



Mémoire présenté devant le jury de l'EURIA en vue de l'obtention du
Diplôme d'Actuaire EURIA
et de l'admission à l'Institut des Actuaire

le 09 Septembre 2022

Par : Solène CLOAREC
Titre : Évaluation du budget des risques climatiques

Confidentialité : Oui - (Durée: 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

**Membres présents du jury de l'Institut
des Actuaire :**

Romain NOBIS
Cécile VIGOUROUX
Laurent ECKERT
Signature :

Membre présent du jury de l'EURIA :
Philippe LENCA

Entreprise :
PACIFICA
Signature :

Directeur de mémoire en entreprise :
Jérôme BOREL
Signature :

**Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion
de documents actuariels**
(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable entreprise :

Signature du candidat :

Résumé

Au sein de la charge des sinistres d'une compagnie d'assurance IARD traditionnelle, la composante climatique y revêt un caractère primordial de par sa forte volatilité comparativement aux autres risques. En tant que telle, elle peut devenir un indicateur opérationnel et stratégique de la compagnie dans un cadre budgétaire, encadré par son appétit au risque. L'évaluation de cette charge doit d'être révisée tous les ans pour plusieurs raisons citées dans le livre blanc de France Assureur « *Pour une meilleure prévention et protection contre les aléas naturels* » :

- L'enrichissement global de la France, donc des sommes assurées ;
- L'évolution des risques face au changement climatique.

Sur le long terme, un événement verrait sa charge cumulée augmenter de 90% entre 2015 et 2040. De plus, la hiérarchie des périls est aussi en phase d'évolution avec par exemple une augmentation du coût de la submersion marine ou des retraits-gonflements des sous-sols liés à la sécheresse.

Ce mémoire a pour objectif d'avoir un second regard sur les différents modèles d'estimation de la charge climatique de PACIFICA, et d'analyser les écarts possibles entre ces derniers. Une des deux études menées est basée sur une approche par produit. Cette segmentation est faite lors de la détermination de la prime pure inhérente aux sinistres climatiques dans le cadre de la tarification. La modélisation du produit multirisques habitations sera détaillée dans ce mémoire, en séparant tout d'abord les événements retenus en deux tranches, selon un seuil appliqué à leur charge, puis en les modélisant selon deux méthodologies distinctes. L'autre étude, quant à elle, est basée sur une approche par risque, utilisée par l'équipe en charge des modèles de réassurance. Cette méthode d'évaluation utilisera des modèles de marché comme RMS, AIR ou encore RQE pour la modélisation des risques comme la tempête, et des modèles internes pour d'autres risques comme la grêle. Cette méthodologie vise à prendre en compte une vision prospective de l'évolution des risques climatiques.

Dans un premier temps, il s'agira de sélectionner les événements entrant dans le périmètre de ce mémoire. Dans un second temps, les modèles utilisés par les équipes en charge des modèles de réassurance et de tarification seront analysés pour la constitution des budgets 2021 et 2023. Les écarts constatés

entre les différents résultats pourront ainsi être mis en avant afin de répondre à une problématique posée par la Fonction Actuarielle de PACIFICA.

Mots clefs: Budget climatique, Événements climatiques, Réassurance, Tarification, Modèle interne de tarification, Assurance habitation

Abstract

Within the claims burden of a traditional PC insurance company, the weather component is of primary importance due to its high volatility compared to other risks. As such, it can become an operational and strategic indicator for the company in a budgetary framework, framed by its risk appetite. The evaluation of this expense must be revised every year for several reasons cited in the white paper of France Assureur : "For a better prevention and protection against natural hazards" :

- The global enrichment of France, therefore of the insured sums ;
- The evolution of risks in the face of climate change.

In the long term, an event would see its cumulative burden increase by 90% between 2015 and 2040. Moreover, the hierarchy of perils is also evolving with, for example, an increase in the cost of marine submersion or drought-related subsoil shrinkage.

The objective of this paper is to have a second look at the different PACIFICA climate load estimation models, and to analyze the possible differences between them. One of the two studies conducted is based on a product approach. This segmentation is made when determining the pure premium inherent to weather losses in the pricing framework. The modelling of the multirisk housing product will be detailed in this thesis, by first separating the events retained into two brackets, according to a threshold applied to their load, and then by modelling them according to two distinct methodologies. The other study is based on a risk-based approach used by the team in charge of reinsurance models. This valuation method will use market models such as RMS, AIR or RQE to model risks such as storm, and internal models for other risks such as hail. This methodology aims to take into account a prospective vision of the evolution of climate risks.

First, the events included in the scope of this thesis will be selected. Secondly, the models used by the teams in charge of reinsurance and pricing models will be analyzed for the constitution of the 2021 and 2023 budgets. The differences between the different results will be highlighted in order to answer a question raised by PACIFICA's Actuarial Function.

Keywords: Climate Budgeting, Weather Events, Reinsurance, Pricing, In-

Note de synthèse

Contexte

Chez PACIFICA, la charge des sinistres climatiques est un indicateur opérationnel de suivi des risques. Ainsi, lors de l'évaluation du budget annuel, la direction financière fait appel à l'équipe en charge des modèles de réassurance afin de déterminer la charge climatique au sein de la charge sinistre. Cette équipe va estimer la charge en rétention de PACIFICA (ainsi que la charge cédée aux réassureurs). En plus de déterminer le budget pour l'année à venir, cela permet également, au moment des renouvellements, de modifier la structure de réassurance de PACIFICA en accord avec son appétence aux risques.

Dans le cadre de ses missions, la Fonction Actuarielle a en charge d'effectuer un second regard sur cet indicateur. Au cours de cette étude, elle a été confrontée à la problématique de devoir comparer la charge des sinistres climatiques retenue dans le budget à celle incluse dans la tarification des produits.

Ce mémoire vise à dérouler les deux approches et à analyser les écarts en fonction des caractéristiques de chacune d'elles.

La première méthode constitue une modélisation basée sur une approche par risque, tous produits confondus, en cohérence avec les modèles de réassurance, tandis que la seconde sera basée sur une approche par produit, tous risques confondus, en cohérence avec les modèles de tarification.

Au delà de la présentation de ces approches, il va s'agir également de comparer les résultats des modélisations réalisées en vision 2020, ainsi que celles réalisées en vision 2022 sur certains périmètres, afin de déterminer l'impact de deux années supplémentaires d'historique dans la détermination d'un budget climatique.

Modélisation basée sur une approche par risque

La mise en place de la modélisation basée par une approche par risque se fait par l'agrégation d'un modèle pour chaque typologie d'événements. Certaines de ces modélisations suivront la même méthodologie, comme par exemple pour le gel, la neige et les inondations hors catastrophes naturelles, tandis que d'autres en auront une spécifique, comme c'est le cas pour les tempêtes. Les autres périls entrant dans le périmètre de ce modèle sont la grêle, ainsi les cyclones hors régime « CAT NAT ». Ces modélisations

feront appel à des modèles tiers dont les données 2022 n'ont pas encore été reçues par l'entreprise. Les risques faisant appel à ces dernières ne seront donc analysés que pour le budget 2021.

Modélisation Tempête (et Cyclone)

Le risque Tempêtes est analysé grâce aux logiciels de marché AIR, RMS et RQE. Afin de se servir de la modélisation la plus adaptée aux données empiriques de PACIFICA, des tests quantitatifs et qualitatifs sont réalisés sur chacun d'eux, permettant d'alimenter une grille de *scoring*. Chaque modèle obtient une note en fonction des résultats de chacun des tests. Une solution a été de mélanger les sorties des modèles afin de tirer le meilleur de chacun d'eux. Faire un *blend* de ces modèles va alors permettre de tirer le meilleur de chacun d'eux. Les différences de comportement des différents modèles peuvent donc amener à une combinaison plus cohérente par rapport à l'historique de la compagnie. Les tests précédents vont ensuite être réalisés sur les *blend* de modèles, afin de comparer leur note à celles des modèles seuls. Finalement, c'est le *blend* 31% RQE - 69% RMS ajusté qui obtient la meilleure note et devient donc le modèle sélectionné pour l'année 2020.

Ces modèles donnent en sortie des courbes AEP (*Aggregate Exceedance Probability*) et OEP (*Occurrence Exceedance Probability*), qui vont servir lors de la détermination du budget climatique. En effet, la charge retenue dans le budget climatique de l'année N+1 est l'AEP de période de retour 5 ans, qui est un choix stratégique de la compagnie. Pour réaliser ce calcul, les différentes AEP par péril sont agrégées en sommant les tirages aléatoires de chacune d'elles afin d'en faire une AEP sur 300 000 années de survenances. La tableau suivant indique la charge de période de retour 5 ans du modèle tempête :

	AEP	Période de retour
Moyenne	71,8M	4,5
5 ans	79,7M	

Les cyclones, quant à eux, sont relativement similaires aux tempêtes, mais ne touchent que la Guadeloupe et la Martinique. Les résultats du modèle RMS s'ajustent correctement aux données empiriques de PACIFICA, c'est donc le modèle retenu pour le budget 2021. La charge de période de retour 5 ans des cyclones est indiquée dans le tableau suivant.

	AEP	Période de retour
Moyenne	4,9M	6,4
5 ans	2,6M	

Modélisation Grêle

La première étape de cette modélisation est la mise en *As-If* des événements grêle. Il s'agit ici d'appliquer un indice inflation et un indice portefeuille aux événements survenus dans le passé afin d'en évaluer la charge à date de vision.

La fréquence et le coût inhérents aux événements grêle vont être simulés à l'aide d'un modèle interne basé sur des données historiques propres à PACIFICA. La méthodologie consiste à séparer les événements par tranche selon leur charge associée. Ainsi, le modèle grêle sera séparé en trois tranches ([0-500k], [500k-15M] et [15M- ∞]).

Le modèle de la première tranche repose sur une étude de coût moyen annuel. La deuxième se base sur une approche de fréquence \times sévérité.

La première étape de cette modélisation est la détermination des années historiques prises en compte. Cette décision va avoir beaucoup d'impact quant aux choix des lois de probabilité qui seront retenues lors de l'étape suivante pour s'ajuster à ces données. Vient ensuite l'étape de simulation de 10 000 années de survenance pour la fréquence puis pour le coût moyen, afin de déterminer des OEP puis AEP.

La dernière tranche du risque grêle, quant à elle, s'appuie sur le modèle tiers d'un courtier de PACIFICA.

L'agrégation des différentes tranches de ce modèle donne les résultats suivant :

	AEP	Période de retour
Moyenne	37,1M	2,8
5 ans	52,1M	

Modélisation Inondation - Gel - Neige

Les événements inondation hors régime CAT NAT, gel et neige ne comportant que très peu de survenance importante, un modèle interne détaillé comme celui de la grêle est impossible à réaliser. Pour cela, un *burning cost* va être réalisé sur les 10 dernières années d'historique afin de déterminer la charge de l'année N+1.

	<i>As-If</i> budget
Inondation	28,4M
Gel	7,6M
Neige	6,1M
Total	42,1M

Finalement, l'agrégation des modèles tempête, grêle et cyclone a permis d'obtenir le budget suivant pour 2021 :

Return Period	AEP	AEP net	Charge cédée
Moyenne	113 935 006	77 332 831	36 602 175
1	3 045 341	3 045 341	
2	68 829 900	68 243 812	586 087
3	95 776 621	86 911 160	8 865 461
4	117 437 295	98 042 321	19 394 974
5	136 764 256	106 490 405	30 273 851

En sommant les résultats, la charge totale du budget 2021 de l'approche par risque est de **148,6M€**.

	Budget climatique brut	Budget climatique net
Tempête	79,7M	
Grêle	52,1M	
Cyclone	2,6M	
Agrégation	136,8M	106,5M
Inondation	28,4M	
Gel	7,6M	
Neige	6,1M	
Sous - Total	42,1M	42,1M
Total	178,9M	148,6M

Modélisation basée sur une approche par produit

Contrairement à la première approche orientée autour des modèles de réassurance, cette approche est davantage orientée vers la tarification via une approche par produit : multirisques habitations, habitations agricoles, multirisques agricoles et multirisques professionnels. Le but de cette méthode est d'estimer la charge annuelle liée aux événements naturels hors catastrophes naturelles, mais sans distinction entre les risques. Pour ce faire, deux méthodologies différentes vont être utilisées selon la charge totale des événements.

Modélisation de la charge attritionnelle

Cette modélisation est faite à partir des historiques de sinistres de PACIFICA mis en *As-If*. Cette méthode permet d'estimer la charge d'un événement antérieur en tenant compte du portefeuille et du contexte économique actuel. Elle est réalisée ici grâce à un Modèle Linéaire Généralisé (GLM), dont les modalités ont été sélectionnées grâce à des tests sur la stabilité dans le temps et la corrélation des variables, afin de limiter le sur-apprentissage. Grâce à ce GLM, une prime pure de l'année N a été modélisée, puis les pentes d'inflation et de fréquence des événements climatiques lui ont été appliquées afin

d'obtenir une prime pure modélisée pour le budget N+1. Finalement, les primes pures obtenues grâce à cette méthode sont de 18,78€ pour le budget 2021 et de 21,84€ pour le budget 2023.

	Budget 2021	Budget 2023
Prime pure Attritionnelle	18,78	21,84

Modélisation de la tranche fictive

La tranche fictive correspond à la part des événements climatiques supérieurs au seuil de 10M€. La première étape de la modélisation de cette tranche est de mettre en *As-If* le coût des événements majeurs de la même façon que pour la charge attritionnelle. Cette base est ensuite analysée afin de déterminer une loi de distribution similaire aux données empiriques, au niveau de la fréquence de survenance, puis du coût moyen de chacun de ces événements. Vient ensuite l'étape de la simulation. Il s'agit ici de simuler 10 000 années de survenance avec, chacune, un nombre d'événements dont la charge dépasse 10M€, grâce aux lois déterminées précédemment. La charge retenue dans le budget inhérent à la tranche fictive est la charge moyenne de la rétention, c'est à dire sans compter la partie des événements cédée à la réassurance. Les primes pures modélisées sont obtenues pour l'année de vision, c'est à dire N-1 par rapport à l'année qui doit être budgétée. Pour la tranche fictive, elles sont de 10,43€ pour la vision 2020 et de 32,87€ pour la vision 2022.

Après avoir sommé les primes pures modélisées de la charge attritionnelle et de la tranche fictive, celles-ci sont impactées des pentes de fréquence et d'inflation afin de les projeter à l'année N.

	Budget 2021	Budget 2023
Prime Pure attritionnelle	19,44	23,05
Prime Pure Tranche Fictive	10,80	11,64
Prime Pure totale	30,24	34,69

Le résultat de ces calculs est une prime pure modélisée qui pourra ensuite être ajoutée à celle de la charge attritionnelle puis multipliée par le nombre d'années assurance de l'année N afin d'obtenir le budget N+1.

	Budget 2021	Budget 2023
Approche par produit	170,4M	208,9M

Finalement, cette approche étant basée sur une vision de tarification, la réassurance n'est pas prise en compte dans sa détermination. En effet, en tarification, la part de

réassurance est modélisée distinctement, ce qui justifie que les événements climatiques dépassant le seuil de référence soient capés dès leur sortie du modèle.

Résultats

L'étude a permis, à partir de différentes modélisations, de déterminer des budgets prévisionnels de la charge climatique de PACIFICA. Cependant, s'agissant de l'approche par risque faisant appel à des modèles de marché, le budget 2023 n'a pas pu être déterminé. Concernant l'approche par produit, ce modèle a permis de budgétiser avec précision la charge climatique des années 2021 et 2023. Il a été démontré que l'élargissement de la base de données revêtait une importance particulière dans la détermination des budgets, dans la mesure où l'étude comparative a mis en évidence l'importance de l'ajout de deux années d'historique.

Les résultats chiffrés sont les suivants :

	Budget 2021	Budget 2023
Approche par risque	148,6M€	non déterminé à date
Approche par produit	170,4M€	208,9M€

Finalement, concernant le budget 2021, l'écart constaté entre les deux méthodes est de l'ordre de 20M€, ce qui correspond à environ 15% de la charge budgétée. Il peut être expliqué principalement par le fait que les deux méthodes n'ont pas la même finalité, et ne prennent donc pas toujours en compte des hypothèses aussi prudentes l'une que l'autre.

L'analyse va se poursuivre par la suite afin de déterminer le budget 2023 basée sur l'approche par risque et ainsi pouvoir conclure quant aux chiffres et aux méthodes qui seront retenus à l'avenir.

Executive Summary

Context

At PACIFICA, the weather loss expense is an operational indicator for risk monitoring. Thus, when evaluating the annual budget, the finance department calls upon the team in charge of reinsurance models in order to determine the climatic load within the claims load. This team will estimate PACIFICA's retention expense (as well as the expense ceded to reinsurers). In addition to determining the budget for the coming year, this also allows, at the time of renewals, to modify PACIFICA's reinsurance structure in line with its risk appetite.

As part of its missions, the Actuarial Function is in charge of taking a second look at this indicator. In the course of this study, it was confronted with the problem of having to compare the cost of weather-related claims retained in the budget with that included in the pricing of products.

This brief aims to unfold the two approaches and analyze the differences based on the characteristics of each.

The first method constitutes a modeling based on a risk-based approach, all products combined, consistent with the reinsurance models, while the second will be based on a product-based approach, all risks combined, consistent with the pricing models.

Beyond the presentation of these approaches, it will also be a question of comparing the results of the modelling carried out in the 2020 vision, as well as those carried out in the 2022 vision on certain perimeters, in order to determine the impact of two additional years of history in the determination of a climate budget.

Modeling based on a risk-based approach

The implementation of risk-based modeling is done by aggregating a model for each event typology. Some of these models will follow the same methodology, as for example for frost, snow and floods outside natural disasters, while others will have a specific one, as it is the case for storms. Other perils included in the scope of this model are hail, as well as cyclones outside the NAT regime. These models will use third party models for which the 2022 data has not yet been received by the company. Therefore, risks using these will only be analyzed for the 2021 budget.

Storm (and Cyclone) Modeling

The storm risk is analyzed using the AIR, RMS and RQE market software. In order to use the most appropriate model for PACIFICA's empirical data, quantitative and qualitative tests are carried out on each of them, allowing to feed a scoring grid. Each model gets a score according to the results of each test. One solution was to mix the outputs of the models in order to get the best from each of them. Making a *blend* of these models will then allow to get the best of each of them. The differences in the behavior of the different models can thus lead to a more coherent combination with respect to the company's history. The previous tests will then be carried out on the models' *blend*, in order to compare their score to those of the models alone. Finally, it is the 31% RQE - 69% RMS adjusted that obtains the best score and thus becomes the model selected for the year 2020.

These models provide AEP (Aggregate Exceedance Probability) and OEP (Occurrence Exceedance Probability) curves, which will be used to determine the climate budget. Indeed, the load retained in the climate budget of year N+1 is the AEP of return period 5 years, which is a strategic choice of the company. To achieve this calculation, the different AEP by peril are aggregated by summing the random draws of each of them to make an AEP over 300,000 years of occurrence. The following table shows the 5-year return period load of the storm model :

	AEP	Return period
Average	71,8M	4,5
5 years	79,7M	

Cyclones are relatively similar to storms, but only affect Guadeloupe and Martinique. The results of the RMS model fit correctly with PACIFICA's empirical data, so it is the model chosen for the 2021 budget. The 5-year return period load of the cyclones is shown in the following table.

	AEP	Return period
Average	4,9M	6,4
5 years	2,6M	

Hail modeling

The first step of this modeling is the setting in *As-If* of hail events. This involves applying an inflation index and a portfolio index to events that have occurred in the past in order to evaluate their cost at the vision date.

The frequency and cost of hail events will be simulated using an internal model based on PACIFICA's own historical data. The methodology consists in separating the events by tranche according to their associated load. Thus, the hail model will be separated into three bands ([0-500k], [500k-15M] and [15M- ∞]).

The model for the first tranche is based on an average annual cost study. The second is based on a frequency \times severity approach.

The first step in this modeling is the determination of the historical years taken into account. This decision will have a major impact on the choice of probability laws that will be used in the next step to adjust to these data. Then comes the step of simulating 10,000 years of occurrence for the frequency and then for the average cost, in order to determine the OEP and then AEP.

The final tranche of hail risk is based on a third party model from a PACIFICA broker.

The aggregation of the different tranches of this model gives the following results :

	AEP	Return period
Average	37,1M	2,8
5 years	52,1M	

Flood - Frost - Snow Modeling

Since flooding events outside the CAT NAT regime, frost and snow have very few significant occurrences, a detailed internal model such as that for hail is impossible to perform. For this, a *burning cost* will be carried out on the last 10 years of history in order to determine the load of the year N+1.

	<i>As-If</i> budget
Flooding	28,4M
Frost	7,6M
Snow	6,1M
Total	42.1M

Finally, the aggregation of the storm, hail and cyclone models resulted in the following budget for 2021 :

Return Period	AEP	AEP net	Charge cédée
Moyenne	113 935 006	77 332 831	36 602 175
1	3 045 341	3 045 341	
2	68 829 900	68 243 812	586 087
3	95 776 621	86 911 160	8 865 461
4	117 437 295	98 042 321	19 394 974
5	136 764 256	106 490 405	30 273 851

Summing the results, the total burden of the 2021 risk-based approach budget is €148,6M.

	Climate Budget gross	Climate Budget net
Storm	79.7M	
Hail	52,1M	
Cyclone	2,6M	
Aggregation	136,8M	106,5M
Flooding	28,4M	
Frost	7,6M	
Snow	6,1M	
Sub - Total	42,1M	42,1M
<u>Total</u>	178,9M	148,6M

Attritional load modeling

This modeling is based on PACIFICA's historical claims experience. This method allows to estimate the load of a previous event taking into account the portfolio and the current economic context. It is carried out here thanks to a Generalized Linear Model (GLM), whose modalities have been selected thanks to tests on the stability over time and the correlation of the variables, in order to limit over-learning. Using this GLM, a pure premium for year N was modeled, and then the slopes of inflation and frequency of weather events were applied to it in order to obtain a modeled pure premium for the N+1 budget. Finally, the pure premiums obtained using this method are €18.78 for the 2021 budget and €21.84 for the 2023 budget.

	Budget 2021	Budget 2023
Pure Attritional Premium	18,78	21,84

Modeling the dummy slice

The dummy slice corresponds to the share of weather events above the 10M threshold. The first step in modeling this slice is to put the cost of the major events in the same way as for the attritional load. This base is then analyzed in order to determine a distribution law similar to the empirical data, in terms of the frequency of occurrence and then the average cost of each of these events. Next comes the simulation stage. Here, we simulate 10,000 years of occurrence, each with a number of events whose cost exceeds 10 million, using the previously determined laws. The expense retained in the budget for the fictitious tranche is the average retention expense, i.e. without taking into account the part of the events ceded to reinsurance. The modeled pure premiums are obtained for the year of vision, i.e. N-1 compared to the year to be budgeted. For the notional

tranche, they are 10.43 euro for the 2020 vision and 32.87 euro for the 2022 vision.

After summing the modeled pure premiums of the attritional expense and the notional tranche, they are impacted by the frequency and inflation slopes to project them to year N.

	Budget 2021	Budget 2023
Pure attritional Premium	19,44	23,05
Pure Dummy Slice Premium	10,80	11,64
Total Pure Premium	30,24	34,69

The result of these calculations is a modeled pure premium which can then be added to the attritional load and multiplied by the number of insurance years in year N to obtain the N+1 budget.

	Budget 2021	Budget 2023
Approach by product	170,4M	208,9M

Finally, since this approach is based on a pricing vision, reinsurance is not taken into account in its determination. Indeed, in pricing, the reinsurance share is modeled separately, which justifies that the climatic events exceeding the reference threshold are captured as soon as they leave the model.

Results

The study has made it possible to determine forecast budgets for PACIFICA's climatic load based on various models. However, for the risk-based approach using market models, the 2023 budget could not be determined. For the product approach, this model was able to accurately budget for the 2021 and 2023 climate load. The expansion of the database was shown to be of particular importance in determining the budgets, as the benchmarking study highlighted the importance of adding two years of history.

The numerical results are as follows :

	Budget 2021	Budget 2023
Approach by risk	148,6M€	not determined to date
Approach by product	170,4M€	208,9M€

Finally, concerning the 2021 budget, the difference between the two methods is about 20M€, which corresponds to about 15% of the budgeted charge. This difference can be explained mainly by the fact that the two methods do not have the same purpose, and therefore do not always take into account equally conservative assumptions.

The analysis will continue thereafter in order to determine the 2023 budget based on the risk-based approach and thus be able to conclude which figures and methods will be used in the future.

Remerciements

En premier lieu, je tiens à remercier Jérôme BOREL mon encadrant de mémoire en entreprise avec qui j'ai travaillé durant sa réalisation, ainsi que Vincent FALL et Thomas DOQUET qui m'ont beaucoup aidée. Un grand merci pour leur confiance, leur patience, leurs conseils et leurs explications sur les sujets abordés. De plus, je les remercie pour le suivi qu'ils m'ont apporté tout au long de l'année ainsi que pour leur disponibilité.

Je tiens aussi à remercier Isabelle DELESTRADE, ma tutrice pédagogique pour le suivi, l'expertise et l'aide qu'elle m'a apportée lors de la rédaction de ce mémoire et son implication dans mes travaux.

Je profite également de cette occasion pour remercier Patricia GRUET pour sa disponibilité et son implication au sein de l'école, ainsi que le corps enseignant de l'EURO Institut d'Actuariat présent pour m'aider dans mon travail, et particulièrement ma tutrice universitaire Françoise PENE pour son suivi tout au long de l'année.

Ils ont rendu mon expérience enrichissante d'un point de vue professionnel mais également personnel, et m'ont appris à travailler avec rigueur et attention.

Enfin, je voudrais remercier toutes les personnes qui m'ont conseillée, relue et soutenue durant la rédaction de ce mémoire, comme Etienne, Olivia, Timothée, Ronan et Karim.

Table des matières

Résumé	i
Note de synthèse	v
Introduction	5
1 Les Événements Naturels	9
1 Définitions	9
2 Le régime Catastrophes Naturelles	12
3 Autres événements climatiques	13
4 Modélisation de la sinistralité	14
4.1 Modélisation déterministe	15
4.2 Modélisation probabiliste	15
2 Bases de données	19
1 Définitions	19
1.1 Qu'est-ce qu'une donnée?	19
1.2 Données internes	19
1.3 Données externes	19
2 Bases de données retenues	20
2.1 Catastrophes naturelles	20
2.2 Événements majeurs	20
2.3 Événements mineurs	21
3 Modélisation basée sur une approche par risque	23
1 Suivi du budget	23
2 Présentation des différents modèles	24
2.1 Tempête	24
2.2 Grêle	24
2.3 Neige	24
2.4 Inondation & Gel	25
2.5 Cyclone	25
3 Focus sur la modélisation Tempête	25
3.1 Contexte et objectif	25

3.2	Tests quantitatifs les plus importants de la grille d'analyse	25
3.3	Analyse des modèles CAT	32
3.4	Sélection d'un <i>blend</i> de modèles	34
3.5	Synthèse et limites	36
4	Modèles internes - <i>Burning Cost</i>	38
5	Modèles internes - Autre	40
5.1	Analyse des données	40
5.2	Mise en <i>As-If</i>	41
5.3	Choix des différentes tranches	42
5.4	Choix de la période retenue	44
5.5	Choix des lois	51
5.6	Modélisation par charge annuelle	58
5.7	Modélisation de charge par événement	59
5.8	Tests finaux	60
6	Résultats	63
6.1	Tempête	63
6.2	Grêle	64
6.3	Cyclone	64
6.4	Neige	64
6.5	Inondation & Gel	65
6.6	Agrégation des modèles	65
4	Modélisation basée sur une approche par produit	69
1	Sinistres en rétention	69
1.1	Les modèles GLM	70
1.2	Moyenne historique des sinistres climatiques	71
1.3	Calcul de la durée prospective	71
1.4	Prise en compte de l'effet de structure	72
1.5	Résultats préliminaires	74
1.6	Projection à l'ultime : intégration des environnements prospectifs de fréquence et d'inflation	75
2	Tranche fictive	77
2.1	Définition de la tranche fictive	77
2.2	Mise en <i>As-If</i>	78
2.3	Base de données retenue	80
2.4	Simulation de la tranche fictive	82
2.5	Résultat	86
3	Résultats	88
5	Analyse des écarts entre les deux approches	91
	Conclusion	93
	Bibliographie	98

Annexes	99
A Modélisation par risque	99
1 Tests statistiques	99
2 Lois statistiques testées	101
B Modélisation par produit	115
1 Charge attritionnelle	115
2 Tranche Fictive	116

Table des figures

1.1	Répartition des catastrophes naturelles par typologie (1990 à 2007). <i>Source : EM-DAT - The Emergency Events Database</i>	10
1.2	Tempêtes Lothar et Martin (1999). <i>Source : Météo France</i>	10
1.3	Dispositif d'indemnisation des assurés	12
1.4	Schéma de la structure d'un modèle catastrophe	16
2.1	Code d'identification de la Tempête Xynthia en 2010	21
3.1	Courbes OEP des modèles de marché avec périodes de retour inférieures à 35 ans - 2020	30
3.2	Courbes OEP des modèles de marché avec périodes de retour 0-200 ans - 2020	30
3.3	Tests quantitatifs des modèles de marché - 2020	33
3.4	Tests qualitatifs des modèles de marché - 2020	34
3.5	Synthèse des tests des modèles de marché - 2020	34
3.6	<i>Scoring</i> de la grille d'analyse pour le <i>blend</i> RMS v18-v08 / AIR v7 - 2020	35
3.7	<i>Scoring</i> de la grille d'analyse pour le <i>blend</i> RMS v18-v08 / RQE v19 - 2020	35
3.8	Comparaison des scores de la grille d'analyse de tests quantitatifs pour les modèles de marché seuls et les <i>blend</i> - 2020	36
3.9	Comparaison des scores de la grille d'analyse de tests qualitatifs pour les modèles de marché seuls et les <i>blend</i> - 2020	37
3.10	Comparaison des scores de la grille d'analyse pour les modèles de marché seuls et les <i>blend</i> - 2020	37
3.11	Évolution du portefeuille multirisques habitation de PACIFICA entre 1999 et 2021	39
3.12	Index Inflation pour l'événement Neige	39
3.13	Charge nette de l'événement neige avant redressement	41
3.14	Comparaison de la charge nette avant et après redressement - Neige	42
3.15	Modèle Neige	43
3.16	Modèle grêle par tranche	43
3.17	Diagramme des coûts annuels par événement grêle de 1999 à 2021	44
3.18	Diagramme des coûts annuels par événement grêle de 2012 à 2021	45
3.19	Diagramme du poids de l'auto dans les événements grêle de 1999 à 2021	45

3.20	Diagramme du poids de l'auto dans les événements grêle de 2009 à 2021	46
3.21	Diagramme de fréquence de l'événement grêle de 1999 à 2021	46
3.22	Diagramme de fréquence de l'événement grêle de 2008 à 2021	47
3.23	Diagramme des coûts par événement grêle de 1999 à 2021	47
3.24	Diagramme des coûts par événement grêle de 2008 à 2021	47
3.25	Diagramme de fréquence de l'événement grêle de 1999 à 2021	48
3.26	Diagramme de fréquence de l'événement grêle de 2010 à 2021	48
3.27	Diagramme des coûts par événement grêle de 1999 à 2021	49
3.28	Diagramme des coûts par événement grêle de 2009 à 2021	49
3.29	Diagramme du poids de l'auto dans les événements grêle de 1999 à 2021	51
3.30	Diagramme du poids de l'auto dans les événements grêle de 2004 à 2021	51
3.31	Données Neige redressées	52
3.32	Statistique des sinistres et sélection de la loi - Neige	53
3.33	Fonctions de répartition des différentes lois - Neige	53
3.34	Fonction de densité des différentes lois - Neige	53
3.35	Statistique des sinistres et sélection de la loi sévérité - Neige	55
3.36	Fonctions de répartition des différentes lois pour le modèle sévérité - Neige	55
3.37	Fonction de densité des différentes lois pour le modèle sévérité - Neige	55
3.38	Synthèse GLM (proc GENMOD dans SAS) - Neige	56
3.39	proc FREQ dans SAS - Neige	57
3.40	Loi Binomiale Négative - Neige	58
3.41	Nombre de sinistres par an et distribution théorique pour l'événement Neige	58
3.42	Données empiriques - Neige	61
3.43	AEP supérieur à 1M et fréquence empirique pour les lois lognormale et Exponentielle - Neige	62
3.44	Graphique AEP supérieur à 1M et fréquence empirique pour les lois lognormale et Exponentielle - Neige	62
3.45	AEP supérieur à 1M et fréquence de loi Binomiale négative pour les lois lognormale et Exponentielle - Neige	62
3.46	Graphique AEP supérieur à 1M et fréquence de loi Binomiale négative pour les lois lognormale et Exponentielle - Neige	63
3.47	Données empiriques brute - Neige 2020	65
3.48	AEP et AEP net des risques Tempête - Grêle - Cyclone pour le budget 2021	65
4.1	Prime pure climatique NH modélisée par année de survenance	73
4.2	Taux d'écrêtement NH climatique	73
4.3	Amplitude des bêtas	74
4.4	Évolution de l'effet de structure par variable	74
4.5	Calcul de la Prime Pure des sinistres en rétention - 2020 vs 2022	74
4.6	Ajustement linéaire des primes pures climatiques conservées - 2020	75
4.7	Test des lois pour le nombre d'événements 2020	83
4.8	Test des lois pour le nombre d'événements 2022	83
4.9	Simulation du nombre d'événements (2020)	84

4.10	Comparaison entre le nombre d'événements simulés et le nombre d'événements théoriques (2020)	84
4.11	Simulation du nombre d'événements (2022)	84
4.12	Comparaison entre le nombre d'événements simulés et le nombre d'événements théoriques (2022)	84
4.13	Nouvelle simulation du nombre d'événements (2022)	85
4.14	Comparaison entre le nombre d'événements simulés et le nombre d'événements théoriques (nouvelle simulation 2022)	85
4.15	Test des lois pour le coût des événements 2020	85
4.16	Test des lois pour le coût des événements 2022	86
4.17	Comparaison des coûts entre 2020 et 2022	86
4.18	Répartition des produits	87
4.19	Répartition des événements par tranche sur le périmètre 40 XS 0	87
4.20	Prime pure modélisée grâce à la tranche fictive - 2020 / 2022	88
A.1	Distribution Exponentielle - Neige	103
A.2	P-P plot de la distribution Exponentielle - Neige	103
A.3	Q-Q plot de la distribution Exponentielle - Neige	103
A.4	Distribution de la loi Gamma - Neige	104
A.5	P-P plot de la distribution de la loi Gamma - Neige	104
A.6	Q-Q plot de la distribution de la loi Gamma - Neige	104
A.7	Distribution lognormal - Neige	105
A.8	P-P plot de la distribution lognormal - Neige	105
A.9	Q-Q plot de la distribution lognormal - Neige	105
A.10	Distribution de la loi de Weibull - Neige	106
A.11	P-P plot de la distribution de la loi de Weibull - Neige	106
A.12	Q-Q plot de la distribution de la loi de Weibull - Neige	106
A.13	Distribution de la loi de Pareto - Neige	107
A.14	P-P plot de la distribution de la loi de Pareto - Neige	107
A.15	Q-Q plot de la distribution de la loi de Pareto - Neige	107
A.16	Paramètres de la loi Binomiale estimés via le maximum de vraisemblance (proc GENMOD dans SAS)	108
A.17	Adéquation de la loi Binomiale via la régression de Poisson	109
A.18	Fréquence de retour empirique et théorique de la Binomiale	109
A.19	Nombre de sinistres par an et distribution de la Binomiale	109
A.20	Q-Q plot des sinistres de la Binomiale	110
A.21	Paramètres de la loi Binomiale Négative estimés via le maximum de vraisemblance (proc GENMOD dans SAS)	110
A.22	Adéquation de la loi Binomiale Négative via la régression de Poisson	111
A.23	Fréquence de retour empirique et théorique de la Binomiale Négative	111
A.24	Nombre de sinistres par an et distribution de la Binomiale Négative	111
A.25	Q-Q plot des sinistres de la Binomiale Négative	112

A.26 Paramètres de la loi de Poisson estimés via le maximum de vraisemblance (proc GENMOD dans SAS)	112
A.27 Adéquation de la loi de Poisson via la régression de Poisson	113
A.28 Fréquence de retour empirique et théorique de la loi de Poisson	113
A.29 Nombre de sinistres par an et distribution de la loi de Poisson	113
A.30 Q-Q plot des sinistres de la loi de Poisson	114
B.1 Détermination de la prime pure modélisée	115
B.2 Application des pentes de fréquence et d'inflation	116
B.3 Simulation Tranche Fictive	116

Liste des tableaux

1.1	Classification des catastrophes naturelles. <i>Source : Universalis</i>	9
1.2	Les franchises minimales légales	13
3.1	Paramètres sélectionnés pour calibrer N par rapport à N-2	50
3.2	Budget Climatique du risque Tempête - 2020	63
3.3	Budget Climatique du risque Grêle - 2020	64
3.4	Budget Climatique du risque cyclonique - 2020	64
3.5	Budget Climatique du risque Grêle - 2020	64
3.6	<i>Burning Cost</i> du budget climatique 2021	66
3.7	Budget Climatique Total 2021	67
4.1	Budget Climatique de la charge attritionnelle en prime pure	77
4.2	Événements de la tranche fictive	82
4.3	Nombre d'événements par année	83
4.4	Répartition des événements dans la tranche 40 XS 0	87
4.5	Comparaison des simulations d'événements de 2020 et 2022 dans la tranche 40 XS 0	88
4.6	Primes pures modélisées - Comparaison des visions 2020 et 2022	89
4.7	Primes pures modélisées impactées des pentes de taux - Comparaison des visions 2020 et 2022	89
4.8	Comparaison des budgets 2021 et 2023 déterminés à partir de l'approche par produit	90
5.1	Comparaison des budgets 2021 et 2023 selon les différentes approches . . .	91
5.2	Comparaison des budgets 2019, 2021 et 2023 déterminés à partir de l'ap- proche par produit	92
5.3	Comparaison des budgets 2019, 2021 et 2023 en primes pures, déterminées à partir de l'approche par produit	92

Introduction

Comme de nombreuses entreprises capitalistiques, PACIFICA prend des engagements financiers vis-à-vis de son actionnaire lors de la réalisation de son budget pour l'année à venir. Malgré la volatilité attendue de la sinistralité, PACIFICA se doit de faire son maximum pour tenir ses engagements financiers, particulièrement concernant le versement du dividende. Une des solutions consiste à se protéger avec la réassurance, mais la charge conservée par PACIFICA, notamment sur la sinistralité climatique, demeure très importante avec un risque de ne pas être en mesure d'atteindre son budget si celui-ci est mal évalué. C'est dans ce cadre que s'inscrit ce mémoire, permettant ainsi à PACIFICA d'obtenir une meilleure estimation des sinistres restant à sa charge et ayant un impact sur le budget.

Au cours de l'année 2022, la France métropolitaine a été frappée par plusieurs événements climatiques importants. Les plus gros d'entre eux restent les orages des mois de mai et juin, accompagnés de grêle, parfois très violente, causant des dégâts sur la totalité du territoire, pour une charge totale dépassant le milliard d'euro.

Malgré la réassurance, les événements climatiques comme celui-ci causent des dommages importants sur le portefeuille des différentes compagnies, ce qui se répercute sur leurs résultats techniques. C'est pourquoi il convient pour une compagnie d'être très attentive quant à la détermination du budget qui leur sera associé. Pour autant, réussir à déterminer la charge future des événements climatiques est relativement difficile. La forte volatilité de ces événements les rend compliqués à prévoir, obligeant les assureurs à utiliser des modèles complexes. En effet, certaines années peuvent être marquées par une fréquence accrue de petits événements (risque de fréquence), comme par exemple en 2013 avec les tempêtes Dirk et Christian, d'autres par des pics de sévérité importants causant des dommages hors normes (risque de pointe), notamment comme les tempêtes Lothar et Martin de 1999, ou les grêles de 2022.

Ce mémoire présentera différentes méthodes d'estimation de ce budget appliqué aux risques climatiques de PACIFICA, et comparera, lorsque c'est possible, les résultats obtenus à date de vision 2022 aux résultats obtenus à date de vision 2020 afin de mesurer l'impact de l'ajout de 2 années d'historique aux données empiriques.

Une fois le domaine de l'étude délimité et ses sources ayant été définies et sélectionnées, il s'agira alors de réaliser deux modélisations basées sur des approches distinctes.

Chapitre 1

Les Événements Naturels

1 Définitions

Une catastrophe naturelle est un événement intense d'origine naturelle, générant de nombreux dégâts, que ce soit du point de vue matériel ou du point de vue humain. Il en existe plusieurs types, aux origines et aux fréquences diverses.

	Type de catastrophes	Catastrophes
①	Biologique	Épidémies, pandémies Invasion d'espèces Épizooties
②	Climatique ou Météorologique	Inondations Cyclones Tornades et trombes Réchauffement et crises climatiques Orages (foudre, grêle, etc.) Tempêtes Sécheresses
③	Géologique	Séismes Glissements de terrain sec (Avalanches) Tsunamis Affaissements de terrain Éruptions volcaniques
④	Cosmologique	Mascarets Chutes météorologiques

TABLE 1.1 – Classification des catastrophes naturelles. *Source : Universalis*

Bien que la France soit un pays très exposé aux catastrophes naturelles, certaines d'entre elles sont bien plus fréquentes que d'autres. En effet, les tsunamis, par exemple, sont plutôt rares. À l'inverse, les tempêtes et les inondations sont plutôt communes, comme le montre la figure 1.1.

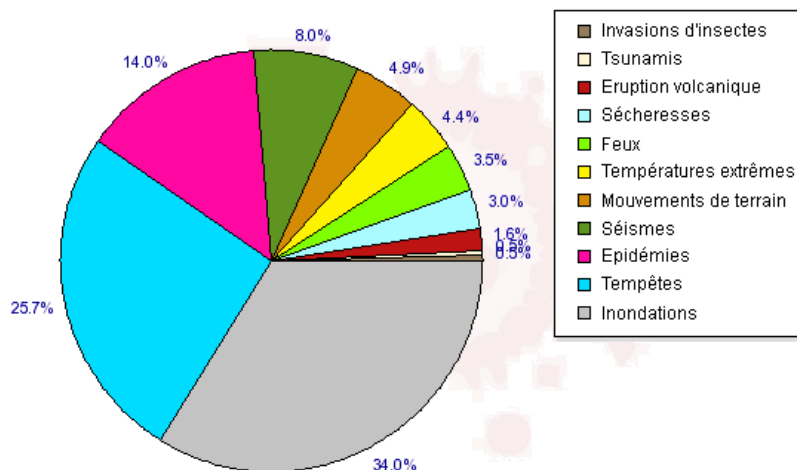


FIGURE 1.1 – Répartition des catastrophes naturelles par typologie (1990 à 2007).
Source : EM-DAT - The Emergency Events Database

Certains événements ont causé des dégâts très importants aux assurances. Parmi les plus connus, les tempêtes Lothar et Martin de 1999 peuvent être citées. Elles ont dévasté toute la France, comme l'illustre la figure 1.2, et engendré des milliards d'euros de dégât, ainsi que 128 morts.

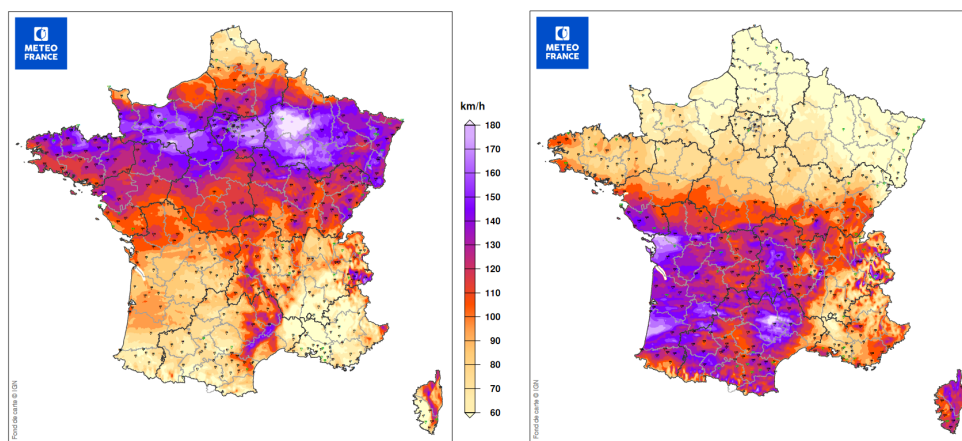


FIGURE 1.2 – Tempêtes Lothar et Martin (1999). Source : Météo France

À cause de leur fréquence élevée et des dégâts engendrés par ces événements, la France est l'un des rares pays à s'être doté d'un dispositif obligatoire garantissant une indemnisation en cas de sinistres causés par un événement naturel, et cela depuis la Loi n° 82-600 du 13 juillet 1982 relative à l'indemnisation des victimes de catastrophes naturelles, qui a permis de pallier au peu de couverture des risques naturels qui étaient alors jugés inassurables, de par l'importance des coûts qu'ils engendrent et le peu de mutualisation possible au vu de la faible concentration de clients dans les zones les plus à risques.

D'après l'article [CCR, 2015], la Loi du 13 juillet 1982 ne comporte pas de liste de périls couverts, elle n'indique pas non plus les périls exclus. L'article 1 de cette loi décrit seulement ce qui est considéré comme étant les effets d'une catastrophe naturelle : « dommages **matériels** directs non assurables ayant eu pour cause déterminante l'intensité anormale d'un agent naturel ».

Périls entrant dans le champ d'application de la Loi du 13 juillet 1982 (liste non exhaustive) :

- les inondations (ruissellement, débordement, remontée de nappe phréatique, rupture de barrage causée par un phénomène naturel),
- les coulées de boue,
- les séismes,
- les mouvements de terrain (y compris sécheresse),
- les affaissements de terrain dus à des cavités souterraines et à des marnières (sauf mines),
- les raz-de-marée,
- les avalanches,
- les vents cycloniques de grande ampleur (supérieurs à 145 km/h en moyenne sur 10 mn ou 215 km/h en rafales).

Les périls suivants sont réputés être en dehors du périmètre du régime « catastrophes naturelles », compte-tenu de leur assurabilité :

- les tempêtes (sauf vents cycloniques de grande ampleur),
- la grêle,
- la neige,
- le gel.

Ils sont pris en charge par des garanties d'assurance, citées en partie 3, ce qui justifie leur exclusion du régime légal des catastrophes naturelles.

C'est pourquoi une distinction est faite dans le domaine des assurances entre « catastrophe naturelle » et « autres événements climatiques »

2 Le régime Catastrophes Naturelles

Les catastrophes naturelles, définies en partie 1, sont indemnisées différemment des autres événements naturels. En effet, elles disposent d'un régime spécial, communément appelé « régime CAT NAT » (spécificité française), et sont comprises systématiquement dans tout contrat d'assurance dommage aux biens. L'agriculture est exclue de ce régime, puisque couverte par le régime calamité agricole. Selon l'article L125-1 du Code des Assurances, la garantie CAT NAT les prend en charge « lorsque les mesures habituelles à prendre pour prévenir ces dommages n'ont pu empêcher leur survenance ou n'ont pu être prises ». C'est l'État qui définit l'entrée d'un événement dans la catégorie des catastrophes naturelles. Pour cela, les sinistrés doivent déclarer leurs sinistres à leur assurance, et à la mairie. La mairie fera alors une demande de reconnaissance de l'état de catastrophe naturelle à la préfecture qui centralisera les demandes communales et sollicitera les rapports techniques auprès de la Direction Générale de la sécurité civile et de la gestion des crises. Cette dernière va saisir la commission interministérielle pour qu'elle statue sur l'intensité anormale de l'agent naturel : période de la catastrophe, nature des dommages couverts par la garantie et communes concernées par l'événement (article L.125-1 du Code des Assurances), et émette un arrêté ministériel qui paraîtra au journal officiel.

Lorsqu'un événement est reconnu comme étant une catastrophe naturelle, une provision sur les indemnités est versée aux sinistrés dans les deux mois suivant l'estimation des dégâts ou suivant la publication de l'arrêté. L'indemnisation complète sera réalisée dans les 3 mois au maximum.

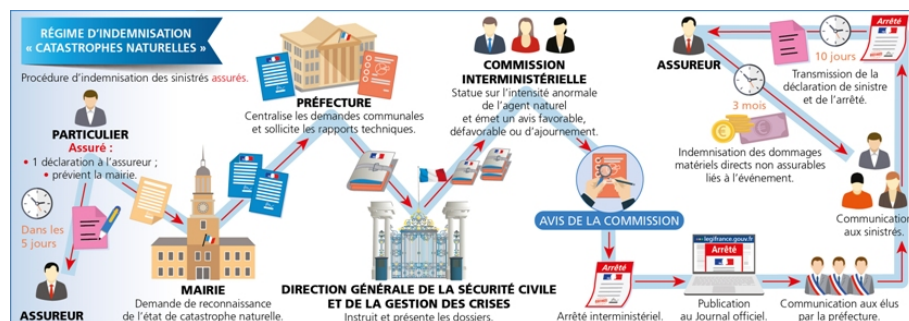


FIGURE 1.3 – Dispositif d'indemnisation des assurés

L'article [CCR, 2015] indique que la garantie CAT NAT ne couvre que les dommages matériels directs compris dans les contrats multirisques habitation (MRH). Les dommages matériels indirects et les dommages corporels ne sont pas couverts. La surprime payée par les assurés pour pallier à ces risques est fixée par l'État depuis 2009 et est identique pour toutes les zones, peu importe l'exposition aux risques. Elle est fixée à hauteur de 12% de la prime afférente aux garanties dommages du contrat de base pour les biens autres que véhicules à moteur, et 6% des primes vol et incendie (ou, à défaut, 0.50% de la prime dommage) pour les véhicules terrestres à moteurs.

Pour les catastrophes naturelles, l'État s'engage à garantir une réassurance illimitée par le biais de la CCR (Caisse Centrale de Réassurance). Elle va intervenir au delà de la garantie émise par l'assureur, avec un montant de franchise global :

Biens	Dommages	Franchises	
Biens à usage d'habitation et autres biens à usage non professionnel	Dommages directs	380 €	Sécheresse 1 520 €
Biens à usage professionnel	Dommages directs	10% minimum 1 140 €	Sécheresse 10% minimum 3 050 €
	Pertes d'exploitation	3 jours ouvrés minimum 1 140 €	

TABLE 1.2 – Les franchises minimales légales

3 Autres événements climatiques

Est appelé « événement climatique », ici par opposition aux catastrophes naturelles, tout événement non couvert par le régime CAT NAT défini dans la loi. Les principaux événements climatiques sont les tempêtes.

Il existe une distinction entre un sinistre grave par nature et un sinistre grave par événement. Un sinistre grave par nature est un sinistre unique, causant d'importants dégâts (comme par exemple une maison qui brûle). Un sinistre grave par événement, au contraire, est composé d'une multitude de petits sinistres non significatifs individuellement. Les compagnies mettent donc en place une définition parallèle permettant de regrouper les événements par typologie.

Le terme « sinistre climatique » sera considéré dans la suite comme tout sinistre touché par au moins une garantie climatique ou étant identifié par un code événement climatique par les gestionnaires de sinistres. Ces sinistres sont souvent liés à plusieurs garanties, elles-mêmes liées aux garanties sous-jacentes du contrat. Par exemple, les garanties dégâts des eaux (DDE) et dommages électriques (ELEC) peuvent être attribuées au même sinistre ayant pour origine un événement climatique.

Sur une garantie sinistrée, deux critères permettent d'identifier la nature d'un sinistre : le critère « GTIE SIN » et le critère « EVT NAT ».

Les EVT NAT correspondent aux événements listés lors de la définition des périls entrant ou non dans le régime CAT NAT, en partie 1. Les principales garanties liées aux événements naturels sont les suivantes :

- ⇒ CN (Catastrophe Naturelle)
- ⇒ DDE (Dégâts Des Eaux)
- ⇒ EVT (Évènements)
- ⇒ GEL
- ⇒ INC (Incendie)
- ⇒ RCM (Responsabilité Civile Matérielle)
- ⇒ TEMP (Tempêtes)
- ⇒ TGN (Tempêtes - Grêle - Neige)

La charge des événements climatiques n'est pas liée à des garanties contrats (ou des garanties sinistres) spécifiques, mais aux codages des sinistres comme « EVT NAT » effectués par les gestionnaires sinistres.

Par exemple, si un sinistre codé EVT NAT entraîne des frais de relogement, ces derniers seront bien pris en compte dans la charge des événements climatiques, alors que ces frais seront imputés sur une garantie sinistres « Dommages Divers » associée à la garantie contrat « Incendie-Vol ».

Les traités de réassurance permettent d'uniformiser, au sein du marché, la définition des événements. Par exemple, un changement impactant a eu lieu entre 2021 et 2022 : avant, un événement tempête n'était défini que pour une durée de 72h, tandis qu'un événement inondation l'était pour 504h (21 jours). Cela pouvait causer quelques problèmes quant à la détermination des jours optimums (ceux avec les pertes les plus élevées), principalement pour les tempêtes. En effet, si la tempête durait plus de 3 jours, les jours étaient sélectionnés à dire d'expert par un sachant de l'entreprise. Aujourd'hui, la réassurance et le marché se sont adaptés : les événements sont définis par ceux nommés par des instituts météorologiques.

4 Modélisation de la sinistralité

Au maximum, un événement naturel important est prévisible quelques jours à l'avance, comme une tempête par exemple, mais d'autres, comme un tremblement de terre, ne peuvent pas être anticipés.

Malgré cela, les assureurs et les réassureurs ont besoin d'une estimation à l'avance du coût de ces événements pour l'année suivante, afin de réaliser leur budget. Ainsi, ils ont mis au point différentes méthodes de modélisations, qui vont être expliquées et analysées dans les parties suivantes de ce mémoire.

Il existe principalement deux approches importantes dans la modélisation de catastrophes : la modélisation déterministe et la modélisation probabiliste.

4.1 Modélisation déterministe

La modélisation déterministe, souvent utilisée dans les modèles internes grâce à sa simplicité, est une modélisation basée sur les données historiques. Pour cela, il est nécessaire de posséder suffisamment d'événements majeurs sur lesquels calibrer ce modèle. Ce dernier sera basé sur une étude de type fréquence-sévérité : les données vont être analysées, puis des tests seront réalisés sur celles-ci afin de déterminer la loi qui s'ajuste (*fit*) le mieux à l'historique, et les paramètres associés. Usuellement, les lois Binomiale négative et de Poisson sont utilisées pour la fréquence, et les lois de Weibull, lognormale ou de Pareto sont utilisées pour la sévérité.

Les événements sur lesquels reposent la calibration du modèle doivent préalablement être mis en *As-If*, c'est-à-dire réévalués comme s'ils survenaient aujourd'hui, avec des facteurs évoluant au cours du temps : l'inflation ainsi que la taille et l'exposition aux risques du portefeuille de l'assureur.

L'inconvénient majeur de cette méthode est donc la taille de l'historique. En effet, les assureurs ou réassureurs peuvent se constituer un historique de quelques dizaines d'années tout au plus, ce qui n'est pas suffisant pour les événements de période de retour très élevée (c'est-à-dire qui ne surviennent que très rarement).

4.2 Modélisation probabiliste

La modélisation probabiliste, quant à elle, est la méthode utilisée, entre autres, pour les modèles de marché. Elle consiste à simuler un grand nombre d'années de survenance (plusieurs milliers) afin d'analyser tous les scénarios possibles de catastrophes. Les modèles se servant de cette méthode vont générer une charge par événement et une probabilité de survenance de chacune des années simulées.

Les modèles de marchés les plus répandus, et dont PACIFICA se sert pour la modélisation des tempêtes par exemple, sont :

- *Applied Insurance Research* (AIR)
- *Risk Management Solutions* (RMS)
- *Risk Quantification & Engineering* (RQE) d'EQECAT

Ces derniers sont conçus sur la base des quatre modules d'un modèle catastrophe : le module exposition, le module aléa, le module vulnérabilité et le module financier.

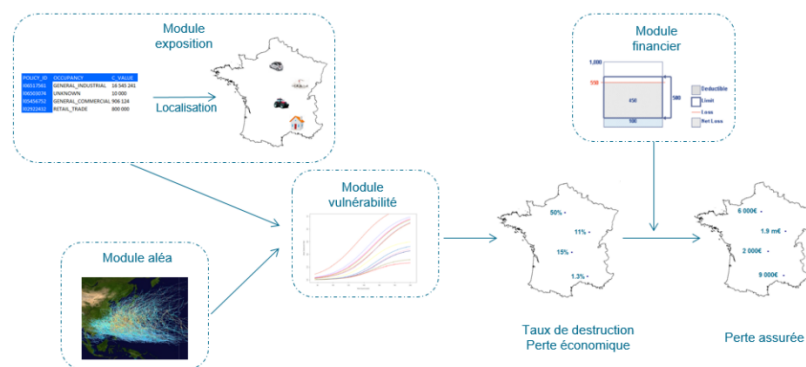


FIGURE 1.4 – Schéma de la structure d'un modèle catastrophe

Module Exposition

Le module exposition est utilisé pour déterminer la localisation géographique des polices. Le plus souvent, la police est géolocalisée par zones, comme par exemple par département ou code postal. Cette localisation va ensuite permettre de mesurer l'exposition au risque des assurés, et donc l'exposition à l'aléa.

Module Aléa

Lorsqu'un événement survient, sa localisation et sa force sont des facteurs très importants dans la constatation des dégâts. En effet, si un tsunami de même intensité ravage une île déserte et une station balnéaire, la sinistralité n'aura pas la même envergure. De même, si un tremblement de terre d'intensité 3 sur l'échelle de Richter¹ intervient dans une zone urbaine, il n'aura pas les mêmes conséquences dévastatrices qu'un tremblement de terre d'intensité 8.

Ce module aura donc pour but de déterminer un jeu d'événements exhaustifs, par leur localisation et leur force, en se basant sur des données historiques qu'il fera varier pseudo-aléatoirement. En prenant l'exemple des tempêtes, le module aléa fera varier la trajectoire d'une tempête historique au hasard, ainsi que la vitesse de ses vents. L'impact de ses modifications est important car la zone géographique et l'intensité de la tempête sont des facteurs capitaux pour la détermination de la charge associée, donc pour le module vulnérabilité.

Module Vulnérabilité

Quand un événement survient dans une région, sa charge va principalement dépendre des différentes infrastructures détruites. En effet, la structure des bâtiments touchés, la hauteur, la vétusté ou encore le contenu sont des paramètres indispensables à prendre en compte. Le module vulnérabilité va donc s'appuyer sur l'estimation des biens sinistrés, et a pour but de définir un taux moyen de sinistralité en fonction de l'intensité déterminée

1. Évaluation numérique de la force des tremblements de terre, allant de 1 à 9 environ

avec le module aléa. Ce taux est défini comme étant le rapport entre la charge du sinistre et la valeur des biens assurés dans cette zone.

Pour ce faire, cette estimation sera basée sur deux critères importants, dont les sources sont nationales, comme l'INSEE² ou encore CALLON³, qui sont :

- * la valeur des bâtiments assurés (données CALLON)
- * la valeur du contenu des bâtiments assurés (estimation des biens ou valeur forfaitaire)

Le module va ensuite créer un lien entre la force de l'événement et le taux de sinistralité par catégorie de risque, ce qui aura pour but de modéliser la vulnérabilité des biens assurés. La charge d'un événement s'apparentera donc ainsi d'une variable aléatoire.

Avec les sorties des deux modules précédents, le montant brut moyen d'un événement est déterminé et le module financier va pouvoir intervenir à son tour.

Module Financier

L'objectif du module financier est de calculer la charge nette d'un événement pour l'assureur. Les différences entre le brut et le net sont principalement basées sur les garanties prises en compte ainsi que le montant des franchises. L'expression de la perte nette s'écrit :

$$Perte_{Nette} = \max(\min(Perte_{Brute} - Franchise, Limite), 0) \quad (1.1)$$

Finalement, après ces quatre modules, le modèle CAT délivre une liste d'événements répartis ou non par année, pouvant se réaliser sur le portefeuille de l'assureur.

Le périmètre de l'étude étant défini, il conviendra dès lors de sélectionner les bases de données qui serviront de source aux différentes modélisations.

2. Institut National de la Statistique et des Etudes Economiques

3. Côte annuelle des valeurs vénales immobilières et foncières

Chapitre 2

Bases de données

La directive solvabilité II insiste sur l'importance d'une bonne qualité des données en plaçant ce concept au cœur de ces trois piliers.

1 Définitions

1.1 Qu'est-ce qu'une donnée ?

Une donnée s'entend comme ce qui est connu ou admis comme tel, sur lequel un raisonnement peut être fondé et qui sert de point de départ pour une recherche.

1.2 Données internes

Basée sur l'historique de PACIFICA, les données internes concernent tous les sinistres recensés dans le système d'informations de l'entreprise. Ces données ont été analysées et permettent de garantir leur qualité, leur fiabilité, ainsi que leur traçabilité, mais leur historique n'est pas toujours assez long pour réaliser les études voulues, principalement lors du lancement d'un nouveau produit. Concernant les climatiques, depuis 2013, PACIFICA peut se permettre de baser ses modèles sur ses données internes, grâce à l'acquisition d'un portefeuille de taille suffisante sur cette tranche qui lui a permis de comparer ses résultats à ceux de ses courtiers.

1.3 Données externes

Souvent basées sur l'open data, elles ne sont pas toujours très précises ni fiables, c'est pourquoi le traitement de ces données peut être très chronophage. Ici, les données externes concerneraient plutôt les données des courtiers ou des réassureurs qui possèdent un plus large historique grâce aux portefeuilles de leurs différents clients. Ces données seront utilisées lors du recours aux modèles de marché.

2 Bases de données retenues

Plusieurs bases de données vont être utilisées selon les différentes études qui vont être réalisées, sur des modélisations déterministes ou probabilistes, avec des visions et mailles différentes.

PACIFICA possède aujourd’hui un assez grand portefeuille d’assurés pour pouvoir constituer sa propre base de données climatiques. Ce sont les gestionnaires sinistres de la compagnie qui enregistrent (« toppent ») les sinistres avec les garanties et les événements naturels correspondants.

Pour constituer la base de données principale, les sinistres retenus sont ceux dont l’événement naturel (« EVT NAT ») enregistré n’est pas vide, ou ceux dont la garantie fait partie de la liste suivante :

- ✓ Tempête (TEMP)
- ✓ Événement (EVT)
- ✓ Gel (GEL)
- ✓ Catastrophe Naturelle (CN)
- ✓ Tempête - Grêle - Neige (TGN)

Cette base principale présentant l’historique de sinistres est en vision garantie et reprend la sinistralité de PACIFICA depuis 1997 jusqu’à la date d’observation. Elle contient une affectation des produits par branche ainsi que les calculs de charges brutes/nettes et règlements bruts/nets.

Cette base historique principale va ensuite être sectionnée par tranche : une distinction va être faite entre les catastrophes naturelles, les événements majeurs et les événements mineurs. Un événement est déterminé comme étant « majeur » à dire d’expert.

2.1 Catastrophes naturelles

Les catastrophes naturelles se trouvent hors du périmètre d’étude de ce mémoire. Il faut donc les distinguer des autres événements pour pouvoir les retirer des bases de données.

Pour ce faire, un programme SAS sélectionne les sinistres dont la garantie est définie comme catastrophe naturelle (CN), et les retire de la base.

2.2 Événements majeurs

L’équipe de réassurance de la fonction actuarielle de PACIFICA s’occupe d’enregistrer les événements dits « majeurs ». Un programme SAS a été mis en place pour déterminer les dates de survenance de ces événements jusque 2021. Depuis la nouvelle définition des événements climatiques des traités de réassurance, les dates de survenances sont déterminées par des instituts météorologiques. Ces événements sont alors caractérisés par leur période de survenance (date de début et date de fin d’événement), les départements affectés, ainsi que les produits et garanties touchés. Une table par événement est alors créée, ainsi qu’une liste de tous les sinistres affectés à un événement majeur en vue de les isoler, et de réaliser ensuite le traitement des événements mineurs.

```

/*-----*/
/*
      Xynthia 2010
*/
/*-----*/

/* Sélection des dates de survenance */
let ddebtpt="27feb2010"d;
let dfintpt="01mar2010"d;

/* Sélection des départements */
let liste_dept="01' '02' '03' '08' '10' '12' '14' '15' '16' '17' '18' '19' '21' '22' '23' '24' '25' '27' '28' '29'
'31' '32' '33' '35' '36' '37' '38' '40' '41' '42' '43' '44' '45' '46' '47' '49' '50' '51' '52' '53' '54' '55' '56' '57'
'58' '59' '60' '61' '63' '64' '65' '67' '68' '69' '70' '71' '72' '75' '76' '77' '78' '79' '80' '81' '82' '85' '86' '87'
'88' '89' '91' '92' '93' '94' '95';
let ind_dept=1;

/* Sélection des produits */
let cond_prod=if produit in ('NH' 'MR' 'FL' 'MP' 'BP' 'MA' 'HA' 'A4' 'A2' 'CA' 'AR' 'AA' 'VU' 'RE' 'CM' 'MV' 'MH' 'MK' 'MI' 'MD');

/* Sélection des garanties */
let cond_gtie=if gtiesin in ('BDG' 'BDM' 'CUVE' 'DD' 'DDE' 'DENR' 'DOM' 'ELEC' 'ELEV' 'EVE' 'FS' 'INC' 'OPT' 'PE' 'PM' 'PMP' 'PMB' 'TEMP' 'TGN' 'TGN2' 'VECA')
and evtat in ('INOND' 'EUIE' 'TEMP' 'RA2' 'MV2' '');
let cond_gtie2=if (gtiesin in ('DOM' 'INC' 'BDM' 'ELEC') and branche='Auto' and evtat eq "")
or (gtiesin in ('INC' 'CUVE' 'ELEV' 'BDG' 'DD' 'ELEC' 'DENR' 'VECA' 'DDE') and branche='Non Auto' and evtat eq "") then delete;

/* Nom de la table de sortie */
let table=Xynthia_2010;
let nom_evt="Xynthia";

scaleul_charge_evt;

```

FIGURE 2.1 – Code d’identification de la Tempête Xynthia en 2010

2.3 Événements mineurs

La détection des événements mineurs va se faire en plusieurs étapes.

Après avoir retiré les catastrophes naturelles ainsi que les événements majeurs de la base de données, les sinistres de la table vont être répartis par type d’événement. Puis pour chaque type d’événement, les charges de sinistres vont être agrégées par jour. Pour les jours sans sinistre, des sinistres fictifs de charge nulle vont être enregistrés. Des sinistres sont ainsi enregistrés à partir de la date du premier sinistre déclaré, la date de fin d’enregistrement est le dernier jour du mois.

Une procédure en deux étapes va être opérée afin de détecter au mieux les événements mineurs :

- ✓ Le calcul des cumuls de charges par périodes de couverture (en jours, et fonction du type d’événement)

Les données sont triées par date de survenance croissante. À partir de l’origine, pour chaque date de sinistre enregistrée, une charge d’événement est calculée correspondant à la somme des charges des jours suivants, dans la limite de la période de couverture stipulée.

- ✓ La détection de la date dite « de début d’événement »

Les données sont triées par cumul de charges décroissantes, et la date de début d’événement est définie comme étant la date maximisant les charges d’événements.

Finalement, à chaque événement recensé est affecté un identifiant. Celui-ci est renseigné dans une variable nommée « KIDDEN ». Elle correspond à la concaténation des informations suivantes :

- * Les trois premières lettres du type d’événement
- * La date de début de survenance au format *ddmmaa*

Une information sur la date de fin de l'événement est également ajoutée, en considérant que celle-ci correspond à la date du sinistre le plus récent déclaré par événement.

Après avoir délimité qualitativement l'étude et l'avoir fondée sur des données les plus fiables possibles, les différentes modélisations peuvent être analysées afin, *in fine*, de déterminer des budgets prévisionnels de la charge climatique en fonction d'approches distinctes.

Chapitre 3

Modélisation basée sur une approche par risque

1 Suivi du budget

Annuellement, le budget climatique est estimé pour faire partie intégrante du *Business Plan* de PACIFICA. Ce budget climatique représente la charge, sur les produits Dommages Aux Biens (DAB), des différents périls climatiques à des périodes de retour définies en fonction des périls.

La période de retour d'un événement est le temps moyen que mettrait statistiquement cet événement à survenir de nouveau.

Mensuellement, la réalisation de la charge climatique est comparée au budget prévu pour l'année.

Ce budget est une part importante du travail de l'équipe de réassurance. En effet, constituer un budget climatique est une contribution majeure à l'évaluation du futur résultat comptable de PACIFICA.

Les principales typologies de risques climatiques hors catastrophes naturelles sont les tempêtes, la grêle, la neige, le gel ainsi que les inondations et les cyclones hors régime CAT NAT. Pour chacun de ces événements, PACIFICA a besoin d'un modèle, permettant d'évaluer, pour l'année suivante, le budget inhérent à ces risques, principalement afin de tarifier les traités de réassurance. Une approche par risque est privilégiée. Chacun de ces modèles sera basé, soit sur des modèles de marché lorsqu'ils existent, soit sur des modèles internes pour les risques les moins importants.

Les modèles de marché, ayant plutôt pour objectif d'être utilisés par les réassurances, sont plus focalisés sur les gros événements que sur les événements mineurs, ce qui implique un manque de précision pour les événements à faible période de retour.

Cependant, la priorité reste tout de même les modèles de marché. En effet, même si indépendamment les uns des autres, ils peuvent donner des résultats relativement diffé-

rents et pas toujours cohérents avec les gros événements du portefeuille de PACIFICA, il est possible d'ajuster les courbes issues des simulations de façon à ce qu'elles retombent sur l'historique, ce qui sera fait dans la suite de ce mémoire.

2 Présentation des différents modèles

2.1 Tempête

Le risque tempête est le plus gros risque climatique (hors catastrophes naturelles) présent en France. Pour cela, la modélisation de ce péril se doit d'être le plus précis possible.

C'est pourquoi il faut trouver le modèle de marché le plus cohérent avec l'historique. Afin d'obtenir les meilleurs résultats, les courbes de sortie des modèles tempêtes AIR, RMS et RQE vont être mélangées de façon à ce qu'elles s'ajustent le mieux possible avec les données empiriques de PACIFICA. Cette méthode sera détaillée dans la suite.

2.2 Grêle

Les modèles de marché étant principalement réservés au risque tempête, le risque grêle a dû être étudié grâce à un modèle interne. Ce dernier est scindé en trois tranches, selon la charge totale *As-If* des événements. La première tranche concerne les événements compris entre 0 et 500k€, la deuxième concerne les événements compris entre 500k et 15M€ et la troisième a trait à tous les événements supérieurs à 15M€.

La première tranche sera modélisée par une méthode de coûts annuels, tandis que les deux autres utiliseront une méthode de fréquence - sévérité.

Cependant, l'historique de PACIFICA ne contenant que très peu d'événements supérieurs à 15M€, il a fallu trouver une autre alternative pour la modélisation de la troisième tranche.

Le courtier en réassurance de PACIFICA propose des modèles basés sur un historique plus complet que celui de la compagnie, grâce au portefeuille de ses différents clients. C'est ce modèle tiers qui sera donc utilisé pour la dernière tranche du modèle Grêle, se rapprochant ainsi d'un modèle de marché.

2.3 Neige

De même que pour la grêle, un modèle interne est nécessaire pour l'évaluation du budget associé au risque des événements neigeux. Le modèle en question est scindé en deux tranches : les événements inférieurs à 1M€, et ceux supérieurs à ce seuil. Aucun modèle tiers n'est utilisé pour ce risque.

2.4 Inondation & Gel

La méthode utilisée pour estimer la charge inhérente à l'inondation hors régime CAT NAT et au gel est l'évaluation par *burning cost*. Cette méthode sera expliquée dans la partie 4.

2.5 Cyclone

Les cyclones font partis des risques importants pour la France car ils touchent aisément les Antilles françaises (Guadeloupe et Martinique). Le meilleur modèle concernant ce risque est le modèle RMS, dont les résultats collent aux données empiriques de la compagnie.

3 Focus sur la modélisation Tempête

3.1 Contexte et objectif

Le choix d'un modèle tempête permet de définir une couverture adaptée au risque d'événements tempêtes, mais également d'alimenter les autres modèles de l'entreprise, comme par exemple le modèle DFA (*Dynamic financial analysis*), qui est une analyse financière du portefeuille de l'entreprise, avec une analyse détaillée de chacun des risques encourus de manière globale. Ce choix va être fait sur la base des données hors Auto.

Comme expliqué précédemment, PACIFICA utilise les modèles de marché pour modéliser les tempêtes. Cependant, les sorties de ces modèles ne collent pas toujours exactement avec l'historique de la compagnie. C'est pourquoi un *blend* mélangeant ces modèles va être construit, afin d'obtenir le meilleur des courbes AEP/OEP de chacun des modèles. Le *blend* est un modèle qui va fonctionner par événement. En effet, pour chacun des tirages d'événement, un modèle de marché A va être choisi avec une probabilité X , tandis qu'un modèle de marché B va être choisi avec une probabilité $1 - X$, avec X déterministe (pouvant aller de 0,01 à 0,99 afin de réaliser un *blend*).

La notion d'AEP (Aggregate Exceedance Probability), permet de probabiliser les pertes financières cumulées d'un ou plusieurs types d'événements au cours d'une année. La notion d'OEP (Occurrence Exceedance Probability) permet quant à elle de probabiliser les pertes financières maximales d'un unique événement au cours d'une année.

Le choix des pondérations va s'effectuer via une grille d'analyse de tests quantitatifs et qualitatifs.

Les données de sortie de ces modèles n'étant pas encore disponibles lors de la réalisation de ce mémoire, seules les données de 2020 seront analysées pour cette partie.

3.2 Tests quantitatifs les plus importants de la grille d'analyse

Pour déterminer un modèle Tempête adapté au risque de PACIFICA, un ensemble de tests a été développé pour noter chaque modèle CAT :

- * 13 tests quantitatifs
- * 8 tests qualitatifs

Les résultats de ces tests alimentent une grille d'analyse qui permet de déterminer le meilleur modèle ou *blend* de modèles. Les principaux tests quantitatifs vont être présentés dans la suite.

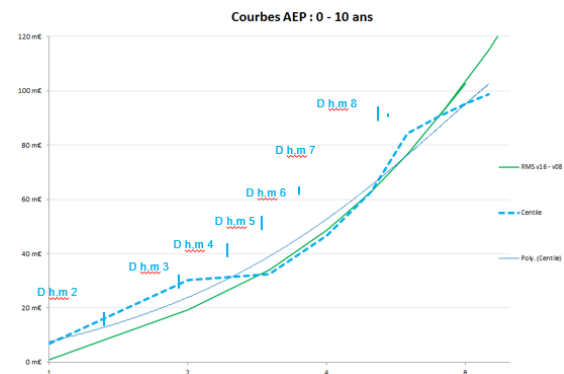
Les trois premiers tests concernent l'analyse des courbes AEP sur les petites périodes de retour (2-10 ans), le quatrième se concentre sur le cadrage du *burning cost* sur le bas de la courbe, tandis que le cinquième analyse les périodes de retours supérieures à 10 ans sur l'OEP. Finalement, les trois derniers tests détaillés ici se focalisent sur l'analyse des fréquences.

Test 1 - Mesure de la distance entre courbes AEP historique et AEP des modèles à différentes périodes de retour

$$I1 = \frac{1}{9} \sum_{i=2}^{10} Q_i \quad (3.1)$$

$$Q_i = \frac{(AEPM(rp_i) - (AEPH(rp_i)))^2}{AEPH(rp_i)^2}$$

Avec AEPH = AEP Historique, AEPM = AEP modélisée et rp_i = période de retour i



Avantages :

- ⇒ L'indicateur de forme (I1) estime l'écart entre la fonction modélisée et la fonction historique.
- ⇒ Simple à interpréter (distance moyenne fonction modélisée / fonction historique).

Limite du test :

- ⇒ Le même poids est attribué à chaque période de retour (2 ans, 3 ans, ...).
- ⇒ Pertinence de l'AEP historique.

Test 2 - Comparaison des pentes entre courbes AEP historique et AEP des modèles à différentes périodes de retour

$$Q_i = \frac{T_{m,i}}{T_{h,i}} - 1$$

$$= \frac{AEPM(rp_i) - AEPH(rp_{i-1})}{AEPM(rp_i) - AEPM(rp_{i-1})} - 1$$

Avec AEPH = AEP Historique, AEPM = AEP modélisée et rp_i = période de retour i

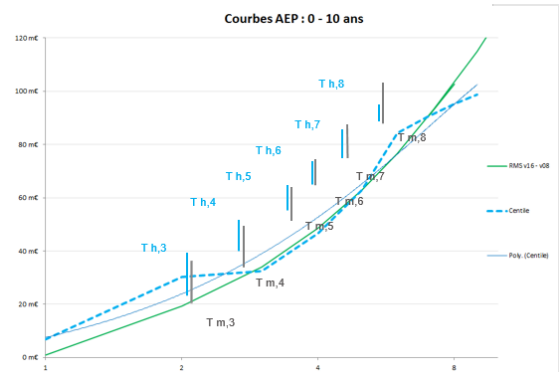
$$I2 = \frac{1}{9} \sum_{i=2}^{10} Q_i^2 \quad (3.2)$$

Avantages :

- ⇒ L'indicateur de forme (I2) estime l'erreur entre la fonction modélisée dérivée et la fonction historique dérivée.

Limite du test :

- ⇒ Interprétation difficile
- ⇒ Le même poids est attribué à chaque période de retour (2 ans, 3 ans, ...).
- ⇒ Pertinence de l'AEP historique (en particulier les pentes, cf. Annexe)



Test 3 - Réplication de la prime pure entre les quantiles à 50% et 90%

Analyse des aires

$$Q_{m,i} = 0,5 \times (AEPM(rp_{i+1}) + AEPM(rp_i)) \times \left(\frac{1}{rp_{i+1}} - \frac{1}{rp_i} \right)$$

$$Q_{h,i} = 0,5 \times (AEPH(rp_{i+1}) + AEPH(rp_i)) \times \left(\frac{1}{rp_{i+1}} - \frac{1}{rp_i} \right)$$

Avec AEPH = AEP Historique, AEPM = AEP modélisée, rp_i = période de retour i

$$I3 = \frac{1}{n} \left(\frac{\sum Q_{m,i}}{\sum Q_{h,i}} - 1 \right) \quad (3.3)$$

Avantages :

- ⇒ L'indicateur de forme (I3) approxime une prime pure sur une période de 2 à 10 ans (moyenne de l'aire des rectangles)

$$\mathbb{E}(2 < X < 10) = \sum_1^9 Q_{m,i+1}$$

Limite du test :

- ⇒ Approximation grossière de l'espérance (cette formule marche quand la courbe est monotone) elle est très dépendante de la taille des pas.

Test 4 - Cadrage du *burning cost* sur les tranches basses (de 0M€ à 30M€ par pas de 5M€)

$$BC_i = \frac{\text{Charge dans les tranches } i}{EPI}$$

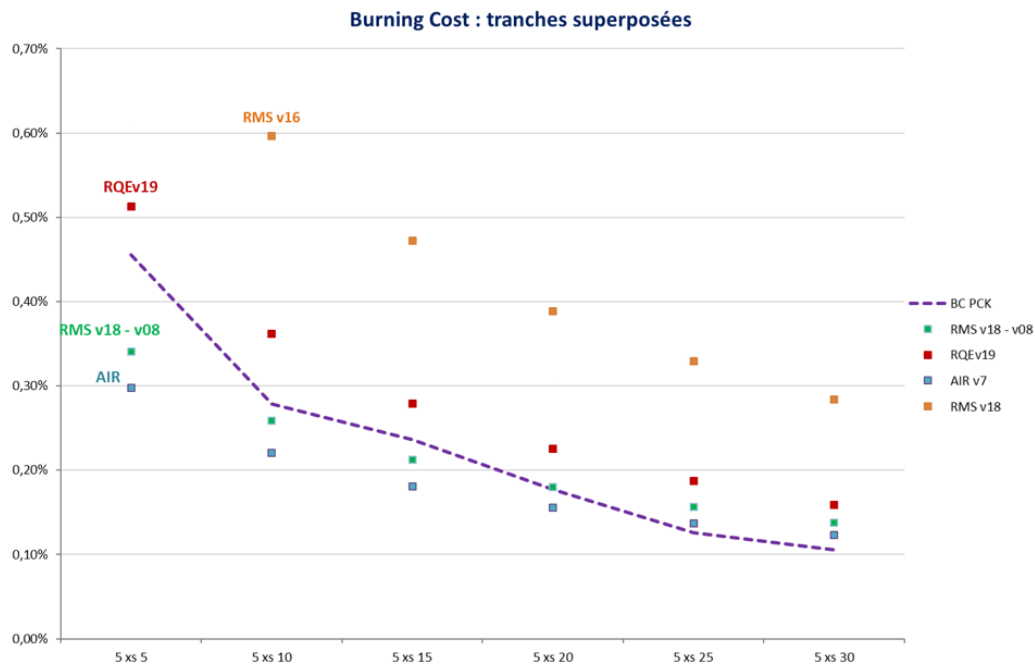
$$I_{i,m} = \left| \frac{BC_{i,m}}{BC_{i,h}} - 1 \right|$$

Avec $BC_{i,m}$ = *Burning Cost* du modèle m dans la tranche i, $BC_{i,h}$ = *Burning Cost* du modèle h dans la tranche i et EPI = Assiette de primes

$$I4 = \sum_{i=1}^n I_{i,m} \times \frac{BC_{i,h}}{\sum_{i=1}^n BC_{i,h}} \quad (3.4)$$

Avantages :

- ⇒ L'indicateur (I4) donne un écart pondéré entre le BC du modèle et le BC historique.



Test 5 - Période de retour des évènements extrêmes

L'OEP de chaque modèle est analysée afin de déterminer la période de retour associée aux évènements redressés Lothar, Martin, Klaus et Xynthia (tempêtes historiques de période de retour élevée) et de la comparer à la vision empirique de leur période de retour.

$$Q = \sum_{i=1}^n \omega_i \times \left| \frac{PR \text{ sinistre modélisé}_{i,j}}{PR \text{ sinistre historique } As - If_{i,j}} - 1 \right| \quad (3.5)$$

Avec :

- $PR \text{ sinistre modélisé}_{i,j}$ = période de retour du sinistre modélisé i dans l'année j
- $PR \text{ sinistre historique } As - If_{i,j}$ = période de retour du sinistre historique i datant de l'année j
- $\omega_i = \frac{0,95^{n-j} \times \mathbb{1}_i}{\sum_{i=1}^n 0,95^{n-j} \times \mathbb{1}_i}$ le facteur de pondération de chaque évènement i en fonction de son année de réalisation j par rapport à l'année de l'étude n ($\omega_{Klaus} = 31\%$ en 2020, $\omega_{Xynthia} = 32\%$ en 2020, $\omega_{Lothar} = 18\%$ en 2020 et $\omega_{Martin} = 18\%$ en 2020)

Avantages :

- ⇒ Test simple à comprendre

Limite du test :

- ⇒ Incertitude liée à la mise en $As - If$ des évènements et à l'estimation de leurs périodes de retour.

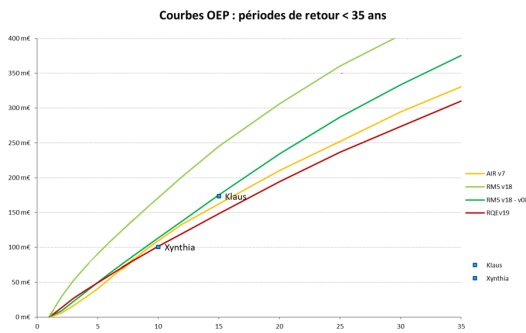


FIGURE 3.1 – Courbes OEP des modèles de marché avec périodes de retour inférieures à 35 ans - 2020

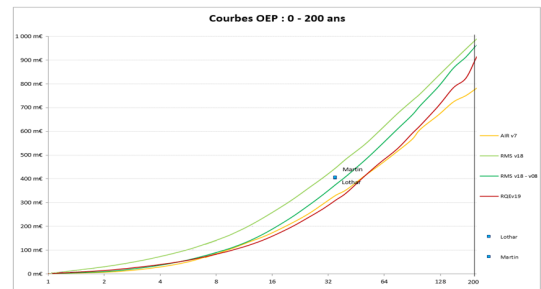


FIGURE 3.2 – Courbes OEP des modèles de marché avec périodes de retour 0-200 ans - 2020

Test 6 - Analyse de la fréquence annuelle sur les tranches basses

Le nombre de tempêtes de PACIFICA et dans les modèles CAT est compté pour les tranches basses (de 0M€ à 30M€ par pas de 5M€)

	xs 5	xs 10	xs 15	xs 20	xs 25	xs 30
Pacifica	1,57	0,67	0,62	0,48	0,33	0,24
AIR v7	1,12	0,72	0,55	0,45	0,39	0,34
RMS v18	2,97	1,82	1,29	0,99	0,79	0,66
RMS v18 - v08	1,34	0,86	0,64	0,50	0,42	0,36
RQEv19	1,88	1,08	0,74	0,55	0,43	0,35

Lecture : Une à deux tempêtes pas an (1,57) dépassent les 5M€. RMS v18 se distingue avec des fréquences significativement supérieures à l'historique, tandis que AIR v7 et RMS v18-v08 sont les modèles les plus proches.

La qualité de la reproduction est estimée pour chaque modèle j :

$$Q_j = \sum_{i=1}^n Q_{i,j} \times \frac{N_i}{\sum_{i=1}^n N_i} = \sum_{i=1}^n Q_{i,j} \times \Omega_i$$

Avec :

- $Q_{i,j} = \left| \frac{\text{Nombre de sinistres ayant dépassé le seuil } i \text{ au cours d'une année via le modèle } j}{\text{Nombre de sinistres ayant dépassé le seuil } i \text{ au cours d'une année}} - 1 \right|$
- $\Omega_i = \frac{N_i}{\sum_{i=1}^n N_i}$ une pondération
- $N_i =$ Nombre de sinistres historiques ayant dépassé le seuil i au cours d'une année

Avantages :

- ⇒ L'indicateur (Q_j) donne un écart pondéré entre le nombre de tempêtes en XS d'un seuil simulé pour un modèle j et un seuil historique.

Limite du test :

⇒ Le test est sensible au choix du périmètre historique

Test 7 & 8 - Sur-fréquence de tempêtes (analyse d'une année type 1990)

PACIFICA n'ayant pas été exposé aux tempêtes de l'année 1990, la part de marché actuelle de la compagnie a été appliquée aux montants marché redressés des événements historiques Herta, Daria, Vivian et Wiebke. La première tempête reviendrait à plus de 100M€ de charge *As-If* à la compagnie, la deuxième à plus de 50M€ et les deux suivantes à plus de 15M€.

Pour tester la survenance d'une année type, le test compare, pour l'historique et chacun des modèles CAT, la probabilité d'avoir :

- ▶ Test 7 : 4 tempêtes au-delà de 15M€ (observée en 1990 uniquement, une seule fois en 28 ans soit 3,3%)
- ▶ Test 8 : 2 tempêtes au-delà de 50M€ (observée 2 fois en 1990 et 1999)

Nombre Evt	4	2
Seuil	15 000 000	50 000 000
Pacifica	3,3%	6,7%
AIR v7	2,4%	6,5%
RMS v18	8,9%	9,0%
RMS v18 - v08	3,5%	5,5%

La qualité de la reproduction est estimée pour chaque modèle j :

$$T_{4,j} = \left| \frac{\text{Probabilité d'avoir 4 tempêtes au delà de 15Me au cours d'une année via le modèle } j}{\text{Probabilité d'avoir 4 tempêtes au delà de 15Me au cours d'une année}} - 1 \right| \quad (3.6)$$

$$T_{2,j} = \left| \frac{\text{Probabilité d'avoir 2 tempêtes au delà de 50Me au cours d'une année via le modèle } j}{\text{Probabilité d'avoir 2 tempêtes au delà de 50Me au cours d'une année}} - 1 \right| \quad (3.7)$$

Avantages :

⇒ L'indicateur ($T_{i,j}$) donne un écart pondéré entre le nombre de tempêtes i (avec i=2 ou i=4) en XS d'un seuil simulé pour un modèle j et un seuil historique.

Limite du test :

⇒ Le test est sensible à la mise en *As-If* de l'année 1990 (« non vécue » par PACIFICA).

3.3 Analyse des modèles CAT

Les modèles qui ont été testés sont :

- AIR v7
- RMS v18
- RMS v18-v08
- RQE v19

Le modèle modèle RMS v18-v08 est le modèle RMS v18 ajusté par le courtier de PACIFICA pour refléter l'historique de sinistralité de la compagnie. L'ajustement diminue les fréquences de certains événements de RMS (de 30%) pour diminuer principalement le bas de courbe de RMS v18.

D'après la grille de *scoring* 3.3 des tests quantitatifs, le modèle RMS v18-v08 obtient le meilleur résultat avec un score de 24,1 sur 39, devant AIR v7 qui obtient la note de 22,8.

		TESTS QUANTITATIFS	Impact sur la note	AIR v7	RMS v18	RMS v18 - v08	RQEv19
Back-Testing => AEP petites périodes de retour	1	Localisation des courbes AEP sur les petites périodes de retour	4	35%	0%	79%	76%
	2	Forme des courbes AEP sur les petites périodes de retour	1	50%	0%	57%	67%
	3	Réplication de la "prime pure" AEP	1	0%	0%	76%	90%
Back-Testing => OEP petites périodes de retour	1 bis	Localisation des courbes OEP sur les petites périodes de retour	5	69%	0%	25%	5%
	2 bis	Forme des courbes OEP sur les petites périodes de retour	2	69%	0%	42%	32%
	3 bis	Réplication de la "prime pure" OEP	2	86%	0%	47%	37%
Burning Cost	4	Cadrage du Burning Cost	6	54%	0%	72%	50%
Back-Testing => Périodes de retour extrêmes	5	Période de retour des évènements extrêmes	6	52%	35%	80%	46%
Back-Testing => Fréquence	6	Analyse de la fréquence annuelle	3	77%	0%	82%	54%
	7	Sur-fréquence de tempêtes >> Analyse année type 1990	2	44%	0%	90%	36%
	8	Sur-fréquence de tempêtes >> Analyse année type 1990	2	94%	14%	58%	69%
Cohérence par branche	9	Cohérence par branche >> Résidentiel	3	68%	62%	63%	24%
	10	Cohérence par branche >> Agricole	3	54%	30%	31%	2%
Note quantitative		Impact sur la note générale	39	22,8	5,1	24,1	16,0

FIGURE 3.3 – Tests quantitatifs des modèles de marché - 2020

Pour les tests qualitatifs, d'après la grille de *scoring* 3.4, ce sont les deux modèles RMS qui obtiennent les meilleures notes avec un score de 6,1 sur 8.

		TESTS QUALITATIFS	Impact sur la note	AIR v7	RMS v18	RMS v18 - v08	RQEv19
Module Aléa	1	Exhaustivité des modèles >> Prise en compte du Storm Surge (Onde tempête (= submersion marine))	1	0%	0%	0%	100%
	2	Génération d'événements historique*	1	75%	100%	100%	100%
	3	Modélisation de l'impact local des vents*	1	50%	75%	75%	75%
Module Vulnérabilité	4	Inflation des coûts post événement >> Prise en compte du Demand Surge	1	100%	100%	100%	100%
	5	Précision du codage des biens : Types d'occupation*	1	75%	100%	100%	50%
Module Financier	6	Présence d'un modèle Automobile	1	100%	100%	100%	100%
Gestion des changements	7	Date de la dernière montée de version	1	100%	60%	60%	20%
	8	Justification	1	0%	75%	75%	0%
Note qualitative		Impact sur la note générale	8	5,0	6,1	6,1	5,5

FIGURE 3.4 – Tests qualitatifs des modèles de marché - 2020

Finalement, en sommant les résultats des tests, le modèle RMS v18-v08 garde la première place avec un score de 30,2 sur 47. Comme le modèle AIR v7 obtient la deuxième meilleure note (27,8), le premier *blend* testé sera celui de ces deux modèles.

	AIR v7	RMS v18	RMS v18 - v08	RQEv19
Notation de chaque modèle				
Notation quantitative	22,8	5,1	24,1	16,0
Notation qualitative	5,0	6,1	6,1	5,5
Total	27,8	11,2	30,2	21,5

FIGURE 3.5 – Synthèse des tests des modèles de marché - 2020

Il serait intéressant d'obtenir les résultats de 2022, afin de comparer les scores de ces deux années, et de déterminer si les modèles se rapprochent, ou au contraire s'éloignent de l'historique de PACIFICA, et de comprendre les facteurs qui initient les variations.

3.4 Sélection d'un *blend* de modèles

Blend RMS v18-v08 & AIR v7

Les mêmes tests que précédemment ont été réalisés sur différents *blends* afin de déterminer la meilleure pondération de chaque modèle. Le modèle AIR est ajouté au modèle

RMS par pas de 5%. Le meilleur *blend* à deux modèles est le mélange de 75% RMS v18-v08 et 25% AIR v7 avec un score de 30,5.

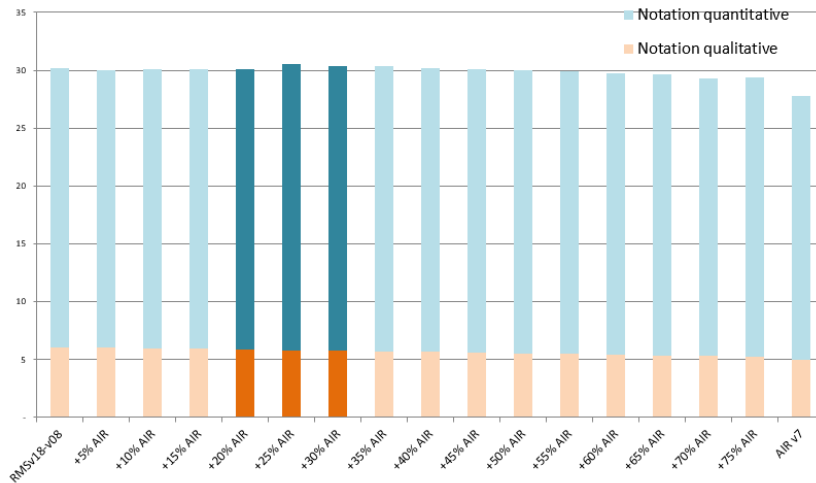


FIGURE 3.6 – *Scoring* de la grille d’analyse pour le *blend* RMS v18-v08 / AIR v7 - 2020

En réessayant par pas de 1%, il s’avère qu’un optimum local est constaté avec un score de 30,6 pour le *blend* 78% RMS et 22% AIR. Cependant, une variation de seulement 1% sur la note ne paraît pas satisfaisante. Un autre *blend* va donc être testé.

Blend RMS v18-v08 & RQE v19

Par pas de 5%, le meilleur mélange est le *blend* 65% RMS et 35% RQE avec la note de 32,7. En testant pas par pas, il s’avère que le *blend* 69% RMS et 31% RQE obtient encore un meilleur score avec une note de 32,8.

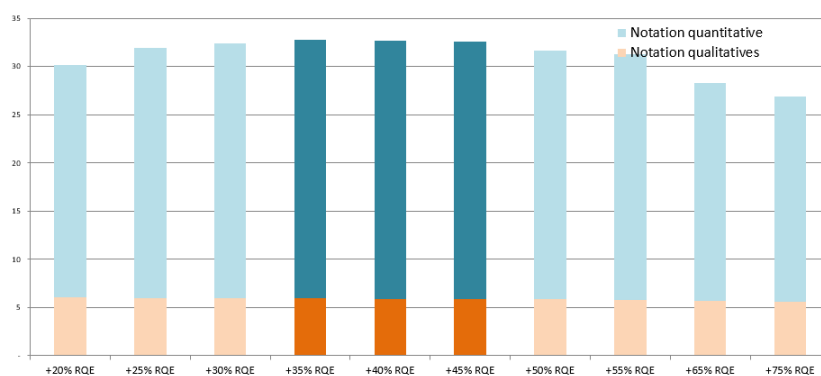


FIGURE 3.7 – *Scoring* de la grille d’analyse pour le *blend* RMS v18-v08 / RQE v19 - 2020

Cette fois, la note est plus satisfaisante que les modèles seuls ou que le *blend* précédent, avec une augmentation de près de 10%.

3.5 Synthèse et limites

Synthèse

Même si le modèle RQE v19 seul est moins satisfaisant que les autres sur l'historique de PACIFICA, le mélanger avec le modèle RMS v18-v08 est cohérent car il estime différemment des modèles AIR et RMS certains éléments que ces deux derniers modèles estiment de façon similaire. Par exemple, pour le test de cohérence par branche, RQE sous-estime le poids du résidentiel dans la tranche 30 XS 5, et surestime celui de l'agricole, contrairement aux modèles RMS et AIR qui surestiment le poids du résidentiel et sous-estiment celui de l'agricole. La combinaison des modèles RQE et RMS permet de réduire l'écart avec la vision historique de PACIFICA sur ce test.

		TESTS QUANTITATIFS	AIR v7	RMS v18	RMS v18 - v08	RQEv19	22% AIR, 78% RMS v18 - v08	31% RQE, 69% RMS v18 - v08
Back-Testing => AEP petites périodes de retour	1	Localisation des courbes AEP sur les petites périodes de retour	35%	0%	79%	76%	77%	80%
	2	Forme des courbes AEP sur les petites périodes de retour	50%	0%	57%	67%	60%	66%
	3	Réplication de la "prime pure" AEP	0%	0%	76%	90%	59%	80%
Back-Testing => OEP petites périodes de retour	1 bis	Localisation des courbes OEP sur les petites périodes de retour	69%	0%	25%	5%	34%	19%
	2 bis	Forme des courbes OEP sur les petites périodes de retour	69%	0%	42%	32%	49%	39%
	3 bis	Réplication de la "prime pure" OEP	86%	0%	47%	37%	55%	45%
Burning Cost	4	Cadrage du Burning Cost	54%	0%	72%	50%	69%	81%
Back-Testing => Périodes de retour extrêmes	5	Période de retour des événements extrêmes	52%	35%	80%	46%	78%	74%
Back-Testing => Fréquence	6	Analyse de la fréquence annuelle	77%	0%	82%	54%	83%	86%
	7	Sur-fréquence de tempêtes >> Analyse année type 1990	44%	0%	90%	36%	94%	77%
	8	Sur-fréquence de tempêtes >> Analyse année type 1990	94%	14%	58%	69%	64%	56%
Cohérence par branche	9	Cohérence par branche >> Résidentiel	68%	62%	63%	24%	64%	95%
	10	Cohérence par branche >> Agricole	54%	30%	31%	2%	36%	94%
Note quantitative		Impact sur la note générale	22,8	5,1	24,1	16,0	24,7	26,9

FIGURE 3.8 – Comparaison des scores de la grille d'analyse de tests quantitatifs pour les modèles de marché seuls et les *blend* - 2020

		TESTS QUALITATIFS	AIR v7	RMS v18	RMS v18 - v08	RQEv19	22% AIR, 78% RMS v18 - v08	31% RQE, 69% RMS v18 - v08
Module Aléa	1	Exhaustivité des modèles >> Prise en compte du Storm Surge (Onde tempête (= submersion marine))	0%	0%	0%	100%	0%	31%
	2	Génération d'événements historique*	75%	100%	100%	100%	95%	100%
	3	Modélisation de l'impact local des vents*	50%	75%	75%	75%	70%	75%
Module Vulnérabilité	4	Inflation des coûts post événement >> >> Prise en compte du Demand Surge	100%	100%	100%	100%	100%	100%
	5	Précision du codage des biens : Types d'occupation*	75%	100%	100%	50%	95%	85%
Module Financier	6	Présence d'un modèle Automobile	100%	100%	100%	100%	100%	100%
Gestion des changements	7	Date de la dernière montée de version	100%	60%	60%	20%	69%	48%
	8	Justification	0%	75%	75%	0%	59%	52%
Note qualitative		Impact sur la note générale	5,0	6,1	6,1	5,5	5,9	5,9

FIGURE 3.9 – Comparaison des scores de la grille d'analyse de tests qualitatifs pour les modèles de marché seuls et les *blend* - 2020

Notation de chaque modèle	AIR v7	RMS v18	RMS v18 - v08	RQEv19	22% AIR, 78% RMS v18 - v08	31% RQE, 69% RMS v18 - v08
Notation quantitative	22,8	5,1	24,1	16,0	24,7	26,9
Notation qualitative	5,0	6,1	6,1	5,5	5,9	5,9
Total	27,8	11,2	30,2	21,5	30,6	32,8

FIGURE 3.10 – Comparaison des scores de la grille d'analyse pour les modèles de marché seuls et les *blend* - 2020

Cette différence de comportement entre AIR et RMS d'une part, et RQE d'autre part, explique l'analyse de la combinaison RMS/AIR et RMS/RQE.

Un *blend* des trois modèles a aussi été réalisé, mais au vu des résultats (note identique au *blend* RMS/RQE) et de sa complexité, le *blend* à deux modèles est retenu.

Limites

La méthode du *blend* est utilisée chez PACIFICA afin de faire correspondre au mieux les données de sortie des modèles de marché aux données historiques de la compagnie. Son portefeuille étant en forte croissance ces dernières années, les données empiriques de PACIFICA se trouvent être relativement atypiques, ce qui explique en partie l'utilisation de cette méthodologie.

Cependant, chacun des modèles de marché possède, séparément, une logique de

conception qui peut être biaisée en les mélangeant les uns aux autres. C'est d'ailleurs ce qui a pu être remarqué lors des *blend* des modèles AIR et RMS qui étaient conçu de manière plus semblable que le modèle RQE par exemple.

Réaliser un *blend* prend alors tout son sens du point de vue opérationnel, de part des résultats satisfaisants lors de la comparaisons des données de sortie des modèles et des données empiriques.

4 Modèles internes - *Burning Cost*

Un *burning cost* est une moyenne sur l'historique réalisée pour estimer l'évolution des coûts. La première étape sera de mettre en *As-If* les données empiriques. La seconde de réaliser la moyenne sur la meilleure plage d'historique possible.

Méthode de mise en *As-If*

Pour réaliser une modélisation en *burning cost*, il faut tout d'abord mettre la base de données retenue en *As-If*. Cette méthode permet d'estimer la charge d'un événement antérieur en tenant compte du contexte économique actuel. Pour cela, il faut réaliser une déformation du portefeuille et une actualisation des charges historiques, puis croiser les résultats des deux étapes. En effet, avec le temps, le portefeuille assuré évolue : le nombre de contrats et les valeurs assurées augmentent, ce qui est représenté par l'index « année assurance ». De plus, principalement à cause de l'inflation, la charge totale d'un sinistre serait plus importante aujourd'hui que dans les années antérieures.

Déformation du portefeuille

Le graphique 3.11 illustre l'augmentation conséquente du nombre de contrats de PACIFICA en Multirisques Habitation entre 1999 et 2021. En effet, le portefeuille a été multiplié par plus de 4,5 en l'espace de 22 ans, et presque par 2 sur les 10 dernières années. Il est donc important de tenir compte de cette évolution pour prédire la charge d'événements comme Lothar et Martin, survenus en 1999. Ils engendreraient 4,5 fois plus de sinistres, en prenant l'hypothèse d'une augmentation de portefeuille uniforme et d'un nombre de risques moyen par contrat.

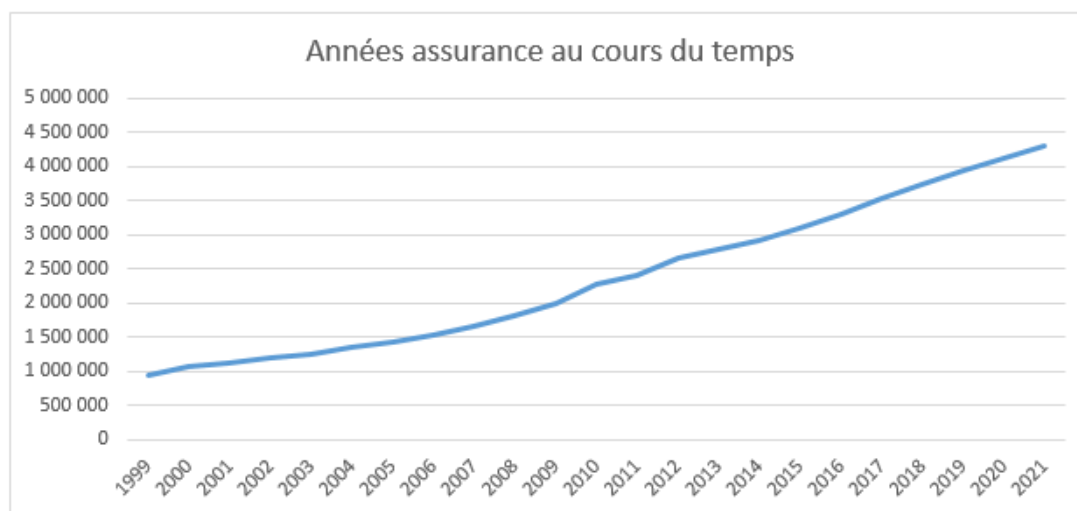


FIGURE 3.11 – Évolution du portefeuille multirisques habitation de PACIFICA entre 1999 et 2021

Actualisation des charges historiques

Le choix de deux indices distincts a été fait pour actualiser différemment le portefeuille auto et le portefeuille non auto.

Pour le premier, l'index « inflation automobile » est fourni par la SRA (réparation automobile), tandis que pour le second, l'index d'inflation utilisé sera celui de la FFB (indice annuel de la Fédération Française du Bâtiment).

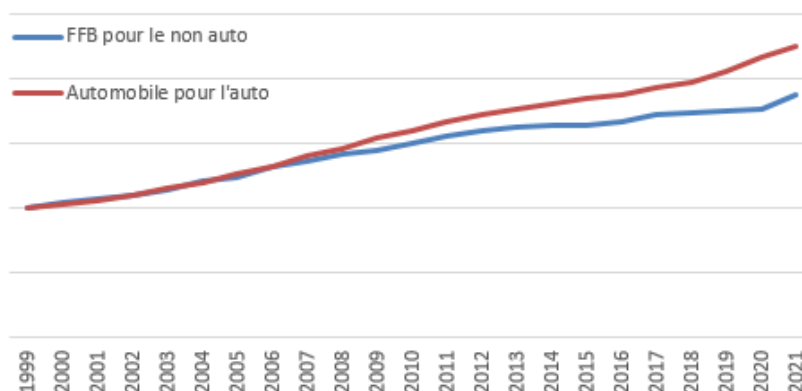


FIGURE 3.12 – Index Inflation pour l'événement Neige

La charge redressée est obtenue avec le calcul suivant :

$$\text{Charge Red}_{\text{année } j} = \text{Charge}_{\text{année } j} * \frac{\text{Inflation}_{\text{année } N}}{\text{Inflation}_{\text{année } j}} * \frac{\text{Evol Ptf}_{\text{année } N}}{\text{Evol Ptf}_{\text{année } j}} \quad (3.8)$$

Avec $j \in [1999, N]$, et :

- Charge Red = Charge redressée
- Evol Ptf = l'évolution du portefeuille
- Inflation = indice inflation adapté

Limites de cette méthode

La mise en *As-If* réalisée ici est relativement simplifiée. En effet, il serait plus exact de déterminer où sont situés les nouveaux contrats d'un point de vue géographique, puisque certaines zones sont plus fréquemment touchées que d'autres par les événements climatiques (comme les inondations près des fleuves par exemple). De plus, la population cliente de PACIFICA a sûrement évolué depuis sa création, et la proportion de propriétaires par rapport aux locataires a pu évoluer par exemple, ce qui impliquerait des formules d'assurance différentes et un coût pour la compagnie différent aussi. C'est d'ailleurs ce qui est expliqué dans l'introduction du livre blanc de la FA publié en 2016 [France Assureurs, 2016] : le surcoût des événements naturels au cours du temps est dû à plusieurs facteurs, dont principalement l'enrichissement des assurés. Cependant, le choix a été fait de conserver cette méthodologie pour son bon rapport entre les facteurs complexité, fiabilité et temps d'exécution.

5 Modèles internes - Autre

Dans la suite, les modèles Grêle et Neige seront pris en exemple pour illustrer la méthodologie appliquée aux modèles internes.

5.1 Analyse des données

Tout d'abord, il faut analyser correctement l'événement en question. En effet, connaître précisément le risque étudié permet de savoir comment le traiter le plus précisément possible.

Présentation - Neige

D'après Météo France, « la neige est un ensemble de précipitations solides qui tombe d'un nuage et atteint le sol lorsque la température de l'air est négative ou voisine de 0°C ».

La température est le paramètre clef de la prévision des chutes de neige. Non seulement la température de l'air près du sol, mais aussi celle du sol et de la masse d'air sur plusieurs kilomètres d'épaisseur. D'autres paramètres entrent également en jeu et déterminent la qualité de la neige : l'humidité de l'air et le vent.

Les sinistres sont considérés comme « Neige » pour PACIFICA lorsque les dégâts sont provoqués par le poids de la neige sur les toitures de voitures ou d'habitations.

Données brutes - Neige

Le graphique 3.13 représente la charge nette recensée dans les bases de données PACIFICA pour l'événement Neige. L'année 2010 représente près d'un tiers (28%) de la charge cumulée de PACIFICA sur les 22 dernières années. Cette année est particulièrement atypique car elle est 2,5 fois plus coûteuse que l'année 2013, deuxième année la plus onéreuse sur l'historique.

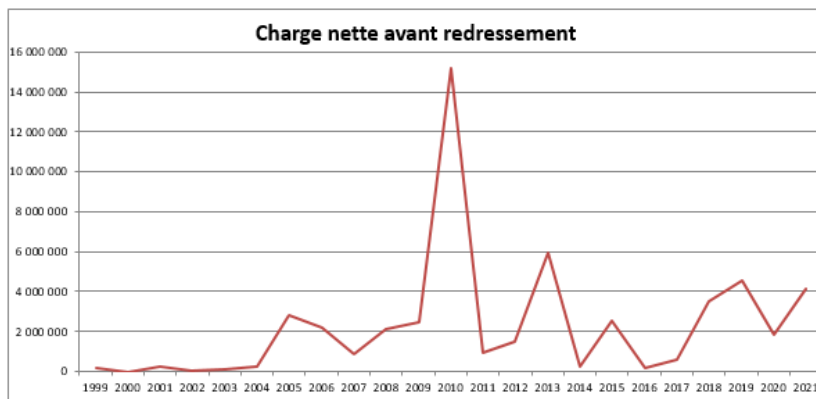


FIGURE 3.13 – Charge nette de l'événement neige avant redressement

5.2 Mise en *As-If*

La première étape consiste à mettre les données portefeuilles auto et non auto de PACIFICA en *As-If* :

Par exemple, pour le modèle Grêle :

Soient :

- C_GDA = Charge Grêle Dommage Auto
- actu = actualisée
- PCK = PACIFICA
- RA = Répartition Auto
- AAA = Année Assurance Auto
- C_GDAB = Charge Grêle Dommage Aux Biens
- FFB = indice de référence de la Fédération Française du Bâtiment
- AANA = Année Assurance Non Auto

$$C_GDA \text{ actu } PCK_{\text{année } j} = \sum_{i=1}^{95} C_GDA PCK_{\text{année } j} * \frac{RA_{\text{année } N}}{RA_{\text{année } j}} * \frac{AAA_{\text{année } N}}{AAA_{\text{année } j}} \quad (3.9)$$

$$C_{GDAB\ actu\ PCK_{année\ j}} = \sum_{i=1}^{95} C_{GDAB\ PCK_{année\ j}} * \frac{FFB_{année\ N}}{FFB_{année\ j}} * \frac{AANA_{année\ N}}{AANA_{année\ j}} \quad (3.10)$$

Avec $j \in [1999, N]$.

De la même manière que lors de la réalisation d'un *burning cost*, la mise en *As-If* est une étape cruciale pour analyser correctement les données historiques. Pour un événement datant d'une dizaine ou une vingtaine d'année, la charge observée peut être multipliée par 2 ou 3 afin d'obtenir la charge redressée.

Charge redressée - Neige

Après redressement, la charge associée à l'année 2010 représente 31% de la charge cumulée sur les 22 dernières années, contre seulement 10% pour 2013.

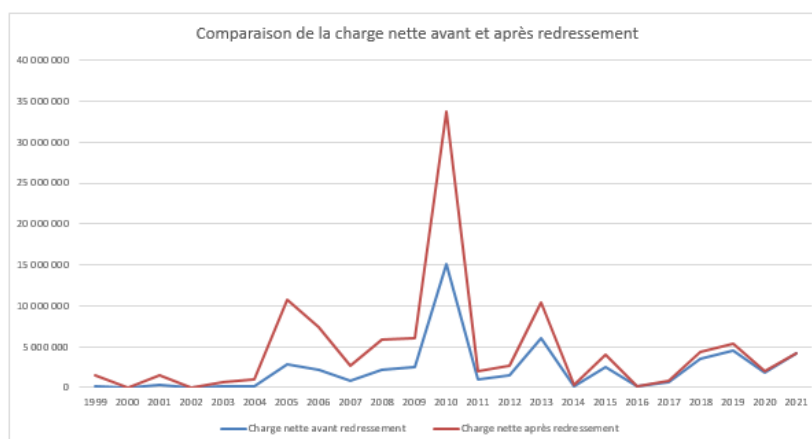


FIGURE 3.14 – Comparaison de la charge nette avant et après redressement - Neige

5.3 Choix des différentes tranches

Présentation du modèle - Neige

Pour la modélisation Neige, les événements vont être séparés en deux tranches. La première (T1) prendra en compte les événements jusqu'à 1M€ (dits « attritionnels »), et la seconde les événements supérieurs à 1M€.

Cette seconde tranche comprend des événements ayant une charge moyenne de 2,9M€, ce qui représente 65% de la charge totale. Les petits événements ont une charge moyenne par événement d'environ 70k€.

Deux types de modèles distincts vont être utilisés pour modéliser les deux tranches : un modèle fréquence-coût pour les événements supérieurs à 1M€ et un modèle de charge

annuelle pour les autres événements.

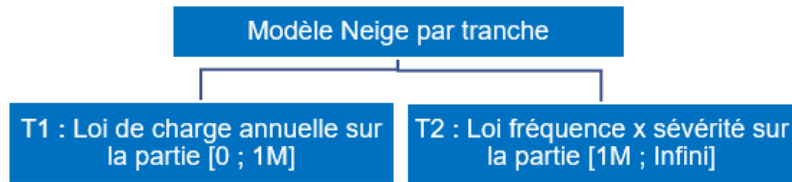


FIGURE 3.15 – Modèle Neige

Présentation du modèle - Grêle

La quantité de sinistres étant plus importante pour la grêle, le modèle va pouvoir s'articuler en trois tranches : $[0-500k]$, $[500k-15M]$ et $[15M- \infty]$. De la même manière que pour la neige, pour chacune de ces trois tranches, l'approche sera différente.

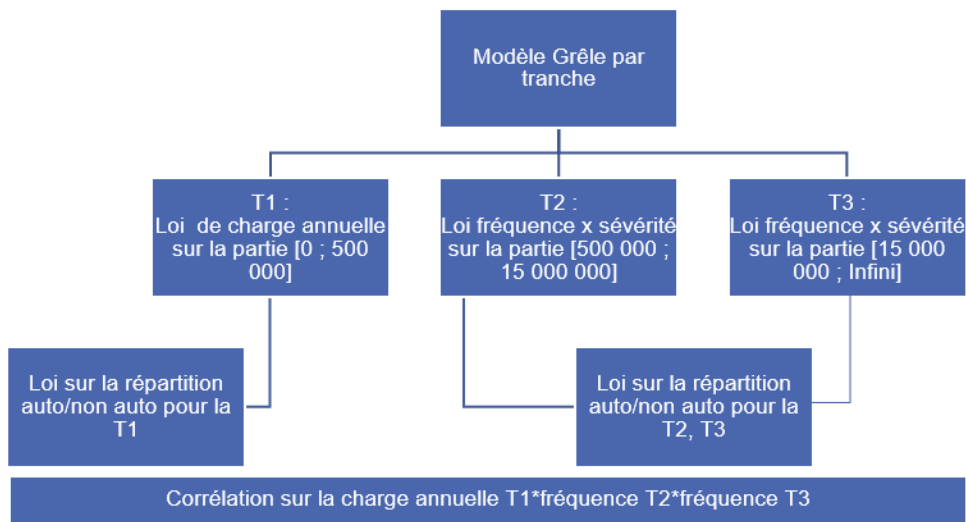


FIGURE 3.16 – Modèle grêle par tranche

Un modèle de charge annuelle sera utilisé pour la première tranche, tandis que des modèles fréquence-sévérité seront utilisés pour la deuxième et la troisième. Concernant la répartition auto/non auto, une loi sera déterminée pour la tranche 1, et les données des tranches 2 et 3 seront mutualisées pour obtenir une loi unique à la modélisation de la répartition auto/non auto.

5.4 Choix de la période retenue

Chaque année doit représenter une réalisation aléatoire d'une variable. La charge inhérente à chaque année ne doit donc pas être corrélée à horizon de temps, afin que toutes les années de survenances soient indépendantes et qu'ainsi il soit possible de calibrer une loi sur l'historique. Pour cela, la période retenue va être sélectionnée de façon à ne pas laisser apparaître de tendance dans les graphiques.

Grêle - T1 : [0 - 500k]

Pour cette tranche, les charges annuelles et la répartition entre la charge DAB et Auto sont modélisées. De plus, un événement correspond à un jour avec au moins un sinistre à partir de 1€.

Charge annuelle T1

En retenant tout l'historique depuis 1999, une tendance haussière est constatée. Elle s'explique par le nombre d'événements qui a plus que doublé en 23 ans. En effet, malgré le fait que les coûts moyens soient plus élevés par le passé, la multitude de petits événements enregistrés aujourd'hui compense la baisse de ces coûts.

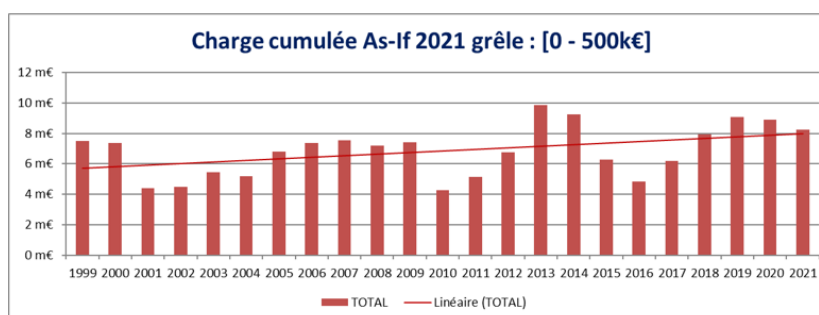


FIGURE 3.17 – Diagramme des coûts annuels par événement grêle de 1999 à 2021

En sélectionnant une plage d'historique de 10 ans, la tendance s'affaïsse largement, et l'historique retenu est tout de même suffisamment conséquent.

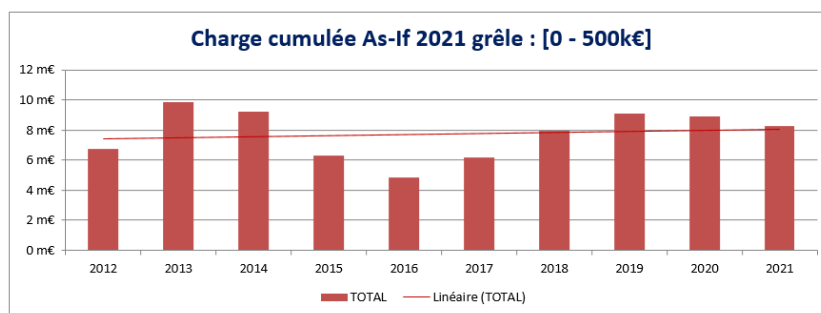


FIGURE 3.18 – Diagramme des coûts annuels par événement grêle de 2012 à 2021

Répartition Auto/Non auto T1

Sur les événements de la tranche 1, ceux-ci ont, soit une très forte charge auto, soit une très forte charge DAB. Le caractère binaire de leur charge s'explique par le faible impact de ces événements (inférieurs à 500k€) qui sont très localisés.

La tendance, sur l'historique complet, est peu marquée à la baisse, mais en prenant un historique commençant en 2009, plus aucune tendance n'existe et la part moyenne de la sinistralité auto est d'environ 30%.

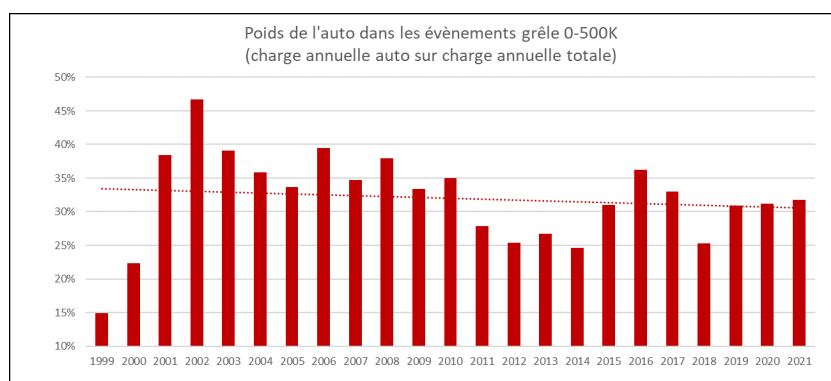


FIGURE 3.19 – Diagramme du poids de l'auto dans les événements grêle de 1999 à 2021

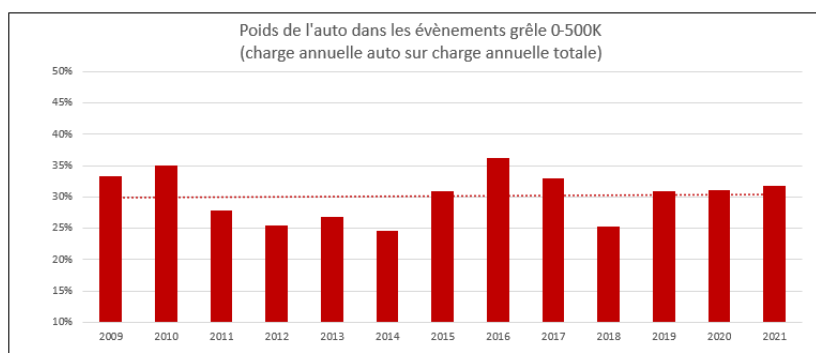


FIGURE 3.20 – Diagramme du poids de l'auto dans les événements grêle de 2009 à 2021

Grêle - T2 : [500k - 15M]

Fréquence T2

En gardant tout l'historique, aucune tendance ne se dégage de la fréquence des événements appartenant à la tranche 2. Cependant, considérer tout l'historique alors que ce n'est pas le cas pour les autres tranches ne semble pas cohérent. De plus, en sélectionnant un historique de 2008 à 2021, la tendance reste nulle, et la période retenue reste similaire à celle de la tranche 1.

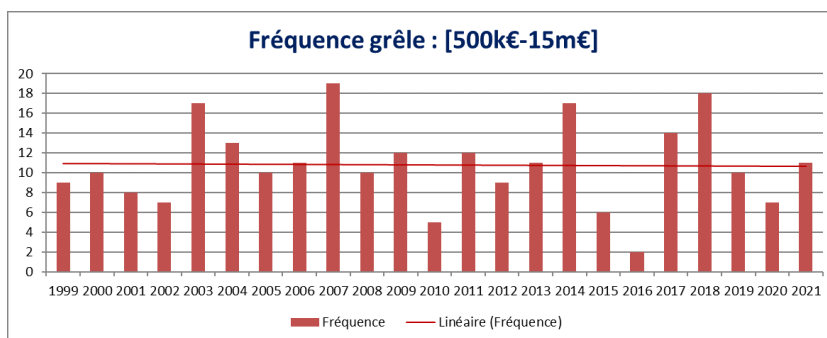


FIGURE 3.21 – Diagramme de fréquence de l'événement grêle de 1999 à 2021

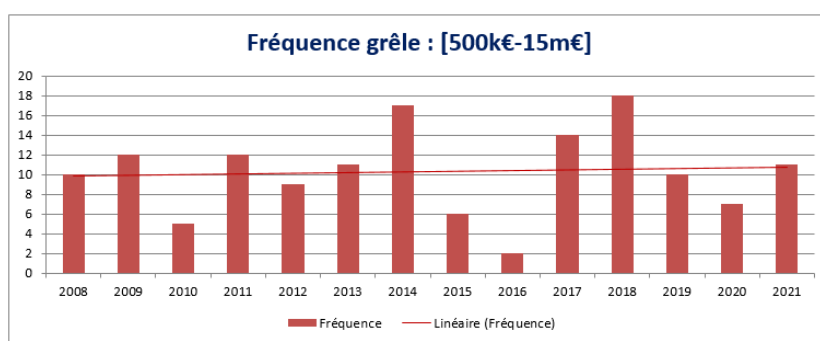


FIGURE 3.22 – Diagramme de fréquence de l'événement grêle de 2008 à 2021

Coût moyen par événement T2

De la même manière que pour la fréquence, afin de rester cohérent dans l'historique retenu, même si aucune tendance ne se dégage de l'historique depuis 1999, le choix va se porter sur un historique de 2008 à 2021. Cela permet d'obtenir un coût moyen de 2,2M€ par événement.

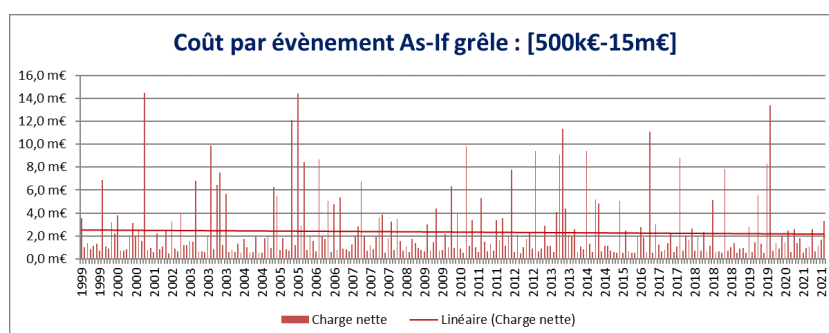


FIGURE 3.23 – Diagramme des coûts par événement grêle de 1999 à 2021

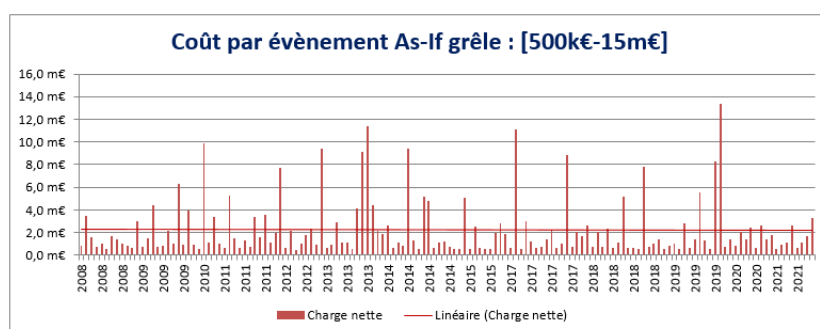


FIGURE 3.24 – Diagramme des coûts par événement grêle de 2008 à 2021

Grêle - T3 : [15M - ∞]**Fréquence T3**

Une forte tendance à la hausse se dégage de la totalité de l'historique, cela étant dû à la faible quantité d'événements. En effet, il faut une grande exposition pour qu'un événement dépasse les 15M€, ce qui explique qu'il y ait bien plus d'événements de cette taille dans les années les plus récentes.

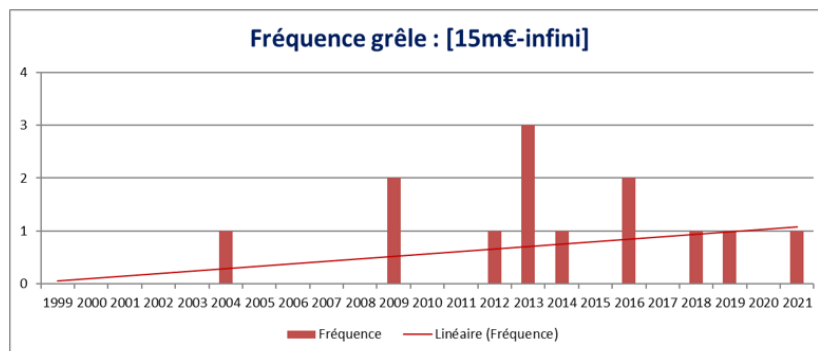


FIGURE 3.25 – Diagramme de fréquence de l'événement grêle de 1999 à 2021

En sélectionnant la plage 2010-2021 comme historique, cela permet de n'avoir aucune tendance, avec en moyenne 0,83 événement appartenant à la tranche 3 par an.

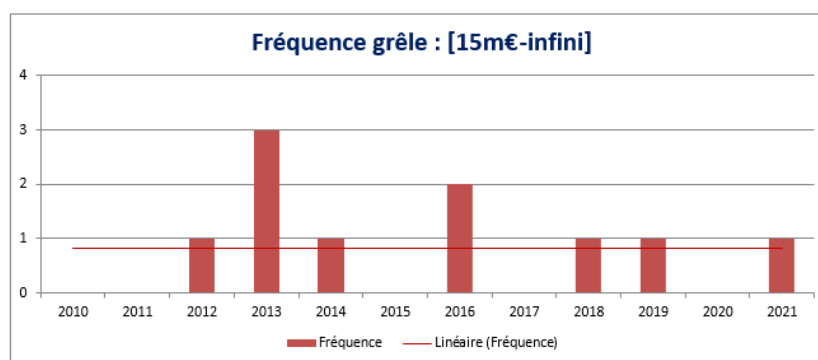


FIGURE 3.26 – Diagramme de fréquence de l'événement grêle de 2010 à 2021

Coût moyen par événement T3

En retenant tout l'historique, une légère tendance à la hausse est présente, mais peut être corrigée en ne gardant que l'historique 2009-2021 afin d'avoir un coût moyen par événement de 27,7M€.

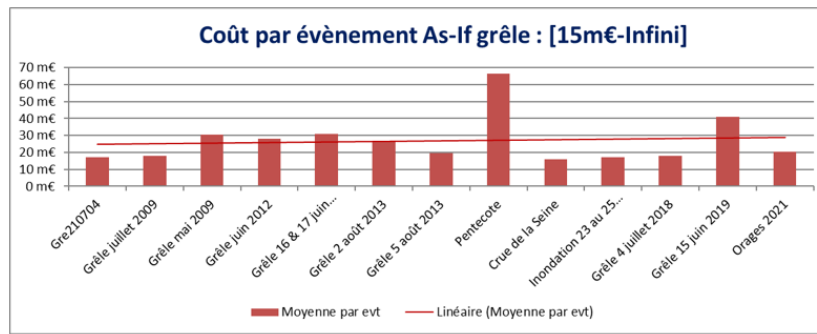


FIGURE 3.27 – Diagramme des coûts par évènement grêle de 1999 à 2021

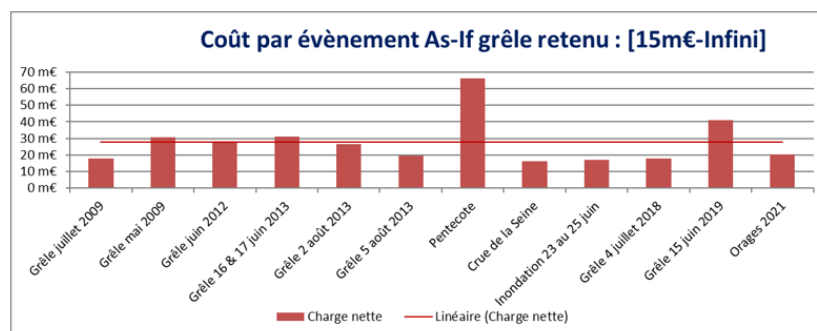


FIGURE 3.28 – Diagramme des coûts par évènement grêle de 2009 à 2021

Grêle - Tableau comparatif entre les périodes retenues en 2020 et les périodes retenues en 2022

	2020	2022	Explication
Charge annuelle T1	2012 - 2019	2012 - 2021	La charge cumulée, la fréquence et les coûts moyens ne sont pas marqués par une tendance sur cette période, qui est donc retenue pour calibrer la charge annuelle.
Part auto/DAB T1	1999 - 2019	2009 - 2021	La tendance tend à disparaître en ne gardant que le périmètre 2009 - 2021 plutôt que tout l'historique. Cette période est donc retenue pour la détermination des poids.
Fréquence T2	2012 - 2019	2008 - 2021	Entre 2012 et 2019, aucune tendance ne se dégageait de la charge cumulée, la fréquence et les coûts moyens. En rajoutant 2020 et 2021 à l'historique, il s'agit de compenser ces deux années en prenant une plus grande plage. La période 2008 - 2021 est donc retenue pour calibrer la fréquence.
Sévérité T2	2012 - 2019	2008 - 2021	De la même manière que pour la fréquence T2, avec deux nouvelles années dans l'historique, il faut prendre 2008 - 2021 pour obtenir un graphique sans tendance.
Part auto/DAB T2, T3	1999 - 2019	2004 - 2021	De même que pour la T1, le choix d'historique a évolué en 2 ans pour pouvoir garder une tendance nulle.
Fréquence T3	2011 - 2019	2010 - 2021	En 2020, la charge <i>As-If</i> de les événements de 2004 et 2016 de rentraient pas encore en T3. Après redressement, il y avait donc 6 événements en T3, contre 9 en 2022 : 2004, 2009, 2012, 2013, 2014, 2016, 2018, 2019 et 2021. Avec ces nouvelles données, la période 2010 - 2021 est plus en phase avec les dernières années.
Sévérité T3	2011 - 2019	2009 - 2021	De même que pour la fréquence de la troisième tranche, la nouvelle période choisie est plus en phase avec les dernières années : elle n'est marquée par aucune une tendance particulière.

TABLE 3.1 – Paramètres sélectionnés pour calibrer N par rapport à N-2

Grêle - Répartition de la charge auto/non auto sur les tranches 2 et 3

Compte tenu du peu de données de la troisième tranche, il est plus cohérent de partir du principe que la répartition des poids auto/non auto des tranches 2 et 3 sont similaires afin de les traiter simultanément. Une approche par événement est retenue pour cette séparation de la charge. En gardant tout l'historique, une tendance à la baisse se dessine.

Afin de pallier cette tendance, la plage d'historique retenue est 2004-2021, ce qui permet d'obtenir une part de sinistralité auto moyenne de 34,8%.

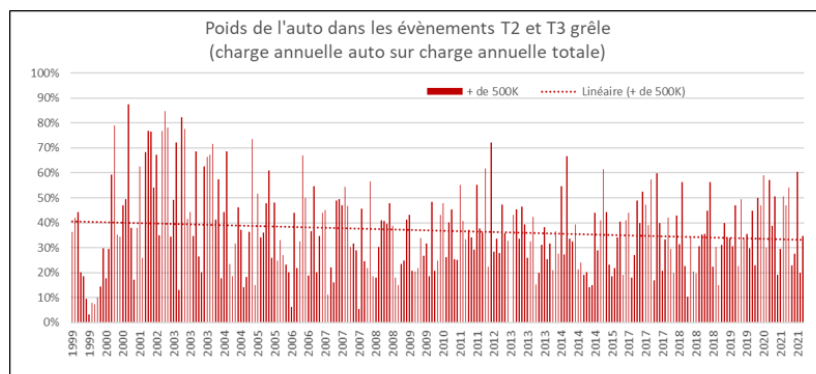


FIGURE 3.29 – Diagramme du poids de l'auto dans les événements grêle de 1999 à 2021

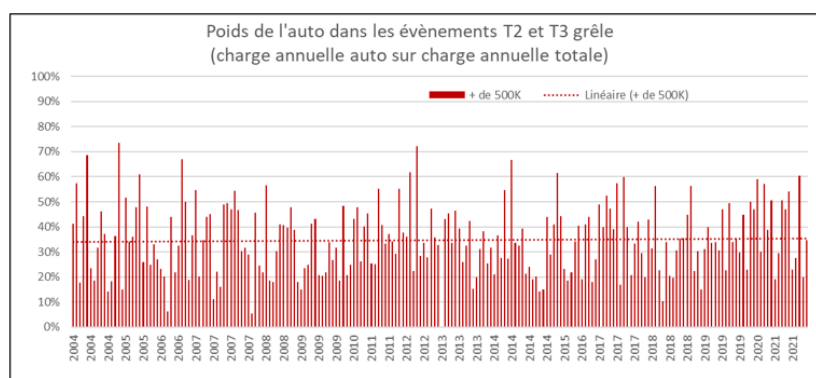


FIGURE 3.30 – Diagramme du poids de l'auto dans les événements grêle de 2004 à 2021

Neige - T1 et T2

L'historique retenu est la plage 2005 - 2021, car cet historique est le plus homogène.

5.5 Choix des lois

Le tableau 3.31 montre les charges annuelles des deux tranches du modèle neige ainsi que la fréquence observée des événements sur l'historique de PACIFICA.

The SEVERITY Procedure

Input Data Set	
Name	WORK.GRAVE

Model Selection			
Distribution	Converged	-2 Log Likelihood	Selected
Exp	Yes	527.66382	No
Gamma	Yes	525.73580	Yes
Logn	Yes	526.73042	No
Weibull	Yes	525.77570	No
Gpd	Yes	533.79645	No

All Fit Statistics										
Distribution	-2 Log Likelihood		AIC		AICC		BIC		KS	
Exp	527.66382		529.66382	*	529.93048	*	530.49703	*	0.42686	0.40680
Gamma	525.73580	*	529.73580		530.59294		531.40223		0.41518	0.19530
Logn	526.73042		530.73042		531.58756		532.39685		0.49174	0.31511
Weibull	525.77570		529.77570		530.63285		531.44213		0.37746	* 0.19168
Gpd	533.79645		537.79645		538.65359		539.46287		1.03987	2.84697

Note: The asterisk (*) marks the best model according to each column's criterion.

All Fit Statistics	
Distribution	CvM
Exp	0.06218
Gamma	0.03101
Logn	0.05111
Weibull	0.02955
Gpd	0.56195

Note: The asterisk (*) marks the best model according to each column's criterion.

FIGURE 3.32 – Statistique des sinistres et sélection de la loi - Neige

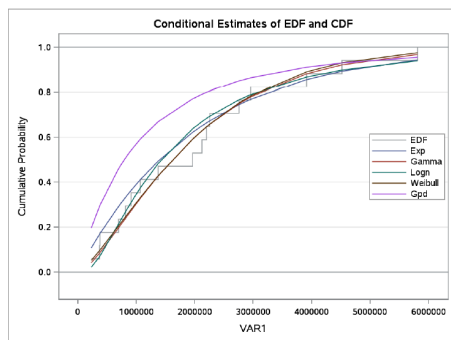


FIGURE 3.33 – Fonctions de répartition des différentes lois - Neige

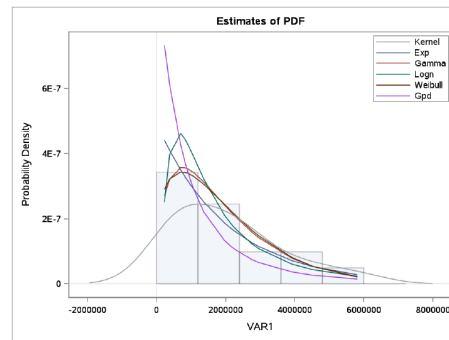


FIGURE 3.34 – Fonction de densité des différentes lois - Neige

Le premier tableau, « *Model Selection* » indique dans un premier temps si les différentes estimations des paramètres des lois de probabilité testées permettent de faire converger les modèles de distribution. Dans un second temps, il indique la meilleure loi d'après le critère de sélection du log-vraisemblance.

Le second tableau répertorie les résultats de tous les tests, en indiquant quelle loi s'ajuste le mieux aux données empiriques. La loi exponentielle est la meilleure pour les tests AIC, AICC et BIC. Comme c'est celle qui a le plus d'étoiles, c'est la loi privilégiée.

Quant aux figures 3.33 et 3.34, elles permettent d'analyser graphiquement les estimations des modèles et de les comparer entre elles, et avec les données empiriques. Le premier des deux graphiques montre les fonctions de répartitions des différentes lois et de la fonction de distribution empirique (EDF). Ici, la loi de Pareto s'ajuste mal aux données, tandis que les autres restent comparables. Ce sont cette fois les fonctions de densité des différentes lois qui sont représentées sur le second graphique. Les lois Exponentielle, Gamma et de Weibull sont celles qui correspondent le mieux aux données empiriques, tandis que les lois lognormale et de Pareto diffèrent significativement de la distribution empirique.

Finalement, c'est la loi exponentielle qui sera retenue pour la première tranche du modèle Neige. Les paramètres estimés ainsi que les P-P plot et Q-P plot de la distribution de chacune des lois testées sont en annexe 2.

Choix des lois retenues pour la tranche 2

Pour rappel, la tranche 2 va être modélisée grâce à une approche fréquence-sévérité.

Loi de sévérité

Afin de déterminer la meilleure loi pour la modélisation de la sévérité des événements neige, un programme SAS a été créé.

La modélisation de la charge va se faire par sinistre. Tout d'abord, l'import des coûts empiriques est réalisé. Les sinistres supérieurs au seuil et inférieurs au plafond choisi sont ensuite sélectionnés afin de réaliser des statistiques des lois de sévérité et de sélectionner la bonne loi grâce aux tests statistiques réalisés.

Les différentes lois testées sont les lois usuelles : Exponentielle, Gamma, Lognormale, Weibull et Pareto. Les résultats suivants s'interprètent de la même manière que pour le modèle attritonnell. La loi retenue est donc la loi Gamma.

The SEVERITY Procedure

Input Data Set	
Name	WORK.GRAVE

Model Selection			
Distribution	Converged	-2 Log Likelihood	Selected
Exp	Yes	742.37528	No
Gamma	Yes	739.53112	Yes
Logn	Yes	747.50593	No
Weibull	Yes	739.96718	No
Gpd	Yes	741.02748	No

All Fit Statistics										
Distribution	-2 Log Likelihood		AIC		AICC		BIC		KS	AD
Exp	742.37528		744.37528		744.55710		745.55334	*	1.00228	0.96344
Gamma	739.53112	*	743.53112	*	744.10255	*	745.88723		0.71593	0.36279
Logn	747.50593		751.50593		752.07736		753.86204		0.55864	0.83978
Weibull	739.96718		743.96718		744.53861		746.32329		0.87621	0.47482
Gpd	741.02748		745.02748		745.59891		747.38359		0.82338	0.56344

Note: The asterisk (*) marks the best model according to each column's criterion.

All Fit Statistics		
Distribution	CvM	
Exp	0.17268	
Gamma	0.06232	*
Logn	0.11180	
Weibull	0.08867	
Gpd	0.09677	

Note: The asterisk (*) marks the best model according to each column's criterion.

FIGURE 3.35 – Statistique des sinistres et sélection de la loi sévérité - Neige

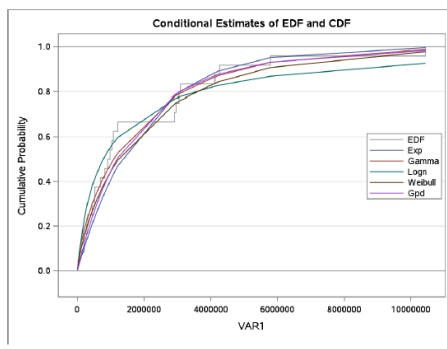


FIGURE 3.36 – Fonctions de répartition des différentes lois pour le modèle sévérité - Neige

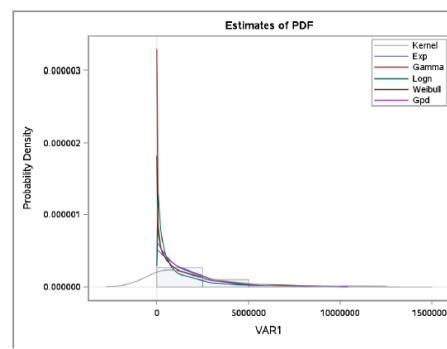


FIGURE 3.37 – Fonction de densité des différentes lois pour le modèle sévérité - Neige

Loi de fréquence

Après avoir importé les bases de fréquences empiriques, les paramètres des lois Binomiale, Binomiale négative et de Poisson sont estimés grâce à la procédure GENMOD de SAS, qui est une procédure permettant d'ajuster un GLM. Des statistiques descriptives sont ensuite faites sur le jeu de données. Plusieurs tests sont réalisés, comme le test du χ^2 de Pearson et le test de la déviance.

Obs	Criterion	Value_Poisson	Value_NegativeBinomial	Value_Binomial	selection
1	Deviance	27.0043	17.7089	40.4891	
2	Scaled Deviance	27.0043	17.7089	40.4891	
3	Pearson Chi-Square	29.4783	18.6480	38.0605	
4	Scaled Pearson X2	29.4783	18.6480	38.0605	
5	Log Likelihood	-16.0475	-14.8877	-54.4445	
6	Full Log Likelihood	-27.8843	-26.7244	-31.0700	
7	AIC (smaller is better)	57.7686	57.4489	64.1399	
8	AICC (smaller is better)	58.0352	58.3060	64.4066	Poisson
9	BIC (smaller is better)	58.6018	59.1153	64.9731	
10	Deviance_DF	1.6878	1.1068	2.5306	
11	Scaled Deviance_DF	1.6878	1.1068	2.5306	NB
12	Pearson Chi-Square_DF	1.8424	1.1655	2.3788	
13	Scaled Pearson X2_DF	1.8424	1.1655	2.3788	NB

FIGURE 3.38 – Synthèse GLM (proc GENMOD dans SAS) - Neige

La figure 3.38 représente la qualité d'ajustement obtenue par GLM pour l'événement neige pour les lois de Poisson, Binomiale négative et Binomiale.

Pour chaque loi, un des tests est réalisé pour mesurer la qualité de l'ajustement :

Lecture :

$Value_{DF} = \frac{Value_Criterion_{DF}}{DF}$ avec $DF = Degree\ of\ Freedom$ (degré de liberté)

$Value_Criterion\ Deviance$ = une large déviance par rapport au nombre de degrés de liberté indique une surdispersion.

Interprétation :

Une $Value_DF$ trop grande (par rapport à 1) indique un problème d'ajustement des données.

$Value_DF_Criterion\ Scaled\ Deviance$ = une large deviance (>1) par rapport au nombre de degrés de liberté indique une surdispersion

Value_DF_Criterion Scaled Deviance = une faible deviance (<1) par rapport au nombre de degrés de liberté indique une sousdispersion

Value_Criterion Chi - Deux = mesure de la qualité d'ajustement du Khi-deux (interprétation similaire à la déviance)

Le modèle avec l'AIC le plus petit est considéré comme le meilleur (maximise l'information obtenue avec le minimum d'*input*), de même que pour l'AICC et le BIC.

À savoir que :

$$\text{Scaled Deviance} = -2 \times (\ln(MV^*) - \ln(MV^{**})) \quad (3.11)$$

Avec MV^* = maximum de vraisemblance du modèle et MV^{**} = maximum de vraisemblance du modèle saturé (collant parfaitement au modèle)

$$\text{Scaled Pearson } \chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (3.12)$$

Avec E_i = Fréquence théorique pour i et O_i = Fréquence observée pour i .

Le maximum de vraisemblance (MV) peut être utilisé pour mesurer la qualité du modèle.

$AIC = -2MV + 2p$ avec p le nombre de paramètres

$AICC = -2MV + 2p \times \frac{n}{n-p+1}$ avec p le nombre de paramètres et n le nombre d'observations

$BIC = -2MV + p \times \log(n)$ avec p le nombre de paramètres et n le nombre d'observations

Un *scoring* est ensuite établi pour évaluer la loi s'ajustant le mieux pour l'événement neige.

Critere	Frequency	Percent	Cumulative Frequency	Cumulative Percent
NBin	2	66.67	2	66.67
Poisson	1	33.33	3	100.00

FIGURE 3.39 – proc FREQ dans SAS - Neige

Un point est attribué à la loi répondant le mieux aux critères *Scaled Deviance*, *Scaled Pearson* χ^2 et AICC. La loi qui obtient au moins deux sur trois est retenue. Une moyenne est ensuite appliquée, celle qui maximise le « pourcentage » (moyenne) est retenue.

Obs	Critere	COUNT	PERCENT
1	NBin	2	66.6667

FIGURE 3.40 – Loi Binomiale Négative - Neige

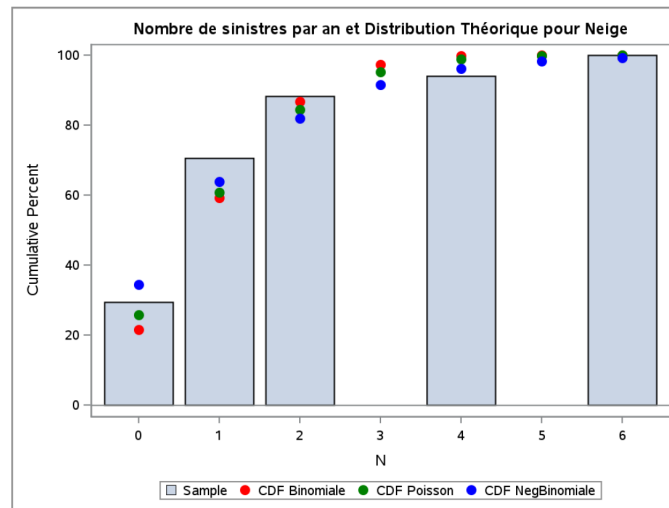


FIGURE 3.41 – Nombre de sinistres par an et distribution théorique pour l'événement Neige

La loi qui s'ajuste le mieux est la loi Binomiale négative (cf. Annexe A pour les autres lois).

La méthode utilisée sur le modèle Neige pour déterminer les lois de probabilité s'ajustant le mieux aux données empiriques de PACIFICA sera la même que pour le modèle Grêle. La charge annuelle de la première tranche sera ainsi modélisée par une loi de Weibull, le modèle de fréquence des deuxième et troisième tranches, par une loi binomiale négative et pour le modèle sévérité, par une loi log-normale.

Après avoir déterminé les meilleures lois pour modéliser les événements par rapport à l'historique de données de PACIFICA, le logiciel ReMetrica va être utilisé.

5.6 Modélisation par charge annuelle

10 000 années de survenance sont simulées pour chaque modèle à l'aide du logiciel ReMetrica. Les charges de ces années pourront ensuite être comparées aux données empiriques grâce à la création de courbes AEP¹.

1. Pour rappel, les AEP sont définies dans la partie 3 et correspondent à une estimation de charge annuelle à horizon de temps

Simulation de la sévérité

Pour la première tranche de la modélisation grêle ([0-500k]), le modèle utilisé est un modèle de charges annuelles. Il convient donc de simuler 10 000 années de survenance de pertes grâce à la loi Weibull et aux paramètres déterminés précédemment dans SAS. Pour chacune de ces années, une charge attritionnelle annuelle va lui être associée. Cette charge va ensuite être « recueillie » dans le bloc suivant pour séparer la perte auto et la perte non auto par un calcul.

Simulation de la part de sinistralité Auto

Après avoir reçu en *input* la charge annuelle simulée par le bloc précédent, il faudra modéliser une part de sinistralité auto pour déterminer un coefficient à associer à cette charge. Ce coefficient est le *view distribution* de la loi de Weibull.

Pour avoir la part de non auto, il suffit de prendre la charge totale déduite de la part de sinistralité auto.

5.7 Modélisation de charge par événement

Pour les deuxième ([500k-15M]) et troisième tranches (15M- ∞) de la modélisation grêle, une approche fréquence-sévérité va être utilisée. De la même façon que pour le modèle en charge annuelle, 10 000 années de survenance vont être simulées grâce à ReMetrica. Comme la modélisation va se faire par événement, les simulations vont permettre de créer des courbes OEP et des courbes AEP.

Simulation de fréquence puis de sévérité par événement

La fréquence va être le premier élément qui va être simulé. Un certain nombre d'événements par an va être simulé à l'aide de ReMetrica, grâce à la loi Binomiale négative. Puis, pour chacun de ces événements, une perte va être calculée grâce à la loi lognormale. Par exemple, la première année de survenance peut contenir 8 événements, puis chacun de ces événements va se voir attribuer une charge distincte. Il suffit donc de sommer ces charges pour avoir une charge annuelle.

Simulation de la part de sinistralité Auto pour chaque événement

La charge par événement va ensuite devenir l'*input* du bloc de détermination de la part auto de la même manière que pour la première tranche. La part non auto se détermine aussi en faisant la différence entre la charge totale de l'événement et la part de sinistralité auto.

Calcul des AEP/OEP

Finalement, avec ces données de sortie, une OEP peut être réalisée. De plus, en sommant par année la charge des événements, une courbe AEP va aussi pouvoir être

tracée.

5.8 Tests finaux

Des tests sont réalisés sur les différents modèles internes, les modèles de marché et les modèles de courtier, afin de déterminer le meilleur pour l'historique de PACIFICA.

Cadrage de la charge moyenne annuelle

Les moyennes obtenues des modèles sont comparées avec un intervalle de la moyenne historique de PACIFICA ;

Cadrage de l'écart-type

Les écart-types obtenus par les modèles sont eux aussi comparés à un intervalle de l'écart-type historique de PACIFICA.

Pour exemple, les données empiriques de la grêle se résument dans le tableau suivant. Les moyennes et écart-types simulés devront donc se rapprocher le plus possible de ces chiffres.

	2020		2022		Ecart	
	Moyenne	Ecart-type	Moyenne	Ecart-type	Moyenne	Ecart-type
Charge annuelle T1	7,0M	1,6M	7,7M	1,6M	9,9%	2,5%
Part Auto/DAB T1	30,1%	4,1%	30,2%	3,8%	0,4%	-6,8%
Fréquence T2	9,58	4,50	10,29	4,41	7,3%	-2,0%
Sévérité T2	2,4M	2,8M	2,2M	2,5M	-6,1%	-10,1%
Part Auto/DAB T2, T3	34,7%	13,7%	34,8%	13,8%	0,4%	1,4%
Fréquence T3	0,70	0,95	0,83	0,94	19,1%	-1,2%
Sévérité T2	26,1M	12,9M	27,7M	14,3M	5,8%	11,1%

Cadrage de la répartition Auto/Non Auto

Pour les événements qui dépassent un certain seuil (dépendant de l'événement en question), de la même manière que précédemment, la répartition Auto/DAB des modèles est comparée à un intervalle des données historiques de PACIFICA.

Forme des courbes AEP/OEP sur les petites périodes de retour

Les événements simulés des modèles de période de retour inférieure à 20 ans sont comparés à l'historique de PACIFICA.

Vérification de la cohésion avec l'historique

La cohérence de la période de retour associée à des événements de période de retour élevée est comparée à au moins 2 événements de période de retour élevée de l'historique.

Comparaison empirique/théorique

Les AEP > 1M, les AEP attritionnelles et les OEP simulées vont être comparées à celles calculées grâce aux données empiriques pour différents quantiles.

Percentile		Charge > 1 m€ Redrressée	Attritionnelle	ChargeTot redrressée	OEP avec EVT > 1M
Moyenne		4 040 416	2 021 851	6 062 267	2 537 206
Ecart type		6 694 789	1 583 359	7 780 871	2 872 827
50,0%	2	1 916 224	1 965 719	4 166 915	1 916 224
33,3%	3	3 965 135	2 259 263	5 900 343	3 917 374
25,0%	4	4 988 024	2 757 809	5 969 535	3 965 135
20,0%	5	6 263 972	2 958 509	7 334 377	4 047 079
16,7%	6	6 562 475	3 915 839	10 478 315	4 094 532
14,3%	7	6 562 475	3 915 839	10 478 315	4 094 532
12,5%	8	6 562 475	3 915 839	10 478 315	4 094 532
11,1%	9	8 595 111	4 519 677	10 798 962	5 271 724
10,0%	10	8 595 111	4 519 677	10 798 962	5 271 724
9,1%	11	8 595 111	4 519 677	10 798 962	5 271 724
8,3%	12	8 595 111	4 519 677	10 798 962	5 271 724
7,7%	13	8 595 111	4 519 677	10 798 962	5 271 724
7,1%	14	8 595 111	4 519 677	10 798 962	5 271 724
6,7%	15	8 595 111	4 519 677	10 798 962	5 271 724
6,3%	16	8 595 111	4 519 677	10 798 962	5 271 724

FIGURE 3.42 – Données empiriques - Neige

Les différentes lois simulées reproduisent une partie des données de manière satisfaisante mais les résultats obtenus dans le cadre d'événements extrêmes (période de retour supérieure à 15 ans) ne sont pas simulés de manière satisfaisante. La loi de fréquence retenue à l'origine (Binomiale négative) ne permet pas de reproduire une année avec six événements, comme en 2010.

Des sensibilités ont donc été faites avec la fréquence empirique.

AEP > 1M & freq = empirique					
	AEP Empirique (evt > 1M)	AEP_LogNormale_NB	AEP_Exponentiel_NB	Ecart 1Empirique	Ecart 2/Empirique
Moyenne	4 040 416	3 955 789	3 706 086	-2%	-8%
Ecart type	6 634 789	6 368 201	4 976 295	-5%	-26%
2	1 916 224	1 797 833	2 035 688	-6%	6%
3	3 965 135	3 388 978	3 729 148	-15%	-6%
4	4 988 024	4 732 088	4 988 463	-5%	0%
5	6 263 972	5 884 869	6 033 380	-6%	-4%
8	6 562 475	9 196 800	8 501 779	40%	30%
15	8 595 111	14 308 608	13 016 609	66%	51%

FIGURE 3.43 – AEP supérieur à 1M et fréquence empirique pour les lois lognormale et Exponentielle - Neige

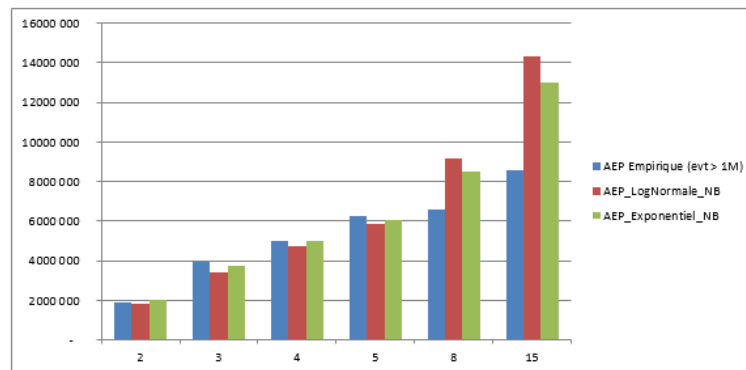


FIGURE 3.44 – Graphique AEP supérieur à 1M et fréquence empirique pour les lois lognormale et Exponentielle - Neige

AEP > 1M & freq = NB					
	AEP Empirique (evt > 1M)	AEP_LogNormale_NB	AEP_Exponentiel_NB	Ecart 1Empirique	Ecart 2/Empirique
Moyenne	4 040 416	3 983 002	2 330 881	-1%	-42%
Ecart type	6 634 789	6 253 042	2 547 033	-7%	-62%
2	1 916 224	1 821 938	1 828 299	-5%	-5%
3	3 965 135	3 868 248	3 014 182	-2%	-24%
4	4 988 024	5 387 085	3 730 216	8%	-25%
5	6 263 972	6 653 648	4 251 670	6%	-32%
8	6 562 475	9 365 919	5 295 623	43%	-19%
15	8 595 111	13 301 433	6 630 853	55%	-23%

FIGURE 3.45 – AEP supérieur à 1M et fréquence de loi Binomiale négative pour les lois lognormale et Exponentielle - Neige

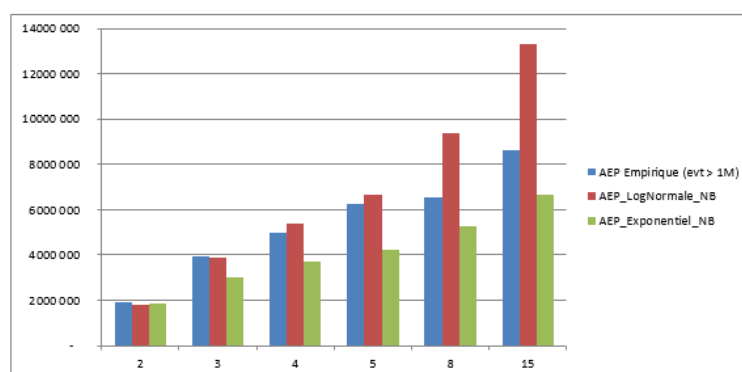


FIGURE 3.46 – Graphique AEP supérieur à 1M et fréquence de loi Binomiale négative pour les lois lognormale et Exponentielle - Neige

6 Résultats

Après ces modèles, ReMetrica fait jouer 300 000 années de survenance, sur lesquelles sont sommés les événements de périodes de retour 5 ans.

Finalement, le budget climatique est égal à la somme du *burning cost* et de la charge des événements de période de retour 5 ans. Ce choix se veut prudent par rapport à la moyenne.

Les conclusions qui vont suivre seront uniquement les résultats de 2020 par typologie de risque. Concernant les tempêtes, la grêle et les cyclones, ce qui suit n'est qu'à titre indicatif puisque les trois modèles sont agrégés en un unique dans ReMetrica.

6.1 Tempête

	AEP	Période de retour
Moyenne	71,8M	4,5
5 ans	79,7M	

TABLE 3.2 – Budget Climatique du risque Tempête - 2020

Le *blend* des différents modèles de marché Tempête a permis de déterminer la charge moyenne d'une tempête de période de retour 5 ans.

6.2 Grêle

	AEP	Période de retour
Moyenne	37,1M	2,8
5 ans	52,1M	

TABLE 3.3 – Budget Climatique du risque Grêle - 2020

Concernant la grêle, l'agrégation des différents modèles par tranche estime une charge de **52,1M€** pour une AEP 5 ans.

6.3 Cyclone

	AEP	Période de retour
Moyenne	4,9M	6,4
5 ans	2,6M	

TABLE 3.4 – Budget Climatique du risque cyclonique - 2020

Concernant le risque cyclonique des Antilles françaises, la période de retour d'un événement dont la charge s'élève à la charge moyenne est plus élevée que la période de retour retenue. Cela s'explique par les cyclones de force exceptionnelle Maria et Irma survenus en 2019, ayant chacun une période de retour relativement élevée.

6.4 Neige

D'après les résultats de la partie 5.8,

	AEP	Total
Moyenne (Attri)	2,0M	6,0M
Moyenne (>1M)	4,0M	
5 ans (Attri)	3,2M	9,9M
5 ans (>1M)	6,6M	

TABLE 3.5 – Budget Climatique du risque Grêle - 2020

Afin de challenger ce modèle et s'assurer de sa cohérence, un *burning cost* a aussi été réalisé. La charge obtenue est de **5,6M€**. Il s'avère que le modèle interne Neige surestime la charge de période de retour 5 ans, sûrement à cause de l'année 2010 qui été particulièrement élevée. Cependant, en pratique, la charge inhérente à la neige est relativement faible. Le chiffre retenu pour le budget est donc celui obtenu avec le *burning cost*.

Année	Frequence > 1m€	Charge > 1 m€ Redressée	Attritionnelle	ChargeTot redressée	OEP > 1M
2 010	6	25 070 149	5 220 864	30 291 013	10 273 358
2 011	-	-	1 745 129	1 745 129	675 242
2 012	-	-	2 435 140	2 435 140	526 736
2 013	2	5 748 634	3 430 111	9 178 744	4 617 902
2 014	-	-	331 366	331 366	138 181
2 015	1	1 664 790	1 845 281	3 510 070	1 664 790
2 016	-	-	200 506	200 506	50 997
2 017	-	-	703 430	703 430	164 959
2 018	1	1 801 822	1 955 930	3 757 752	1 801 822
2 019	1	2 696 089	1 367 055	4 063 144	2 696 089
Moy	1,1	3 698 148	1 923 481	5 621 629	2 261 008
Ecart type	1,9	7 732 206	1 518 224	9 057 460	3 159 020
Cv	168,45%	209,08%	78,93%	161,12%	139,72%
Total	11	36 981 483	19 234 811	56 216 294	22 610 076

FIGURE 3.47 – Données empiriques brute - Neige 2020

6.5 Inondation & Gel

La moyenne des 10 dernières années mises en *As-If* est de **26,1M€** pour la branche Non Auto de l'inondation, et de **7,0M€** pour le gel. Ces chiffres seront donc ceux retenus dans l'évaluation du budget 2021.

6.6 Agrégation des modèles

Tempête - Grêle - Cyclone

Les charges déterminées précédemment en tempête, grêle et cyclone sont brutes de réassurance. Après l'agrégation des modèles dans ReMetrica, ce logiciel va donner en sortie des AEP brutes mais aussi nettes de réassurance. Concernant l'agrégation de ces trois modèles, les 300 000 scénarios vont être sommés un à un pour chacun des modèles, afin d'avoir 300 000 années de survenance aléatoires, et ainsi obtenir des AEP agrégées.

Return Period	AEP	AEP net	Charge cédée
Moyenne	113 935 006	77 332 831	36 602 175
1	3 045 341	3 045 341	
2	68 829 900	68 243 812	586 087
3	95 776 621	86 911 160	8 865 461
4	117 437 295	98 042 321	19 394 974
5	136 764 256	106 490 405	30 273 851

FIGURE 3.48 – AEP et AEP net des risques Tempête - Grêle - Cyclone pour le budget 2021

La modélisation DAB du budget 2021 de tempête, grêle et cyclone donne ainsi une

charge nette de réassurance de **106,5M€**.

Le tableau suivant représente les quantiles associés à des périodes de retour :

Période de retour	Quantile
4	0,750
5	0,800
6	0,833

Afin d'être sûr de ne pas tomber sur une année atypique en terme de répartitions des événements pour la période de retour 5 ans, la charge sélectionnée est une espérance des charges obtenues pour des quantiles allant de 0,775 à 0,817.

Inondation - Gel - Neige

Concernant les événements modélisés en *burning cost*, les charges déterminées précédemment sont celles de l'année 2020 qu'il faut donc projeter pour obtenir le budget 2021. Un indice portefeuille et un indice inflation vont être appliqués à la charge totale associée au *burning cost*.

Pour ces trois derniers types d'événements, la charge nette de réassurance est égale à la charge brute.

	Charge redressée	Projection		As-If budget
		Portefeuille	Inflation	
Inondation	26,1M	4,15%	1,49%	28,4M
Gel	7,0M			7,6M
Neige	5,6M			6,1M
Total	38,7M			42,1M

TABLE 3.6 – *Burning Cost* du budget climatique 2021

Tout risque confondu

Finalement, le budget associé aux risques climatiques de 2021 est de **148,2M€**.

	Budget climatique brut	Budget climatique net
Tempête	79,7M	
Grêle	52,1M	
Cyclone	2,6M	
Agrégation	136,8M	106,5M
Inondation	28,4M	
Gel	7,6M	
Neige	6,1M	
Sous - Total	42,1M	42,1M
Total	178,9M	148,6M

TABLE 3.7 – Budget Climatique Total 2021

Pour contrebalancer la modélisation basée sur une approche par risque, celle basée sur une approche par produit doit également être appréhendée, dans un souci d'exhaustivité.

Chapitre 4

Modélisation basée sur une approche par produit

Après avoir modélisé les événements climatiques par risque, une autre méthode privilégiée est d'utiliser une approche basée sur une modélisation par produit. En effet, si la base de données utilisée est triée par produits, tous les sinistres enregistrés comme étant des sinistres liés à un événement naturel, ainsi que tous ceux qui sont associés à une garantie climatique, seront pris en compte.

L'avantage de cette approche est que la même méthodologie peut être appliquée à chaque modèle :

- ✗ Estimer la charge en dessous de la tranche fictive pour les événements hors régime CAT NAT
- ✗ Prendre en compte l'effet de structure
- ✗ Prendre en compte l'inflation et la fréquence long terme due au réchauffement climatique
- ✗ Tenir compte de l'effet de démutualisation de la réassurance et de la cession de marge sur le quote-part CAT NAT

Cette modélisation est basée sur l'historique de PACIFICA. Les bases de données utilisées seront donc les bases de données internes, recensant tous les sinistres des clients depuis 2009.

1 Sinistres en rétention

Les sinistres considérés comme « en rétention » sont des données récurrentes avec suffisamment d'informations pour en faire une mise en *As-If*. Cette dernière est faite par GLM (*Generalized Linear Models*), grâce au logiciel Emblem.

1.1 Les modèles GLM

Très courants en actuariat non-vie, et principalement en tarification, en modélisation ou encore en prévision, les modèles GLM sont souvent préférés à d'autres méthodes pour leur simplicité d'exécution et leur pouvoir de prédiction.

Un modèle GLM permet de modéliser l'effet des variables de segmentation sur la prime pure. La différence principale avec un modèle linéaire classique est la distribution des Y_i qui n'est pas nécessairement normale (mais doit être dans la famille exponentielle quand même).

Supposons Y la variable à expliquer. Dans le contexte d'un GLM, il existe une relation de la forme :

$$g(\mathbf{E}[Y|x_1, \dots, x_p]) = \sum_{k=1}^p \beta_k x_k \quad (4.1)$$

avec p variables explicatives x_i ($i = 1, \dots, p$) et l'espérance conditionnelle de la variable à expliquer. La fonction g , appelée fonction de lien, est strictement monotone et dérivable. Elle détermine la relation entre le prédicteur linéaire (βx) et l'espérance de la variable expliquée.

Le choix le plus classique $g(u) = \ln(u)$ conduit au modèle multiplicatif suivant :

$$\mathbf{E}[Y|x] = \exp\left(\sum_{k=1}^p \beta_k x_k\right) = \exp(\beta'x) \quad (4.2)$$

Il reste à spécifier la loi de la variable Y . Comme dit précédemment, cette variable doit suivre une loi de la famille exponentielle, c'est-à-dire pour laquelle la densité est de la forme :

$$f_{\theta, \varphi}(y) = \exp\left(\frac{y \times \theta - b(\theta)}{\varphi} + c(y, \varphi)\right) \quad (4.3)$$

avec $b \rightarrow \mathbb{R}$ deux fois dérivable et de dérivée première injective et $c \rightarrow \mathbb{R}^2$.

Il existe plusieurs distributions classiques appartenant à cette famille, comme par exemple :

$$\mathbf{E}(Y) = b'(\theta) \quad \mathbf{V}(Y) = b''(\theta)\varphi = b''(b'^{-1}(\mathbf{E}[Y]))\varphi = v(\mathbf{E}[Y])\varphi \quad (4.4)$$

Donc le lien entre le paramètre et les variables explicatives est de la forme :

$$\theta(x) = b'^{-1}(E(Y|x)) = b'^{-1}\left(g^{-1}\left(\sum_{k=1}^p \beta_k x_k\right)\right) \quad (4.5)$$

En pratique, la loi de Poisson et la loi Binomiale négative sont fréquemment utilisées pour la fréquence, et la loi Gamma et la loi Lognormale sont fréquemment utilisées pour le coût.

Utilisation d'une variable *offset* dans un modèle de régression

L'équation suivante explique un nombre de sinistres N avec un modèle poissonnien et une fonction de lien logarithmique :

$$\mathbf{E}[N|x] = \exp\left(\sum_{k=1}^p \beta_k x_k\right) = \exp(\beta'x) \quad (4.6)$$

En tenant compte de l'exposition au risque d , l'espérance λ de la loi de poisson devient λd , la régression s'écrit alors sous la forme :

$$\mathbf{E}[N|x, d] = d \times \exp\left(\sum_{k=1}^p \beta_k x_k\right) = \exp(\beta'x + \ln(d)) \quad (4.7)$$

Cela équivaut à ajouter une variable explicative pour laquelle β est connu et n'a donc pas besoin d'être estimé (ici, égal à 1).

La variable $x_{p+1} = \ln(d)$ est appelée « variable *offset* ».

Cette variable *offset* est utile pour intégrer des coefficients contraints aux variables de tarification, ce qui permet d'estimer les coefficients d'autres variables en tenant compte de ces contraintes tarifaires.

Une fois que la base de données est mise en *As-If*, le poids moyen des événements naturels en rétention va être estimé.

1.2 Moyenne historique des sinistres climatiques

Tout d'abord, un historique de 10 ans est retenu afin d'avoir une vision assez longue pour juger du point de départ des écarts, à savoir la moyenne des charges dossier/dossier à plat sur 10 ans, chaque année ayant le même poids. Prendre un historique plus grand serait problématique quant à la qualité des données. En effet, même avec une mise en *As-If*, les sinistres trop anciens sont difficilement estimables aujourd'hui.

Ce point de départ de l'étude va être ensuite déformé pour prendre en compte toutes les limites de la vision à plat non liquidée. La survenance 1999 peut être prise comme référence pour comparaison aux autres exercices (année la plus dégradée en événements naturels sur le marché). La prise en compte de périodes de retour de chaque événement aurait un impact réduit sur la partie en rétention des sinistres climatiques.

1.3 Calcul de la duration prospective

Afin de déterminer l'espérance de prime pure climatique pour l'exercice N , il est nécessaire de projeter cette prime à l'ultime, c'est-à-dire à la clôture attendue de l'ensemble des sinistres. Cette durée de vie moyenne d'un sinistre est appelée la duration prospective.

Différentes méthodes peuvent être mises en oeuvre pour estimer la duration prospective : une approche d'analyse des sinistres clos durant une année est retenue en mesurant leur durée de vie moyenne. Cette méthode doit être validée sur plusieurs années de clôture pour s'assurer que tous les sinistres conséquents non encore liquidés ne sont pas manqués. Elle doit également tenir compte de la croissance du portefeuille qui implique que les sinistres conséquents (plus longs) sont sous-estimés dans les clos puisqu'ils sont relatifs à des portefeuilles plus petits (car plus anciens).

Une année de survénance moyenne et de clôture moyenne sur les 10 derniers exercices (la période de référence) pour les sinistres clos et les sinistres en cours est calculée. La duration des sinistres clos est obtenue par différence entre l'année moyenne de clôture et de survénance. La duration des sinistres en cours est obtenue grâce à la relation suivante sur l'ensemble des sinistres :

$$duration\ moyenne\ observe = poids\ clos \times duration\ clos + poids\ encours \times duration\ encours$$

$$d'où\ duration\ encours = \frac{duration\ moyenne\ observée - poids\ clos \times duration\ clos}{poids\ encours}$$

Une approche alternative consisterait à prendre un exercice très ancien complètement clôturé et à en déduire cette duration prospective. Mais sur les produits en fort développement notamment, l'historique va manquer de profondeur.

S'agissant des sinistres climatiques hors catastrophes naturelles, la duration prospective est plus faible que pour les autres sinistres en général. Ce fait établi représente un avantage non négligeable dans la mesure où la clôture rapide d'un sinistre est toujours préférable en termes financiers. Le budget réalisé est alors fixe, ce qui facilite le traitement comptable.

1.4 Prise en compte de l'effet de structure

Les stratégies tarifaires déployées sur l'ensemble des produits PACIFICA modifient les structures de portefeuille et donc l'exposition aux sinistres volatiles. En effet, si une case à risque élevé est majorée tarifairement, son volume aura tendance à diminuer au cours du temps suite à cette majoration.

Une modélisation GLM est réalisée à l'aide d'Emblem sur les 10 ans d'historique pour disposer sur le dernier exercice disponible (N-1) d'une prime pure modélisée la plus proche du portefeuille récent. L'objectif est de considérer chaque survénance comme une réalisation aléatoire, et de comprendre quels sont les sous-jacents robustes du risque.

Un exercice de projection de l'effet de structure est ensuite réalisé pour l'année estimée N par prolongation de la tendance récente ou hypothèses spécifiques de développement.

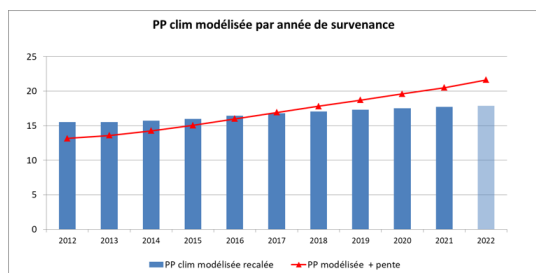


FIGURE 4.1 – Prime pure climatique NH modélisée par année de survénance

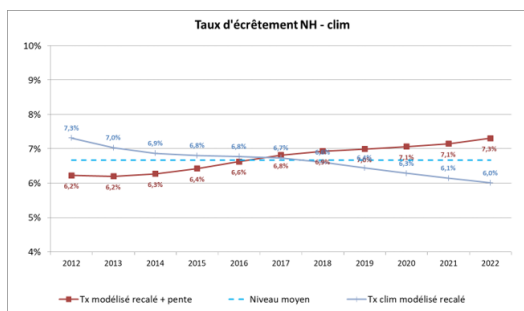


FIGURE 4.2 – Taux d'écrêtement NH climatique

Une dégradation de la structure est observée, notamment via l'apport de propriétaires et une dégradation dans les zones risquées. Les évolutions tarifaires passées ne suffisent pas à contenir les effets structures et inflation à la hausse (inflation du CM de 4% en 2022 + sur-fréquence climatique de 1.5%).

Les variables retenues dans le modèle sont les suivantes :

- ✓ Type d'habitation (Maison ou Appartement)
- ✓ Nombre de pièces
- ✓ Formule (Location étudiante, Propriétaire Non Occupant, Propriétaire Occupant)
- ✓ Zone (1, 2, 3 ou 4 selon le risque)
- ✓ Espace (Giga urbain ou non)
- ✓ Résidence (Principale ou secondaire)
- ✓ Zonier (zones <5, zone 5-10 et zone >10)

Afin de déterminer de telles variables, des tests de stabilité dans le temps, de corrélations et du χ^2 ont été effectués.

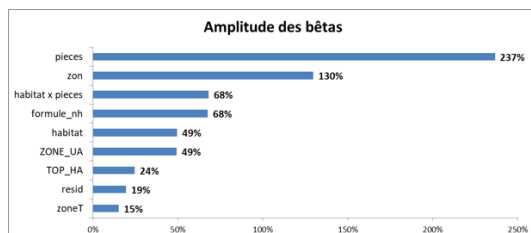


FIGURE 4.3 – Amplitude des bêtas

La fréquence climatique est principalement discriminée selon le nombre de pièces et la zone (commerciale).

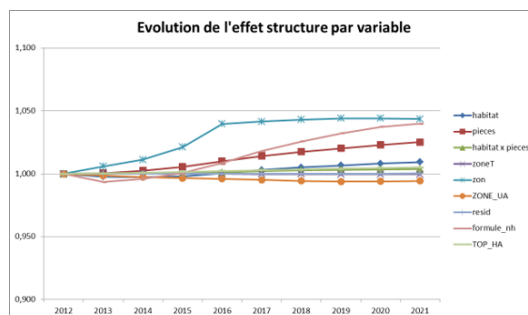


FIGURE 4.4 – Évolution de l'effet de structure par variable

La structure légèrement défavorable s'explique par un nombre de pièces croissant, une dégradation vers des zones plus risquées et un apport des propriétaires.

1.5 Résultats préliminaires

Pour obtenir une cotisation moyenne « observée » de l'année N, le taux d'évolution des cotisations de l'année (obtenus d'après les calculs d'une autre équipe) est appliqué sur la cotisation observée N-1. Quant à la prime pure modélisée de l'année N, elle est obtenue en appliquant l'effet de structure, déterminé à partir des années N-1 et N-2, à la prime pure modélisée de l'année N-1 :

$$PPCM_N = PPCM_{N-1} \times \frac{PPCM_{N-1}}{PPCM_{N-2}} \text{ avec } PPCM = \text{Prime Pure Climatique Modélisée}$$

Les primes pures modélisées sont alors recalées par rapport à la moyenne de prime pure observée : $PPCMR_N = PPCM_N \times \frac{\text{moyenne}(PPO)}{\text{moyenne}(PPCM)}$ avec PPCM = prime pure climatique modélisée et PPO = prime pure observée.

Vision 2020				Vision 2022			
		Niv Tx moy	6,23%			Niv Tx moy	6,67%
		PP observée	14,4			PP observée	16,6
Année de survenance	Cotisation moyenne observée	PP clim modélisée	PP clim modélisée recalée	Année de survenance	Cotisation moyenne observée	PP clim modélisée	PP clim modélisée recalée
2019	269,0	16,9	15,5	2019	268,9	17,8	17,3
2020	276,9	17,1	15,7	2020	279,0	18,0	17,5
				2021	288,1	18,2	17,7
moyenne sur 10 ans	231,5	15,78	14,4	2022	297,5	18,33	17,9
				moyenne sur 10 ans	248,3	16,98	16,6

FIGURE 4.5 – Calcul de la Prime Pure des sinistres en rétention - 2020 vs 2022

La différence majeure entre la moyenne de la prime pure sur 10 ans en vision 2020 et vision 2022 est l'historique pris en compte pour ce calcul. En effet, les primes pures corrigées de 2010 et de 2011 sont presque deux fois plus faibles que celles de 2020 et 2021.

Pour obtenir les primes pures corrigées, une régression linéaire a été réalisée sur les primes pures climatiques conservées hors catastrophes naturelles afin d'en obtenir une vision lissée.

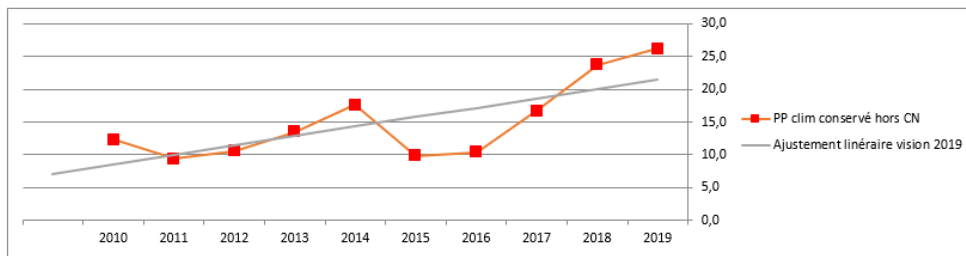


FIGURE 4.6 – Ajustement linéaire des primes pures climatiques conservées - 2020

1.6 Projection à l'ultime : intégration des environnements prospectifs de fréquence et d'inflation

L'étape GLM ayant agrégé l'ensemble des 10 années, cette dernière étape consiste à repasser la prime pure modélisée de chaque année dans ses environnements de fréquence et d'indemnisation respectifs. C'est un retour en euro courant (et en fréquence courante) de chaque exercice, sachant que l'euro courant correspond à l'année de vision des sinistres (la prime pure N déformée sera bien relative à l'exercice N mais liquidé et vieilli selon la durée présente dans la base 10 ans).

Pentes de fréquence et coût moyen

Afin de retraiter les primes pures obtenues, le retraitement de la fréquence et du coût moyen vont être séparés. Dans les deux cas, la difficulté consiste à déterminer des pentes robustes sur 10 ans.

En **fréquence**, l'historique retenu ne permet pas de mettre en évidence les changements climatiques majeurs. Le rapport FA [France Assureurs, 2021] « Changement climatique et assurance à l'horizon 2050 » chiffre par péril (sécheresse, inondation, tempête) les évolutions de charge en assurance à horizon 20 ans. Les composantes retenues sont celles qui ne sont pas anticipées dans le tarif et une pente annuelle qui aboutirait à l'impact chiffré par la FA à 20 ans en est déduite. Le chiffre retenu pour cette pente est de **1,5%**.

En **coût moyen**, la pente (aussi appelée « pente indemnisation » dans la suite) est généralement égale à la pente de coût moyen sous-crêtes (= petits sinistres) « classique ». Même si la cause du sinistre est différente, les reconstructions sont jugées identiques. La pente retenue est de 2% jusqu'en 2021, puis de 4% en 2022.

Projection de la prime pure modélisée N-1 à la durée observée dans la base à la fois en matière de liquidation et d'inflation

L'objectif consiste à déformer la prime pure modélisée en N-1 pour qu'elle soit inflatée et liquidée avec une profondeur correspondant aux durations observées dans la base 10 ans.

Pour les dommages aux biens, le poids respectif des sinistres clos et en cours est évalué, mais contrairement aux corporels où il est important de les séparer car le point pivot (défini ci-dessous), autour duquel sont appliquées les pentes, est différent pour chacun d'eux, leurs traitements ne sont pas différenciés *in fine* car le poids des clos reste significativement supérieur à celui des produits à forte composante corporelle.

Pour tous les produits, la méthodologie consiste à pivoter la pente de primes pures modélisées autour d'une année pivot correspondant à l'année moyenne de survenance :

- En **fréquence**, année moyenne pondérée calculée sur la fréquence \times années assurances (donc le nombre de sinistres)
- En **coût moyen**, année moyenne pondérée calculée sur le coût moyen \times nombre de sinistres (donc la charge)

Pour déterminer l'année de vision moyenne des sinistres, il faudrait intégrer les années de règlement qui « rajeunissent » les sinistres puisque les paiements ont lieu tout au long de la vie du sinistre et pas uniquement à la clôture. Pour cela, un point pivot est déterminé. Ce pivot doit se faire autour de l'année de survenance :

- Sur les Clos : il est important de séparer la notion de liquidation et d'inflation. Les sinistres clos sont parfaitement liquidés, ils intègrent donc déjà la pente de liquidation. En revanche, pour déterminer leur prime pure prospective N, il faut les projeter en euro courant de leur année de clôture jusqu'à l'année N.
- Sur les En Cours : l'ensemble des sinistres est en euro de l'année $N-1 + \frac{3}{4}$ d'année (hypothèse que tous les sinistres ont été revus au 3^{ème} trimestre de la dernière année disponible). Ils intègrent une durée de liquidation égale à la moyenne pondérée entre l'année d'ouverture et $N-1 + \frac{3}{4}$ d'année. La projection à l'ultime consiste donc simplement à pivoter autour de l'année de survenance moyenne.

Les primes pures modélisées recalées de chaque année peuvent ainsi être impactées des pentes fréquence/coût grâce aux calculs suivants :

$$PPMR_N = PPCM_N \times \frac{PPM_{freq,N}}{PPCM_N} \times \frac{PPM_{indemn,N}}{PPCM_N} \quad (4.8)$$

Avec

- $PPMR_N$ = Prime Pure Modélisée Recalée de l'année N
- PPM_{freq} = Prime Pure Modélisée \times Facteur d'impact fréquence
- PPM_{indemn} = Prime Pure Modélisée \times Facteur d'impact indemnisation

La prime pure de l'année 2020, initialement de 15,66€, devient 18,73€ après ces calculs, celles de 2022, initialement de 17,87€, devient 21,32€. Ce chiffre va être de nouveau recalé sur la moyenne historique afin de ne pas s'éloigner des données empiriques.

La prime pure finale obtenue pour 2020 est de **18,78€** et celle pour 2022 est de **21,84€**.

	Budget 2021	Budget 2023
Prime pure Attritionnelle	18,78	21,84

TABLE 4.1 – Budget Climatique de la charge attritionnelle en prime pure

2 Tranche fictive

2.1 Définition de la tranche fictive

La tranche fictive correspond à la part des événements climatiques comprise entre 10M€ et 40M€ pour 2020, et jusqu'à 55M€ pour le premier événement et 40M€ pour les suivants pour 2022, des produits multirisques MH, HA, MA et MP. Le seuil de 10M€ correspond au montant d'une tempête à période de retour 2 ans modélisée avec le *blend* PACIFICA (Cf chapitre 3). Le plafond de 40M€ pour 2020 ou de 55M€ et 40M€ pour 2022 correspond au seuil des traités de réassurance Dommage Aux Biens pour les périls naturels. Ces traités ont évolué entre 2020 et 2022. La part des événements climatiques supérieure au plafond est donc cédée à la réassurance.

La tranche fictive est modélisée pour deux raisons :

- ✓ Estimer le coût de la tranche climatique en rétention
- ✓ Démutualiser ce risque par produit

Concernant les traités de réassurance, les seuils et plafonds sont définis sur la base du traité TGN de PACIFICA. En 2020, la compagnie céda les événements de plus de 40M€, avec une AAD (*Annual Aggregate Deductible*) 10M€. Une AAD est une franchise globale annuelle. En 2022, les traités ont changé. PACIFICA ne cédera que la charge supérieure à 55M€ pour le premier événement dépassant 40M€, puis cédera la charge dépassant 40M€ pour les événements suivants. Lors de la modélisation de la tranche fictive dans la suite du mémoire, les événements seront simulés selon leur traité respectif. Cependant, pour pouvoir comparer les deux simulations avec cohérence, la tranche 40 XS 0 sera plus particulièrement mise en lumière.

La modélisation de la tranche fictive va permettre de pallier l'incertitude des modèles de réassurance sur le bas des courbes OEP.

Pour assurer la cohérence entre la modélisation des climatiques en attritionnels et des climatiques de la tranche fictive, les événements climatiques touchant la tranche fictive sont modélisés dès le premier euro avec la méthodologie de la tranche fictive. Dans la modélisation des climatiques en rétention, ces événements climatiques sont enlevés au premier euro.

Identification des événements climatiques

Les événements climatiques considérés ici correspondent à la définition des événements faite au chapitre 1 hors événements Catastrophes Naturelles. Les sinistres climatiques sont agrégés par événement au sens de la « réassurance » afin d'assurer la cohérence entre les sinistres climatiques gardés en rétention par PACIFICA (l'attritionnel et la tranche fictive) et la part des sinistres climatiques cédée à la réassurance.

La modélisation de la tranche fictive est réalisée à partir d'un historique 10 ans afin d'avoir une période suffisamment longue, représentative du risque sous-jacent, et cohérente avec la période retenue pour la modélisation du risque climatique attritionnel en partie 1.2.

Exhaustivité des événements climatiques retenus

L'exhaustivité des événements climatiques intégrés dans la tranche fictive, i.e. des événements climatiques dépassant le seuil retenu déflaté sur la période de 10 ans, est vérifié au cours des travaux de modélisation de la tranche fictive.

En cas de non exhaustivité, les événements climatiques absents de la tranche fictive seront modélisés avec le risque climatique attritionnel. L'ensemble de la charge climatique sera donc bien modélisé au cours des écrêtements.

Dernier point à prendre en compte : les événements climatiques intégrés à la tranche fictive ne doivent pas être modélisés dans le risque attritionnel pour ne pas « compter deux fois » des sinistres climatiques. Cette cohérence entre tranche fictive et risque attritionnel est assurée par le fait que ces événements climatiques sont enlevés au premier euro dans l'attritionnel (2.1)

2.2 Mise en *As-If*

Avant de déterminer exactement les événements qui vont rentrer dans la tranche fictive, il s'agit de mettre en *As-If* la totalité des événements identifiés via un programme de détection des événements majeurs.

Pour réaliser cette mise en *As-If*, deux coefficients vont être calculés : un coefficient portefeuille et un coefficient cotisation.

Base par modalités

La base de données sélectionnée pour déterminer les coefficients de la mise en *As-If* est une base de données de charge concernant le produit NH. Elle a, tout d'abord, été séparée selon des modalités de plusieurs variables qui vont être croisées en tableau. Ces modalités sont les suivantes :

➔ Années

➔ Habitat

⇒ Appartement

⇒ Maison

	⇒ 2
➔ Nombre de pièces	⇒ 3
⇒ 1-2 pièces	⇒ 4
⇒ 3-5 pièces	
⇒ 6-8 pièces	➔ Espace
⇒ >8 pièces	⇒ Espace G (Giga urbain)
	⇒ Autre
➔ Formule	
⇒ Location ou Étudiant	➔ Résidence
⇒ Propriétaire Non Occupant	⇒ Autre (résidence principale)
⇒ Propriétaire Occupant	⇒ Résidence secondaire
➔ Zone	
⇒ 1	

Chaque ligne du tableau correspondra au croisement d'une modalité de chaque variable. Par exemple, la première ligne sera « 2009 - Appartement - 1 ou 2 pièces - Location ou Étudiant - Zone 1 - Espace G - Résidence principale ».

Puis les deux premières colonnes vont correspondre au nombre de contrats du portefeuille, noté p_n^i , et au montant de cotisations acquises hors taxes, noté m_n^i . Avec i une concaténation des modalités citées précédemment, sans compter l'année, et n l'année, comprise entre 2009 et N , l'année la plus récente (2019 ou 2021 selon la date de vision).

Un coefficient portefeuille $c_{p_n^i}$ et un coefficient cotisation $c_{m_n^i}$ vont être calculés par ligne :

$$c_{p_n^i} = \frac{p_n^i}{p_N^i} \qquad c_{m_n^i} = \frac{m_n^i}{m_N^i}$$

La charge de chacun des événements majeurs, définis en partie 2.2, va ensuite être répartie par ligne, et le coefficient associé va lui être appliqué afin de déterminer la charge *As-If* portefeuille ou la charge *As-If* cotisation. Il suffit finalement de sommer chaque colonne de charge pour obtenir la charge *As-If* d'un événement.

Base par événement

La nouvelle base de données contient donc autant de lignes que d'événements majeurs répertoriés depuis 2009, avec, comme colonnes, la charge nette par événement, notée C^{EVT} , ainsi que la charge *As-If* portefeuille, notée C_{ptf}^{EVT} , et la charge *As-If* cotisation, notée C_{cot}^{EVT} .

Il faut ensuite appliquer l'inflation à ces charges.

De même que pour la modélisation des sinistres en rétention, l'inflation sera de 1,5%

pour la fréquence des climatiques et de 2% pour les coûts. Le coefficient inflation sera donc de 3,50%.

En gardant les notations précédentes pour les années, il vient :

$$C_{ptf,inf}^{EVT} = C_{ptf}^{EVT} \times (1 + inf)^{N-n} \quad (4.9)$$

$$C_{cot,inf}^{EVT} = C_{cot}^{EVT} \times (1 + inf)^{N-n} \quad (4.10)$$

avec $inf = 3,5\%$

Finalement, en divisant chaque charge obtenue par la charge nette par événement, 4 coefficients distincts sont obtenus.

Exemple :

Année*Evt	As-If ptf	As-If ptf + inf	As-If cotis	As-If cotis + inf
2009 Klaus	1,76	2,35	2,57	3,45

2.3 Base de données retenue

Tout d'abord, il faut vérifier la cohérence de la définition des événements pour s'assurer qu'elle s'ajuste avec la définition « réassurance » (pour ne pas créer des événements supérieurs 40M€ qui feraient céder une partie de leur charge à la réassurance), c'est-à-dire, en 2020, 3 jours pour les tempêtes et 21 jours pour les inondations, et d'après la définition d'une entité météorologique pour tous les événements pour la vision 2022 (cf. chapitre 1).

Puis, pour calculer la charge *As-If* par événement, il s'agit d'appliquer la formule suivante :

$$Charge\ As - If\ Ptf = Charge\ brute\ EVT\ NH \times C_{ptf,inf}^{EVT} \times (1 + impact\ structure) \quad (4.11)$$

$$avec\ impact\ structure = \frac{Prime\ Pure\ climatique\ modélisée\ N}{Prime\ Pure\ climatique\ modélisée\ N-1} - 1$$

Pour déterminer la charge totale de l'événement, la méthode de mise en *As-If* est aussi appliquée aux produits HA, MA et MP. Les charges *As-If* de tous les produits sont sommées. Seuls les événements dont la charge totale dépasse le seuil de 10M€ sont conservés pour la suite.

Difficulté pour MP

Le produit MP n'étant apparu qu'en 2012 chez PACIFICA, il a fallu retraiter les événements survenus entre 2009 et 2011. La part de chacun des produits va donc être calculée dans la charge brute *As-If* totale sur 2012-2019 pour en déduire la part moyenne des produits sur cette plage année.

Soit a le pourcentage d'événement en MP dans la tranche fictive sur la période 2012-2019 :

$$a = \frac{\sum_{2012-2019} \text{charge brute MP}}{\sum_{2012-2019} \text{charge brute totale}} \quad (4.12)$$

Ensuite, ce pourcentage a été appliqué à la charge des événements post 2012, pour simuler un portefeuille en MP.

Donc, il vient :

$$\text{Charge brute totale d'un EVT} = \frac{\sum_{NH,HA,MA} \text{charge brute}}{1 - a} \quad (4.13)$$

Le même processus est réalisé pour la charge *As-If*.

Identification des événements de la tranche fictive

Une fois la charge totale *As-If* calculée par événement, seuls les événements dépassant le seuil de 10M€ sont sélectionnés pour simuler la tranche fictive. Ces événements sont gardés dès le premier euro, mais jusqu'à un maximum de 50M€ pour 2020 (40 XS 10) ou de 65M€ pour 2022 (55 XS 10).

Seuls Klaus (2009) et Xynthia (2010) voient leur charge dépasser le plafond avec des charges *As-If* respectivement de 186M€ et de 109M€.

En moyenne, la charge, en *As-If* vision 2022 par événement, entrant en tranche fictive de 2009-2019 est de 28,2M€, tandis qu'elle est de 27.8M€ pour la période 2009-2021. Ainsi, en intégrant les deux années d'historique supplétives, la charge moyenne par événement diminue de 1,5%.

La table 4.2 répertorie les charges *As-If* de chaque événement entrant dans la modélisation de la tranche fictive, en vision 2020 et en vision 2022. Dans cette dernière vision, la présence de trois nouveaux événements a été constatée en 2011, 2017 et 2019.

Année	Nom de l'événement	Charge <i>As-If</i> (en M€) vision 2020	Charge <i>As-If</i> (en M€) vision 2022
2009	Grêle juillet	13,3	18,7
	Grêle mai	14,8	20,3
	KLAUS	186,6	251,0
	QUINTEN	33,0	41,1
2010	XYNTHIA	109,5	135,5
2011	Inondation du Var		12,3
	JOACHIM	25,4	30,9
2012	Grêle juin	18,5	22,1
	Vague de froid GEL	46,9	59,4
2013	DIRK	21,6	26,4
	Grêle août Centre Est	13,9	16,6
	Grêle août Sud Ouest	18,9	26,8
	Orage 16 et 17 juin	21,8	24,3
	Orage juillet 2013	27,6	34,7
2014	Orages Pentecôte	48,2	57,8
2015	Orages Sud Ouest	25,5	33,0
2016	Crue de la Seine	18,1	21,2
	Inondation 23-25 juin	12,1	14,7
2017	EGON	17,6	20,9
	LEIV		11,5
	ZEUS	39,1	46,3
2018	Grêle 4 juillet	18,6	21,9
	ELEANOR	29,4	34,7
2019	Grêle 15 juin	24,4	30,4
	Grêle 7 juillet		11,0
	AMELIE	10,3	12,2
	ELSA	10,0	10,8
2020	CIARA		27,9
2021	Orage Juin		29,3
	AURORE		14,7

TABLE 4.2 – Événements de la tranche fictive

2.4 Simulation de la tranche fictive

Modélisation des événements

Afin de modéliser correctement la tranche fictive, les lois de distribution de la fréquence de survenance d'événement, ainsi que le coût moyen de ces événements vont tout d'abord être estimés. L'étude des lois ainsi que les simulations d'événements sont faits sur R.

Année	Nombre d'événements vision 2020	Nombre d'événements vision 2022	
2009	4	4	
2010	1	1	
2011	1	2	+ 1
2012	2	2	
2013	5	5	
2014	1	1	
2015	1	1	
2016	2	2	
2017	2	3	+1
2018	2	2	
2019	3	4	+1
2020		1	
2021		2	

TABLE 4.3 – Nombre d'événements par année

Fréquence

Le test du χ^2 (expliqué en Annexe 2) est réalisé sur les lois Binomiale Négative, de Poisson et Géométrique. En 2020, la loi Binomiale Négative est meilleure que les deux autres, c'est donc celle qui va être utilisée. Pour 2022, par cohérence avec l'année 2020, et étant donnée la faible différence des résultats entre la loi de Poisson et la Binomiale Négative, cette dernière loi est conservée.

TEST	Nbinom	Pois	Geom
P_value	0.6110178	0.6095323	0.1563607
khi2	8.1824796	8.1977038	14.3798285

FIGURE 4.7 – Test des lois pour le nombre d'événements 2020

TEST	Nbinom	Pois	Geom
P_value	0.6326806	0.6360231	0.1201827
khi2	9.8093651	9.7712245	17.8544246

FIGURE 4.8 – Test des lois pour le nombre d'événements 2022

En prenant en *input* le nombre d'événements par année que l'on a observé sur les dernières années, un tirage aléatoire va être réalisé suivant une loi Binomiale négative, afin de simuler 10 000 années de sinistralité climatique touchant la tranche fictive.

Nb_EVT	X théorique	X observé
0	1 141	0
1	2 443	4
2	2 725	4
3	1 957	1
4	1 033	1
5	452	1
6	164	0
7	63	0
8	21	0
9	1	0
10	0	0
Nb d'année :	10 000	11
Espérance :	2,18	2,18
Nb d'EVT :	21 758	24
Nb d'annee*EVT :	22 899	24

FIGURE 4.9 – Simulation du nombre d'événements (2020)

De très nombreuses années de simulation ont une survenance de 0 événement dans le tableau 4.11, ce qui, en pratique, n'arrive jamais. En 2022, les 10 000 années de sinistralité vont donc être modélisées de nouveau, en visant une espérance théorique de 1,31 plutôt que les 2,31 d'espérance observée, pour pouvoir ajouter un événement à chaque année de survenance, et ainsi obtenir une espérance modélisée égale à l'espérance observée. Ainsi, le tirage aléatoire de la figure 4.13 est obtenu.

Nb_EVT	X théorique	X observé
0	1 006	0
1	2 326	4
2	2 710	5
3	2 044	1
4	1 112	2
5	511	1
6	194	0
7	71	0
8	21	0
9	4	0
10	1	0
Nb d'année :	10 000	13
Espérance :	2,28	2,31
Nb d'EVT :	22 756	30
Nb d'annee*EVT :	23 762	30

FIGURE 4.11 – Simulation du nombre d'événements (2022)

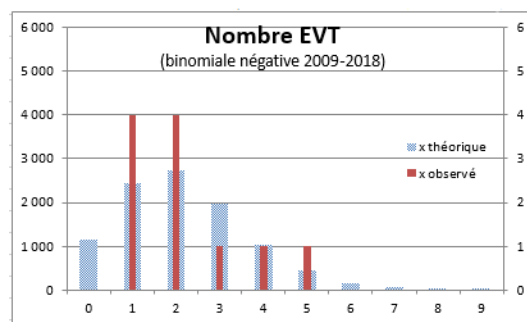


FIGURE 4.10 – Comparaison entre le nombre d'événements simulés et le nombre d'événements théoriques (2020)

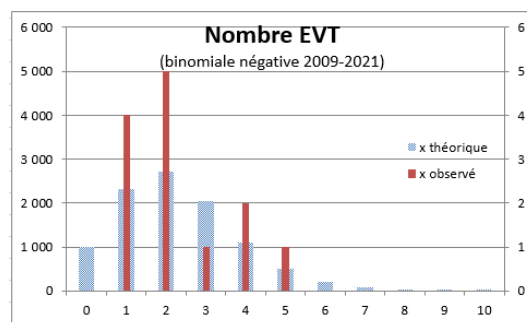


FIGURE 4.12 – Comparaison entre le nombre d'événements simulés et le nombre d'événements théoriques (2022)

Nb_EVT	X théorique	X observé
0	0	0
1	3 093	4
2	3 321	5
3	1 975	1
4	959	2
5	413	1
6	150	0
7	59	0
8	14	0
9	11	0
10	4	0
11	1	0
Nb d'année :	10 000	13
Espérance :	2,31	2,31
Nb d'EVT :	23 136	30
Nb d'annee*EVT :	23 136	30

FIGURE 4.13 – Nouvelle simulation du nombre d'événements (2022)

Avec cette nouvelle méthode, les années avec peu d'événements (un ou deux) sont bien mieux représentées que précédemment. A partir de 3 événements importants dans l'année, la modélisation reste quasiment similaire.

Coût

Pour la simulation des coûts des événements de la tranche fictive, les tests de Cramer-Von Mises, Kolmogorov-Smirnoff et Anderson-Darling ont été réalisés pour les lois lognormale, logistique, de Pareto et de Weibull. Les critères AIC et BIC ont aussi été estimés. En 2020, la loi de Pareto obtient de meilleurs résultats que les autres pour tous les tests, c'est donc celle qui sera utilisée pour la modélisation. Pour 2022, la loi logistique obtient des résultats légèrement supérieurs à ceux de la loi de Pareto. Cependant, la différence est suffisamment faible pour pouvoir conserver l'utilisation de la loi de Pareto. De plus, l'usage marché tend à l'utilisation de la loi de Pareto.

```

Goodness-of-fit statistics
                                lnorm    llogis    Pareto    weibull
Kolmogorov-Smirnov statistic 0.2038954 0.13703608 0.13497391 0.1422393
Cramer-von Mises statistic   0.1830830 0.06416737 0.05895755 0.1178779
Anderson-Darling statistic   1.0824902 0.53078668 0.43533021 0.6696288

Goodness-of-fit criteria
                                lnorm    llogis    Pareto    weibull
Akaike's Information Criterion 867.5995 863.2053 861.5586 862.5044
Bayesian Information Criterion 869.9556 865.5614 863.9147 864.8605

```

FIGURE 4.15 – Test des lois pour le coût des événements 2020

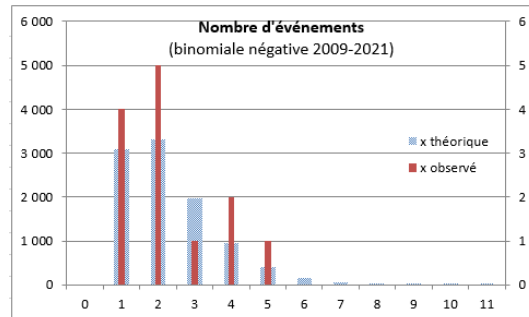


FIGURE 4.14 – Comparaison entre le nombre d'événements simulés et le nombre d'événements théoriques (nouvelle simulation 2022)

Année	Périmètre	Part des produits dans la charge ASIF			
		NH	HA	MA	MP
2020	Tranche 0-40	70,8%	3,9%	23,1%	2,3%
2020	Tranche 0-40, AAD	70,8%	3,9%	23,1%	2,3%
2022	Tranche 0-40	73,0%	2,8%	21,9%	2,4%
2022	Tranche 0-55	72,9%	2,8%	21,9%	2,4%

FIGURE 4.18 – Répartition des produits

Comparaison 2020 - 2022

Les événements qui ont été ajoutés à l'historique entre 2020 et 2022 impliquent une surestimation des gros événements en 2022 par rapport à 2020. Le graphique 4.19 et la table 4.4 répertorient le nombre d'événements simulés dans la tranche fictive, par tranche de 10M€. En 2020, presque la moitié (46,8%) des événements simulés coûtaient entre 10 et 20M€. En 2022, plus d'un quart (25,8%) des événements simulés dépassent les 40M€.

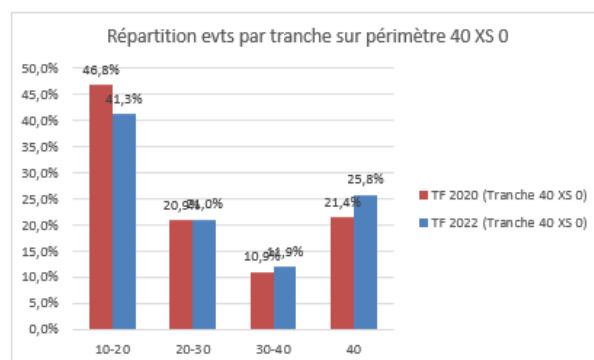


FIGURE 4.19 – Répartition des événements par tranche sur le périmètre 40 XS 0

Tranche	Nb d'EVT	2020	Nb d'EVT	2022	Différence
10 - 20M	10 179	46,8%	9 549	41,3%	-5,5%
20 - 30M	4 552	20,9%	4 870	21,0%	+0,1%
30 - 40M	2 381	10,9%	2 754	11,9%	+1,5%
> 40M	4 646	21,4%	5 963	25,8%	+4,4%
Total	21 758	100%	23 136	100%	

TABLE 4.4 – Répartition des événements dans la tranche 40 XS 0

La table 4.5 montre qu'en ajoutant 2 années d'historique les événements simulés sont en moyenne plus coûteux. Cela s'explique par la hausse des coûts de chacun des événements, en raison de la mise en *As-If*.

	Nb d'Années	Nb EVT	Nb EVT/An	Charge	CM	Cot Acq	% 40 XS 0
TF 2020	10 000	21 758	2,18	549G	25,2M	1,3G	4,15%
TF 2022	10 000	23 136	2,31	591G	25,5M	1,5G	3,84%
		+6,3%		+7,6%	+1,2%	+16,5%	-7,6%

TABLE 4.5 – Comparaison des simulations d'événements de 2020 et 2022 dans la tranche 40 XS 0

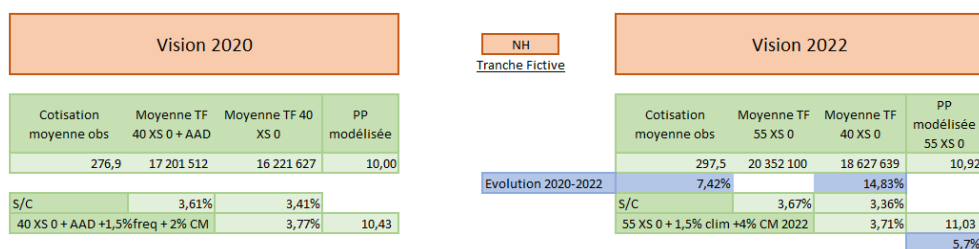


FIGURE 4.20 – Prime pure modélisée grâce à la tranche fictive - 2020 / 2022

Finalement, pour 2020, la prime pure obtenue relative à la tranche fictive est de 10,00€. En appliquant la pente climatique de 1,5% et celle des coûts moyens de 2% pour l'année suivante, la prime pure modélisée pour l'année N+1 (donc ici 2021) sera de **10,43€**. En 2022, les simulations de la tranche fictive modélisent une prime pure de 10,92€. En ajoutant les pentes climatique (1,5%) et de coût moyen (4%), la prime pure prédite pour le budget 2023 est de **11,03€**.

3 Résultats

L'ensemble des travaux précédents a permis, pour le produit NH, de déterminer la prime pure climatique prospective de la dernière année disponible dans l'historique (année N-1).

Le travail effectué étant prospectif, il faut projeter l'évolution à 1 an (entre N-1 et N). Le principe général est de prolonger les tendances observées sur les dernières années, sauf si une raison spécifique est démontrée.

Pour rappel :

	Vision 2020	Vision 2022
Prime Pure attritionnelle	18,78	21,84
Prime Pure Tranche Fictive	10,43	11,03
Prime Pure totale	29,21	32,87

TABLE 4.6 – Primes pures modélisées - Comparaison des visions 2020 et 2022

Pour obtenir les primes pures qui vont rentrer dans les budgets N+1, il faut appliquer les pentes de fréquence et indemnisation de la partie 1.6 une nouvelle fois. En effet, les modélisations sont basées sur les données N-1, les chiffres obtenus sont donc relatifs à ces données, c'est pourquoi les pentes de fréquences et de coûts moyens sont appliquées une première fois afin d'obtenir des chiffres cohérents pour l'année N. Cependant, ce sont les primes pures de N+1 qui sont utilisées pour déterminer le budget N+1, ce qui explique la nouvelle application des pentes.

Après impact de ces pentes (1,5% de fréquence climatique pour la vision 2020, 2% de coût moyen pour la vision 2020 et 4% de coût moyen pour la vision 2022), les primes pures du budget deviennent :

	Budget 2021	Budget 2023
Prime Pure attritionnelle	19,44	23,05
Prime Pure Tranche Fictive	10,80	11,64
Prime Pure totale	30,24	34,69

TABLE 4.7 – Primes pures modélisées impactées des pentes de taux - Comparaison des visions 2020 et 2022

En appliquant ces primes pures aux années assurances des visions qui conviennent (3 951 163 pour le budget 2021 et 4 309 946 pour le budget 2023), le budget NH 2021 est de 119,5M€ et celui de 2023 est de 146,9M€.

L'étude n'a pu porter que sur le produit NH par manque de temps. La part de produit NH dans la totalité des sinistres de l'historique pour la vision 2020 est de 70,1% et est de 70,3% pour la vision 2022. Pour estimer le budget tout produit confondu, le budget NH va être divisé par cette part de produit NH.

Finalement, le budget final 2021 est de **170,4M€**, tandis que celui de 2023 est de **208,9M€**.

	Budget 2021	Budget 2023
Approche par produit	170,4M	208,9M

TABLE 4.8 – Comparaison des budgets 2021 et 2023 déterminés à partir de l’approche par produit

Chapitre 5

Analyse des écarts entre les deux approches

Ce mémoire avait pour objectif d'avoir un second regard sur les différents modèles d'estimation de la charge climatique de PACIFICA, et d'analyser les écarts possibles entre ces derniers.

Une des deux études menées était basée sur une approche par produit. L'autre étude, quant à elle, était basée sur une approche par risque. En définitive, les différentes approches ont abouti aux budgets suivants :

	Budget 2021	Budget 2023
Approche par risque	148,6M€	non déterminé à date
Approche par produit	170,4M€	208,9M€

TABLE 5.1 – Comparaison des budgets 2021 et 2023 selon les différentes approches

S'agissant des différentes approches utilisées dans le cadre de ce mémoire, elles ont fourni des résultats relatant un écart de l'ordre de 20M€ pour le budget 2021. Cet écart représente environ 15% de la charge budgétée, ce qui est admissible au regard de la volatilité des modèles concernés et de l'imprécision des méthodes de mises en *As-If* pour une compagnie en forte croissance comme PACIFICA.

Concernant les écarts observés entre le budget 2021 et 2023 pour le modèle basé sur l'approche par produit, ils s'expliquent principalement avec l'historique retenu qui diffère en termes de datage. En effet, l'enrichissement global de la France implique une hausse des constructions, ainsi qu'une hausse des sommes assurées, ce qui se répercute sur l'impact d'un événement climatique sur le pays. De plus, la fréquence des événements tend à

augmenter au fil du temps, principalement à cause du réchauffement climatique, même si son impact sur 2 ans n'est peut-être pas vraiment mesurable. Intégrer deux années supplémentaires à l'historique retenu pour la modélisation revient donc à augmenter quelque peu la fréquence des événements, mais principalement le coût moyen de ces derniers, ce qui pourrait justifier la variation du budget sur 2 ans.

Une approche possible pour d'analyser l'impact de 2 ans sur l'historique est de comparer la variation de budget 2019/2021 avec 2021/2023. Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau suivant :

	Budget 2019	Budget 2021	Budget 2023
Approche par produit	144,2M€	170,4M€	208,9M€
Variation (en %)		+ 18%	+ 23%

TABLE 5.2 – Comparaison des budgets 2019, 2021 et 2023 déterminés à partir de l'approche par produit

Les chiffres obtenus dans le tableau 5.2 montrent que l'évolution du budget climatique n'est pas constante au cours du temps. Une analyse complémentaire a été réalisée sur l'évolution de la prime pure budgétée afin de déterminer la cause de cette augmentation.

	Budget 2019	Budget 2021	Budget 2023
Approche par produit	26,01€	29,21€	32,87€
Variation (en %)		+ 12%	+ 12%

TABLE 5.3 – Comparaison des budgets 2019, 2021 et 2023 en primes pures, déterminées à partir de l'approche par produit

L'augmentation de la prime pure est constante entre 2019 et 2021 et entre 2021 et 2023. Cette analyse permet donc de comprendre que l'évolution principale du budget total est due à la forte croissance du portefeuille de PACIFICA, plutôt qu'à l'augmentation de la fréquence et du coût moyen des événements climatiques. En effet, l'ajout de deux années comme 2020 et 2021 sur un historique de 11 ans n'est pas suffisamment important pour impacter considérablement les prévisions, car la fréquence de survenance et le coût moyen des événements naturels survenus au cours de ces deux années sont relativement proches de l'espérance de l'historique de la compagnie.

De plus, un facteur majeur à prendre en compte est le changement de couverture au niveau des traités de réassurance. En effet, lors de la réalisation des budgets 2019 et 2021, PACIFICA couvrait ses événements climatiques à partir de 40M€. Aujourd'hui,

alors que cette couverture est passée à 55M€, son appétit au risque a augmenté, et avec lui, le budget associé à la rétention des événements.

Conclusion

L'objectif de ce mémoire était de déterminer les écarts relatifs à des utilisations différentes de méthodes afin d'obtenir un budget des risques climatiques à deux horizons de temps différentes. Afin d'être plus confiant quant à la conclusion des résultats, il aurait fallu obtenir les résultats du budget 2023 de l'approche par risque.

Intuitivement, l'approche par risque aurait dû apporter des résultats plus prudents que l'approche par produits, puisqu'elle utilise des données de période de retour 5 ans, tandis que la seconde utilise des espérances. Cette conclusion implique une révision du choix de méthode d'évaluation du budget. En effet, le budget retenu ne peut plus se baser uniquement sur l'approche par risque. Une solution serait de prendre une moyenne entre les budgets de chaque approche.

Bibliographie

- [ACPR, 2021] ACPR (2021). Les principaux résultats de l'exercice pilote climatique 2020. https://acpr.banque-france.fr/sites/default/files/medias/documents/20210602_as_exercice_pilote.pdf. Rapport officiel.
- [Bréhin, 2021] BRÉHIN, F. (2021). *Risque de crue de la Seine sur le bassin parisien*. Institut des Actuaire.
- [CCR, 2015] CCR (2015). L'indemnisation des catastrophes naturelles en France. <https://www.ccr.fr/-/indemnisation-des-catastrophes-naturelles-en-france>.
- [France Assureurs, 2016] FRANCE ASSUREURS (2016). Le livre blanc : « pour une meilleure prévention et protection contre les aléas naturels ». <https://www.leslivresblancs.fr/livre/filieres-specialisees/assurance/pour-une-meilleure-prevention-et-protection-contre-les-aleas#:~:text=Banque%20%2F%20Assurance%20%2F%20Finance-,Pour%20une%20meilleure%20pr%C3%A9vention%20et%20protection%20contre%20les%20al%C3%A9as%20naturels,de%20pr%C3%A9vention%20et%20de%20protection>.
- [France Assureurs, 2020] FRANCE ASSUREURS (2020). L'assurance des catastrophes naturelles. <https://www.franceassureurs.fr/assurance-protege-finance-et-emploi/assurance-protege/l'assurance-en-pratique-pour-les-particuliers/assurance-des-catastrophes-naturelles/>.
- [France Assureurs, 2021] FRANCE ASSUREURS (2021). Impact du changement climatique sur l'assurance à l'horizon 2050. https://www.franceassureurs.fr/wp-content/uploads/2022/09/vf_france-assureurs_impact-du-changement-climatique-2050.pdf.
- [Lanoë, 2014] LANOË, J. (2014). *Maîtrise de la sinistralité liée aux événements climatiques et aux catastrophes naturelles en assurance non vie. Gestion des risques [q-fin.RM]*. dumas-01073311.
- [Les Echos, 2022] LES ECHOS (2022). Climat : les catastrophes mondiales seront de plus en plus fréquentes, alerte l'ONU. <https://www.lesechos.fr/monde/enjeux-internationaux/climat-les-catastrophes-mondiales-seront-de-plus-en-plus-frequentes-alerte-lonu-1403099#:~:text=Enjeux%20Internationaux-,Climat%20%3A%20les%20catastrophes%>

20mondiales%20seront%20de%20plus%20en%20plus%20fr%C3%A9quentes,%C2%BB%2C%20avertit%20l'ONU.

- [MTES, 2020] MTES (2020). Risques climatiques : six français sur dix sont d'ores et déjà concernés. <https://www.statistiques.developpement-durable.gouv.fr/sites/default/files/2020-01/datalab-essentiel-202-risques-climatiques-janvier2020.pdf>. Data Lab.
- [Planchet, 2017] PLANCHET, F. (2017). Tarification iard, introduction aux techniques avancées. http://www.ressources-actuarielles.net/C1256F13006585B2/0/457A36A8ECC541AEC1257D740067EEC4/%24FILE/GLM_FP.pdf.

Annexe A

Modélisation par risque

1 Tests statistiques

Les tests statistiques sont des tests prenant en compte deux hypothèses à départager. Le principe est de rejeter l'hypothèse la moins cohérente afin de déterminer la meilleure des deux en fonction d'un échantillon de données. Des conclusions vont ensuite pouvoir être faites quant aux risques de ces hypothèses sur la population.

Il existe plusieurs tests de ce type, qui ont été utilisés durant la réalisation de ce mémoire.

AIC, AICC, BIC

AIC

Le critère d'information d'Akaike (*akaike information criterion* ou AIC) est une mesure de qualité de modèle. En effet, le but de ce critère est de déterminer si les modèles traités possèdent un trop grand nombre de paramètres. Si tel est le cas, le modèle pourrait être sur-ajusté. Il va donc trouver un compromis entre la qualité d'ajustement et la complexité du modèle analysé.

Le critère se définit comme suit : $AIC = 2k - 2\ln(L)$, avec k le nombre de paramètres à estimer, et L le maximum de vraisemblance. Le modèle choisi sera celui avec le plus petit AIC.

AICC

L'AICC est un AIC corrigé pour les petits échantillons. Il est défini comme étant : $AICC = AIC + \frac{2k(k+1)}{n-k-1}$ avec n le nombre d'observation de l'échantillon.

L'AICC est préféré à l'AIC dans le cas où n est petit ou k est grand.

BIC

Le critère d'information baysien, ou BIC, est un critère inspiré de l'AIC. Il pénalise moins fortement que l'AIC le nombre de paramètres d'un modèle. Il est défini comme étant : $BIC = -2\ln(L) + \ln(n)k$ avec, ici encore, k le nombre de paramètres et n la taille de l'échantillon.

Kolmogorov-Smirnov

Le test de Kolmogorov-Smirnov est un test non-paramétrique qui a été conçu afin de déterminer si un échantillon suit bien une loi donnée. Cette loi est alors testée grâce aux propriétés de sa fonction de répartition empirique.

En effet, soient x_1, \dots, x_n n variables indépendantes et identiquement distribuées, définies sur (Ω, A, \mathbb{P}) , espace probabilisé sur \mathbb{R} , de fonction de répartition F .

Alors, sa fonction de répartition empirique se définit par :

$$\forall x \in \mathbb{R}, x_i \in \Omega, F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_{x_i \leq x} \quad \text{avec} \quad \delta_{x_i \leq x} = \begin{cases} 1 & \text{si } x_i \leq x \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Le test est validé au niveau $\alpha(c)$ si la convergence suivante est obtenue :

$$\mathbb{P} \left[\sup_x |F_n(x) - F(x)| > \frac{c}{\sqrt{n}} \right] \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \alpha(c) \quad (\text{A.2})$$

Avec :

$$\alpha(c) = 2 \sum_{r=1}^{+\infty} (-1)^{r-1} \exp(-2r^2 c^2) \quad (\text{A.3})$$

Donc si $c = 1,36$, alors $\alpha(c) = 0,05$ et le test est validé au niveau 5%.

Cramer-von Mises

Le test de Cramer-von Mises repose sur le critère du même nom. En effet, ce critère est utilisé pour estimer la qualité d'ajustement de la fonction de distribution théorique F^* par rapport à la fonction de distribution empirique F_n . Soit ω^2 ce critère :

$$\omega^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} [F_n(x) - F^*(x)]^2 dF^*(x) \quad (\text{A.4})$$

Soit x_1, \dots, x_n les valeurs observées, triées par ordre croissant. Alors, il vient :

$$T = n\omega^2 = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[\frac{2i-1}{2n} - F(x_i) \right]^2 \quad (\text{A.5})$$

Si la valeur de T est supérieure à la valeur tabulée, l'hypothèse H_0 : « Les données proviennent de la distribution F » est rejetée.

Anderson-Darling

Le test d'Anderson-Darling appartient à la même classe des statistiques quadratiques de fonction de distribution empirique. Avec $w(x) = [F(x)(1 - F(x))]^{-1}$, le test est basé sur A^2 , la distance suivante :

$$A^2 = n \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(F_n(x) - F(x))^2}{F(x)(1 - F(x))} dF(x) \quad (\text{A.6})$$

L'objectif de ce test est d'évaluer si un échantillon de données provient d'une certaine distribution.

Khi-deux - χ^2

Le principe de ce test est de vérifier l'adéquation entre des données empiriques et des données simulées à partir des données empiriques selon une loi de probabilité P.

Soit x_1, \dots, x_N un échantillon de données d'une variable aléatoire X prenant un nombre fini I de valeurs distinctes v_i , avec $i \in [1, I]$. L'hypothèse H_0 à tester est la suivante : « $P(X = v_i) = p_i$ avec $\sum_{i=1}^I p_i = 1$ »

Il vient alors :

$$T = \sum_{i=1}^I \frac{(N\hat{p}_i - Np_i)^2}{Np_i} = \sum_{i=1}^I \frac{(n_i - Np_i)^2}{Np_i} \quad (\text{A.7})$$

Avec :

- $\hat{p}_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbb{1}_{x_k=v_i}$ la probabilité empirique que X prenne la valeur v_i
- $\mathbb{1}_{x_k=v_i} = \begin{cases} 1 & \text{si } x_k = v_i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$
- $n_i = N\hat{p}_i = \sum_{k=1}^N \mathbb{1}_{x_k=v_i}$

Sous H_0 , T suit une loi du χ^2 à I-1 degrés de liberté. L'hypothèse est rejetée au niveau α si T est supérieur au quantile d'ordre $1 - \alpha$ de la loi du χ^2 à I-1 degrés de liberté.

2 Lois statistiques testées

Modèle de charge annuelle du risque Neige

Dans le chapitre 3 de ce mémoire, les lois Exponentielle, Gamma, lognormale, de Weibull et de Pareto ont été testées pour modéliser les événements climatiques. La loi exponentielle a été retenue. La suite de cette partie concerne les résultats des tests de lois

Loi Exponentielle

La loi exponentielle, notée $\mathcal{E}(\lambda)$, modélise la durée de vie d'un phénomène « sans mémoire ».

Soit X une variable aléatoire définissant cette durée de vie, X suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = \frac{1}{\mathbb{E}(X)}$ avec $\mathbb{E}(X)$ l'espérance de X si :

En supposant $\forall (s, t) \in \mathbb{R}_+^2, \mathbb{P}_{X>t}(X > s + t) = \mathbb{P}(X > s)$, alors la densité de probabilité de X est définie comme suit.

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ \lambda e^{-\lambda t} & \text{pour tout } t \geq 0 \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

X admet alors une espérance et une variance : $\mathbb{E}(X) = \frac{1}{\lambda}$ et $V(X) = \frac{1}{\lambda^2}$

The SEVERITY Procedure Exp Distribution

Distribution Information	
Name	Exp
Description	Exponential Distribution
Distribution Parameters	1

Convergence Status
Convergence criterion (ABSGCONV=0.00001) satisfied.

Optimization Summary	
Optimization Technique	Trust Region
Iterations	0
Function Calls	4
Log Likelihood	-263.83191

Fit Statistics	
-2 Log Likelihood	527.66382
AIC	529.66382
AICC	529.93048
BIC	530.49703
Kolmogorov-Smirnov	0.42686
Anderson-Darling	0.40680
Cramer-von Mises	0.06218

Parameter Estimates					
Parameter	DF	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t
Theta	1	2021851	.	.	.

FIGURE A.1 – Distribution Exponentielle - Neige

Loi Gamma

La loi Gamma, notée $\Gamma(k, \theta)$, est une loi souvent utilisée pour modéliser des événements se déroulant au cours du temps.

Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Gamma de paramètre k et $\theta > 0$, sa fonction de densité est donnée par :

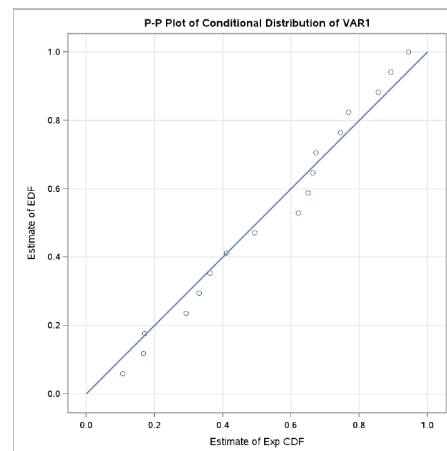


FIGURE A.2 – P-P plot de la distribution Exponentielle - Neige

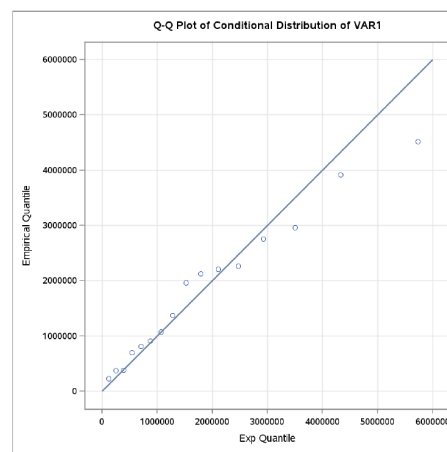


FIGURE A.3 – Q-Q plot de la distribution Exponentielle - Neige

$$f(x; k, \theta) = \frac{x^{k-1} e^{-\frac{x}{\theta}}}{\Gamma(k)\theta^k} \tag{A.9}$$

Avec $x > 0$ et Γ désigne la fonction Gamma d'Euler.

X admet alors une espérance et une variance : $\mathbb{E}(X) = k\theta$ et $V(X) = k\theta^2$

**The SEVERITY Procedure
Gamma Distribution**

Distribution Information	
Name	Gamma
Description	Gamma Distribution
Distribution Parameters	2

Convergence Status
Convergence criterion (GCONV=1E-8) satisfied.

Optimization Summary	
Optimization Technique	Trust Region
Iterations	2
Function Calls	9
Log Likelihood	-262.86790

Fit Statistics	
-2 Log Likelihood	525.73580
AIC	529.73580
AICC	530.59294
BIC	531.40223
Kolmogorov-Smirnov	0.41518
Anderson-Darling	0.19530
Cramer-von Mises	0.03101

Parameter Estimates					
Parameter	DF	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t
Theta	1	1279123	.	.	.
Alpha	1	1.58299	0.27673	5.72	<.0001

FIGURE A.4 – Distribution de la loi Gamma - Neige

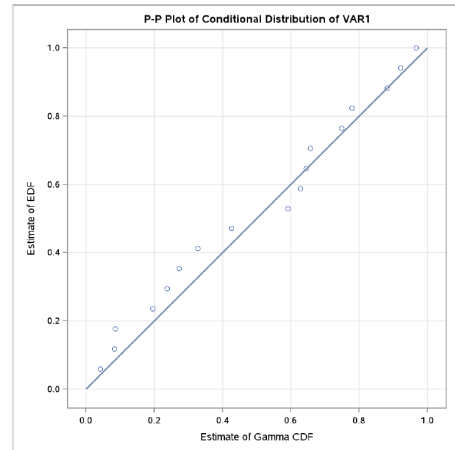


FIGURE A.5 – P-P plot de la distribution de la loi Gamma - Neige

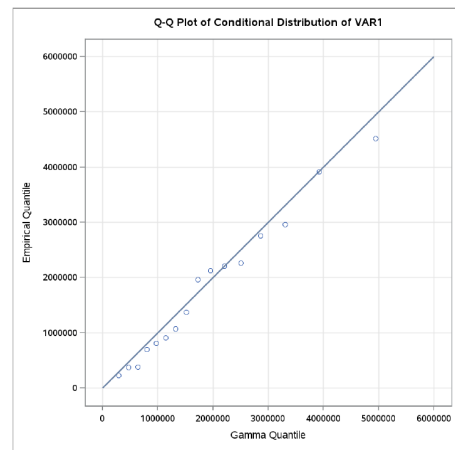


FIGURE A.6 – Q-Q plot de la distribution de la loi Gamma - Neige

Loi lognormale

Une variable aléatoire X suit une loi lognormale de paramètres (m, σ) si la variable aléatoire $\log(X)$ suit une loi gaussienne de mêmes paramètres. Elle est généralement notée $Log - \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. Sa fonction de densité est alors :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{1}{x} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\log(x)-m}{\sigma}\right)^2\right) & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

X admet alors une espérance et une variance : $\mathbb{E}(X) = e^{m+\frac{\sigma^2}{2}}$ et $V(X) = e^{2m+2\sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1)$

**The SEVERITY Procedure
Logn Distribution**

Distribution Information	
Name	Logn
Description	Lognormal Distribution
Distribution Parameters	2

Convergence Status	
Convergence criterion (GCONV=1E-8) satisfied.	

Optimization Summary	
Optimization Technique	Trust Region
Iterations	5
Function Calls	14
Log Likelihood	-263.36521

Fit Statistics	
-2 Log Likelihood	526.73042
AIC	530.73042
AICC	531.58756
BIC	532.39685
Kolmogorov-Smirnov	0.49174
Anderson-Darling	0.31511
Cramer-von Mises	0.05111

Parameter Estimates					
Parameter	DF	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t
Mu	1	14.17303	0.23365	60.66	<.0001
Sigma	1	0.90493	0.16522	5.48	<.0001

FIGURE A.7 – Distribution lognormal - Neige

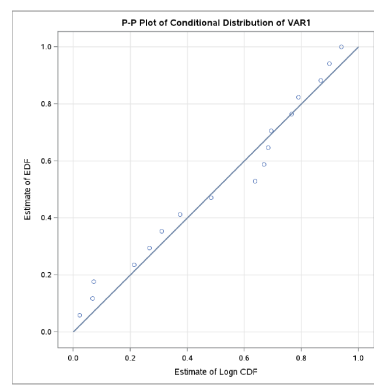


FIGURE A.8 – P-P plot de la distribution lognormal - Neige

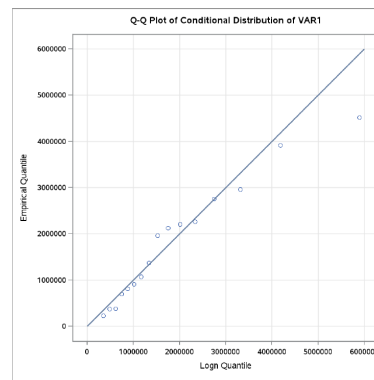


FIGURE A.9 – Q-Q plot de la distribution lognormal - Neige

Loi de Weibull

La loi de Weibull est définie avec deux paramètres k et λ et notée $\mathcal{W}(k, \lambda)$, telle que sa densité de probabilité s'écrive :

$$\forall x \in \mathbb{R}^{+*} \quad f(x; k, \lambda) = \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k} \tag{A.11}$$

X admet alors une espérance et une variance : $\mathbb{E}(X) = \mu = \lambda \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)$ et $V(X) = \sigma^2 = \lambda^2 \Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \mu^2$

**The SEVERITY Procedure
Weibull Distribution**

Distribution Information	
Name	Weibull
Description	Weibull Distribution
Distribution Parameters	2

Convergence Status
Convergence criterion (GCONV=1E-8) satisfied.

Optimization Summary	
Optimization Technique	Trust Region
Iterations	2
Function Calls	8
Log Likelihood	-262.88785

Fit Statistics	
-2 Log Likelihood	525.77570
AIC	529.77570
AICC	530.63285
BIC	531.44213
Kolmogorov-Smirnov	0.37746
Anderson-Darling	0.19168
Cramer-von Mises	0.02955

Parameter Estimates					
Parameter	DF	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t
Theta	1	2140289	.	.	.
Tau	1	1.31319	0.25024	5.25	<.0001

FIGURE A.10 – Distribution de la loi de Weibull - Neige

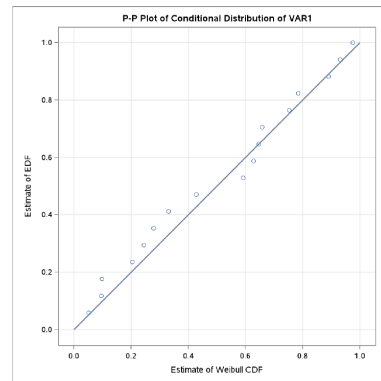


FIGURE A.11 – P-P plot de la distribution de la loi de Weibull - Neige

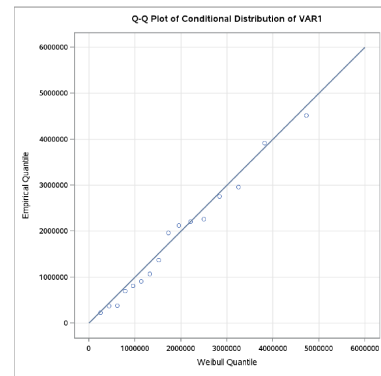


FIGURE A.12 – Q-Q plot de la distribution de la loi de Weibull - Neige

Loi de Pareto

Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Pareto de paramètres (x_m, k) , où $k \in \mathbb{R}^+$ nommé « indice de Pareto », alors :

$$f(x; k, x_m) = k \frac{x_m^k}{x^{k+1}} \text{ pour } x \geq x_m \quad (\text{A.12})$$

X admet une espérance et une variance : $\mathbb{E}(X) = \frac{kx_m}{k-1}$ (si $k \leq 1$ alors l'espérance est infinie) et $V(X) = \left(\frac{x_m}{k-1}\right)^2 \frac{k}{k-2}$ (si $k \leq 2$ alors la variance est infinie)

**The SEVERITY Procedure
Gpd Distribution**

Distribution Information	
Name	Gpd
Description	Generalized Pareto Distribution
Distribution Parameters	2

Convergence Status	
Convergence criterion (ABSGCONV=0.00001) satisfied.	

Optimization Summary	
Optimization Technique	Trust Region
Iterations	4
Function Calls	16
Log Likelihood	-266.89822

Fit Statistics	
-2 Log Likelihood	533.79645
AIC	537.79645
AICC	538.65359
BIC	539.46287
Kolmogorov-Smirnov	1.03987
Anderson-Darling	2.84697
Cramer-von Mises	0.56195

Parameter Estimates					
Parameter	DF	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t
Theta	1	1011154	.	.	.
Xi	1	0.36233	0.28373	1.28	0.2210

FIGURE A.13 – Distribution de la loi de Pareto - Neige

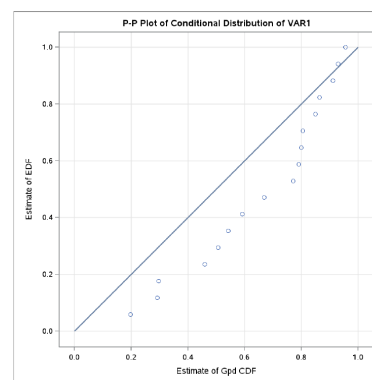


FIGURE A.14 – P-P plot de la distribution de la loi de Pareto - Neige

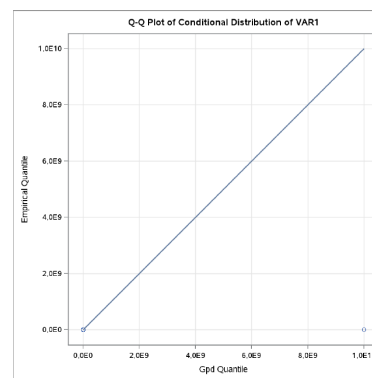


FIGURE A.15 – Q-Q plot de la distribution de la loi de Pareto - Neige

Modèle fréquence - coût moyen du risque Neige

Loi Binomiale

La loi Binomiale est une loi discrète, décrite par deux paramètres, n le nombre de réalisations de l'expérience, et p la probabilité de succès de chaque réalisation. La probabilité que $k \in [1; n]$ succès se réalise est notée $X \sim \mathcal{B}(n, p)$ et est obtenue avec l'expression suivante :

$$\mathbb{P}(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k} \quad (\text{A.13})$$

X admet une espérance et une variance : $\mathbb{E}(X) = np$ et $V(X) = np(1 - p)$

Obs	N	p
1	6	0.22549

FIGURE A.16 – Paramètres de la loi Binomiale estimés via le maximum de vraisemblance (proc GENMOD dans SAS)

The GENMOD Procedure

Model Information	
Data Set	WORK.MYDATA
Distribution	Binomial
Link Function	Logit
Response Variable (Events)	N
Response Variable (Trials)	Max

Number of Observations Read	17
Number of Observations Used	17
Number of Events	23
Number of Trials	102

Response Profile		
Ordered Value	Binary Outcome	Total Frequency
1	Event	23
2	Nonevent	79

Criteria For Assessing Goodness Of Fit			
Criterion	DF	Value	Value/DF
Deviance	16	40.4891	2.5306
Scaled Deviance	16	40.4891	2.5306
Pearson Chi-Square	16	38.0605	2.3788
Scaled Pearson X2	16	38.0605	2.3788
Log Likelihood		-54.4445	
Full Log Likelihood		-31.0700	
AIC (smaller is better)		64.1399	
AICC (smaller is better)		64.4066	
BIC (smaller is better)		64.9731	

Algorithm converged.

Analysis Of Maximum Likelihood Parameter Estimates							
Parameter	DF	Estimate	Standard Error	Wald 95% Confidence Limits		Wald Chi-Square	Pr > ChiSq
Intercept	1	-1.2340	0.2369	-1.6983	-0.7696	27.12	<.0001
Scale	0	1.0000	0.0000	1.0000	1.0000		

FIGURE A.17 – Adéquation de la loi Binomiale via la régression de Poisson

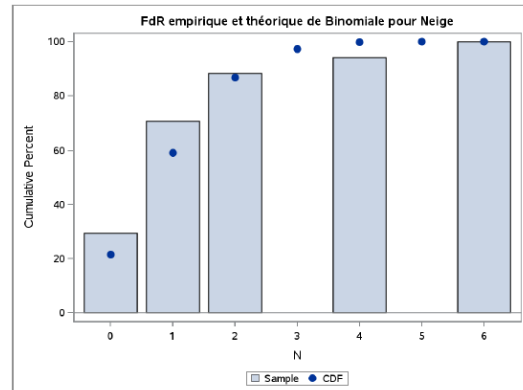


FIGURE A.18 – Fréquence de retour empirique et théorique de la Binomiale

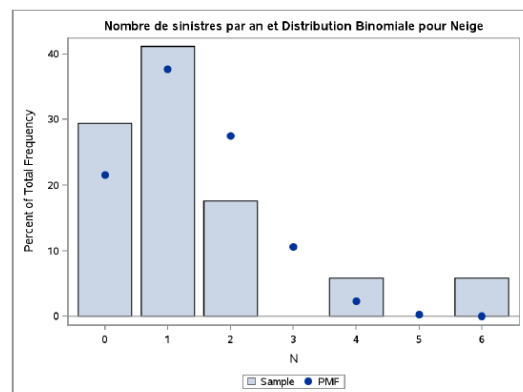


FIGURE A.19 – Nombre de sinistres par an et distribution de la Binomiale

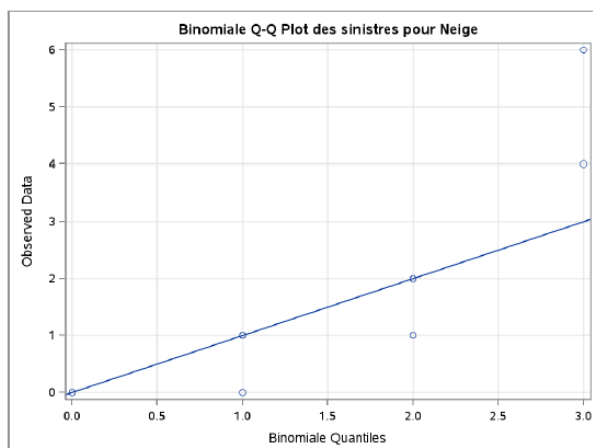


FIGURE A.20 – Q-Q plot des sinistres de la Binomiale

Loi Binomiale négative

La loi Binomiale négative est une loi de distribution discrète. C'est, par exemple, celle retenue dans la partie 5.5 pour la modélisation de la fréquence des tranches 2 et 3 du modèle grêle. Elle est très proche de la loi Binomiale. En effet, il s'agit aussi de tirages aléatoires avec probabilité p de succès. Cependant, ici, n est le nombre de succès à atteindre, l'expérience se poursuit tant que ce nombre n'est pas atteint. La variable aléatoire X correspond au nombre d'échecs avant que n succès ne soient atteints. Elle est notée $X \sim \mathcal{BN}(n, p)$.

Elle se définit par sa fonction de masse :

$$f(k; n, p) = \binom{k+n-1}{n-1} p^n q^k \quad \forall k = 0, 1, \dots \quad (\text{A.14})$$

Avec $q = 1 - p$. Elle peut se réécrire :

$$f(k; n, p) = \binom{-n}{k} p^n (-q)^k \quad \forall k = 0, 1, \dots \quad (\text{A.15})$$

X admet une espérance et une variance : $\mathbb{E}(X) = \frac{nq}{p}$ et $V(X) = \frac{nq}{p^2}$

Obs	nb_k	nb_p
1	2.32955	0.63260

FIGURE A.21 – Paramètres de la loi Binomiale Négative estimés via le maximum de vraisemblance (proc GENMOD dans SAS)

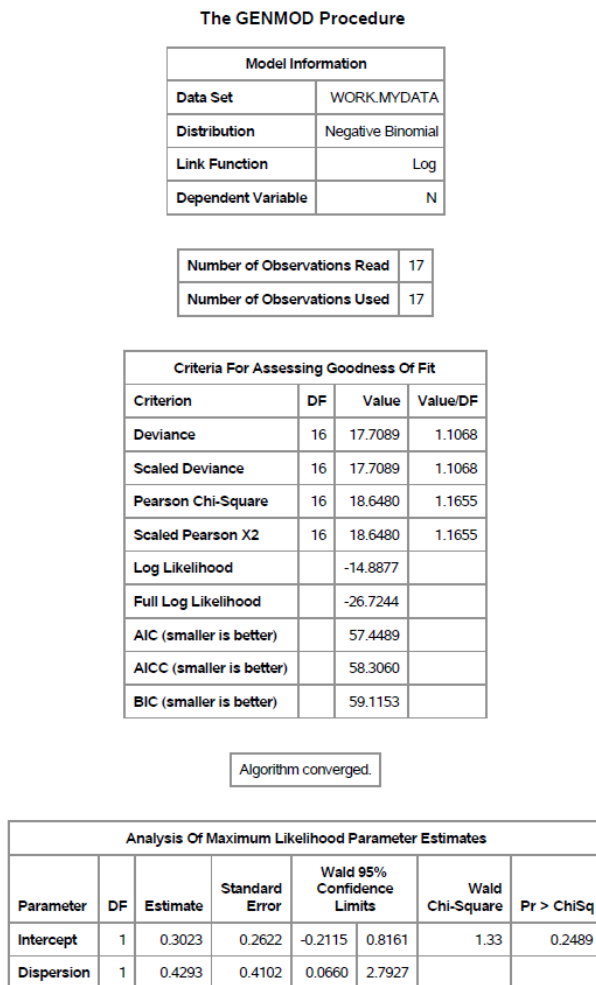


FIGURE A.22 – Adéquation de la loi Binomiale Négative via la régression de Poisson

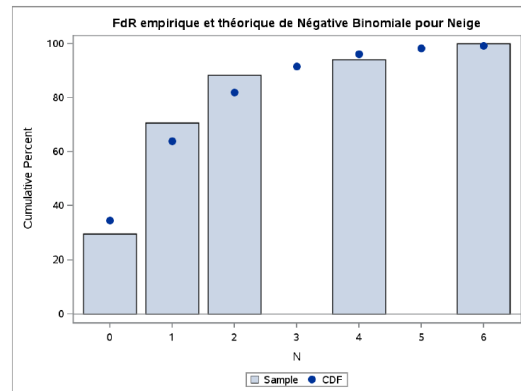


FIGURE A.23 – Fréquence de retour empirique et théorique de la Binomiale Négative

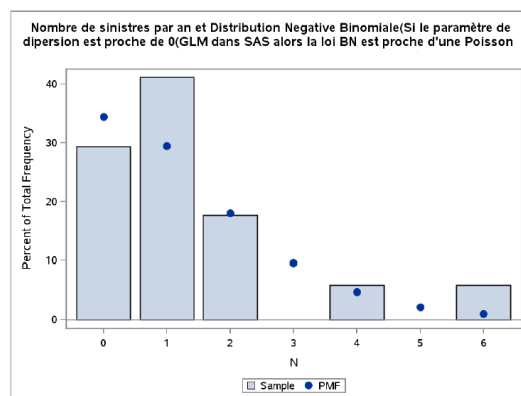


FIGURE A.24 – Nombre de sinistres par an et distribution de la Binomiale Négative

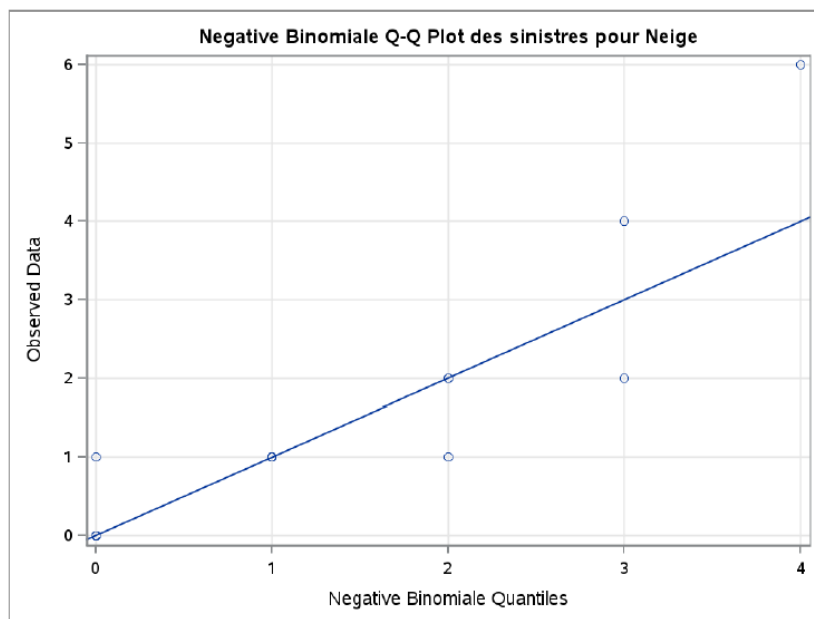


FIGURE A.25 – Q-Q plot des sinistres de la Binomiale Négative

Loi de Poisson

La loi de Poisson, est utilisée pour décrire les événements rares. Elle est connue pour son espérance égale à sa variance, mais ici, ce sont ces contraintes qui vont jouer dans le choix de la loi Binomiale Négative de notre modélisation. La variable aléatoire X , suivant une loi de Poisson notée $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$, va se définir comme suit :

$$p(k) = \mathbb{P}(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad (\text{A.16})$$

Avec $\lambda \in]0, +\infty[$ l'espérance et la variance de X .

Obs	lambda
1	1.35294

FIGURE A.26 – Paramètres de la loi de Poisson estimés via le maximum de vraisemblance (proc GENMOD dans SAS)

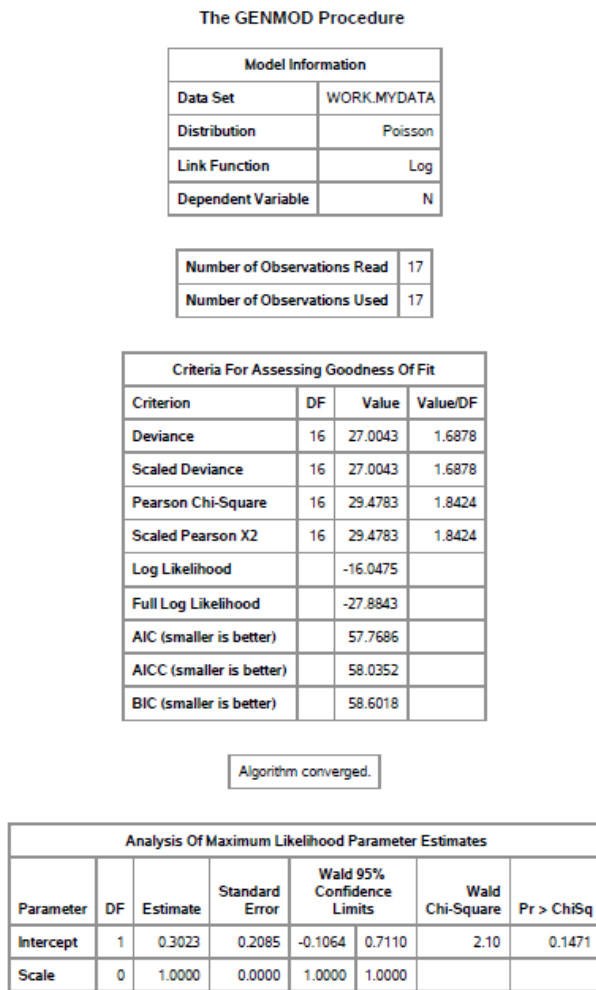


FIGURE A.27 – Adéquation de la loi de Poisson via la régression de Poisson

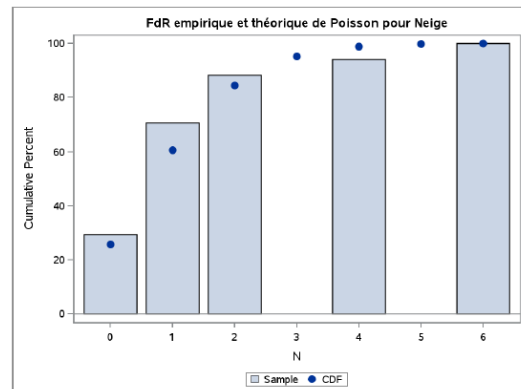


FIGURE A.28 – Fréquence de retour empirique et théorique de la loi de Poisson

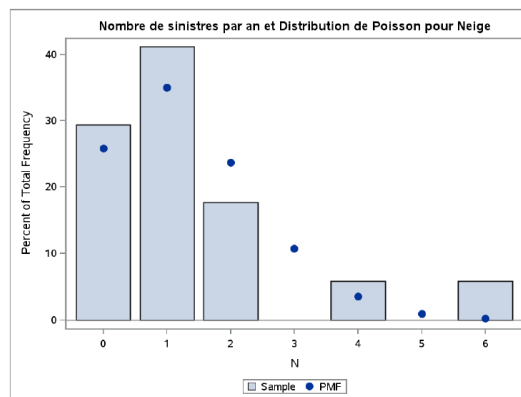


FIGURE A.29 – Nombre de sinistres par an et distribution de la loi de Poisson

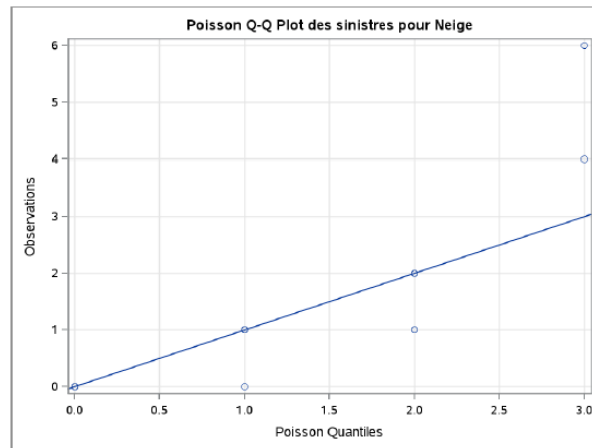


FIGURE A.30 – Q-Q plot des sinistres de la loi de Poisson

Annexe B

Modélisation par produit

1 Charge attritionnelle

Les tableaux suivants expliquent visuellement comment est déterminée la prime pure modélisée recalée pour le budget 2021.

Année surv	Années assurance	Cotis	cotis moyenne obs.	cotis moyenne modélisée	Tx déficit observé (EVT en rétroaction hs sécheresse hs cn)	PP surcrête obs.	PP clim modélisée	Tx écret. structurel	Tx écret. Structurel (Base 2019)	Pente structurelle	Pente structurelle cotis	Pente structurelles	Niveau moyen 10 ans	Tx écret. structure hors modélisation cotis	PP clim modélisée recalée	
																Evén cotis 3,0%
2018	3 729 681 ¹	964 082 581 ¹	258,5	243,4	9,2%	23,8	16,8	6,58%	6,19%	1,0%	0,7%	1,7%	6,23%	6,49%	15,3	
2019	3 938 165 ²	1 059 200 635 ²	269,0	244,5	9,8%	26,3	16,9	6,63%	6,23%	0,6%	0,4%	1,1%	6,23%	6,30%	15,5	
2020			276,9	245,60			17,13	6,67%	6,27%	0,6%			6,23%	6,19%	15,7	
moyenne 10 ans																
			231,2	234,0	6,4%	15,07	15,79	6,44%			0,14%					14,4

FIGURE B.1 – Détermination de la prime pure modélisée

niveau moyen de clos retenu 90%			Niveau PP obs 14,42								
Année surv (mi-année)	PP clim modélisée	Niveau moyen	facteur d'impact freq	facteur d'impact indemn	facteur d'impact taux	PP modélisée clos + Δ freq.	PP modélisée clos + ev indemn.	PP modélisée clos + ev taux	PP modélisée retraitée	PP modélisée recalée	
2019	15,49	14,4	1,14	1,19	1,00	17,59	18,44	15,49	20,94	17,94	
2020	15,66	14,4	1,153	1,214	1,000	18,04	19,01	15,66	21,92	18,78	
82%		14,43 moyenne sur les 10 dernières années					16,84			14,43	
Retraitement de la partie CLOS			Niveau PP obs 12,98								
Année surv (mi-année)	PP surcrite modélisée	Niveau moyen clos	facteur d'impact freq	facteur d'impact indemn	facteur d'impact taux	PP modélisée clos + Δ freq.	PP modélisée clos + ev indemn.	PP modélisée clos + ev taux	PP modélisée retraitée clos	PP modélisée clos	
2019	13,94	12,98	1,14	1,20	1,00	15,94	16,75	13,94	19,15	16,15	
2020	14,09	12,98	1,161	1,226	1,000	16,36	17,27	14,09	20,05	16,90	
12,98							13,92	14,33	12,98	15,40	12,98
Retraitement de la partie EN COURS			Niveau PP obs 1,44								
Année surv (mi-année)	PP surcrite modélisée	Niveau moyen en cours	facteur d'impact freq	facteur d'impact indemn	facteur d'impact taux	PP modélisée clos + Δ freq.	PP modélisée clos + ev indemn.	PP modélisée clos + ev taux	PP modélisée retraitée en cours	PP modélisée en cours	
2019	1,55	1,4	1,06	1,09	1,00	1,64	1,69	1,55	1,79	1,79	
2020	1,57	1,4	1,077	1,110	1,00	1,69	1,74	1,57	1,87	1,88	
1,44							1,44			1,44	

FIGURE B.2 – Application des pentes de fréquence et d'inflation

2 Tranche Fictive

Le tableau suivant représente la séparation des charges de chaque événement simulé dans la tranche fictive par tranche de 5M€. Une moyenne par tranche va ensuite être réalisée afin de déterminer la charge moyenne des événements de la tranche fictive inférieurs à un certain montant.

Seuil	10 000 000		
Année	Coût 2021	TOP_seuil_reass	Piafond à appliquer
1	41 375 769	1	55 000 000
2	23 584 051	0	40 000 000
3	101 303 246	1	55 000 000

309-2021) :	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
Tranche	5 XS 0	10 XS 0	15 XS 0	20 XS 0	25 XS 0	30 XS 0	35 XS 0	40 XS 0	45 XS 0	50 XS 0	55 XS 0
Seuil	5 000 000	10 000 000	15 000 000	20 000 000	25 000 000	30 000 000	35 000 000	40 000 000	45 000 000	50 000 000	55 000 000
	5 000 000	10 000 000	15 000 000	20 000 000	25 000 000	30 000 000	35 000 000	40 000 000	41 375 769	41 375 769	41 375 769
	5 000 000	10 000 000	15 000 000	20 000 000	23 584 051	23 584 051	23 584 051	23 584 051	23 584 051	23 584 051	23 584 051
	5 000 000	10 000 000	15 000 000	20 000 000	25 000 000	30 000 000	35 000 000	40 000 000	45 000 000	50 000 000	55 000 000

FIGURE B.3 – Simulation Tranche Fictive