont l'ancienneté dépasse 21 ans est traité, en termes de rachat, comme s'il avait une ancienneté de 21 ans, indépendamment du type de rachat (partiel, total, en montant ou en nombre).

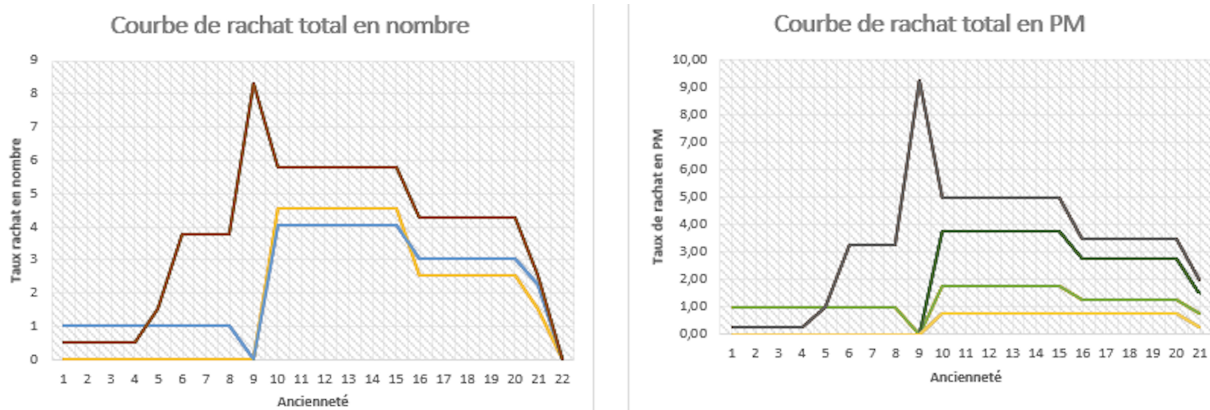


FIGURE 3.9 – Courbes de rachats.

La table frais et de commissions

Les estimations relatives aux frais et aux commissions concernent le calcul des dépenses associées à la gestion et à la mise en œuvre des contrats d'assurance ou des offres financières. Ces estimations sont ajustées en fonction de certaines caractéristiques spécifiques de l'assuré et de variables de segmentation telles que le code série et le code réseau, ainsi que des paramètres globaux fournis par des tables d'hypothèses de frais et de commissions. Nous disposons de quatre tables de frais et trois tables de commissions définissant des paramètres permettant d'estimer les différents types de frais et de commissions modélisés. Ainsi, pour chaque contrat due la base de modèles points, un taux global de frais et de commissions est calculé dans l'outil à partir des informations du contrat et des paramètres des tables.

La base de chocs

La base de chocs est constituée de différents niveaux de chocs sur les hypothèses précédemment décrites. Ces chocs s'appliquent de manière uniforme pour chacune de ces hypothèses techniques et ajustent l'ensemble des courbes concernées. Il ne s'agit donc pas de chocs point par point. Néanmoins, des poids sont définis dans l'outil pour que l'impact varie sensiblement selon chaque point de la courbe. Par exemple, pour les décès, un choc moyen de 1 bps à la hausse sur la courbe aura un effet plus marqué sur les taux de décès aux âges élevés que sur ceux aux âges plus jeunes. Cela peut se traduire par un impact de 2 bps à 80 ans, puis diminuer progressivement jusqu'à atteindre 0,1 bps sur les décès à 5 ans. De même, l'impact du choc est lissé en fonction de l'ancienneté pour les rachats et en fonction de l'année pour les frais et les commissions. Le tableau suivant indique les plages de variation des chocs.

Chocs	Commissions	Frais	Rachat partiel	Rachat total	Mortalité
mean	-0,038%	0,028%	0,009%	-0,038%	-0,023%
std	1,168%	1,4%	1,572%	1,617%	1,74%
min	-1,917%	-1,814%	-1,862%	-1,977%	-1,898%
25%	-1,056%	-1,035%	-0,954%	-1,032%	-1,02%
50%	-0,012%	0,074%	0,002%	-0,062%	-0,021%
75%	0,977%	1,041%	1,036%	0,950%	0,959%
max	2%	2%	1,8%	1,94%	2%

TABLE 3.1 – Plage de variations des chocs

3.2.3 Le GSE

Les scénarios économiques, produits par le GSE, sont des simulations risque-neutre de divers facteurs économiques susceptibles d'influencer le passif de l'assureur lors de la projection du bilan. Ces facteurs économiques impactent le BE car l'évolution du portefeuille d'actifs, couvrant les engagements de l'assureur, est influencée par ces mêmes facteurs. Le GSE comprend 3000 scénarios projetant, sur 50 ans, plusieurs variables économiques telles que des indices et des rendements d'actions et immobiliers, des courbes de taux (une pour chaque année de projection), un déflateur, un indice d'inflation, etc. Les principaux facteurs retenus pour notre analyse sont l'indice et le rendement des actions, ainsi que le déflateur et l'indice d'inflation. Les 3000 scénarios économiques fournissent des variations de nos différentes hypothèses financières dans le modèle.

L'indice et le rendement action

L'indice action et le rendement sont deux variables au sein du GSE qui représentent respectivement l'évolution du cours et des dividendes des actions détenues en portefeuille. Ces variables nous permettent, dans notre étude, de refléter les variations de l'ensemble de la partie actions de notre portefeuille.

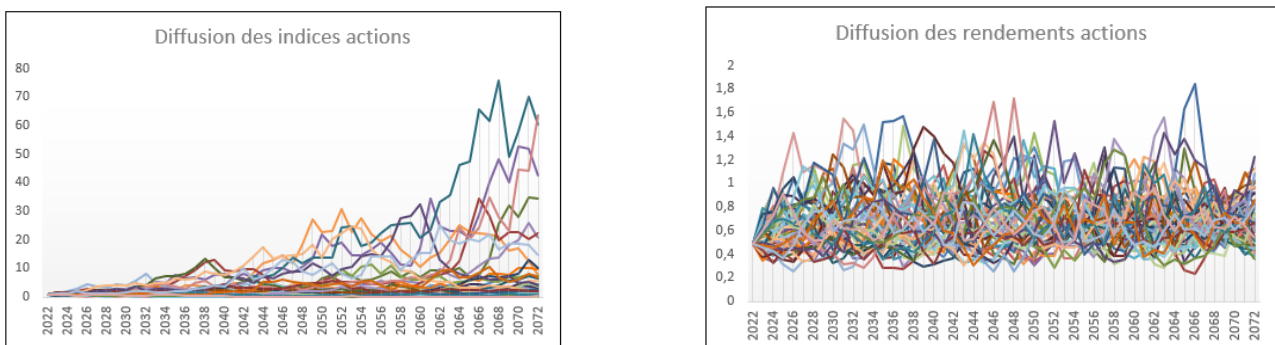


FIGURE 3.10 – Diffusion de l'action.

Le déflateur et l'indice d'inflation

Le déflateur joue un rôle crucial en tant que facteur d'actualisation, permettant de convertir les montants futurs en leur équivalent présent, en prenant en compte le taux sans risque comme taux d'actualisation sur une période donnée. Quant à l'inflation, nous nous référons à l'indice d'inflation cumulé, qui quantifie l'augmentation cumulative du niveau général des prix des actifs par rapport à

leurs valeurs nominales sur une période donnée.

Nous considérons ensuite le déflateur et l'indice d'inflation afin de saisir la sensibilité du BE aux variations de taux, mesurée indirectement à travers les produits de taux qui composent essentiellement les obligations dans notre portefeuille.

Les scénarios du GSE nous permettent de faire varier les hypothèses financières dans la base d'apprentissage. De plus, pour intégrer ces variables économiques dans le modèle, nous les transformons en plusieurs variables afin de tenir compte des années de projection. Par exemple, le déflateur est transformé en 20 variables, chacune représentant la valeur du déflateur pour les 20 premières années.

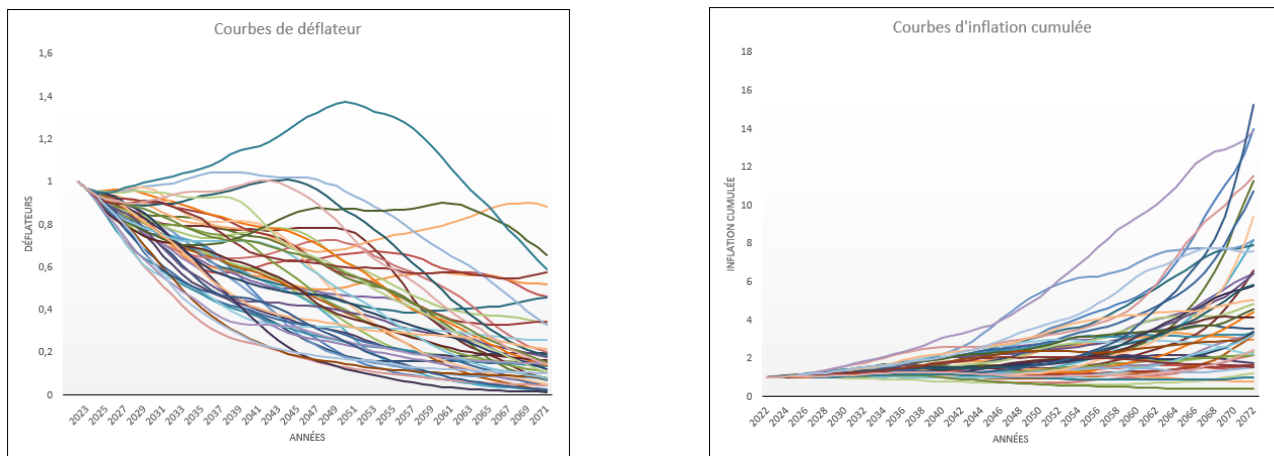


FIGURE 3.11 – Diffusion des déflateurs et de l'inflation.

3.2.4 La base finale

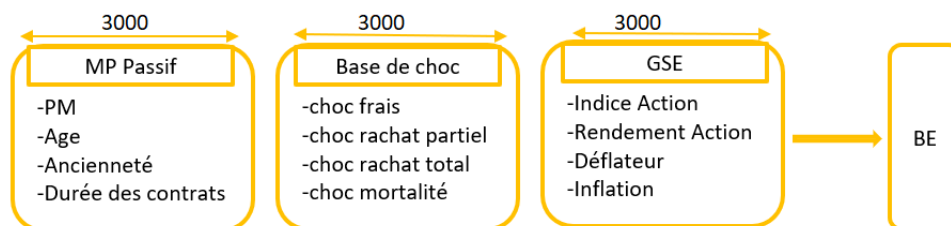


FIGURE 3.12 – Structure de la base finale.

La base définitive utilisée pour l'entraînement du modèle est la fusion des trois bases décrites dans le paragraphe précédent, comme on peut le voir sur la figure 3.8. Cette base consolidée comprend 3000 observations, où chaque observation correspond à un contrat unique du modèle point passif, associé à un niveau de choc spécifique sur les hypothèses techniques et conformément à un scénario distinct du GSE. Ainsi, tel que cela a été explicité auparavant, chaque scénario du GSE est perçu comme une variation par rapport au scénario déterministe. Par conséquent, pour chaque entrée, le BE obtenu peut être interprété comme le BE définitif qui aurait été obtenu si l'on avait appliqué une méthode de Monte Carlo sur les 3000 scénarios.

Cette approche présente au moins deux avantages significatifs. Premièrement, elle permet un gain de temps et d'économie de mémoire lors de l'exécution du modèle ALM pour générer les indicateurs de Solvabilité II (BE et VIF). Deuxièmement, cette approche permet au modèle d'apprentissage d'être entraîné sur les variables financières en raison de leur variation à travers le GSE stochastique. Une analyse descriptive de la base finale est faite en annexe A.

3.3 Les resultats du modèle d'apprentissage

3.3.1 Calibrage du XGBoost

Traitement de la base de données

La préparation et le retraitement d'une base de données avant l'entraînement d'un modèle de machine learning sont des étapes cruciales pour assurer la qualité des prédictions. Ces étapes permettent de nettoyer et de transformer les données afin qu'elles soient dans un format optimal pour le modèle. Dans le contexte de cette phase de calibrage, plusieurs retraitements sont appliqués à la base de données construite précédemment avant le calibrage.

Les facteurs de risques du GSE retenus dans le modèle sont chacun composés de 20 variables reflétant l'évolution des variables économiques sur 20 ans, en commençant par la première année. Cette démarche, consistant à se limiter aux années 1 à 20 pour les facteurs économiques, se justifie, d'une part, par l'absence d'effet de taux sur l'année initiale (année 0), où les valeurs des indices actions et immobiliers sont également fixées à 1. D'autre part, en raison des effets d'actualisation, l'impact des facteurs économiques sur le bilan estimatif se réduit progressivement au fur et à mesure de l'avancement dans la projection. Ceci est clairement visible dans la projection de la base globale, où, à partir de la 20e année, nous récupérons plus de 80% de la totalité des résultats futurs estimés selon un scénario déterministe. La figure 3.13 illustre ce phénomène.

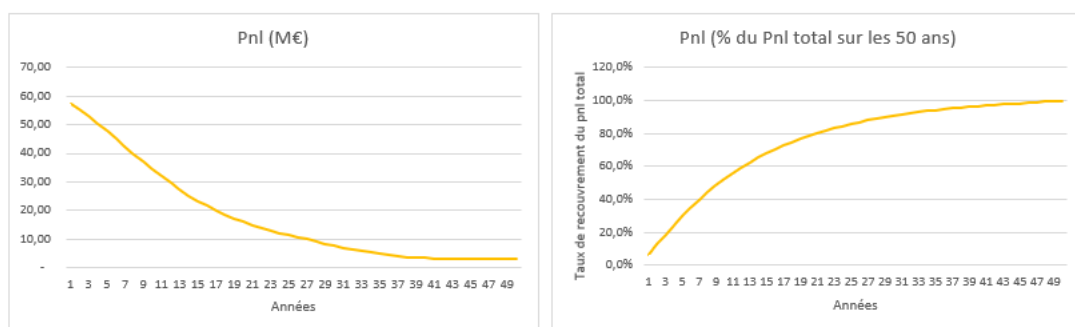


FIGURE 3.13 – Evolution du pnl en scénario déterministe.

Par ailleurs, se restreindre aux 20 premières années du GSE permet d'avoir un nombre raisonnable de variables dans le modèle afin de ne pas dégrader la qualité de l'ajustement du modèle.

Par la suite, nous effectuons une normalisation des variables dans la base de données. Cette étape est cruciale car les variables n'opèrent pas toutes à la même échelle : celles de grande échelle peuvent dominer et minimiser l'influence de celles de plus petite échelle. En conséquence, les variables de

moindre amplitude pourraient se voir attribuer un impact réduit dans l'analyse du modèle, au point que le modèle pourrait négliger ces variables de petite échelle.

Création d'une base d'entraînement et d'une base test

Il est essentiel de souligner que l'un de nos principaux objectifs est d'assurer la robustesse de notre modèle. Cela se traduit par sa capacité à traiter efficacement des situations qu'il n'a pas précédemment expérimentées durant sa phase d'apprentissage. Il s'agit notamment de faire face à des scénarios économiques jamais observés, à l'introduction d'un nouveau contrat, ou encore à des chocs nouveaux sur les hypothèses de rachats par exemple. Notre préoccupation principale lors du développement du modèle est donc d'éviter le phénomène de surapprentissage.

Le sur-apprentissage, aussi appelé "overfitting" en anglais, survient lorsque un modèle s'ajuste de manière excessive à un jeu de données d'entraînement spécifique. Cette adaptation trop précise rend le modèle incapable de s'aligner correctement sur des données nouvelles ou supplémentaires, limitant ainsi sa capacité à généraliser au-delà de l'échantillon initial sur lequel il a été entraîné.

Dans notre contexte, le modèle pourrait avoir sur-appris des scénarios économiques particuliers, en particulier ceux caractérisés par des pics marqués, ce qui pourrait entraîner un biais dans les estimations, comme expliqué précédemment.

Pour résoudre ce problème, comme il est d'usage en apprentissage automatique, nous divisons la base de données en utilisant 80% pour entraîner le modèle (la base d'entraînement) et 20% pour le valider (la base de test).

Optimisation des hyperparamètres

L'ajustement des hyperparamètres, ou "tuning", est un processus crucial en apprentissage automatique pour optimiser la performance des modèles. Les hyperparamètres sont les paramètres qui sont définis avant l'apprentissage du modèle et qui influencent sa structure ou le déroulement du processus d'apprentissage. Pour notre modèle, ces hyperparamètres incluent le nombre minimum d'observations par feuille, la profondeur des arbres, l'échantillonnage des observations, l'échantillonnage des variables, le taux d'apprentissage et le nombre d'arbres à entraîner.

Contrairement aux paramètres du modèle, qui sont appris automatiquement à partir des données, les hyperparamètres doivent être définis manuellement ou à travers un processus d'optimisation automatisé.

Plusieurs techniques d'optimisation des hyperparamètres existent, mais celle que nous utilisons pour notre étude est la méthode GridSearchCV.

La méthode GridSearchCV est une technique d'optimisation des hyperparamètres qui permet de trouver la meilleure combinaison d'hyperparamètres pour un modèle de machine learning afin d'optimiser sa performance. Le "CV" dans GridSearchCV fait référence à la validation croisée (Cross-Validation), utilisée pour évaluer la performance de chaque combinaison d'hyperparamètres de manière robuste et fiable.

Pour comprendre cette méthode, considérons l'exemple suivant illustré en figure 3.13 avec 2 paramètres : le nombre d'arbres prenant les valeurs 100, 150, 200 et 250, et la profondeur des arbres prenant

les valeurs 8, 10, 12, 14 et 16. Le modèle est entraîné pour chaque combinaison d'hyperparamètres dans la grille, ce qui permet d'évaluer la performance de chaque point de la grille.

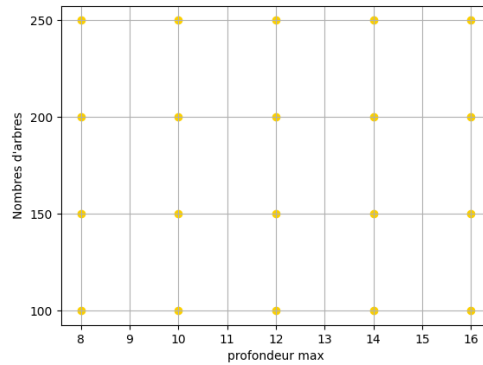


FIGURE 3.14 – Exemple de recherche en grille.

GridSearchCV effectue ensuite une validation croisée pour chaque combinaison possible d'hyperparamètres dans la grille. La validation croisée divise l'ensemble de données en plusieurs sous-ensembles, ou "folds". Le modèle est entraîné sur certains de ces sous-ensembles et évalué sur le reste, et ce processus est répété plusieurs fois pour chaque combinaison d'hyperparamètres, en utilisant à chaque fois un sous-ensemble différent comme ensemble de test. Cela permet d'obtenir une estimation fiable de la performance du modèle pour chaque combinaison d'hyperparamètres.

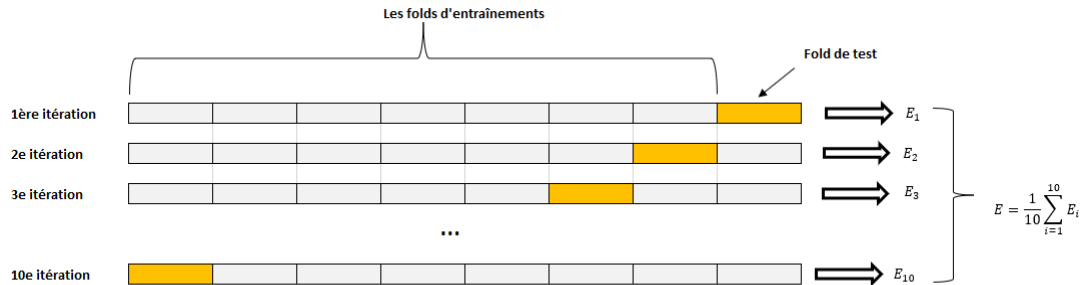


FIGURE 3.15 – Illustration de la validation croisée pour une combinaison particulière d'hyperparamètres en prenant 10 folds.

Le Grid Search a été exécuté afin d'affiner les paramètres du modèle selon les critères suivants :

- Le nombre minimum d'observations requises par feuille a été testé de 10 à 50 par incréments de 10.
- La profondeur des arbres a varié de 5 à 16 par pas de 2.
- Les pourcentages pour l'échantillonnage des observations et des variables ont été explorés entre 30% et 90% avec un pas de 20%.
- Le nombre d'estimateurs : le nombre d'arbres dans le modèle, a été varié de 100 à 700 avec un pas de 100

À l'issue de ce processus, le modèle le plus performant et qui a déterminé les hyperparamètres retenus avait des arbres avec un seuil de 60 observations minimum par feuille (**min _ child _ weight**), une profondeur maximale (**max _ depth**) de 7 niveaux, formés sur 30% des observations (**subsample**) et 100% des variables (**colsample _ bytree**). Il a été constaté que la construction de 200 arbres (**n _ estimators**) était optimale, ce nombre représentant le point de convergence où l'ajout d'arbres supplémentaires n'apportait plus d'amélioration significative.

```
Fitting 5 folds for each of 1728 candidates, totalling 8640 fits
Temps de calcul : 7350.64 secondes
Best parameters set:
{'colsample_bytree': 1.0, 'learning_rate': 0.01, 'max_depth': 7, 'min_child_weight': 60, 'n_estimators': 200, 'subsample': 0.3}
CPU times: total: 4min 13s
Wall time: 2h 2min 30s
```

FIGURE 3.16 – Rapport du run du GridSearchCV

3.3.2 Qualité d'ajustement et pouvoir prédictif du modèle

Une fois le modèle calibré, il devient essentiel d'évaluer sa qualité d'ajustement pour comprendre sa performance dans des scénarios réels, notamment sur de nouvelles données et lors d'analyses de sensibilité. Pour ce faire, nous procédons à une analyse des erreurs du modèle et nous nous référons à plusieurs mesures de performance largement utilisées.

Analyse des résidus

Analysons les fautes effectuées par notre modèle en comparant les performances sur deux ensembles de données distincts. Nous nous concentrons surtout sur l'analyse de la distribution des erreurs pour repérer les cas problématiques et saisir la répartition globale de ces erreurs. À cet effet, nous prenons en compte les erreurs en termes relatifs, c'est-à-dire en pourcentage du BE, ainsi que les erreurs en valeurs absolues, qui sont quantifiées en euros. Les résultats sont donnés en figure 3.18.

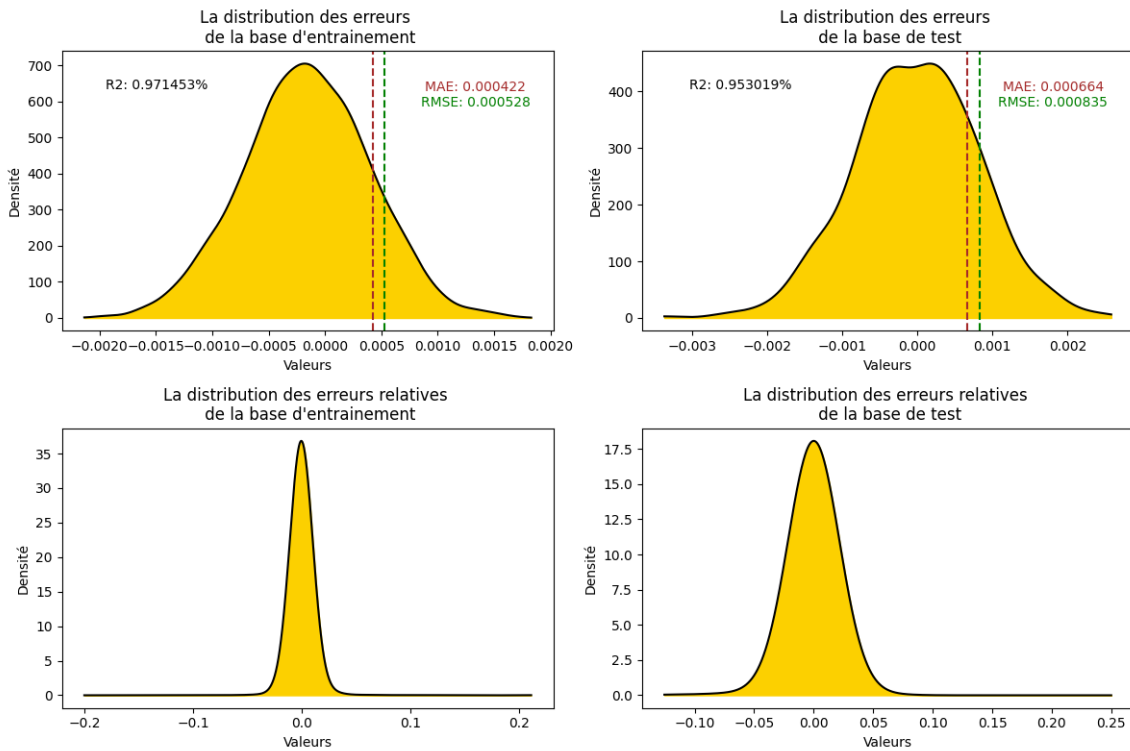


FIGURE 3.17 – Les erreurs du modèle

Globalement, les erreurs s'avèrent être satisfaisantes, indiquant que le modèle s'ajuste bien aux données. Elles se concentrent principalement autour de zéro sans montrer de tendance spécifique dans l'ensemble. Cela témoigne d'une bonne qualité d'ajustement du modèle. De plus nous constatons bon pouvoir de généralisation du modèle en ce sens que les erreurs observées sur la base de test présentent une repartition quasi centrée.

Nous utilisons une base de données où les valeurs du BE sont ajustées via une normalisation, centrées et réduites, rendant l'analyse des erreurs absolues moins intuitive. C'est pourquoi l'examen des écarts relatifs devient primordial. L'analyse révèle une stabilité des écarts relatifs entre les ensembles dédiés à l'apprentissage et à l'entraînement, avec des variations qui se situent majoritairement dans l'intervalle de -10 % à 10 %. Cette constatation suggère une certaine cohérence dans la performance du modèle, soulignant son aptitude à maintenir une précision relative uniforme à travers différentes phases d'apprentissage et de validation.

Métriques d'évaluation du modèle.

Nous appliquons trois métriques globales pour évaluer l'erreur :

- Le coefficient de détermination R^2 quantifie la proportion de variance expliquée par le modèle par rapport à la variance totale. Il est calculé comme suit :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (3.5)$$

où y_i représente la valeur à prédire pour l'observation i parmi (BE) n , \bar{y} est la moyenne empirique

et \hat{y}_i est la valeur prédite par le modèle.

En utilisant cette formule, le coefficient de détermination R^2 est calculé en soustrayant la somme des carrés des résidus (erreurs entre les valeurs prédites et les valeurs réelles) de la somme des carrés totaux (variance des valeurs réelles par rapport à leur moyenne). Il représente la part de variabilité de notre variable cible (le BE) expliquée par le modèle. Ainsi un R^2 proche de 1 indique que le modèle explique une grande partie de la variance des données, ce qui est souhaitable pour un bon ajustement du modèle.

- Le RMSE (Root Mean Square Error), ou erreur quadratique moyenne, est une mesure couramment utilisée pour évaluer la performance d'un modèle de régression. Il est calculé en prenant la racine carrée de la moyenne des carrés des écarts entre les valeurs prédites et les valeurs réelles. Formellement, le RMSE est défini comme suit :

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (3.6)$$

Le RMSE représente donc l'erreur moyen par observation. Un RMSE plus faible indique une meilleure performance du modèle, car cela signifie que les prédictions sont plus proches des valeurs réelles.

- Le Mean Absolute Error (MAE), également connu sous le nom d'erreur absolue moyenne, est une métrique largement utilisée pour évaluer la performance d'un modèle de régression. Contrairement au Root Mean Square Error (RMSE), qui considère les écarts quadratiques entre les valeurs prédites et les valeurs réelles, le MAE calcule simplement la moyenne des valeurs absolues de ces écarts.

Formellement, le MAE est défini comme suit :

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \quad (3.7)$$

La principale différence entre le MAE et le RMSE réside dans leur traitement des erreurs. Le MAE fournit une mesure de la magnitude moyenne des erreurs de prédiction, tandis que le RMSE accorde plus de poids aux grandes erreurs en raison de la prise de la racine carrée des écarts quadratiques. Ainsi, le RMSE est plus sensible aux valeurs aberrantes que le MAE.

En résumé, le MAE est souvent privilégié pour sa robustesse et sa résistance aux valeurs aberrantes, tandis que le RMSE est utilisé lorsque l'accent est mis sur la pénalisation des grosses erreurs de prédiction.

- Le RMSE et le MAE ne sont pas toujours parlants pour indiquer le bon ajustement du modèle. En effet, une simple erreur moyenne ne fournit pas suffisamment d'informations, car nous ne disposons pas d'un élément de référence pour juger si l'erreur est acceptable ou non. Pour remédier à cela, une variante de ces indicateurs est calculée : les erreurs relatives. Il s'agit de calculer non

pas directement les erreurs ligne par ligne, mais plutôt les erreurs rapportées au BE ligne par ligne. De cette façon, nous nous attendons à ce que les valeurs soient le plus proche de 0 possible.

$$RMSE\ relatif = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right)^2}$$

et

$$MAE\ relatif = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{y_i}$$

Les résultats des métriques d'évaluation sur notre modèle sont consignés dans le tableau 3.2 ci-dessous. Il est notable que le modèle présente une précision globale satisfaisante, atteignant un score de 96%. La faible disparité entre les valeurs du coefficient de détermination R^2 obtenues sur les ensembles d'entraînement et de test indique la robustesse du modèle et sa capacité à généraliser efficacement. De plus, les valeurs relatives du RMSE et du MAE sont respectivement de 7,6% et 0,73%. Cela suggère qu'en moyenne, notre modèle génère des prédictions avec une marge d'erreur maximale de 8%, ce qui est plutôt satisfaisant.

Score	Train	Test
R2	0.97	0.95
RMSE	0.000528	0.000835
RMSE relatif	4.87 %	7.60 %
MAE	0.000422	0.00066
MAE relatif	0.40 %	0.73 %

TABLE 3.2 – Performance du modèle sur les ensembles d'entraînement et de test.

3.3.3 Interpretation du modèle

Le modèle XGBoost appartient à la famille des modèles d'apprentissage automatique difficilement interprétables. En effet, contrairement à des modèles offrant des sorties directement interprétables, comme une équation simple ou un arbre de décision aisément compréhensible, XGBoost ne fournit pas de telles représentations. L'interprétation de ses résultats peut s'avérer complexe en raison de sa conception basée sur l'agrégation de nombreux arbres de décision et de la méthode utilisée pour combiner ces arbres afin de générer des prédictions. Chaque arbre individuel au sein d'un modèle XGBoost est souvent peu profond, se spécialisant sur des segments spécifiques de l'espace des caractéristiques, ce qui peut compliquer la compréhension globale de la relation entre les caractéristiques d'entrée et les prédictions de sortie.

Un moyen auquel on a recours pour obtenir une meilleure interprétabilité du modèle XGBoost est l'algorithme du SHAP. Le SHAP (SHapley Additive exPlanations) est un outil d'interprétabilité qui attribue à chaque feature une valeur d'importance pour chaque prédiction réalisée par un modèle de machine learning, permettant ainsi de mieux comprendre comment chaque caractéristique influence les résultats du modèle [13].

L'algorithme du SHAP

L'algorithme SHAP considère toutes les combinaisons possibles de variables explicatives et évalue l'impact de chaque variable lorsqu'elle est ajoutée ou retirée de ces combinaisons. En calculant la différence entre la prédiction avec et sans une variable donnée pour chaque combinaison possible, l'algorithme détermine la contribution marginale de cette variable à la prédiction. La valeur de Shapley est ensuite calculée en moyennant ces contributions sur toutes les combinaisons possibles, en prenant en compte le nombre de façons différentes dont chaque variable peut être ajoutée à une combinaison. Cette valeur d'importance est basée sur le concept de la valeur de Shapley, qui provient de la théorie des jeux coopératifs.

La formule générale pour calculer la valeur de Shapley ϕ_i pour une variable donnée i dans un modèle avec p variables est donnée par :

$$\phi_i = \sum_{s \subseteq S(1, \dots, p) \setminus \{i\}} \frac{|s|!(p - |s| - 1)!}{p!} (f_x(s \cup \{i\}) - f_x(s)) \quad (3.8)$$

Où :

- $S(1, \dots, p)$ représente l'ensemble des sous-ensembles de variables $\{1, \dots, p\}$.
- $f_x(s)$ est la fonction de prédiction moyenne lorsque seules les variables dans S sont prises en compte.
- $f_x(s \cup \{i\})$ est la fonction de prédiction moyenne lorsque la variable i est ajoutée aux variables dans s .
- f_x est la fonction de prédiction pour une entrée x donnée.

En utilisant les valeurs de ϕ_i , la prédiction du modèle peut être exprimée comme la somme des effets individuels des variables, ajoutée à une valeur de base ϕ_0 qui est la moyenne de toutes les prédictions :

$$f(x) = y_{\text{pred}} = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i z_i^0 \quad (3.9)$$

Où :

- y_{pred} est la valeur prédite du modèle pour l'entrée x .
- z_i^0 est un indicateur binaire prenant la valeur 1 si la variable i est incluse dans la prédiction et 0 sinon.

Cette expression met en lumière comment les variables influent sur une observation. En effet, en identifiant les indices pour lesquels $z_{0i} = 1$, nous mesurons l'effet de chaque variable i par sa valeur ϕ_i . Un ϕ_i positif augmente la prédiction, tandis qu'un ϕ_i négatif la diminue ; en revanche, si ϕ_i est nul, la variable n'impacte pas la prédiction. Plus ϕ_i est important, plus la variable a un effet significatif sur la prédiction. En calculant la moyenne des valeurs absolues des ϕ_i pour chaque variable, nous déterminons leur importance globale dans la modélisation.

Calcul des shap values du modèle

Nous utilisons le module Python **SHAP** pour calculer les "shap values". Les résultats obtenus, présentés sur la Figure 3.17 et la Figure 3.18, nous offrent une explication détaillée de l'importance marginale de chaque variable explicative dans le modèle.

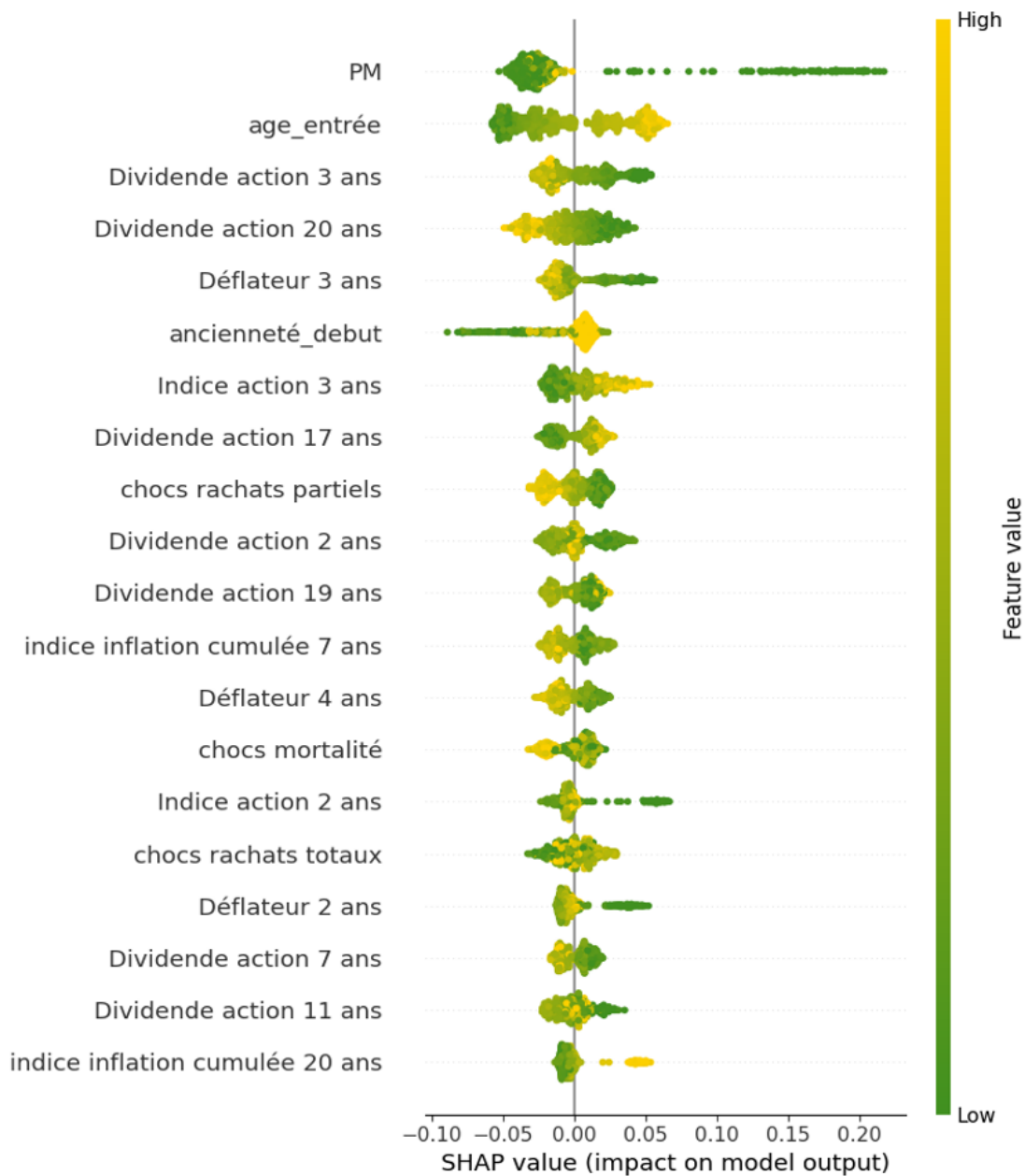


FIGURE 3.18 – Importance des variables par méthode SHAP.

Le graphique met en lumière l'impact global des variables sur les prédictions de notre modèle. Chaque variable se voit attribuer un score représentant la moyenne des valeurs SHAP, mesurées en valeur absolue, à travers les observations. Les variables ayant les scores les plus élevés sont ainsi représentées sur le graphique, indiquant leur importance principale dans le modèle, avec la variable la plus influente positionnée en haut.

Le schéma est analysé séquentiellement, avec une ligne attribuée à chaque variable. Chaque point représente la valeur SHAP d'une variable dans la prédiction du BE pour une observation donnée. La

couleur du point indique si la valeur SHAP de la variable est inférieure (vert) ou supérieure (jaune) par rapport aux autres valeurs SHAP de la base. La position du point sur l'axe est déterminée par la valeur SHAP associée à la variable pour cette observation.

On remarque que l'encours initial (PM) et l'âge de l'assuré sont les variables ayant le plus d'impact, comme le révèle l'ampleur notable de leurs graphiques. Ces variables influencent significativement de nombreuses observations, principalement à la hausse. La PM entraîne des variations du BE pouvant atteindre 20 % sur les prédictions, tandis que l'âge de l'assuré provoque une variation autour de 10 %. L'impact de l'âge s'explique par la nature relativement âgée de notre portefeuille. En conséquence, les taux de sortie sont généralement élevés sur presque toute la période de projection. Cela entraîne des prestations de décès importantes, pouvant avoir un impact significatif sur la meilleure estimation (BE). Concernant la provision mathématique (PM), cela semble logique puisque toutes les prestations y sont liées.

Les autres variables ont des effets marginaux sensiblement égaux. Leurs impacts varient entre -5% et 5%. On remarque également que, globalement les variables économiques ont tendance à augmenter le BE alors que les chocs sur les hypothèses du passif : rachats, mortalité, frais, ont tendance à le diminuer.

3.3.4 Cas d'utilisation

Dans cette partie, nous effectuons un test de sensibilité sur le BE en exploitant à la fois le modèle Full ALM et le XGBoost, pour illustrer concrètement l'emploi de notre méta-modèle. Nous introduisons successivement un choc sur les actions, un choc lié aux frais, puis un choc sur les rachats (rachats totaux), tout en maintenant les autres variables constantes. Pour simuler un choc sur les actions avec le modèle ALM, nous ajustons simplement la valeur de marché, à l'année de choc, du portefeuille d'actions au niveau de choc voulu. Pour le XGBoost, l'approche du choc sur les variables économiques diffère notablement. En effet, le modèle analyse les variables économiques en se focalisant sur les points pris séparément des courbes plutôt que sur leur intégralité. De ce fait, pour simuler un choc sur les actions équivalent à celui du modèle ALM, nous appliquons des chocs sur tous les points de la courbe de l'indice des actions dans le GSE déterministe, de façon à induire une variation de la valeur de marché (VM) des actions reflétant le niveau de choc appliqué. Les données résultantes sont détaillées dans le tableau présenté ci-après.

Sensibilités	Delta BE modèle ALM	Delta BE XGBoost
-20% actions	-2,61%	-2,24%
+ 10% frais	0,55%	0,67%
+15% rachats	0,87%	0,75%

TABLE 3.3 – Tests de sensibilités sur BE

Il apparaît que le XGBoost capture efficacement la dynamique du BE. De manière générale, les effets des différents chocs sont cohérents : un choc sur les actions entraîne une diminution du BE pour les deux modèles, tandis que les chocs liés aux frais et aux rachats provoquent une augmentation du

BE, également pour les deux modèles. Néanmoins, face au choc sur les actions, le XGBoost s'écarte significativement du modèle ALM. De plus, le XGBoost présente une certaine volatilité, avec des impacts sur le BE qui peuvent se montrer tantôt plus conservateurs, tantôt moins, par rapport au modèle ALM. Cette variabilité suggère la nécessité d'une certaine prudence dans l'interprétation des résultats obtenus avec le XGBoost, rendant son application potentiellement complexe.

3.3.5 Limites du modèle

Le modèle XGBoost a démontré une performance robuste dans la prédiction de notre variable cible. Cependant, il présente également certaines limites qu'il est important de prendre en compte.

TMG et PB

Nous sommes engagés dans l'analyse d'un portefeuille caractérisé par des particularités qui le distinguent et rendent le modèle spécifique à sa nature. Contrairement à d'autres portefeuilles, celui-ci ne distribue pas de TMG et ne fixe pas de taux cible de PB. Au lieu de cela, la règle de PB appliquée à ce portefeuille ne contraint pas un taux cible spécifique, mais plutôt une distribution de 100% de la production financière.

Ces particularités sont cruciales pour le modèle, car les variables correspondantes, bien qu'essentielles dans d'autres entités de la compagnie où les provisions sont également évaluées par la fonction actuarielle, ne peuvent pas être utilisées pour des études de sensibilité ici. Par conséquent, le modèle doit être adapté sur une base de données plus générale pour prendre en compte ces nuances uniques si l'on souhaite étendre ces études à d'autres entités.

Construction de la base d'entraînement

Il est pertinent d'explorer des pistes d'analyse ou d'autres approches qui auraient pu être intéressantes à suivre. En ce qui concerne la construction des hypothèses de passif, notamment pour les mortalités, nous appliquons actuellement un choc unique sur toute la courbe en essayant d'atténuer l'impact sur son extrémité. Cette approche restreint les possibilités d'analyse sur la mortalité. En d'autres termes, le modèle ne permet pas de déterminer, par exemple, l'impact sur le BE si la courbe de mortalité est choquée à un âge spécifique. Il se contente d'évaluer l'impact d'un mouvement global de la courbe. Il aurait été intéressant d'adopter une approche capable de prendre en compte les mouvements de points particuliers de la courbe pour des tests de sensibilité plus précis. Ce constat s'applique également aux frais, aux commissions et aux rachats.

L'interprétabilité du modèle

Une autre limite du modèle concerne la matérialité faible des variables économiques. Cela pourrait s'expliquer par la façon dont ces variables sont traitées dans le modèle. En effet, le fait de considérer, pour chaque variable économique, les points séparément sur la courbe réduit l'impact de la variable dans son ensemble. Une approche consistant à prendre en compte, pour une variable, toute la courbe à chaque fois, devrait faire ressortir davantage les variables économiques dans le modèle.

Conclusion

Partant du constat que le modèle de gestion actif-passif (ALM) de l'entreprise présente des limites opérationnelles (temps et ressources) pour des évaluations internes, l'objectif de l'étude est la mise en place d'un modèle d'apprentissage permettant d'accélérer la production de sensibilités des indicateurs Solvabilité 2 dans le but d'alimenter la prise de décision du management (par exemple : décisions d'investissement, cadre d'appétence aux risques, lancement de nouveaux produits).

Pour ce faire, l'étude a débuté par la mise en place complète d'un modèle ALM sous Python basé sur le modèle d'Abeille Assurances pour la production des indicateurs Solvabilité 2. Ce modèle a été élaboré en deux phases distinctes. Dans la première phase, le passif a été modélisé dans un scénario déterministe afin de reproduire les flux du modèle de l'entreprise. Cette étape a permis de bien comprendre l'utilisation de toutes les hypothèses et des spécificités dans la modélisation du passif de la compagnie et de valider le modèle ALM construit avec l'approche en "Full ALM".

Dans la seconde phase, la projection du bilan a été complétée en prenant en considération à la fois les actifs et les passifs, tout en intégrant les interactions complexes entre ces différentes composantes. Contrairement à la méthode antérieure de "flexing" utilisée par l'entreprise, nous avons adopté la méthode "Full ALM", projetant l'ensemble du bilan à chaque pas de temps.

Ce premier jalon de l'étude nous a permis de disposer d'un modèle ALM, lequel a ensuite été utilisé comme base pour la création d'une base de données destinée à l'entraînement de modèles de Machine Learning lors de la deuxième phase de l'étude.

Dans la seconde partie de notre étude, nous avons développé un outil d'apprentissage basé sur XG-Boost. Nous avons utilisé cet outil pour simuler divers scénarios de gestion par l'assureur, comprenant des situations de taux adverses, de rachats, ainsi que des contrats avec de nouvelles caractéristiques. Notre objectif était d'évaluer la réactivité de l'outil et sa pertinence dans l'analyse de sensibilité des indicateurs de solvabilité, notamment la meilleure estimation (BE). Notre modèle se distingue par sa rapidité et sa facilité d'utilisation pour des analyses répétées. Toutefois si les ordres de grandeurs sont respectés, les résultats restent assez volatiles et parfois trop éloignés pour une utilisation précise. Par ailleurs, son application peut présenter certaines complexités. La normalisation des données et le traitement spécifique des variables économiques tendent à en limiter la facilité d'usage.

Compte tenu du recours fréquent du management au SCR et au ratio de solvabilité, il apparaît pertinent d'étendre l'analyse à ces indicateurs. Cette expansion permettrait non seulement de renforcer la précision de notre modèle, mais aussi d'enrichir les données à la disposition du management pour

la prise de décision. De plus, il est crucial de tester la robustesse de notre modèle dans le temps, c'est-à-dire d'évaluer sa capacité à s'adapter et à maintenir ses performances à différentes dates de calcul. Cette démarche est essentielle pour garantir que le modèle puisse continuellement répondre aux besoins évolutifs de l'entreprise et aux fluctuations du marché.

Bibliographie

- [1] Le site de la compagnie Abeille-assurance, <https://www.abeille-assurances.fr/notre-entreprise/nous-connaître/identite.html>.
- [2] CA, https://www.legifrance.gouv.fr/codes/texte_lc/LEGITEXT000006073984/2021-10-10/.
- [3] Assurance vie, <https://acpr.banque-france.fr/sites/default/files/medias/documents>.
- [4] Les ONC, https://acpr.banque-france.fr/sites/default/files/20130527-onc-2013_0.pdf.
- [5] fiscalite Assurance Vie, <https://www.impots.gouv.fr/particulier/lassurance-vie-et-le-pea-0>.
- [6] Imposition des fonds euro, <https://avenuedesinvestisseurs.fr/fiscalite-assurance-vie-retrait-rachat/>.
- [7] Banque de France, <https://acpr.banque-france.fr/europe-et-international/assurances/reglementation-europeenne/solvabilite-ii>.
- [8] Modèle LMM DD CEV, <https://quant.opengamma.io/Libor-Market-Model-Displaced-Diffusion.pdf>.
- [9] Contrôle et Transparence des modèles complexes en actuariat. Memoire d'actuariat, <https://www.institutdesactuaires.com/docs/mem/af306e55a66c5ce6bcf6696cd3df9e0a.pdf>.
- [10] Tianqi Chen and Carlos Guestrin. Xgboost : A scalable tree boosting system. CoRR, abs/1603.02754, 2016., <https://arxiv.org/abs/1603.02754>.
- [11] Robert E. Schapire. The strength of weak learnability. Machine Learning, 5(2) :197–227, June 1990., <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00116037>.
- [12] L'algorithme du k-means, <https://blent.ai/blog/a/k-means-comment-ca-marche>.
- [13] Scott Lundberg and Su-In Lee. A Unified Approach to Interpreting Model Predictions. arXiv :1705.07874 [cs, stat], November 2017. arXiv : 1705.07874., <https://arxiv.org/pdf/1705.07874.pdf>.

Annexe A

Analyse descriptive de la Base de données

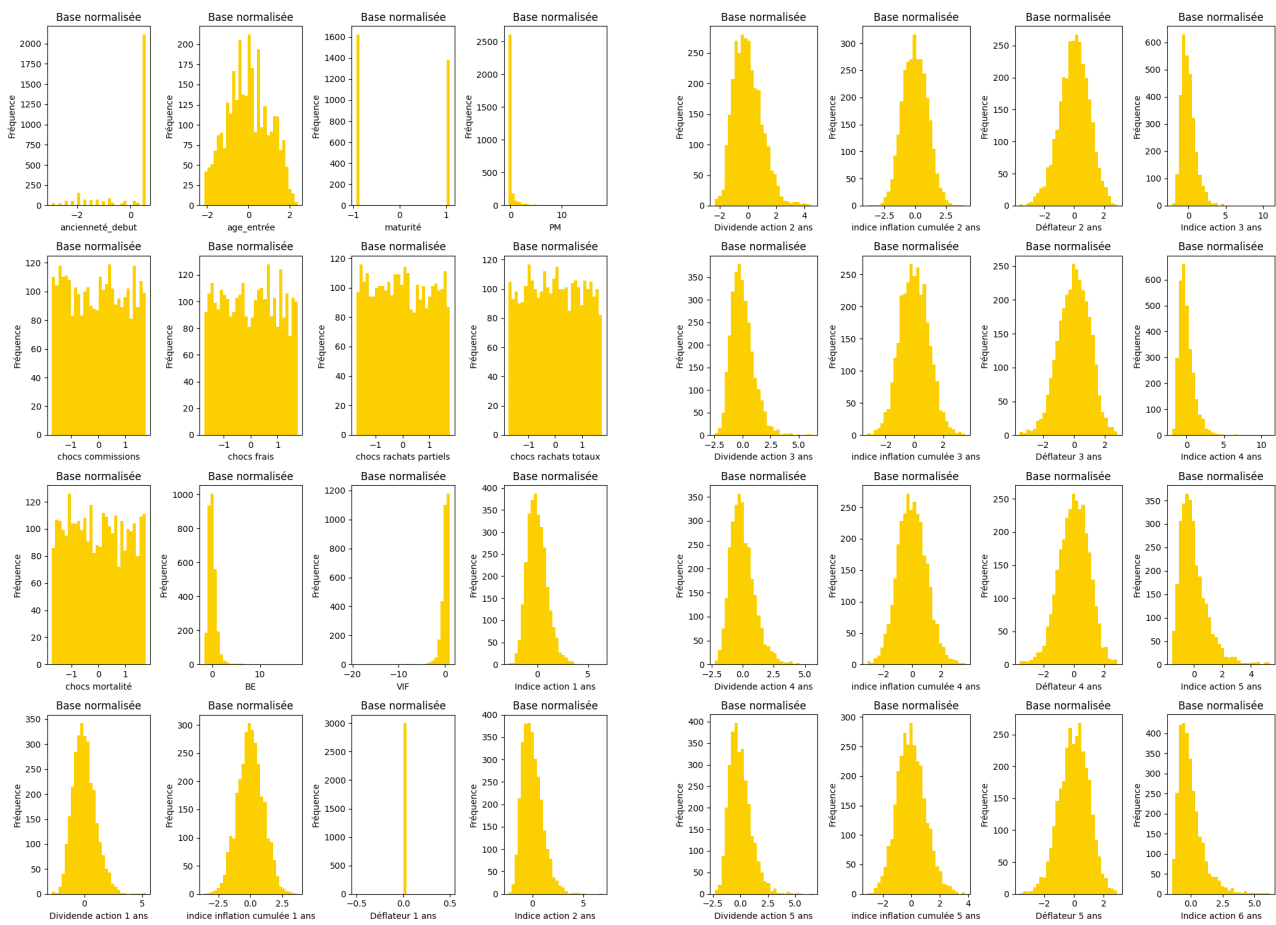


FIGURE A.1 – Distribution des variable dans la base de données normalisée.

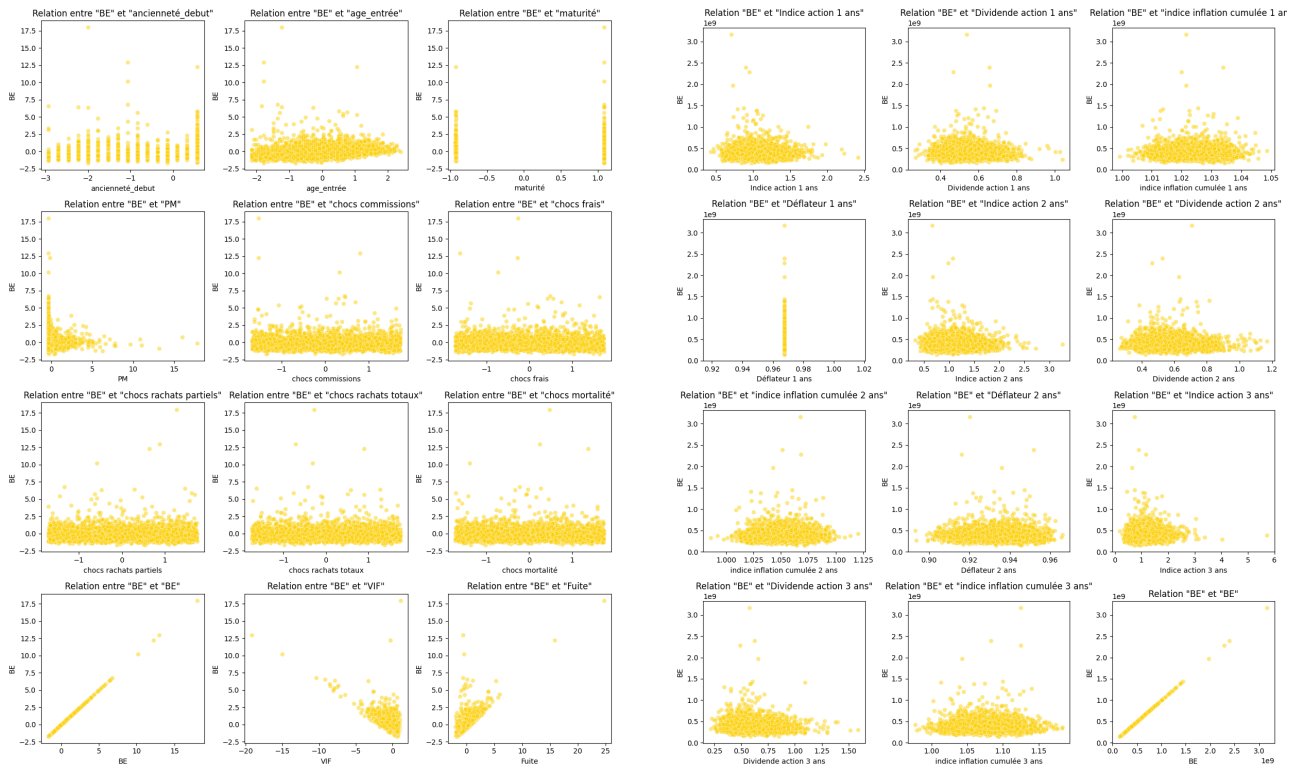


FIGURE A.2 – Relation entre le BE et les variables explicatives

Les graphes révèlent que la majorité des contrats ont atteint leur ancienneté maximale, avec des âges qui dépassent souvent les 60 ans. L'application des chocs sur les hypothèses s'est faite de manière uniforme à travers les données, comme l'indiquent clairement les histogrammes. En outre, l'analyse met en lumière l'existence de scénarios extrêmes dans le GSE, qui se manifestent par des distributions de la Valeur In Force (VIF) des contrats inclinant vers des chiffres négatifs. Cette situation révèle que notre modèle est particulièrement sensible à des situations économiques inhabituelles, et il peut montrer des résultats très différents en fonction de ces conditions.

Les graphiques illustrant comment chaque variable se rapporte à la meilleure estimation indiquent clairement que l'âge et la PM sont les variables ayant une forte corrélation avec le BE. Par ailleurs, il y a une corrélation négative marquée entre le BE et la VIF, ce qui permet de comprendre la sensibilité de la VIF vis-à-vis des variables explicatives en observant la relation inverse de celle du BE.