

**Mémoire présenté le :
pour l'obtention du diplôme
de Statisticien Mention Actuariat
et l'admission à l'Institut des Actuares**

Par : Madame HERR Marie

Titre du mémoire :

*Intégration de l'inflation dans le calcul de la volatilité des réserves
des segments construction*

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus.

Membres présents du jury de la
filière :

Signature :

Entreprise : Groupama Assurances
Mutuelles
Nom : NAPOLEON Valentine

Signature :



Directeur de mémoire en
entreprise

Membres présents du jury de
l'Institut des Actuares :

Signature :

Nom : NAPOLEON Valentine

Signature :



Invité :

Nom :

Signature :

**Autorisation de publication et de mise
en ligne sur un site de diffusion de
documents actuariels (après expiration
de l'éventuel délai de confidentialité)**

Signature du responsable
entreprise :



Signature du candidat :



Résumé

Le contexte de forte inflation qui a suivi la crise de la Covid-19 et l'invasion de la Russie en Ukraine oblige les assureurs à revoir leurs méthodes de provisionnement et de calcul du risque de réserves. Ce constat est d'autant plus valable sur les branches construction, réputées particulièrement longues du fait de la nature décennale des garanties Dommages-Ouvrage et Responsabilité Civile Décennale. L'étude de ce mémoire porte tout d'abord sur l'intégration d'une inflation déterministe, via une couche de sur-inflation, sur le calcul des provisions pour sinistres à payer des branches hors construction. Il s'agit de provisions communes aux deux types de branches. Dans une seconde partie, une inflation stochastique modélisée avec l'indice BT01 est intégrée à la fois sur le calcul des provisions pour sinistres à payer, mais aussi sur les provisions pour sinistres non encore manifestés spécifiques aux segments construction. Le processus de modélisation des taux n'est pas détaillé dans ce mémoire, l'objectif étant uniquement d'étudier les façons d'intégrer des taux donnés. Enfin, le modèle de Verbeek est étudié en tant que modèle alternatif, étant un modèle conçu pour capter les effets calendaires.

Mots clés : Assurance construction, *Best Estimate*, Bootstrap, BT01, Chain-Ladder, Coefficient de variation, DO, Inflation, Modèle Interne Partiel, Provisionnement, RCD, Risque de réserves, SCR, Solvabilité II, Verbeek, Volatilité

Abstract

In the aftermath of the Covid-19 crisis and Russia's invasion of Ukraine, which led to a context of high inflation, insurers have to rethink their reserving models and their reserve risk calculation. This is especially true when examining the building insurance segments, as their warranties are characterized as long-term due to the decennial nature of their coverages. First, this Master Thesis focuses on incorporating a deterministic inflation to compute the provisions for outstanding claims in non building segments, by using an additional layer of inflation. Those provisions are shared by both types of segments. In a second part, a stochastic inflation modelled with the BT01 index is added for estimating outstanding claims and provision for future claims, which are building segments-specific. Since the focal point is the adaptation of existing models to consider inflation, the rate modeling process is not detailed in this study. In a last part, Verbeek's model is studied as an alternative model for its calendar effects modelling design.

Key Words : Building insurance, Best Estimate, Bootstrap, BT01, Chain-Ladder, Coefficient of variation, Inflation, Partial Internal Model, Reserving, Third Party Liability, Reserve risk, SCR, Solvency II, Verbeek, Volatility

Note de synthèse

L'activité d'un assureur est rythmée par un cycle inversé de production. En effet, les primes versées par les assurés sont perçues avant tout paiement de sinistre éventuel. Dans un objectif de protection des assurés, les assureurs sont alors dans l'obligation de calculer le montant de fonds propres à posséder afin de pouvoir faire face à une sinistralité bicentennale, également appelé SCR. La norme Solvabilité II permet aux assureurs de calculer ce SCR à l'aide d'une formule standard, qui peut être employée par tous. Groupama a cependant fait le choix d'utiliser un modèle interne partiel pour quantifier son risque de façon plus adéquate à son profil. Ce modèle couvre notamment le risque de réserves.

Si jusqu'à présent les modèles de marché tels que le modèle Chain-Ladder et le Bootstrap s'avéraient pertinents afin de calculer la distribution des montants ultimes, le contexte actuel d'inflation appelle à un ajustement de cette modélisation, et force à minima l'ajout d'une couche d'inflation. En effet, ces modèles étaient initialement utilisés par les assureurs en considérant que l'inflation future restait similaire à l'inflation passée, et que les coefficients de développement du modèle permettaient donc déjà, en moyenne, de la prendre implicitement en compte sur les paiements futurs. Avec un indice des prix à la consommation atteignant près de + 5,2% en 2022, cette prise en compte implicite n'est plus suffisante. Les équipes de modélisation doivent donc faire face à ce nouveau contexte, et ce sans réel appui de la formule standard étant donné qu'elle a été établie dans un ancien contexte d'inflation stable.

Les garanties construction occupent une place particulière en ce qui concerne le calcul des provisions. En effet, les garanties Dommages-Ouvrage (DO) et Responsabilité Civile Décennale (RCD) sont deux garanties qui prennent effet à la date de début d'ouverture du chantier et courent ensuite pendant dix ans après réception des travaux, contrairement à des garanties classiques ne couvrant qu'une année. En plus des provisions pour sinistres à payer communes à l'ensemble des lignes d'activité que sont les PSAP, les segments construction nécessitent donc le calcul d'une provision pour les sinistres non encore manifestés, appelée la PSNEM. Ainsi, en plus de la lenteur de liquidation des telles branches appuyée par les nombreuses procédures de recours sur la garantie DO, les provisions doivent par nature être effectuées sur un horizon bien plus lointain qu'une garantie usuelle. Il va sans dire que l'inflation n'en est que plus impactante, ce qui constitue le moteur principal de l'étude présentée dans ce mémoire.

Le premier objectif a été d'intégrer une couche de sur-inflation déterministe dans le calcul du risque de réserves de Groupama sur les segments hors construction. En effet, le calcul des PSAP est effectué de façon similaire sur la partie construction et hors construction. Cette première approche permet alors de commencer par traiter un cas simplifié avant de s'intéresser aux PSNEM.

Pour ce faire, Groupama avait effectué une adaptation du modèle Chain-Ladder, utilisé pour calculer le $BE_{Implicite}$, ainsi que du Bootstrap, utilisé pour évaluer sa volatilité. En vision stochastique, ces évolutions impliquaient de développer l'inflation à travers les coefficients de développement moyens calculés en vision N+1 et notés $(\hat{f}_j^{*N+1})_{1 \leq j \leq N-1}$ à travers la formule suivante :

$\forall 2 \leq i \leq N,$

$$\hat{C}_{i,N}^{INF} = \hat{C}_{i,N-i+1} \prod_{k=1}^{i-1} [(\bar{r}_{i-k} + 1) \hat{f}_{N-k}^{*N+1} - \bar{r}_{i-k}]$$

Avec :

- $(1 + \bar{r}_i)_{2 \leq i \leq N}$ les taux d'inflation après moyenne géométrique permettant de considérer des paiements en milieu d'année
- $(\hat{C}_{i,N-i+1})_{2 \leq i \leq N}$ les montants simulés par Bootstrap de la diagonale N+1, inflation comprise, du triangle d'étude

D'une part, les montants de la diagonale N+1 du triangle simulé étaient inflatés avant développement par Chain-Ladder. Les coefficients moyens en vision N+1 étaient donc calculés avec un modèle Chain-Ladder reposant sur des données dont une diagonale comportait, par construction, un effet calendaire contraire aux hypothèses. D'autre part, cette méthodologie était utilisée à la fois sur les triangles de charges et sur les triangles de paiements. Or, les triangles de charges cumulées ont une tendance décroissante contrairement aux triangles de paiements, ce qui se traduit dans les coefficients de développement. Ainsi, les ultimes inflatés calculés sur les triangles de charges étaient finalement inférieurs à ceux qui n'étaient pas inflatés, ce qui est incohérent avec l'ajout d'une couche de sur-inflation.

La méthodologie dite incrémentale a alors été mise en place. Cette méthode se caractérise par un premier calcul d'ultimes sans inflation, puis par une décomposition, selon une cadence de paiements historique, du $BE_{Implicite}$ non inflaté obtenu. Enfin, la couche de sur-inflation est appliquée de façon calendaire. En suivant ces étapes, les flux auxquels s'appliquent l'inflation correspondent bien à des flux de paiement, qui ne conservent pas les estimations des gestionnaires de sinistres résiduelles qui sont présentes dans les cadences de charges. L'information cruciale est la date à laquelle le paiement sera effectué étant donné qu'elle détermine le taux d'inflation qui doit s'appliquer. L'idée de Groupama de développer l'inflation à travers les coefficients de développement a tout de même été explorée mais en décomposant l'ultime selon les cadences de paiements. Cette méthode est appelée "Méthode MIP revue" dans le tableau ci-dessous comparant les résultats des différentes méthodes obtenus sur la LoB responsabilité civile (GTPL) :

k€				
GTPL charges	Sans inflation	Méthode MIP	Méthode MIP revue	Méthode incrémentale
Moyenne ultimes PSAP	4 763 615	4 762 436	4 770 385	4 768 843
BE PSAP moyen	1 015 893	1 014 713	1 022 662	1 021 120
BE implicite	1 016 040	1 014 861	1 022 808	1 021 268
Ecart-Type	25 479	25 584	25 669	25 611
Cov	2,51%	2,52%	2,51%	2,51%

Comparaison des écarts-types PSAP obtenus sur le segment Hors Construction de la LoB GTPL

Contrairement à la méthode initiale, la méthode incrémentale et la méthode revue du modèle interne aboutissent bien à des $BE_{Implicite}$ inflatés supérieurs au $BE_{Implicite}$ non inflaté. Par ailleurs, le coefficient de variation est stable sur l'ensemble des méthodes, ce qui

est cohérent avec l'utilisation d'un vecteur d'inflation déterministe.

Afin de vérifier que cette stabilité du coefficient de variation était bien issue de ce caractère déterministe, les mêmes méthodes ont été employées sur la partie PSAP du segment RCD construction relatif à la même LoB. Le taux utilisé n'est alors plus un vecteur de sur-inflation déterministe mais des simulations du taux BT01, avec ou sans ajout d'une couche supplémentaire de sur-inflation, qui sont donc aléatoires.

k€						
GTPL RCD	Sans inflation	Méthode MIP (BT01 + sur-Inf)	Méthode MIP revue (BT01 + sur-Inf)	Méthode MIP revue (Vecteur d'inflation fixe)	Méthode incrémentale (BT01 + sur-Inf)	Méthode incrémentale (Vecteur d'inflation fixe)
Moyenne ultimes PSAP	943 896	942 937	956 076	957 899	952 936	954 703
BE PSAP moyen	205 719	204 863	217 899	219 722	214 760	216 526
Ecart-Type	7 506	8 319	16 855	8 008	14 384	7 894
CoV	3,65%	4,06%	7,74%	3,64%	6,70%	3,65%
		Méthode MIP (BT01)	Méthode MIP revue (BT01)		Méthode incrémentale (BT01)	
		943 569	945 672		945 182	
		205 393	207 495		207 005	
		8 051	15 962		13 921	
		3,92%	7,69%		6,73%	

Comparaison des écarts-types PSAP obtenus sur le segment Construction de la LoB GTPL

Les colonnes relatives à un vecteur d'inflation fixe correspondent à des calculs pour lesquels seul le premier scénario BT01 a été utilisé sur l'ensemble des simulations. Le coefficient de variation qui en découle est stable et équivalent à celui obtenu sans inflation. Au contraire, dès que le taux devient stochastique, que ce soit avec ou sans sur-inflation déterministe supplémentaire, le coefficient de variation double. Le caractère aléatoire des taux utilisés est donc le paramètre qui affecte le plus le coefficient de variation et donc la valeur finale du SCR.

Une fois cette étude terminée, il reste à déterminer comment intégrer l'inflation des PSAP au calcul des PSNEM, et de quelle manière inflater les PSNEM. En effet, les PSNEM sont calculées sur un triangle en vision DROC x Survenance, ventilé avec les PSAP afin de pouvoir estimer la sinistralité future en prenant en compte les IBNR. Une survenance contenant en réalité une somme de montants correspondants chacun à une année de développement différente, il n'est pas possible de simplement appliquer les taux de façon calendaire comme c'est le cas en vision Survenance x Développement. En outre, il est nécessaire de prendre garde au double comptage d'inflation qu'entraîne une ventilation des PSAP inflatées dans le triangle PSNEM.

La méthodologie mise en place est donc premièrement une ventilation du triangle PSNEM avec des PSAP non inflatées. Cela permet d'éviter à la fois un double comptage de l'inflation mais aussi une intégration implicite d'effet calendaire avant application du Chain-Ladder. Ensuite, les PSNEM sont développées par Chain-Ladder. S'ensuit l'étape d'intégration de l'inflation sur les PSNEM. L'indice utilisé est l'indice BT01 avec plusieurs scénarios permettant d'en avoir une vision stochastique. La modélisation de ces taux n'est pas l'objet de ce mémoire et n'est donc pas explicitée. Pour pallier l'impossibilité d'appliquer les taux de manière calendaire, les taux utilisés sont des taux moyens pondérés par une cadence incrémentale de paiements historique, sommant à un. Afin de ne pas déformer les taux, il est important d'appliquer ces poids uniquement après cumul et éventuellement moyenne géométrique des taux. Cela revient alors à appliquer la cadence sur les données directement en appliquant bien le scénario simulé initial. Ainsi, en moyenne, appliquer ces nouveaux taux à une survenance donnée attribue bien à chaque part du montant total le taux qui correspond

au développement auquel elle a été versée. Il y a donc un taux différent par diagonale et ceux-ci sont appliqués de manière calendaire. Enfin, afin de prendre en compte la partie inflatée des IBNR qui n'a pas été ventilée, un ajustement additif, différent pour chaque simulation du fait du caractère stochastique des PSAP utilisées, est appliqué sur les ultimes.

k€					
GTPL RCD	Central sans sur-inflation (PSAP non inflatées)	Central avec sur-inflation (PSAP non inflatées)	Central avec sur-inflation (PSAP inflatées)	Méthode incrémentale (PSAP non inflatées)	Méthode incrémentale (PSAP inflatées)
Moyenne ultimes	1 114 007	1 119 357	1 128 398	1 126 729	1 135 770
BE PSNEM moyen	243 868	249 218	258 259	256 590	265 631
Ecart-Type	30 368	31 632	37 010	41 803	50 804
CoV	12,45%	12,69%	14,33%	16,29%	19,13%

Résultats obtenus pour le calcul de l'écart-type des PSNEM de la LoB GTPL en construction

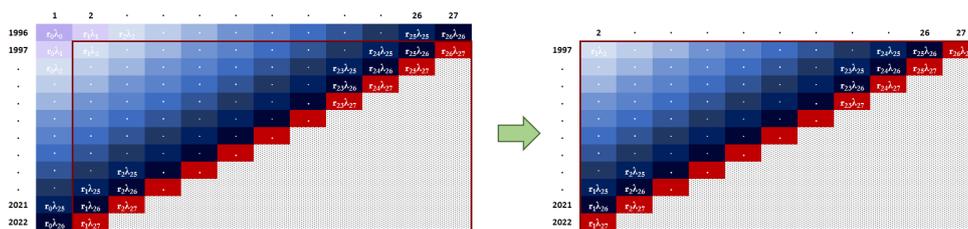
Le modèle central ne contient de l'inflation que sur la diagonale N+1, contrairement au modèle incrémental mis en place. La forte hausse du coefficient de variation s'explique en partie par ce point. Le fait d'intégrer les PSAP inflatées ou non a également un impact sur le coefficient de variation qui gagne deux points sur le modèle central. Les résultats sont cohérents avec les observations faites lors du calcul des PSAP inflatées avec l'indice BT01, c'est-à-dire un fort impact d'un taux stochastique sur le coefficient de variation.

Enfin, le modèle de Verbeek a été mis en place en tant que modèle alternatif du fait qu'il soit conçu dans le but précis de capter les effets calendaires tels que l'inflation. Ce modèle consiste à paramétrer un triangle de nombre de sinistres, mais il est également applicable sur des triangles de charges ou de paiements après normalisation. Sous ce modèle, les montants normalisés $(S_{i,j})_{0 \leq i \leq N-1, 0 \leq j \leq N-1}$ sont alors vus comme produit entre un effet calendaire noté λ et un poids noté r relatif aux DROC dans un cadre d'utilisation pour les modèles des branches construction : $S_{i,j} = r_j \lambda_{i+j}$, avec $\hat{\lambda}_{N-1} = d_{N-1}$, $\hat{r}_{N-1} = \frac{v_{N-1}}{\hat{\lambda}_{N-1}}$ et :

$$\forall 0 \leq k \leq N - 2, \begin{cases} \hat{\lambda}_k = \frac{d_k}{1 - \sum_{i=k+1}^{N-1} \hat{r}_i} \\ \hat{r}_k = \frac{v_k}{\sum_{i=k}^{N-1} \hat{\lambda}_k} \end{cases}$$

Les termes d_k et v_k correspondent respectivement à la somme des montants du triangle d'étude sur la diagonale k ou sur la colonne k.

S'agissant initialement d'un modèle déterministe, une adaptation à une vision stochastique a été proposée. Après la simulation de la diagonale N+1 par Chain-Ladder, en y incluant cette fois directement l'inflation au vu de la nature du modèle de Verbeek, les paramètres décrits plus hauts ne peuvent plus être aussi simplement estimés. Ils sont alors estimés sur le sous triangle de taille N-1 x N-1 qui correspond au triangle initial privé de sa première DROC et de sa première survenance.



Sous-triangle extrait pour utiliser le modèle de Verbeek

Les résultats sont présentés ci-dessous :

k€			
GTPL RCD	Central avec sur-inflation (PSAP inflatées)	Méthode incrémentale (PSAP inflatées)	Verbeek avec inflation (PSAP inflatées)
Moyenne ultimes	1 128 398	1 135 770	1 140 789
BE PSNEM moyen	258 259	265 631	270 650
Ecart-Type	37 010	50 804	62 878
CoV	14,33%	19,13%	23,23%

Comparaison entre l'écart-type PSNEM sur le modèle actuel y compris sur-inflation, sur le modèle incrémental et sur le modèle de Verbeek

Le modèle de Verbeek aboutit à un coefficient de variation encore plus important que la méthode incrémentale. Cela s'explique par le fait que le modèle en lui-même n'est pas adapté au triangle d'étude, mais aussi du fait qu'il s'agit d'un modèle reparamétrant l'intégralité du triangle, contrairement au Chain-Ladder qui s'applique plutôt en tant que continuité des effets historiques. Tel qu'il a été employé dans ce mémoire, il ne s'agit pas d'un modèle adapté au calcul de réserves dans le modèle interne de Groupama.

Finalement, ce mémoire a permis de mettre en avant l'importance derrière l'utilisation des cadences de paiement pour prendre en compte l'inflation afin de ne pas aboutir à des résultats incohérents. Plus encore que la méthode elle-même, la nature des taux appliqués a également un impact non négligeable sur l'évaluation finale du risque. En effet, la décomposition de l'étude en ajout successif de plusieurs couches d'inflation a permis de révéler qu'un taux déterministe entraîne certes une hausse des $BE_{Implicitite}$ et des écarts-types, mais le CoV reste stable. Le SCR augmente alors de façon moindre qu'avec des taux stochastiques dont le caractère aléatoire provoque une hausse du CoV. Le taux déterministe décale en réalité le mode de la distribution des ultimes vers la droite, mais la dispersion autour de ce mode est pratiquement inchangée, tandis qu'un taux aléatoire aplatit la courbe. Il est possible de combiner à la fois une inflation stochastique et l'ajout d'une couche déterministe afin, d'une part, de traduire l'incertitude pesant sur le phénomène d'inflation dans la hausse du SCR, et d'autre part d'insister sur la hausse du BE par un choc temporaire. L'assureur doit donc effectuer une analyse pointue des tendances inflationnistes afin d'adapter au mieux ses calculs prévisionnels, l'impact sur le SCR final étant conséquent.

Par ailleurs, afin d'améliorer la robustesse des résultats issus de la méthode incrémentale, l'idéal serait de pouvoir mettre les données en *as-if* avant application. Groupama a fait le choix de ne pas le faire pour éviter une déformation des données qui découlerait d'une difficulté à capter le phénomène à travers un indice déterminé, d'autant plus qu'un effet calendaire tel que l'inflation n'est pas forcément économique, mais peut également découler de changements de stratégie de la part de l'assureur dans sa gestion des sinistres.

Il est également important de noter que les modèles décrits dans ce mémoire n'ont pas fait l'objet d'une étude de sensibilité aux taux appliqués. Il s'agit là d'un axe important d'amélioration qui permettrait de garantir la robustesse de la méthodologie proposée.

Executive Summary

The activity of an insurer is governed by a reversed production cycle. Indeed, premiums paid by policyholders are collected before any potential claims payments. Therefore, to protect policyholders, insurers have to determine the amount of capital to hold in order to withstand a two-hundred-year loss event, also known as the Solvency Capital Requirement (SCR). Solvency II standards allow insurers to calculate this SCR using a standardized formula that can be used by all. However, Groupama has chosen to use a partial internal model to quantify its risk more accurately based on its profile. This model includes the reserve risk.

While, up until now, the Chain-Ladder and Bootstrap models have proven relevant for calculating ultimate claim amounts and their distribution, the current inflationary environment challenges this modeling approach and requires, at the very least, an adaptation through the addition of an inflation layer. Initially, these models were used by the insurers under the assumption that future inflation would remain similar to past inflation, and that the model's development factors implicitly accounted for it in future payments. However, with a Consumer Price Index reaching nearly + 5.2% in 2022, this implicit consideration is no longer sufficient. Modeling teams must now confront this new context, and this is done without substantial support from the standard formula, as it was established in the previous stable inflation environment, lacking an explicit volatility associated with inflation.

Construction guarantees hold a unique position when it comes to reserving. Indeed, the Construction All-Risk (CAR) and Decennial Liability Insurance (DLI) guarantees are two coverages that take effect from the start of the construction site and extend for ten years after the completion of the works, in contrast to standard coverages that typically span only one year. In addition to provisions for outstanding claims, common to all lines of business, known as OCP, the construction segments require the calculation of a provision for yet-to-be-manifested claims, referred to as NRCP. Thus, in addition to the slow liquidation pace of such segments, accentuated by numerous recourse procedures related to CAR coverage, provisions must inherently be made over a much longer horizon than a typical guarantee. It goes without saying that inflation has thus an even more significant impact, constituting the primary driver of the study presented in this thesis.

The initial objective was to incorporate a layer of deterministic over-inflation in the calculation of reserve risk for non-construction segments. Since the calculation of OCP is performed similarly for both the construction and non-construction parts, this first approach allows for addressing a simplified scenario before delving into NRCP.

To achieve this, Groupama had adapted the Chain-Ladder model, used to calculate the Implicit Best Estimate, as well as the Bootstrap, used to assess its volatility. In a stochastic framework, these adaptations involved incorporating inflation through the average development factors calculated in a N+1 perspective and denoted as $(\hat{f}_j^{*N+1})_{1 \leq j \leq N-1}$ through the following formula :

$$\forall 2 \leq i \leq N,$$

$$\hat{C}_{i,N}^{INF} = \hat{C}_{i,N-i+1} \prod_{k=1}^{i-1} [(\bar{r}_{i-k} + 1) \hat{f}_{N-k}^{*N+1} - \bar{r}_{i-k}]$$

Where :

- $(1 + \bar{r}_i)_{2 \leq i \leq N}$ inflation rates after geometric averaging, allowing for the consideration of mid-year payments.
- $(\hat{C}_{i,N-i+1})_{2 \leq i \leq N}$ amounts simulated by Bootstrap for the N+1 diagonal, including inflation, of the study triangle.

On one hand, the amounts from the simulated N+1 diagonal of the triangle were inflated before development by the Chain-Ladder. The average factors in the N+1 perspective were therefore calculated using a Chain-Ladder model based on data where, due to the addition of inflation, one diagonal had a calendar effect that was in conflict with the theoretical assumptions. On the other hand, this methodology was applied to both the incurred and paid triangles. However, the cumulative incurred triangles exhibit a decreasing trend, unlike the paid triangles, which is reflected in the development factors. As a result, the inflated ultimate amounts calculated on the incurred triangles were ultimately lower than those that were not inflated, which is inconsistent with the addition of a positive over-inflation layer.

The incremental methodology was then implemented in the context of this thesis. This method is characterized by an initial calculation of ultimate amounts without inflation, followed by a decomposition of the non-inflated $BE_{Implicit}$ based on a historical payment pattern. Finally, the over-inflation layer is applied in a calendar manner. By following these steps, the cash flows used to apply inflation correspond to actual payment flows, without retaining residual claims estimations in the incurred patterns. The crucial information is indeed knowing when the payment will be made since it is this payment that locks in the inflation that should be applied to it. The idea of developing initial inflation through the development factors was still explored, always going through the ultimate decomposition according to payment patterns. The results of the different methods were compared for the Liability Insurance Line of Business (GTPL) :

€k				
GTPL incurred	Without inflation	PIM Method	Revised PIM method	Incremental Method
Average OCP ultimates	4,763,615	4,762,436	4,770,384	4,768,843
Average OCP BE	1,015,893	1,014,713	1,022,662	1,021,120
Standard Deviation	25,479	25,584	25,669	25,611
CoV	2.51%	2.52%	2.51%	2.51%

Comparison of the standard deviations of OCP obtained for the GTPL LoB

The incremental method and the method retaining inflation development but adapted for the use of payment patterns indeed result in higher $BE_{Implicit}$ than the non-inflated $BE_{Implicit}$, unlike the initial method. It is also noticeable that the coefficient of variation (CoV) remains stable across all methods, which is consistent with the use of a deterministic inflation vector.

To confirm that this stability of the CoV did indeed arise from this deterministic nature, the methods were applied to the OCP part of the construction DLI segment related to the same Line of Business. The rate used is no longer a vector of deterministic over-inflation but simulations of the BT01 rate, with or without the addition of an extra layer of over-inflation, which thus has a random nature.

€k

GTPL DIL	Without inflation	PIM Method (BT01 + over-inf)	Revised PIM Method (BT01 + over-inf)	Revised PIM Method (Deterministic inflation vector)	Incremental Method (BT01 + over-inf)	Incremental Method (Deterministic inflation vector)
Average OCP ultimates	943,896	942,937	956,076	957,899	952,936	954,703
Average OCP BE	205,719	204,863	217,899	219,722	214,760	216,526
Standard Deviation	7,506	8,319	16,855	8,008	14,384	7,894
CoV	3.65%	4.06%	7.74%	3.64%	6.70%	3.65%
		PIM Method (BT01)	Revised PIM Method (BT01)		Incremental Method (BT01)	
		943,569	945,672		945,182	
		205,392	207,495		207,005	
		8,051	15,962		13,921	
		3.92%	7.69%		6.73%	

Comparison of the standard deviations of the OCP obtained for the Construction segment of the GTPL LoB

The columns related to a deterministic inflation vector correspond to calculations where only the first BT01 scenario was used in all simulations. The resulting CoV is stable and equivalent to that obtained without inflation. On the contrary, as soon as the rate becomes stochastic, whether with or without an additional deterministic over-inflation, the CoV doubles. The random nature of the rates used is therefore the parameter that has the most significant impact on the CoV and thus on the final value of the SCR.

Once this study is concluded, the next step is to determine how to incorporate the inflated OCP into the calculation of NRCP and how to inflate those NRCP. Indeed, the NRCP is calculated on a triangle in a DROC x Occurrence view, segmented with the OCP to estimate future claims considering the IBNRs. Since an occurrence actually contains a sum of amounts corresponding to different development years, it is not possible to simply apply rates in a calendar manner, as is the case in the Occurrence x Development view. Furthermore, caution is needed to avoid double counting inflation resulting from the segmentation of inflated PSAP into the PSNEM triangle.

The methodology implemented involves, firstly, segmenting the NRCP triangle with non-inflated OCP. This avoids both double counting inflation and an implicit integration of calendar effects before applying the Chain-Ladder. Then, the NRCP is developed using the Chain-Ladder method. The next step is to integrate inflation into the NRCP. The index used is the BT01 index with multiple scenarios to provide a stochastic view. The modeling of these rates is not the focus of this thesis and is thus not detailed. To overcome the impossibility of applying rates in a calendar manner, the rates used are weighted average rates based on an incremental historical payment pattern, summing to one. To avoid distorting the rates, it is important to apply these weights only after accumulation and possibly geometric averaging. This means applying the weights directly to the data while considering the initial simulated scenario. Thus, on average, applying these new rates to a given occurrence assigns the appropriate rate to each part of the total amount, corresponding to the development at which it was paid. Therefore, there is a different rate for each diagonal, and these rates are applied in a calendar manner. Finally, to account for the inflated portion of the IBNRs that has not been segmented, an additive adjustment, different for each simulation due to the stochastic nature of the OCP used, is made to the ultimate amounts.

€k					
GTPL DIL	Central without inflation (non-inflated OCP)	Central with over-inflation (non-inflated OCP)	Central with over-inflation (inflated OCP)	Incremental Method (non-inflated OCP)	Incremental Method (inflated OCP)
Average ultimates	1,114,007	1,119,357	1,128,398	1,126,729	1,135,770
Average NRCP BE	243,868	249,218	258,259	256,590	265,631
Standard Deviation	30,368	31,632	37,010	41,803	50,804
CoV	12.45%	12.69%	14.33%	16.29%	19.13%

Results obtained for the calculation of the standard deviation of NRCP for the GTPL LoB in the construction segment

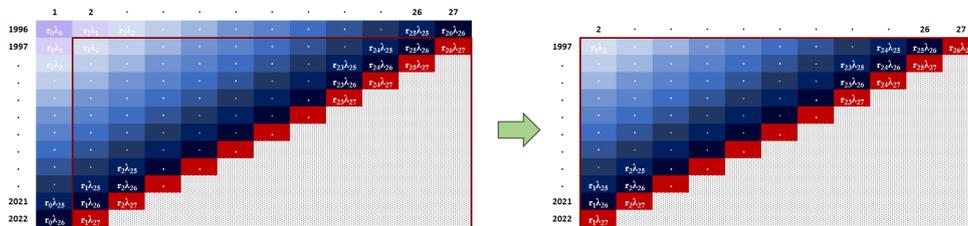
The central model only contains inflation on the N+1 diagonal, unlike the incremental model implemented. The significant increase in the CoV is partly explained by this aspect. Integrating inflated or non-inflated OCP also has an impact on the CoV, gaining two points in the central model. The results are consistent with the observations made during the calculation of inflated OCP with the BT01 index, namely a strong impact of a stochastic rate on the CoV.

Finally, Verbeek's model was implemented as an alternative model, designed specifically to capture calendar effects such as inflation. This model involves parameterizing a triangle of claim counts, but it can also be applied to incurred or paid triangles after normalization. Under this model, the amounts $(S_{i,j})_{0 \leq i \leq N-1, 0 \leq j \leq N-1}$ are modeled as the product of a calendar effect denoted λ and a weight relative to the DROC in a construction model framework : $S_{i,j} = r_j \lambda_{i+j}$, with $\hat{\lambda}_{N-1} = d_{N-1}$, $\hat{r}_{N-1} = \frac{v_{N-1}}{\lambda_{N-1}}$ and :

$$\forall 0 \leq k \leq N - 2, \begin{cases} \hat{\lambda}_k = \frac{d_k}{1 - \sum_{i=k+1}^{N-1} \hat{r}_i} \\ \hat{r}_k = \frac{v_k}{\sum_{i=k}^{N-1} \hat{\lambda}_i} \end{cases}$$

The terms d_k and v_k correspond, respectively, to the sum of the amounts in the study triangle on diagonal k or on column k.

Initially being a deterministic model, an adaptation for a stochastic perspective was proposed. After simulating the N+1 diagonal with Chain-Ladder, this time directly including inflation given the nature of Verbeek's model, the parameters described above cannot be estimated as easily. They are thus estimated on the sub-triangle of size N-1 x N-1, which corresponds to the initial triangle without its first DROC and first occurrence.



Sub-triangle extracted for using Verbeek's model

The results are presented below :

€k

GTPL DIL	Central with over-inflation (inflated OCP)	Incremental Method (inflated OCP)	Verbeek with inflation (inflated OCP)
Average ultimates	1,128,398	1,135,770	1,140,789
Average NRCP BE	258,259	265,631	270,650
Standard Deviation	37,01	50,804	62,878
CoV	14.33%	19.13%	23.23%

Comparison between the standard deviation of NRCP for the current model, including over-inflation, the incremental model, and Verbeek’s model

Verbeek’s model displays an even larger CoV than the incremental method. This can be explained by the fact that the model itself is not suited to the study triangle, and it re-parametrizes the entire triangle, yielding results that are not comparable to a method like Chain-Ladder, which operates as a continuation of historical effects. As employed in this thesis, it is not a model suitable for reserve calculation in Groupama’s internal model.

To conclude, this thesis has highlighted the importance of considering historical payment patterns to account for inflation, preventing inconsistent results. Beyond the method itself, the nature of the applied rates also has a significant impact on the final risk assessment. Indeed, the study’s decomposition through the successive addition of multiple layers of inflation revealed that a deterministic rate results in an increase in the $BE_{Implicit}$ and standard deviations, but the CoV remains stable. The SCR increases more moderately than with stochastic rates, where their random nature causes a rise in the CoV. The deterministic rate effectively shifts the mode of the distribution of ultimate values to the right, but the dispersion around this mode is practically unchanged, whereas a random rate flattens the curve. It is possible to combine both stochastic inflation and the addition of a deterministic layer in order, on the one hand, to capture the uncertainty surrounding the inflation phenomenon in the increase of the SCR, and on the other hand, to emphasize the rise of the Best Estimate through a temporary shock. Insurers must therefore conduct a thorough analysis of the inflationary trends in order to accordingly adjust its forecast calculations, as the impact on the final SCR is significant.

Furthermore, to enhance the robustness of results obtained from the incremental method, the ideal would be to put the data in an as-if state before application. However, Groupama chose not to do so to avoid distorting the data, which would result from difficulty in capturing the phenomenon through a determined index, especially considering that a calendar effect such as inflation is not necessarily economic but may also result from changes in the insurer’s claims management strategy.

Remerciements

Mes plus sincères remerciements vont tout d'abord à ma tutrice en entreprise, Valentine NAPOLEON. Que ce soit pour sa bienveillance, son enthousiasme permanent, ses délicieuses pâtisseries, mais aussi son suivi tout au long de la rédaction de ce mémoire, elle a permis de faire de mon expérience au sein de Groupama un ensemble de moments chaleureux et conviviaux. Elle a également largement contribué à la création des différentes figures disséminées à travers le mémoire, et je l'en remercie.

Je souhaite ensuite remercier tous les autres membres de l'équipe de Validation du Modèle Interne Non-Vie. J'adresse en particulier mes remerciements à Youva MANSOUR et Bertrand BILONGI, mais aussi Léo REICHARDT dont les idées m'ont souvent permis d'appréhender certains problèmes sous des angles nouveaux. L'ambiance générale au sein de l'équipe de validation a été un réel moteur tant sur le plan professionnel que personnel, et je tiens à les en remercier dans ce mémoire qui est le fruit de mon année à leurs côtés.

Cette atmosphère n'était cependant pas restreinte à l'équipe de validation, mais rayonnait également sur l'ensemble de la Direction des Risques Opérationnels et Contrôle Permanent dont je remercie le directeur, Renaud BRUNEL, pour l'intérêt qu'il porte aux travaux de ses équipes ainsi que pour la constructivité des échanges lors des réunions hebdomadaires.

Mes remerciements se dirigent également vers ma tutrice académique, Maud THOMAS, pour les différents retours qu'elle a pu apporter sur ce mémoire.

Enfin, je tiens à remercier ma famille qui m'a non seulement permis de partir étudier l'actuariat à Paris, mais qui m'a aussi soutenue et encouragée tout au long de ma vie.

Liste des abréviations

ACPR : Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution
BE : *Best Estimate*
BSCR : *Basic Solvency Capital Requirement*
CAT : Catastrophe
CDR : *Claims Development Result*
CR : Caisses Régionales
CoV : Coefficient de Variation
DO : Dommages-Ouvrage
DROC : Date Réglementaire d'Ouverture de Chantier
GMA : Groupama Mutuelles Assurances
GTPL : *General Third Party Liability*
IBNR : *Incurred But Not Reported*
IBNER : *Incurred But Not Enough Reported*
IBNYR : *Incurred But Not Yet Reported*
MCR : *Minimum Capital Requirement*
MIP : Modèle Interne Partiel
MSEP : *Mean Squared Error Prediction*
ORSA : *Own Risk and Solvency Assessment*
PCO : *Premium Claims Outstanding*
PSAP : Provisions pour Sinistres À Payer
PSNEM : Provisions pour Sinistres Non Encore Manifestés
RCD : Responsabilité Civile Décennale
SCR : *Solvency Capital Requirement*

Table des matières

Table des matières	1
Table des figures	4
Liste des tableaux	6
Introduction	7
I Contexte de l'étude	9
1 Contexte réglementaire	10
1.1 Principes de la norme Solvabilité II	10
1.2 Formule standard	11
1.2.1 Principes généraux	11
1.2.2 Segmentation en lignes d'activités	12
1.3 Le modèle interne	13
1.3.1 Contexte d'utilisation d'un modèle interne	13
1.3.2 Périmètres du modèle interne chez Groupama	14
1.3.3 Structure en caisses régionales	15
1.4 Les provisions réglementaires associées au risque de réserves	15
1.4.1 Les provisions dossier-dossier	16
1.4.2 Les provisions pour sinistres à payer	16
1.4.3 Les provisions pour sinistres non encore manifestés	17
2 Contexte inflationniste	18
2.1 L'inflation en France	18
2.2 Conséquences de l'inflation sur le secteur assurantiel	19
2.3 Indices d'inflation en assurance construction	20
2.3.1 Indice BT01	20
2.3.2 Indice FFB	21
2.3.3 Indice du coût de la construction	22
2.3.4 Choix de l'indice	22
3 Calcul du SCR du risque de réserves	24
3.1 Les triangles de charges et de paiements	24
3.1.1 Structure des données	24
3.1.2 <i>Fast Close</i>	26
3.1.3 Stockage et accessibilité des données	26

3.1.4	Notations	26
3.2	Calcul du SCR de réserves	26
3.3	Calcul du BE Implicite : Méthode Chain-Ladder	28
3.3.1	Description de la méthode	29
3.3.2	Retraitement préalable des données	31
3.4	Calcul de l'écart-type du BE Implicite : Bootstrap	34
3.4.1	Pré-requis au Bootstrap	35
3.4.2	Description du Bootstrap	37
3.5	Traitement de l'inflation	39
3.5.1	Contexte de provisionnement	39
3.5.2	Méthode employée dans les segments hors construction	40
3.6	Propositions d'évolution du modèle actuel	43
3.6.1	Simulation de la diagonale N+1	43
3.6.2	Calcul des ultimes inflatés et de la volatilité	44
3.6.3	Comparaison entre la méthode incrémentale et la méthode MIP	48
3.6.4	Adaptation avec mise en <i>as-if</i> préalable	51

II L'assurance construction 54

4 Généralités sur l'assurance construction 55

4.1	Grandes étapes d'une construction	55
4.2	Les intervenants	56
4.2.1	Le maître d'ouvrage	56
4.2.2	Le maître d'oeuvre	56
4.2.3	Les entrepreneurs	56
4.3	La loi Spinetta	57
4.3.1	Les garanties DO et RCD : système à double détente	57

5 Calcul du SCR en assurance construction dans le MIP 59

5.1	Un triangle en trois dimensions	59
5.2	Notations	61
5.3	Ventilation des IBNR	61
5.3.1	Méthode générale : au prorata des charges dossier-dossier	61
5.3.2	Traitement des anciennes DROC	63
5.4	Calcul du risque de réserves à un an	64
5.4.1	Calcul de l'écart-type PSAP	64
5.4.2	Traitement de l'inflation : cadences de liquidation	65
5.4.3	Calcul de l'écart-type PSNEM	71
5.5	Tests d'hypothèses	74
5.5.1	Hypothèses du modèle Chain-Ladder	74
5.5.2	Hypothèse du modèle de Mack	78
5.5.3	Hypothèse du Bootstrap	79
5.5.4	Convergence vers le modèle de Merz-Wüthrich	81
5.6	Limites du modèle actuel	82

III Traitement de l'inflation : ajustement du modèle actuel et comparaison à un modèle alternatif	83
6 Intégration de l'inflation dans le modèle actuel	84
6.1 Évolutions du modèle : écart-type PSAP	84
6.2 Évolutions du modèle : écart-type PSNEM	85
7 Modèle alternatif : Modèle de Verbeek	90
7.1 Description du modèle	90
7.2 Estimation des paramètres	91
7.3 Approche mise en place dans le cadre du modèle construction	92
7.4 Application	94
Conclusion	99
Appendices	103
A Biais des estimateurs	103
Bibliographie	106

Table des figures

1.1	Piliers de Solvabilité II	10
1.2	Arbre du calcul du SCR	12
1.3	Modules intégrés dans le MIP	14
2.1	Évolution de l'indice des prix à la consommation (IPC) en France entre 2002 et 2022 [7]	18
2.2	Évolution de l'indice BT01 depuis 1996 (base 1974) [5], [6]	21
2.3	Évolution de l'indice FFB vu au premier trimestre depuis 1996 [4]	21
2.4	Évolution de l'indice ICC vu au premier trimestre depuis 1996 [8]	22
2.5	Évolution des courbes des taux des indices BT01, FFB et ICC depuis 1996	23
3.1	Triangles de données (charges ou paiements)	25
3.2	Triangle complété avec les IBNR	30
3.3	Ajout d'un <i>Tail Factor</i> sur un triangle PSAP	33
3.4	Étapes de la procédure Bootstrap	39
3.5	Mécanisme calendaire d'intégration de l'inflation	42
3.6	Modèle de répartition du reste à payer	46
3.7	Distributions des BE PSAP en fonction de la méthode d'inflation	50
3.8	Coefficients de développement obtenus en vision N avec et sans mise en <i>as-if</i> préalable	52
5.1	Triangle en 3 dimensions : DROC x Survenance x Développement	60
5.2	Méthode générale de ventilation des IBNR dans le triangle PSNEM au prorata dossier-dossier	63
5.3	Passage des IBNR PSAP aux IBNR redistribués sur les DROC	64
5.4	Boxplot des cadences de paiement sur l'ensemble des survénances par année de développement	67
5.5	Calcul des cadences dans le MIP	68
5.6	Cadence cumulée : méthodologie MIP	68
5.7	Cadence incrémentale : méthodologie MIP	69
5.8	Cadences incrémentales calculées avec la méthode du MIP et la méthode alternative	70
5.9	Coefficients de développement en fonction de la DROC observés sur plusieurs délais de survénance	72
5.10	Coefficients de développement en fonction de la DROC observés sur plusieurs délais de survénance, passage de la première année à la deuxième année de survénance exclu	73
5.11	Test graphique d'indépendance des années de survénance : quatre premières survénances du triangle PSAP	75

5.12	Test graphique d'indépendance des DROC : quatre premières DROC du triangle PSNEM	75
5.13	Test graphique de linéarité sur le triangle PSAP : quatre premiers développements	76
5.14	Test graphique de linéarité sur le triangle PSNEM : quatre premières survenances	76
5.15	Test graphique de variance sur le triangle PSAP : quatre premières survenances	78
5.16	Test graphique de variance le triangle PSNEM : quatre premières survenances	79
5.17	Test de Spearman de non corrélation des résidus sur le triangle PSAP	80
5.18	Test de Spearman de non corrélation des résidus sur le triangle PSNEM	80
5.19	Vérification de la convergence des écarts-types PSAP et PSNEM vers la formule fermée de Merz-Wüthrich	81
6.1	Distributions des BE PSAP avant et après inflation. Les deux courbes sont obtenues après ventilation sur PSNEM	85
6.2	Schéma récapitulatif de la méthodologie proposée pour le calcul des PSNEM inflatées	87
6.3	Distributions des BE PSNEM obtenus avec le modèle central, avec et sans ajustement des IBNR suite à l'inflation	88
6.4	Distributions des BE PSNEM obtenus avec le modèle incrémental, avec et sans ajustement des IBNR suite à l'inflation	88
6.5	Distributions des BE PSNEM obtenus avec le modèle central et le modèle incrémental, avec et sans ajustement des IBNR suite à l'inflation	89
7.1	Modèle de Verbeek : séparation en deux facteurs	90
7.2	Modèle de Verbeek avec ajout de la diagonale N+1 simulée	93
7.3	Sous-triangle extrait pour utiliser le modèle de Verbeek	93
7.4	Répartition des résidus issus de 1 000 triangles sur lesquels les paramètres de Verbeek ont été estimés	95
7.5	Répartition des résidus normalisés issus de 1 000 triangles sur lesquels les paramètres de Verbeek ont été estimés	96

Liste des tableaux

1.1	Liste des LoBs en assurance non-vie	13
3.1	Comparaison des écarts-types obtenus sur les segments hors construction de la LoB GTPL : Merz-Wüthrich vs Bootstrap	39
3.2	Forme des vecteurs de sur-inflation utilisés par Groupama	40
3.3	Comparaison des ultimes estimés et des ultimes observés - Historique de 1996 à 2006 - Méthode incrémentale et méthode MIP	48
3.4	Comparaison des écarts-types PSAP obtenus sur le segment Hors Construction de la LoB GTPL	49
3.5	Comparaison des écarts-types PSAP obtenus sur le segment Construction de la LoB GTPL	49
3.6	Résultats obtenus sur la LoB GTPL, avec et sans mise en as-if pour le calcul des coefficients de développement : Hors inflation	52
3.7	Résultats obtenus sur la LoB GTPL, avec et sans mise en as-if pour le calcul des coefficients de développement : Avec inflation	52
5.1	R^2 obtenus pour chaque régression linéaire sur le triangle PSAP et sur le triangle PSNEM	77
6.1	Résultats obtenus avec et sans inflation pour le calcul de l'écart-type des PSAP de la LoB GTPL en construction	85
6.2	Résultats obtenus pour le calcul de l'écart-type des PSNEM de la LoB GTPL en construction	87
7.1	Comparaison entre les résultats obtenus avec le modèle de Verbeek inflaté et non inflaté	96
7.2	Comparaison entre l'écart-type PSNEM sur le modèle actuel y compris sur-inflation, sur le modèle incrémental et sur le modèle de Verbeek	97
7.3	Distributions des PSNEM sur le modèle actuel y compris sur-inflation, sur le modèle incrémental et sur le modèle de Verbeek	97
7.4	Comparaison entre l'écart type issu du modèle central et du modèle de Verbeek en tronquant l'historique en 2008	98

Introduction

Depuis l'entrée en vigueur de la norme Solvabilité 2 en janvier 2016, les organismes d'assurance sont dans l'obligation d'effectuer des calculs annuels permettant de déterminer le montant de fonds propres requis afin de faire face à des sinistralités bicentennales. Pour ce faire, Solvabilité 2 met à disposition une formule dite standard, applicable à tous les assureurs. Alternativement, ces derniers ont également la possibilité de développer leur propre modèle, appelé modèle interne, dont l'intérêt principal est la prise en compte des spécificités de leur profil de risque.

Groupama utilise un modèle interne partiel, qui couvre uniquement les risques de primes, de réserves, et les risques catastrophes. Pour ce mémoire, le risque étudié sera le risque de réserves qui vise à capter l'incertitude pesant sur l'estimation des provisions à un an. En effet, pour un assureur non-vie, ce module occupe une place prépondérante dans l'évaluation du ratio de solvabilité. Cela est d'autant plus marqué sur des branches dites longues, pour lesquelles les sinistres restent ouverts une dizaine voire une vingtaine d'années. Les branches construction qui font l'objet de ce mémoire font partie de cette catégorie du fait de la nature décennale de leurs garanties, en plus des nombreux recours qui caractérisent notamment la garantie dommages-ouvrage. La particularité de ces garanties se traduit également par l'obligation de l'établissement de provisions pour sinistres non encore manifestés en plus des provisions classiques pour sinistres à payer, ce qui nécessite une projection de la sinistralité sur un horizon plus lointain que sur les autres branches.

Bien que les modèles de type Chain-Ladder s'avéraient suffisants pour modéliser ces deux provisions à une profondeur suffisante, le contexte économique actuel remet en jeu leur utilisation en ce qui concerne le traitement de l'inflation. En effet, une hypothèse sous-jacente à l'utilisation du Chain-Ladder par les assureurs est de considérer que l'inflation future est similaire à l'inflation passée, et est donc modélisée implicitement à travers les coefficients de développement moyens du modèle. Cette hypothèse n'est plus d'actualité avec un IPC atteignant + 5.2 % pour l'année 2022. Il est donc désormais primordial d'intégrer le phénomène d'inflation de manière explicite dans ces modèles et ainsi capter sa volatilité dans la distribution des réserves.

Après avoir rappelé les différents contextes réglementaires et économiques afférents au sujet, l'objectif de ce mémoire sera donc d'intégrer une inflation explicite dans la modélisation du risque de réserves via une adaptation de la méthode Chain-Ladder, dans un premier temps sur les branches non relatives à la construction, et dans un second temps en adaptant alors ces évolutions sur les branches construction, dont les principales garanties seront détaillées. Cette inflation sera ensuite appliquée en vision stochastique en adaptant la méthode du Bootstrap. Après avoir passé ces modèles en revue, le modèle de Verbeek fera l'objet d'un chapitre dédié à l'étude de modèles alternatifs. Il s'agit en effet d'un modèle conçu dans le

but précis de capter les composantes calendaires, et donc également relatives à l'inflation, dans les triangles de charges ou de paiements. Les méthodes de modélisation de l'inflation ne seront pas abordées, l'étude portant uniquement sur la façon de prendre en compte des taux définis.

Première partie
Contexte de l'étude

Chapitre 1

Contexte réglementaire

L'assurance se démarque des secteurs industriels classiques par l'inversion de son cycle de production. Plutôt que de connaître le coût d'un produit avant de le vendre à un client, l'assureur perçoit les primes de ses assurés sans pour autant connaître au préalable les montants des sinistres futurs qu'il devra indemniser. Il s'agit là d'une part d'incertitude qui doit être rigoureusement mesurée afin d'éviter la ruine de l'assureur. La norme Solvabilité II entrée en vigueur en janvier 2016 vise à poser des critères tant quantitatifs que qualitatifs sur les calculs de ces incertitudes et des réserves de fonds propres à constituer afin de protéger les assurés. Elle propose notamment une vision en valeur de marché des actifs plutôt qu'en valeur comptable, un renforcement de la gouvernance et de la gestion des risques ainsi qu'une harmonisation européenne des normes et pratiques de contrôle.

1.1 Principes de la norme Solvabilité II

Solvabilité II se divise en trois piliers. En France, le superviseur chargé de veiller au respect des principes de ces piliers chez les compagnies d'assurance est l'Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution (ACPR).

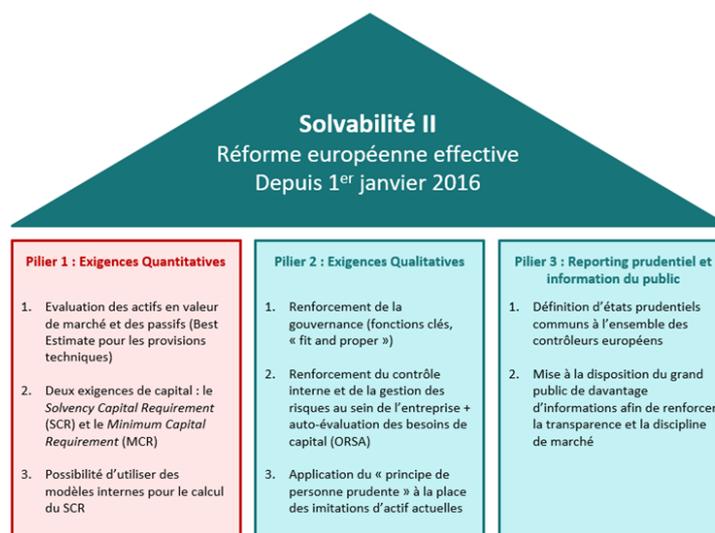


FIGURE 1.1 – Piliers de Solvabilité II

Premièrement, le pilier quantitatif s'intéresse au calcul de deux indicateurs de solvabi-

lité qui sont le *Minimum Capital Requirement* (MCR) et le *Solvency Capital Requirement* (SCR). Le MCR représente le minimum de fonds propres dont doit disposer un assureur afin de pouvoir exercer son activité. Le SCR quant-à-lui quantifie le montant de fonds propres dont l'assureur doit disposer afin de pouvoir absorber une sinistralité bicentennale. Autrement dit, il s'agit du montant estimé de pertes qui n'est atteint en moyenne qu'une fois tous les deux cent ans.

Ensuite, le pilier qualitatif se réfère aux règles de gouvernance et de gestion des risques au sein de l'entreprise. Son objectif est de s'assurer que l'ensemble des risques liés à l'activité d'un assureur, identifiés ou non par Solvabilité II, sont étudiés et intégrés au processus décisionnel de l'entreprise. Il comporte notamment une obligation de rapport ORSA (*Own Risk and Solvency Assessment*) à soumettre annuellement à l'ACPR qui rend compte de l'évaluation propre des risques de l'assureur, par exemple via l'utilisation de tests de sensibilité à des chocs de marché ou à des catastrophes naturelles.

Pour finir, le dernier pilier englobe l'ensemble des informations que l'assureur doit communiquer au public ou directement au superviseur dans un souci de transparence.

Dans le cadre de ce mémoire, l'attention sera portée sur le premier pilier de Solvabilité II et plus précisément sur le calcul du SCR qui en est sous-jacent. Ce dernier doit être effectué au moins une fois par an ou dès que l'organisme a un changement dans son profil de risque, tel qu'un ajout de garantie ou l'acquisition d'un autre organisme.

1.2 Formule standard

1.2.1 Principes généraux

Afin de calculer le SCR, le Règlement Délégué rédigé par la Commission Européenne fournit une formule dite "standard" commune à l'ensemble des assureurs européens. Dans cette formule, le SCR se décompose en plusieurs modules de risques selon l'arbre donné en Figure 1.2.

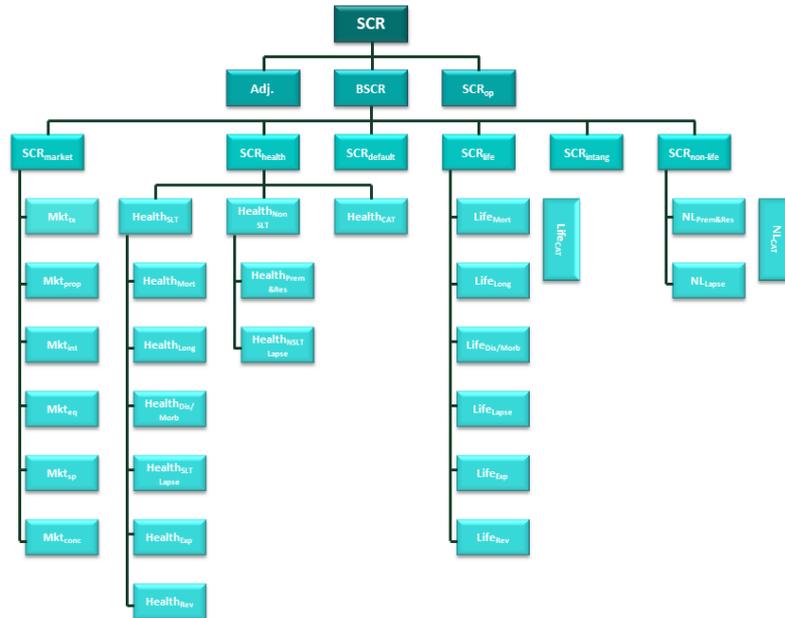


FIGURE 1.2 – Arbre du calcul du SCR

Les trois composantes du SCR sont les parties *Adjustment*, BSCR (*Basic Solvency Capital Requirement*) et SCRop signifiant SCR opérationnel. Le BSCR constitue le cœur du calcul du SCR et le sujet de cette section. Il s’agit de la partie regroupant le SCR de marché, de défaut, de santé, de vie, des actifs intangibles et de non-vie. Le SCRop quantifie le risque lié aux erreurs opérationnelles. Enfin, la partie *Adjustment* permet de tenir compte de la capacité de l’organisme à absorber les pertes via les provisions techniques et les impôts différés, ce qui n’est pas le cas du BSCR.

Afin de calculer le BSCR, il est nécessaire de procéder au calcul de chaque module de risques mentionnés précédemment, eux-mêmes subdivisés en plusieurs sous-modules. Dans le cas du SCR de souscription non-vie, les sous-modules à considérer sont le SCR de primes et de réserves, le SCR Catastrophe (CAT) et le SCR de cessation relatif au risque de résiliations massives des contrats engagés. Les différents sous-modules d’un même niveau sont ensuite agrégés selon une matrice de corrélation fournie par la formule standard en vue de calculer le module dont ils dépendent.

1.2.2 Segmentation en lignes d’activités

Les calculs sous Solvabilité II se font en vision *Best Estimate*, abrégé BE. Il s’agit de la valeur actuelle attendue des flux futurs de trésorerie, qu’ils soient entrants ou sortants. Ces flux incluent les primes, les sinistres, les frais, les taxes et la rémunération des courtiers. Le BE est calculé brut de réassurance afin de pouvoir d’une part prendre en compte le temps nécessaire à l’activation des traités et au versement des prestations, et d’autre part pour prévoir un ajustement représentant le risque de défaut des réassureurs.

Selon l’article R.351-11 et les articles 33 et 55 du Règlement Délégué, les organismes doivent segmenter leurs engagements par devise et par famille de risques (vie, non-vie santé similaire à la vie et santé non similaire à la vie) appelées segments. Au sein de chaque segment, une autre segmentation est opérée pour distinguer les lignes d’activités, également

appelées LoBs d'après *Lines Of Business*. À l'intérieur de ces LoBs, l'organisme doit distinguer des groupes homogènes de risques. Cette segmentation de deuxième niveau doit permettre une meilleure précision du calcul du BE et du SCR en tenant compte des spécificités de chaque groupe, mais aussi garantir un reporting plus fidèle. Le tableau 1.1 ci-dessous montre les différentes LoB afférentes au risque de souscription non-vie de Groupama qui sont au nombre de douze. Les LoBs concernées par des garanties construction sont les LoB *Fire and other damage* et *General Third Party Liability*, qui sera par la suite abrégée GTPL. Ces garanties constituent les segments construction. Les segments hors construction désigneront à la fois les autres garanties de ces LoBs mais également l'intégralité des autres LoBs.

Lines of Business	
1	Medical expenses
2	Income protection
3	Worker's compensation
4	Motor Third Party Liability
5	Motor, other classes
6	Marine, aviation and transport
7	Fire and other damage
8	General Third Party Liability
9	Credit and suretyship
10	Legal expenses
11	Assistance
12	Miscellaneous

TABLE 1.1 – Liste des LoBs en assurance non-vie

La formule standard possède l'avantage de se présenter sous la forme d'une procédure applicable par l'ensemble des compagnies d'assurance concernées sans nécessiter de lourds investissements de développement. Le contrecoup de cette harmonisation est la difficulté de pouvoir prendre en compte la spécificité de chaque profil de risques. Le SCR qui en découle n'est donc pas forcément un reflet fidèle des risques encourus par l'assureur, que ce soit à la hausse ou à la baisse. Afin de pallier ce problème, Solvabilité II prévoit une autre méthode de calcul du SCR : le modèle interne.

1.3 Le modèle interne

1.3.1 Contexte d'utilisation d'un modèle interne

Un organisme utilise un modèle interne lorsqu'il effectue le calcul des risques qui lui sont sous-jacents avec une méthode qui lui est propre. Dans le cas du modèle interne partiel (MIP), seule une partie de ces risques est calculée autrement que par la formule standard.

En plus de nécessiter un investissement humain et financier conséquent, la mise en place d'une telle méthode requiert une autorisation spécifique de la part de l'ACPR. Après une demande d'homologation, cette dernière se doit de formuler une réponse favorable ou défavorable dans les six mois. Les articles L.352-1 à L.352-3, R.352-13 à R.352-34, R.356-19 et R.356-20

du code des assurances font état des dispositions à adopter pour obtenir approbation. Parmi ces dispositions figure notamment l'obligation de mise en place d'un système garantissant continuellement le bon fonctionnement du modèle, cadre dans lequel s'inscrivent les équipes de validation du modèle interne. Groupama a obtenu l'autorisation pour son modèle interne partiel en 2016.

1.3.2 Périmètres du modèle interne chez Groupama

Les modules concernés par le MIP sont représentés en rouge sur la Figure 1.3. Au sein de la branche d'étude non-vie, le modèle interne est ainsi appliqué pour les risques de primes, de réserves et CAT. Les SCR en résultant ne sont donc pas calculés selon la formule standard mais selon des modèles reflétant a priori les risques de Groupama de manière plus fidèle.

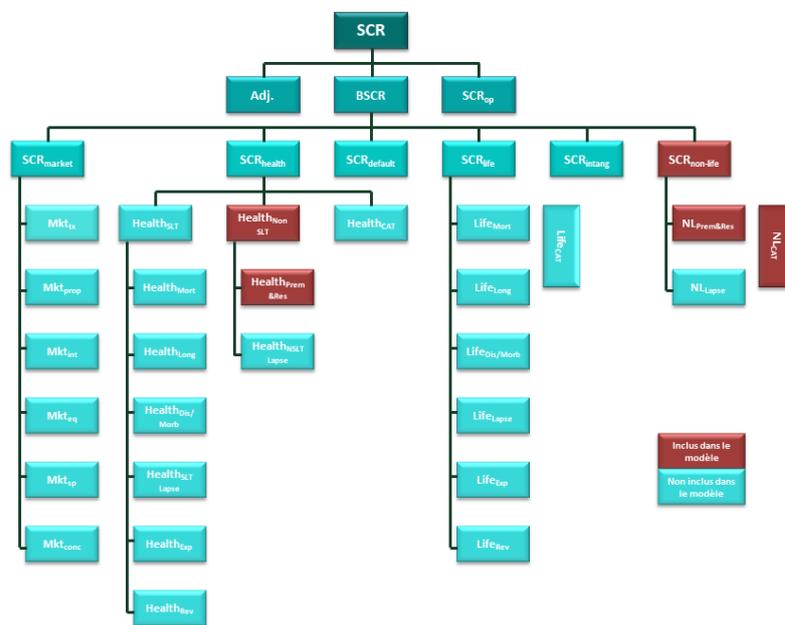


FIGURE 1.3 – Modules intégrés dans le MIP

Le risque de primes vise à capter les pertes induites par le non-renouvellement des contrats, la déviance de sinistralité ou encore la sous-tarification des contrats. Il concerne donc uniquement la sinistralité rattachée à l'année N+1. Le SCR de primes est calculé à partir de la sinistralité future, des primes perçues des assurés et des primes cédées en réassurance, des frais d'acquisition, des taux d'escompte, et en tenant compte de la structure de dépendance entre les risques afin de capter les effets de diversification. Ces éléments permettent d'établir la distribution du résultat technique en fin d'année par tirages de Monte Carlo en brut de réassurance, convertie en net de réassurance après application des différents traités. Le SCR de primes n'est donc pas obtenu par formule fermée contrairement au SCR de réserves. À noter que le risque CAT est rattaché au risque de primes chez Groupama, et qu'il couvre les risques non-vie dont les conséquences sur le capital économique de l'assureur sont très importantes, comme c'est le cas lors de tempêtes, d'explosions ou encore de séismes.

Le risque de réserves, également nommé risque de provisionnement, n'est pas relatif aux sinistres futurs mais aux sinistres passés et à leur développement. Le risque de réserves se traduit ainsi par le risque de pertes relatives à une insuffisance des provisions, quantifié par

le SCR de réserves dont le but est de capter la distribution des malis de liquidation à un an. En effet, dès lors qu'un assuré déclare un sinistre, les gestionnaires de sinistres lui attribuent une charge qui représente le montant estimé que l'assureur devra payer. Cependant, de nombreuses évolutions peuvent avoir lieu durant la vie de ce sinistre, c'est pourquoi la charge qui lui est associée est généralement forfaitaire la première année. Qu'il s'agisse de recours, d'aggravations ou d'améliorations, tous ces changements mènent à d'indispensables réévaluations de la charge totale annuelle. Lorsque la charge associée au sinistre ne varie plus, il a atteint l'ultime, c'est-à-dire que son développement est achevé. Si le gestionnaire sur-évalue la charge ultime des sinistres, en d'autres termes si l'évaluation de la charge ultime l'année suivante est à la baisse, il s'agit d'un boni, c'est-à-dire que les provisions constituées couvrent plus que nécessaire la sinistralité réelle. En revanche, dans le cas où les provisions ne sont pas assez importantes, il s'agit d'un mali et l'assureur doit alors puiser dans ses fonds propres pour pouvoir indemniser ses assurés. Les chapitres suivants porteront sur le risque de réserves associé aux garanties construction, à savoir les garanties dommages-ouvrage (DO) et responsabilité civile décennale (RCD) qui y seront détaillées.

L'assurance construction est présente dans la LoB Fire de par le segment dommage-ouvrage, et dans la LoB GTPL de par le segment responsabilité civile décennale. La segmentation au sein du MIP concorde avec celle de la formule standard, à savoir une distinction par LoB. Ainsi, le principe d'agrégation de la formule standard s'applique : pour le capital lié au risque de réserves, les segments construction sont agrégés avec les autres segments de leur LoB respective avant une agrégation sur l'ensemble des LoBs. Le même procédé a au lieu sur le risque de primes. Chaque LoB subit ensuite une agrégation entre le risque de primes et le risque de réserves, et enfin l'intégralité des LoBs sont agrégées entre elles pour aboutir au SCR non-vie du modèle interne.

1.3.3 Structure en caisses régionales

Le Groupe Groupama est composé de plusieurs entités dont les trois principales sont les Caisses Régionales (CR), le GAN, et Groupama Mutuelles Assurances (GMA) qui prend la qualité de réassureur des Caisses Régionales. Cette structure implique que les données elles-mêmes proviennent de chacune de ces sources séparément. Les données à disposition de l'actuaire peuvent donc être soit brutes, c'est-à-dire directement rattachées à l'entité d'intérêt, soit agrégées en fonction du périmètre souhaité.

Le calcul du SCR s'effectue séparément sur les données de GMA et pour l'ensemble formé des données agrégées de GAN et des Caisses Régionales. Il faut donc distinguer le SCR de GMA et le SCR dit "Groupe" qui calcule le risque portant sur GAN et sur les Caisses Régionales. Les résultats fournis dans ce mémoire n'utiliseront que les données propres à des entités spécifiques.

1.4 Les provisions réglementaires associées au risque de réserves

Afin d'être en mesure d'indemniser les assurés, les organismes d'assurance sont dans l'obligation d'établir des provisions. Le montant de ces provisions est déterminé à l'aide de méthodes actuarielles ayant pour objectif d'estimer la charge ultime des sinistres. Il existe

deux provisions relatives au risque de réserves : les provisions pour sinistres à payer et les provisions pour sinistres non encore manifestés, toutes deux alimentées par les provisions dossier-dossier.

Si la compréhension des mécanismes actuariels qui seront explicités dans les chapitres suivants nécessite d'introduire ces trois types de provisions dans cette section, il est important de garder à l'esprit que ce mémoire n'a pas vocation à calculer les provisions en tant que telles avec toutes les estimations côté gestionnaire de sinistres que cela impliquerait, mais la volatilité liée à l'incertitude pesant sur leur estimation.

1.4.1 Les provisions dossier-dossier

Les provisions dossier-dossier sont déterminées individuellement pour chaque sinistre, et ce sans qu'aucune étude actuarielle de prévision ne soit menée : l'unique intervenant pour leur estimation est le gestionnaire de sinistres. Il s'agit de la base initiale de données dont dispose l'actuaire afin d'effectuer les calculs de capitaux réglementaires de l'entreprise.

1.4.2 Les provisions pour sinistres à payer

Les provisions pour sinistres à payer, abrégées PSAP, sont des provisions à établir annuellement sur l'ensemble des LoBs, brutes de réassurance et brutes de recours. Elles s'établissent sur les sinistres déjà survenus, c'est-à-dire des sinistres dont le développement est incertain mais qui ont déjà été déclarés. La part d'incertitude dans le développement des sinistres se mesure par deux composantes qui sont les *incurred but not yet reported* (IBNYR) et les *incurred but not enough reported* (IBNER), formant ensemble les *incurred but not reported* (IBNR) de la manière suivante :

$$IBNR = IBNER + IBNYR$$

Les IBNYR sont les montants correspondant aux sinistres ayant eu lieu mais dont l'assureur n'a pas encore connaissance, appelés sinistres tardifs. Ce délai peut être lié à plusieurs facteurs tel que le laps de temps entre le constat des dégâts par l'assuré et la déclaration à l'assureur. Les IBNER quant-à-eux se réfèrent à la différence entre la charge ultime d'un sinistre déjà déclaré et connu de l'assureur et la charge dossier-dossier connue à date. Ils découlent donc directement du caractère aléatoire du développement des sinistres. Les IBNER peuvent être positifs ou négatifs s'il y a respectivement aggravation ou amélioration du sinistre. S'ils sont négatifs, il s'agit d'un boni de liquidation, à l'inverse des IBNER positifs qui traduisent un mali de liquidation et qui constituent un risque pour la compagnie.

Une fois les IBNR estimés, les PSAP se déduisent en sommant les provisions dossier-dossier, qui sont déterministes, et les IBNR devant être estimés à l'aide de méthodes statistiques :

$$PSAP = Provisions_{dossier/dossier} + IBNR$$

Bien qu'elles concernent la totalité des LoBs de Groupama, les PSAP ne sont pas les seules provisions à devoir être constituées. Par exemple, les branches construction ont des provisions supplémentaires appelées provisions pour sinistres non encore manifestés.

1.4.3 Les provisions pour sinistres non encore manifestés

Les garanties responsabilité civile et dommages-ouvrage en assurance construction sont des garanties décennales. Autrement dit, contrairement aux garanties plus classiques courant sur un an, ces garanties courent pendant dix ans à partir d'une date donnée, en l'occurrence la date de réception de l'ouvrage. À ce titre, la réglementation impose qu'en plus des PSAP, les assureurs constituent des provisions, nommées PSNEM, qui concernent les sinistres qui ne se sont pas encore manifestés mais qui seront rattachés à l'exercice de souscription. Les PSNEM s'apparentent donc aux provisions du risque de primes en tant qu'estimations de la sinistralité future mais restent rattachées au risque de réserves étant donné qu'elles concernent des contrats en cours.

Auparavant, l'évaluation des PSNEM s'opérait de deux manières possibles. D'une part, la PSNEM réglementaire était établie à l'aide d'un barème universel permettant de calibrer les PSNEM soit sur les primes, soit sur les sinistres. D'autre part, les organismes pouvaient calculer une PSNEM dite économique afin de refléter leurs propres cadences de développement des sinistres et donc ajuster la PSNEM réglementaire. Cependant, depuis l'entrée en vigueur de la norme IFRS17 le 1er janvier 2023, le calcul du *Best Estimate* des PSNEM sur les segments construction doit être effectué de manière économique et il s'agit de la méthode suivie par Groupama dans le calcul du SCR : la PSNEM réglementaire ne sera donc pas détaillée dans ce mémoire.

Chapitre 2

Contexte inflationniste

L'inflation étant au coeur de ce mémoire, il est primordial d'en exposer la chronique en France et surtout ses conséquences sur le secteur de l'assurance non-vie. Ce chapitre abordera donc tout d'abord l'évolution de la valeur monétaire de l'euro en France à travers les différentes crises observées, avant de s'intéresser aux retombées économiques et prudentielles qu'elles impliquent pour les assureurs. Enfin, la dernière partie sera dédiée aux segments construction et aux indices spécifiques utilisés dans la modélisation de leur sinistralité.

2.1 L'inflation en France

Depuis l'instauration de l'euro le premier janvier 2002, sa valeur monétaire est restée relativement stable, avec une inflation oscillant entre des taux légèrement négatifs ou nuls et un pic à 2,8% correspondant à la crise des subprimes de 2008. Cependant, cette tendance de stabilité a été renversée à la sortie de la crise de la covid-19, suite à l'émergence de la guerre en Ukraine, faisant bondir le taux d'inflation de 1,6% à 5,2% entre 2021 et 2022, comme montré sur la Figure 2.1.



FIGURE 2.1 – Évolution de l'indice des prix à la consommation (IPC) en France entre 2002 et 2022 [7]

Cette hausse des prix à la consommation a bien évidemment des conséquences sur la vie quotidienne de par son lien direct avec des besoins de première nécessité, mais elle affecte également des secteurs à première vue plus éloignés, et notamment le secteur de l'assurance.

2.2 Conséquences de l'inflation sur le secteur assurantiel

Bien que la Figure 2.1 ne montre que l'évolution de l'IPC, beaucoup d'autres indices, et notamment l'indice BT01 lié au secteur de la construction, ont également subi cette forte hausse par un phénomène de corrélation. Pour le secteur de l'assurance, cette situation présente deux enjeux majeurs.

Premièrement, modéliser cette inflation est capital, tant sur le plan de la tarification que sur le plan du provisionnement. En effet, tout repose à nouveau sur l'inversion du cycle de production de ce secteur qui oblige une modélisation la plus fidèle possible des sinistres à venir. Si les assureurs persistent à effectuer leurs calculs sur la base seule de l'historique récent peu volatile de l'inflation, alors ils encourent un risque majeur de sous-tarification et de sous-provisionnement. D'un point de vue réglementaire, il est donc impératif d'intégrer ce phénomène dans l'ensemble des modélisations afin d'adopter une vision *Best Estimate* tel que prescrit sous Solvabilité II.

Cependant, c'est à ce niveau qu'intervient la seconde difficulté. S'il est clair qu'il faille incorporer la hausse des taux dans la gestion de l'organisme assurantiel, encore faut-il déterminer s'il s'agit d'un phénomène bref, autrement dit d'un choc temporaire provoquant un pic voué à se résorber, ou d'un changement de régime et donc d'une hausse de la moyenne des taux sur le long terme. Ces deux approches, tant défendables l'une que l'autre, procurent des résultats complètement différents étant donné qu'elles opposent choc soudain, et donc vecteurs d'inflation décroissants, et nouvelle tendance. Dans une optique de provisionnement sur une branche longue pouvant mettre une vingtaine d'années à se développer, il s'agit donc d'une question devant être traitée avec beaucoup de prudence. Dans le cadre de ce mémoire, le phénomène retenu sera celui d'un phénomène ponctuel. Il s'agit d'une approche qui est retenue par Groupama et qui peut être justifiée d'un point de vue contextuel.

En effet, le premier facteur ayant contribué à l'augmentation de l'IPC est la crise de la covid-19. Le confinement a limité la consommation des Français ce qui a conduit à une explosion de la demande une fois les restrictions levées. Or, les entreprises n'étaient pas en mesure de répondre à une telle hausse et ont alors proposé une offre qui lui était bien inférieure. Par conséquent, les prix ont augmenté. Une fois cette vague passée, le facteur aggravant de l'inflation a été l'invasion de l'Ukraine par la Russie. Les embargos qui en découlent, tant sur le plan énergétique que sur le plan alimentaire, ont augmenté la rareté de nombreux produits pour finalement atteindre un pic de 5.2% d'inflation en 2022. Au final, il semblerait qu'il s'agisse de phénomènes dont il est pertinent de penser qu'ils sont voués à disparaître dans le futur pour revenir à des niveaux stables de prix.

2.3 Indices d'inflation en assurance construction

L'indice utilisé pour calculer l'inflation économique est généralement l'IPC qui reflète l'évolution des prix à la consommation impactant la vie quotidienne. Cependant, cet indice n'est pas toujours, et même généralement pas, un indice adapté pour retraiter les données du secteur assurantiel. En effet, pour le bâtiment par exemple, le coût des sinistres est principalement lié au prix des matériaux nécessaires à la construction comme le ciment ou la pierre, qui ne suivent pas nécessairement la même évolution que le prix des articles du quotidien. Bien qu'une corrélation puisse exister entre les différents indices, il est primordial pour l'actuaire de correctement choisir l'indice avec lequel il va travailler. Dans le secteur de la construction, ils sont au nombre de trois.

2.3.1 Indice BT01

L'indice le plus courant quand il s'agit de la construction est l'indice BT01. Il s'agit d'un indice comprenant l'évolution de l'intégralité des coûts liés à la construction d'un édifice, que ce soient les matériaux, les salaires ou encore les frais divers tels que les frais d'énergie. Il est utilisé dans les contrats de construction de maisons individuelles afin de pouvoir estimer la variation du coût des travaux entre la signature du contrat et l'obtention du permis de construire et ainsi ajuster l'offre : plusieurs mois peuvent en effet s'écouler entre ces deux dates.

L'indice BT01 est entré en vigueur en 1974, initialement publié et calculé par le Ministère de l'environnement, de l'énergie et de la mer. Depuis 2014, les calculs ainsi que les publications sont effectués par l'INSEE. En octobre 2014, la base de calcul de l'indice a été modifiée : les valeurs publiées après cette date ont pour base la moyenne de l'indice sur l'année 2010. Pour pouvoir utiliser cet indice sur des données couvrant les deux bases et en observer l'évolution, il faut donc convertir au choix une des deux bases vers l'autre, à l'aide d'un coefficient de raccordement. L'INSEE fournit un coefficient de raccordement pour convertir la nouvelle base vers l'ancienne, il vaut 8,3802.

La Figure 2.2 montre l'évolution de l'indice BT01 depuis 1996, année la plus ancienne des historiques à la disposition de ce mémoire. Les valeurs datant d'après 2014 ont été converties en base 1974 à l'aide du coefficient de raccordement.

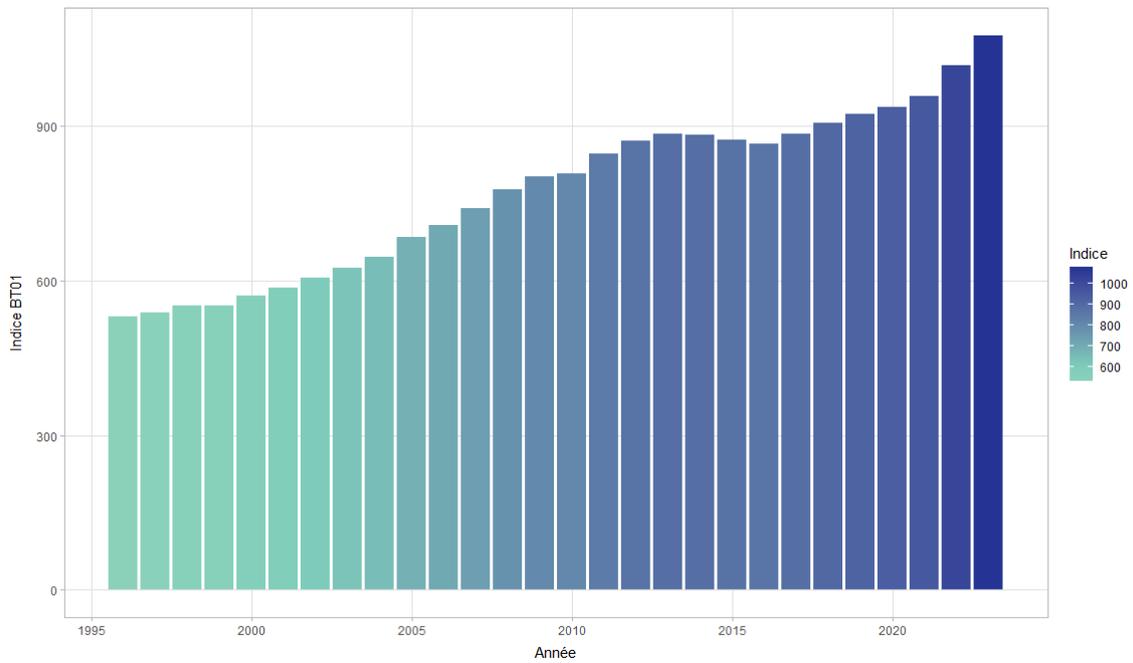


FIGURE 2.2 – Évolution de l'indice BT01 depuis 1996 (base 1974) [5], [6]

2.3.2 Indice FFB

L'indice FFB, abréviation de "Fédération Française du Bâtiment", transcrit l'évolution du prix de revient d'un immeuble parisien. Il prend en compte le coût de l'ensemble des éléments entrant dans sa composition, hors prix des terrains, afin d'être utilisable sur l'ensemble de la France métropolitaine. Il sert à indexer les polices d'assurance des contrats habitation. Cet indice est calculé de manière trimestrielle avec une base 1 au premier janvier 1941. La Figure 2.3 montre son évolution, calculé au premier trimestre de chaque année depuis 1996.

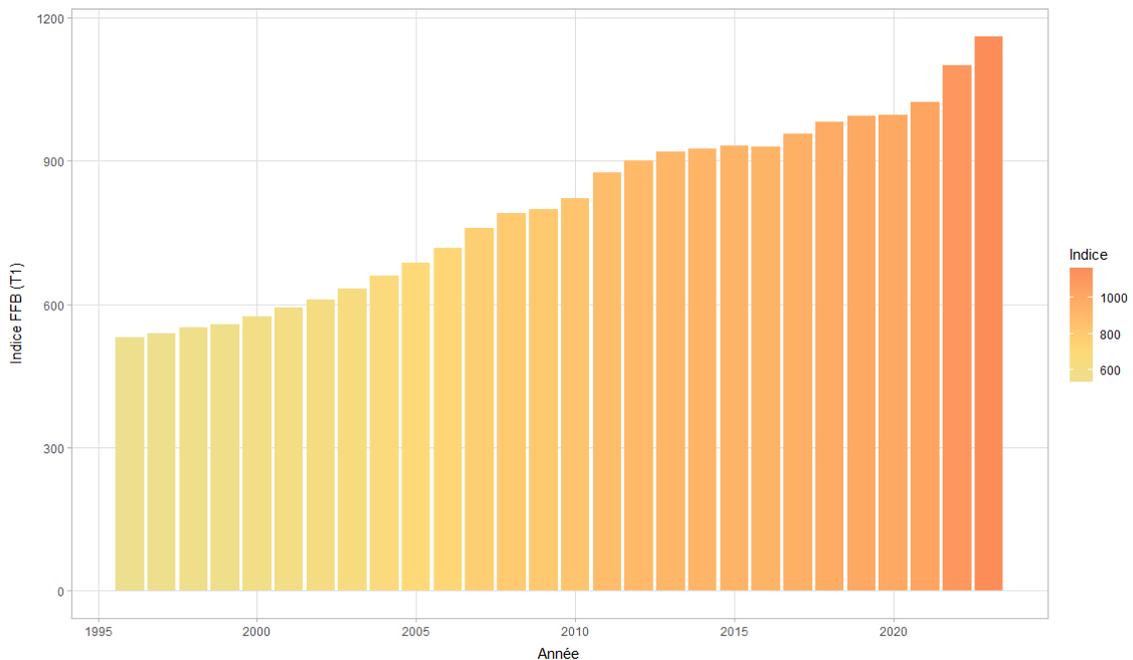


FIGURE 2.3 – Évolution de l'indice FFB vu au premier trimestre depuis 1996 [4]

2.3.3 Indice du coût de la construction

L'indice du coût de la construction, ou ICC, a été créé en 1953 afin de mesurer l'évolution du prix de la construction des bâtiments neufs d'habitation. Publié de manière trimestrielle, il est utilisé pour réviser les loyers des baux commerciaux. La Figure 2.4 montre son évolution, calculé au premier trimestre de chaque année depuis 1996.

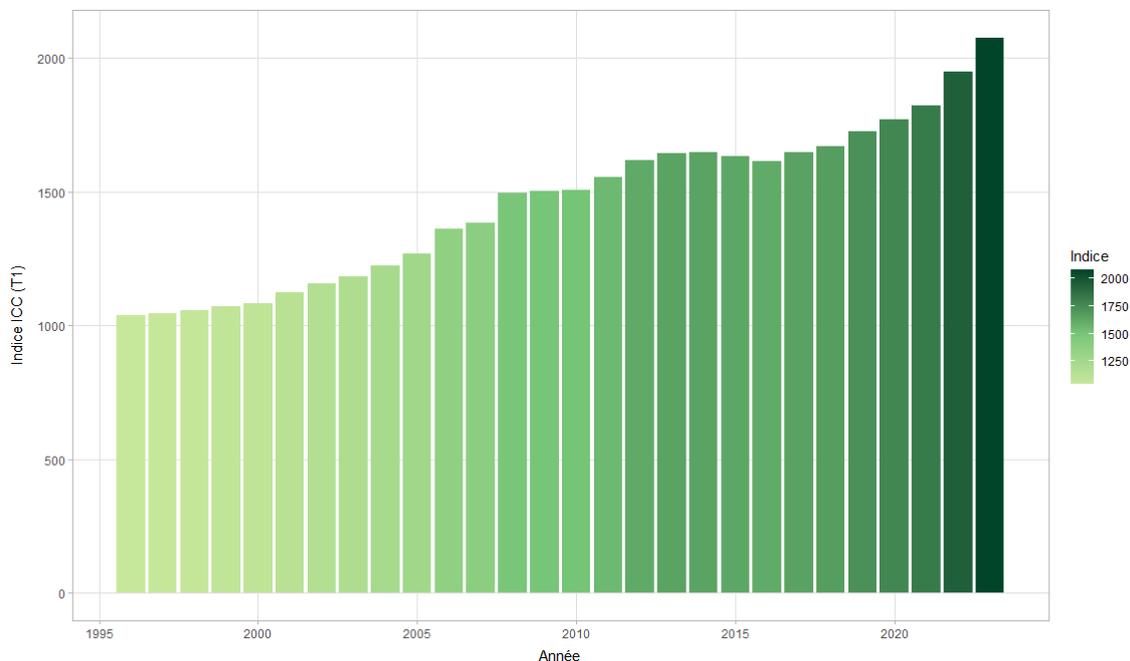


FIGURE 2.4 – Évolution de l'indice ICC vu au premier trimestre depuis 1996 [8]

2.3.4 Choix de l'indice

Afin de pouvoir comparer l'évolution des trois indices présentés précédemment, les différents taux ont été représentés sur la Figure 2.5, en commençant en 1996 et en prenant pour base le premier trimestre pour les indices FFB et ICC.



FIGURE 2.5 – Évolution des courbes des taux des indices BT01, FFB et ICC depuis 1996

Le comportement général des trois courbes de taux est similaire, avec des pics quasiment simultanés, l'indice ayant les sauts positifs les plus hauts étant l'ICC. Il est également à noter qu'autour de 2014, les taux BT01 et ICC deviennent négatifs, tandis que le FFB devient nul et ne descend jamais en dessous de ce seuil. L'indice BT01 semble avoir un comportement plus modéré, entre les deux courbes, et il s'agit de plus de l'indice actuellement utilisé au sein du modèle interne.

Au vu du comportement similaire des trois indices et du fait que l'indice BT01 soit précisément conçu dans un but de revalorisation du coût de la construction, cet indice sera retenu dans ce mémoire à l'image de ce qui est fait dans le MIP. Cela permettra également de pouvoir comparer les modèles en termes de modélisation pure, sans effet lié à un changement d'indice.

Chapitre 3

Calcul du SCR du risque de réserves

Afin de pouvoir capter les risques liés aux contrats d'assurance, l'actuaire a besoin de la matière première que sont les données. Ce chapitre a pour but de présenter la structure des données utilisées pour calculer le risque de réserves. Ensuite, il tâchera d'explicitier plus en détail les différents modèles actuellement utilisés au sein du modèle interne de Groupama sur les segments hors construction. Enfin, il proposera une adaptation de ces modèles au contexte inflationniste actuel afin de poser un cadre solide pour pouvoir mieux travailler sur les modèles des segments construction qui en sont une déclinaison.

3.1 Les triangles de charges et de paiements

3.1.1 Structure des données

En provisionnement, les données se présentent sous la forme de triangles de deux types : les triangles de charges et les triangles de paiements. Chaque triangle possède deux dimensions avec en ligne les années de survenance des sinistres et en colonnes les années de développement. Dans l'ensemble du mémoire, les triangles considérés sont des triangles $N \times N$. Ici, l'historique débutant en 1996, $N = 2022 - 1996 + 1 = 27$. Les triangles sont construits en vision dossier-dossier, c'est-à-dire issus des données des gestionnaires de sinistres sans qu'aucune méthode actuarielle n'ait été appliquée.

Les données de l'année en cours, s'agissant ici de l'année 2022, se lisent sur la diagonale foncée de la Figure 3.1. Cette lecture en diagonale, caractéristique des triangles de données, est appelée vision calendaire. Raisonner sur les années calendaires est impératif quand il s'agit de traiter l'inflation puisque cela permet de raisonner dans un environnement temporel homogène, à année constante.

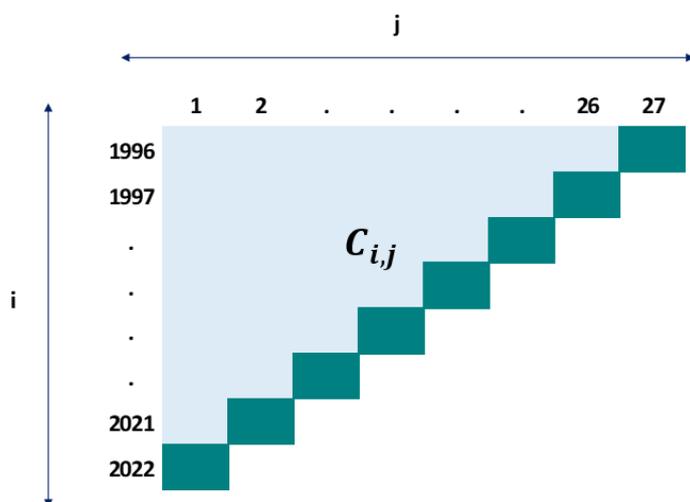


FIGURE 3.1 – Triangles de données (charges ou paiements)

Les paiements désignent les montants qui ont effectivement été versés à l'assuré durant l'exercice rattaché à l'année d'étude. Dans un triangle de paiements en vision Survenance x Développement, les montants sont généralement cumulés. Cela signifie que la valeur $C_{i,j}$, correspondant au développement j de l'année de survenance i , contient le montant total des paiements qui ont été effectués entre l'année i et $i+j$ pour les sinistres survenus en i . La vision cumulée est à opposer à la vision incrémentale, qui au contraire permet de visualiser chaque paiement individuellement. En règle générale, les triangles de paiements sont utilisés sur des branches dites courtes, à liquidation rapide, pour lesquelles le montant ultime du sinistre est connu rapidement. C'est le cas par exemple de la branche Motor qui regroupe les sinistres liés aux dommages automobiles.

Les charges quant-à-elles correspondent aux paiements auxquels les gestionnaires de sinistres ajoutent des provisions qui viennent augmenter ou diminuer le montant associé. La vision des montants en charges a pour objectif de fournir des informations supplémentaires aux paiements des sinistres, afin de compenser les lacunes de données de l'assureur au moment de la déclaration du sinistre. Cela permet de fournir une estimation a priori plus fidèle de l'ultime en nécessitant moins d'années de développement que dans le cas où seuls les paiements sont considérés. L'utilisation des triangles de charges est particulièrement recommandée dans le cas de branches plus longues, pour lesquelles les sinistres sont susceptibles de provoquer des recours. En effet, les recours retardent les versements ce qui peut mener à ce qu'aucun des sinistres observés ne soit entièrement développé en vision paiements si l'historique est trop court. Par ailleurs, les branches construction sont particulièrement touchées par les recours. À titre d'exemple, une étude menée par l'ACPR en 2018 sur le périmètre des assureurs qui lui sont soumis [1] a mis en avant un taux de recours moyen sur la garantie dommages-ouvrage de 46,4 %. La garantie responsabilité civile décennale présentait quant-à-elle un taux de recours médian de 4 %.

Les triangles de charges en tant que tels sont incrémentaux étant donné que cela serait incohérent de sommer les différentes estimations des gestionnaires. Cependant, les triangles de charges disponibles pour ce mémoire ne comportent non pas dans chaque case la somme du paiement effectué et de la charge estimée, mais la somme du paiement effectué et de la

variation de la charge par rapport à l'année de développement précédente. Ainsi, les considérer en tant que triangles cumulés est, dans ce cas-là, justifié.

3.1.2 *Fast Close*

La procédure *Fast Close* consiste à réaliser un arrêté comptable au 30 novembre dans le but d'anticiper l'arrêté du 31 décembre. Elle permet également un accès anticipé aux données, ce qui offre notamment la possibilité d'entamer les calculs de SCR au plus tôt. Groupama utilise le *Fast Close* depuis 2007, à quelques Caisses Régionales près l'ayant mis en place en 2006 ou en 2008.

Étant donné que les données ne sont en *Fast Close* que depuis une date postérieure aux plus anciennes survenances, il faut effectuer un retraitement afin d'assurer leur homogénéité. Ainsi, les données triangulaires de première année de développement sur les survenances antérieures à 2006 sont redressées additivement afin de ramener la moyenne des coefficients sur la moyenne observée postérieurement à 2006, tout en conservant leur volatilité. Les données utilisées dans le cadre de ce mémoire tiennent compte du phénomène de *Fast Close*.

3.1.3 Stockage et accessibilité des données

Les triangles de données sont stockés dans le logiciel ResQ. Ainsi, dans le cadre des études de ce mémoire, les données nécessaires sont déjà toutes à disposition sans nécessiter d'effectuer de demandes particulières, qu'il s'agisse de triangles de charges ou de paiements, cumulés ou incrémentaux.

Le logiciel ResQ permet également d'appliquer directement des méthodes actuarielles, mais les méthodes utilisées dans ce mémoire ont été codées sous R par souci de flexibilité au niveau du paramétrage, notamment au niveau du traitement de l'inflation.

3.1.4 Notations

Avant de poursuivre, il est nécessaire de fixer les notations qui seront utilisées dans la suite du mémoire :

- $(X_{i,j})_{(i,j) \in \{1, \dots, N\}^2}$: montants incrémentaux d'un triangle de charges
- $(P_{i,j})_{(i,j) \in \{1, \dots, N\}^2}$: montants cumulés d'un triangle de paiements
- $(C_{i,j})_{(i,j) \in \{1, \dots, N\}^2}$: montants cumulés, ils pourront tout aussi bien désigner des paiements cumulés que des charges cumulées, sauf mention contraire

3.2 Calcul du SCR de réserves

Au sein du MIP de Groupama, le SCR de réserves se calcule par la formule fermée suivante :

$$SCR_{reserves}^{NET} = BE_0^{NET} \left(\frac{\exp(q\sqrt{\ln(1+\varphi^2)})}{\sqrt{1+\varphi^2}} - 1 \right)$$

En notant :

- BE_0^{NET} : *Best Estimate* Solvabilité II vu à l'année N net de réassurance, déterministe

- q : quantile à 99.5% d'une loi Normale centrée réduite
- φ : coefficient de variation, noté CoV, permet de capter la volatilité des réserves rapportée à leur espérance

Le BE_0^{BRUT} est une valeur déterministe qui représente les provisions pour sinistres économiques à date $t = 0$. Il est calculé en sommant les provisions totales *Best Estimate* brutes de réassurance, les provisions pour frais de gestion des sinistres, l'ajustement pour le risque de défaut des réassureurs et l'escompte cédée aux réassureurs, puis en retirant l'escompte au taux sans risque brut de réassurance et les provisions cédées aux réassureurs hors escompte. Le BE_0^{NET} en est déduit en appliquant les traités de réassurance. Les provisions totales *Best Estimate* brutes de réassurance sont calculées à partir de quatre composantes :

$$Prov_{tot}^{BRUT} = PCO + Ajustement_{FC} + Prov_{antérieurs} + Prov_{hors\ système}$$

- PCO : *Premium Claims Outstanding*, il s'agit de l'estimation des provisions en vision *Best Estimate* à partir des triangles bruts de réassurance, sans tenir compte des frais de gestion ni des escomptes.
- $Ajustement_{FC}$: il s'agit d'un ajustement comptable visant à corriger les *Best Estimate* calculés en *Fast Close* par les mouvements qui ont eu lieu entre la date du *Fast Close* et la date d'inventaire.
- $Prov_{antérieurs}$: provisions pour antérieurs permettant de prendre en compte les survenances antérieures à 1996, non contenues dans les triangles des caisses régionales pour lesquels il s'agit de la survenance la plus ancienne (2001 pour GAN). Ces provisions sont considérées à la date d'inventaire, sans *Fast Close*.
- $Prov_{hors\ système}$: provisions hors système constituées sur les segments pour lesquels l'actuaire ne dispose pas de triangles. Elles sont égales aux provisions des comptes sociaux en vision *Best Estimate*.

Afin de capter la volatilité à un an des provisions relatives au risque de réserve hors frais de gestion et en notant σ l'écart-type de $Prov_{tot}^{BRUT}$, le coefficient de variation φ doit prendre pour valeur :

$$\varphi = \frac{\sigma}{PCO + Ajustement_{FC} + Prov_{antérieurs} + Prov_{hors\ système}}$$

Cependant, les calculs ne sont pas effectués sur l'ensemble du périmètre des provisions correspondant au dénominateur de φ mais uniquement sur le PCO qui se déduit directement grâce aux triangles de charges et de paiements. Il est possible de s'y ramener en posant, pour X représentant $Ajustement_{FC}$, $Prov_{antérieurs}$ ou $Prov_{hors\ système}$, notés respectivement A,B,C :

$$\sigma_X = \frac{\sigma_{PCO}}{PCO} X$$

Cette approche est principalement justifiée par son caractère conservateur. En effet, le coefficient de variation considéré est celui calculé sur le PCO. Or, le risque de mali à un an est beaucoup plus élevé sur les années de survenance récentes que sur les antérieures ce qui justifie donc l'approche appliquée sur les provisions pour antérieurs. Concernant les ajustements *Fast Close* et les provisions hors système, leur poids est suffisamment faible pour que l'approche soit cohérente. En incorporant une seconde hypothèse tout autant conservatrice

de corrélation à 100% entre les différents termes du dénominateur, il vient :

$$\begin{aligned}
 \varphi &= \frac{\sigma}{PCO + A + B + C} \\
 &= \frac{\sigma_{PCO} + \sigma_A + \sigma_B + \sigma_C}{PCO + A + B + C} \\
 &= \frac{\frac{\sigma_{PCO}}{PCO}(PCO + A + B + C)}{PCO + A + B + C} \\
 &= \frac{\sigma_{PCO}}{PCO}
 \end{aligned}$$

Ces simplifications permettent de pouvoir effectuer le calcul du SCR de réserves via l'utilisation seule des triangles de données.

Toute la technicité réside dans la détermination du coefficient de variation. En effet, son estimation nécessite de disposer d'une distribution du PCO, ce qui n'est pas immédiat étant donné que ce dernier est déterministe et que l'actuaire n'a qu'un seul jeu de données de sinistralité à sa disposition. À noter que, du fait de l'indisponibilité de triangles de données nets de réassurance sur le périmètre du groupe, les données qui seront utilisées dans la suite de ce mémoire pour estimer le CoV sont brutes de réassurance contrairement à ce que dicterait une vision nette de réassurance. Néanmoins, du fait du caractère atténuateur de l'application des traités, cette approche brute reste conservatrice.

Remarque : En pratique, le PCO est calculé par les entités, seul le calcul de son écart-type est effectué avec le modèle interne. Il faut donc distinguer le PCO en tant que tel, noté BE_{RA} en référence au "Rapport Actuariel" dont il provient, et le $BE_{Implicite}$ qui correspond au BE calculé au sein du modèle interne pour pouvoir produire une estimation de σ_{PCO} , autrement dit de $\sigma_{BE_{RA}}$. En résumé, le numérateur du coefficient de variation φ est calculé en utilisant le $BE_{Implicite}$ et le dénominateur correspond au BE_{RA} . Dans la suite de ce mémoire, le PCO ne sera donc plus mentionné au profit des nouveaux termes définis. En outre, les coefficients de variation calculés dans les sections d'application correspondront malgré tout au ratio $\frac{\sigma_{BE_{Implicite}}}{BE_{Implicite}}$ afin de pouvoir évaluer de façon plus précise le réel impact de l'incorporation de l'inflation dans le modèle.

Les deux sections qui suivent présentent les méthodes utilisées dans le calcul du SCR du risque de réserves hors segments construction. Elles servent de base afin de détailler par la suite les méthodes afférentes au risque de réserves sur les segments construction. En effet, les particularités de la construction qui seront présentées dans le chapitre suivant empêchent une application brute des méthodes usuelles de développement des triangles.

3.3 Calcul du BE Implicite : Méthode Chain-Ladder

Afin de calculer le coefficient de variation, il est nécessaire de calculer le $BE_{Implicite}$ et son écart-type : cette section y est donc consacrée. Étant donné que les méthodes qui suivent s'appliquent aux segments hors construction, ne dépendant que des provisions PSAP, le $BE_{Implicite}$ sera en réalité un BE_{PSAP} , représentant une vision *Best Estimate* des PSAP au point près qu'elle ne sera pas actualisée. En effet, il s'agit de l'approche choisie par Groupama du fait que l'actualisation est déjà prise en compte dans le terme BE_0^{NET} du calcul du SCR de réserves, et, tout comme le choix de conserver l'indice BT01, le fait de ne pas actualiser

permettra une comparaison plus homogène des différents modèles.

Les variables aléatoires considérées seront les montants cumulés $C_{i,j}$ des triangles de données, qu'il s'agisse de charges ou de paiements. Ainsi, étant donné que la partie supérieure gauche du triangle est observée, le cadre d'étude sera conditionnel à l'ensemble des montants cumulés connus :

$$\mathcal{D}_N = \{C_{i,j} ; i + j - 1 \leq N ; (i, j) \in \mathbb{N}^{*2}\}$$

3.3.1 Description de la méthode

Le BE_{PSAP} se calcule directement à partir du triangle de charges ou de paiements en fonction du choix retenu pour la LoB. Groupama utilise la méthode dite Chain-Ladder qui ne prend en compte que les données historiques des sinistres, mais il en existe cependant d'autres telles que la méthode Bornhuetter-Ferguson. Cette dernière prend également en compte un ratio sinistres sur primes dans la détermination de la charge ultime afin de ne pas supposer que le comportement passé des sinistres soit constant dans le temps. Le choix du ratio étant délicat et nécessitant des études approfondies, seule la méthode de référence de Groupama sera abordée.

L'idée directrice des méthodes de provisionnement repose sur l'hypothèse de linéarité entre les montants cumulés vus en développement j et $j+1$. En formulation mathématique, cela se traduit par les deux hypothèses suivantes :

$$\begin{cases} (H1) : & \text{Les années de survenance sont indépendantes entre elles} \\ (H2) : & \mathbb{E}[C_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}] = f_j C_{i,j} \end{cases}$$

Le facteur f_j est appelé coefficient de développement du fait qu'il permette de passer du développement j au développement $j+1$. L'enjeu est ainsi d'en obtenir un estimateur afin de déduire, de proche en proche, l'ensemble des montants $\hat{C}_{i,j}$ correspondant à la partie inférieure droite du triangle d'étude.

La construction de cet estimateur nécessite d'introduire les coefficients de développement dits individuels, définis de la manière suivante : $\forall 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq N - 1$,

$$f_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$$

De là, l'estimateur sans biais retenu est construit par moyenne des coefficients individuels d'un même développement, pondérée par les montants des survenances $C_{i,j} : \forall 1 \leq j \leq N - 1$,

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=1}^{N-j} C_{i,j} f_{i,j}}{\sum_{i=1}^{N-j} C_{i,j}}$$

Le fait de construire l'estimateur sur une pondération des montants $C_{i,j}$ permet d'accorder plus de poids aux survenances ayant eu une sinistralité importante. En d'autres termes, cela revient à considérer que plus la sinistralité d'une survenance est importante, plus son développement permettra de retranscrire fidèlement les cadences de liquidation pour l'ensemble des survenances. En effet, si le nombre de sinistres rattachés à une survenance est important, alors le coefficient $f_{i,j}$ qui traduit leur développement sera théoriquement plus

proche du coefficient moyen théorique f_j recherché que sur une survenance ayant un faible nombre de sinistres. Cependant, une forte sinistralité ne signifie pas forcément un nombre élevé de sinistres, elle peut également découler d'un sinistre grave et donc d'une sévérité importante. Il serait alors questionnable d'accorder un poids important à une survenance n'ayant que peu de sinistres pour calculer le coefficient de développement moyen. Cette limite représente une des nombreuses démonstrations de l'importance de retraiter les données avant l'application de la méthode Chain-Ladder, ce qui constitue le sujet de la sous-section suivante.

Une fois l'estimateur calculé, le triangle se complète de manière itérative de la façon suivante : $\forall i \in \{2, \dots, N\}, \forall j \in \{N - i + 1, \dots, N - 1\}$,

$$\hat{C}_{i,j+1} = C_{i,j} \hat{f}_j$$

La partie complétée correspond au développement futur des sinistres passés : il s'agit donc des IBNR. La dernière colonne correspond à l'estimation du coût total des sinistres déjà survenus une fois leur développement achevé, ce qui correspond à l'ultime. La somme sur cette dernière colonne constitue la charge ultime et la différence entre deux charges ultimes calculées deux années consécutives est appelée *Claims Development Result*, abrégé CDR. Une illustration du triangle complété obtenu est donnée en Figure 3.2.

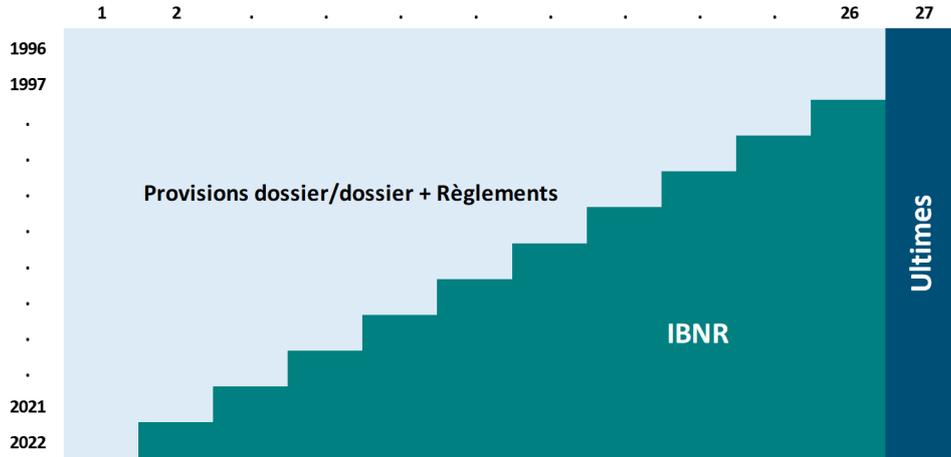


FIGURE 3.2 – Triangle complété avec les IBNR

Il s'en déduit une expression des montants ultimes : $\forall 2 \leq i \leq N$,

$$\hat{C}_{i,N} = \prod_{j=N-i+1}^{N-1} C_{i,N-i+1} \hat{f}_j$$

$C_{1,N}$ étant une donnée déjà observée.

Il est donc possible de réécrire l'expression du BE_{PSAP} simplement par la différence entre le montant ultime estimé par Chain-Ladder et les paiements cumulés effectués jusqu'alors :

$$BE_{PSAP} = \sum_{i=1}^N (\hat{C}_{i,N} - \sum_{k=1}^{N-i+1} P_{i,k})$$

La méthode Chain-Ladder, a priori simple et quelque peu naïve, est une pratique très répandue sur le marché de par l'équilibre qu'elle offre entre simplicité d'utilisation et de compréhension d'une part, et précision des résultats d'autre part. En effet, l'objectif de l'actuaire n'est pas d'utiliser des modèles de grande complexité qu'il serait le seul à comprendre mais de pouvoir expliquer la provenance des résultats qu'il fournit, qui doivent bien évidemment tout de même jouir d'une certaine robustesse, et la méthode Chain-Ladder s'inscrit parfaitement dans ce cadre. Cependant, afin de pouvoir appuyer la pertinence des IBNR calculés, l'actuaire doit tout de même se munir de précautions présentées dans la section ci-bas.

3.3.2 Retraitement préalable des données

La méthode Chain-Ladder comporte des hypothèses implicites que l'actuaire se doit de vérifier s'il veut effectuer des prévisions cohérentes. Les précautions à employer sont présentées dans cette section. Pour rappel, les triangles de données utilisés sont bruts de réassurance.

Mise en *as-if*

Pour reprendre les grandes idées du Chain-Ladder, il consiste à estimer des coefficients de développement moyens pour passer d'une année à l'autre qui sont appliqués indépendamment de l'année de survenance. Cela suppose que la linéarité décrite par les coefficients suffit à elle seule à faire état du développement des sinistres. Ainsi, cela implique que les potentielles parties résiduelles qui dépendent de l'année de survenance sont modérées.

Or, sans retraitement préalable, cette hypothèse est difficilement vérifiée. En effet, la valeur même des montants inscrits dans le triangle n'est pas équivalente d'une année sur l'autre à cause des phénomènes d'inflation. Si un même sinistre de 1998 survenait en 2020 à gravité équivalente, en ne définissant pas la gravité sur le coût mais sur la quantité de dommages constatés, la charge initiale qui lui serait attribuée dans les deux cas ne serait pas identique. Plus important, même en supposant une charge initiale égale, son développement ne serait pas identique étant donné qu'il dépendrait de l'évolution des coûts liés à ce sinistre, notamment tels que les prix des matériaux, entre l'année de développement j et l'année de développement $j+1$. Il serait donc erroné, en théorie, de vouloir appliquer un même coefficient pour développer le sinistre de 1998 et celui de 2020.

Pour remédier à ce problème d'ordre théorique, la solution la plus naturelle serait, avant toute application de la méthode Chain-Ladder, de convertir l'intégralité du triangle en monnaie constante vision 2022. Ce nouveau triangle est à opposer au triangle initial qui est en monnaie courante, chaque diagonale étant dans la monnaie de l'année qui lui correspond. Ce processus est nommé mise en *as-if* puisque l'actuaire obtient un échantillon de sinistres "comme s'ils" avaient eu lieu en 2022. Les coefficients moyens calculés sur ce nouveau triangle ne comportent alors, théoriquement, plus que le seul phénomène de développement de la sinistralité, et peuvent ensuite être utilisés pour développer le triangle qui était en monnaie courante. À noter que les développements futurs sont donc également en monnaie 2022 puisque l'inflation implicite du triangle ne se développe plus. Il est donc ensuite nécessaire d'appliquer une couche d'inflation pour réellement passer sur une vision en monnaie courante complète. Par ailleurs, la notion même d'inflation implicite dans les triangles doit être utilisée

avec précaution étant donné que les coefficients moyens sont calculés colonne par colonne, et mélangent donc de l'inflation sur plusieurs années, ce qui en fait une moyenne pondérée. Il est cependant souvent considéré qu'avec une inflation stable sur toutes ces années, en moyenne, le triangle final est bien en monnaie courante.

Bien que calculatoirement simple à mettre en oeuvre par une application calendaire, la mise en *as-if* nécessite l'utilisation d'un indice d'inflation qui sert de mesure correctrice. En d'autres termes, elle nécessite de supposer que l'intégralité du phénomène d'inflation à corriger est transcrit dans un seul indice, ce qui n'est bien entendu généralement pas le cas. Un indice souvent utilisé par défaut est l'indice des prix à la consommation, bien que sa pertinence puisse largement être questionnée en fonction de la LoB étudiée étant donné qu'il ne reflète pas les inflations en termes de salaires ou de prix des matériaux par exemple. Dans le cas de la construction, l'indice de référence est le BT01.

Il est extrêmement complexe d'isoler les différentes composantes qui affectent les coûts d'un sinistre, d'autant plus quand l'inflation s'y mêle. Ainsi, bien que la mise en *as-if* semble être théoriquement primordiale, supposer qu'un seul indice explique entièrement les différences de développement de sinistres de survenances différentes paraît optimiste. L'actuaire doit donc trancher entre retraiter les données de manière potentiellement partielle et ainsi les déformer, ou les conserver brutes en gardant à l'esprit l'effet calendaire que cela peut engendrer.

Dans le modèle interne partiel de Groupama, les triangles utilisés ne sont pas mis en *as-if* afin d'éviter la déformation des données. Ainsi, dans le cadre de ce mémoire, l'étude menée portera sur des données non retraitées, en monnaie courante. L'intégralité de l'inflation appliquée sur les développements futurs viendra donc en tant que couche de sur-inflation s'ajoutant à l'inflation implicite du triangle.

Suppression de coefficients

En supposant s'être placé dans un cadre théorique permettant une mise en *as-if* parfaite, c'est-à-dire où les effets calendaires liés à l'inflation ont été parfaitement captés et retraités, l'actuaire doit ensuite repérer les développements exceptionnels qui n'ont pas lieu d'affecter les développements de l'ensemble de la sinistralité.

En effet, il se peut que suite à une décision juridique défavorable ou une nette aggravation inattendue, le j -ième coefficient de développement d'un sinistre de survenance i , noté $f_{i,j}$, soit largement supérieur à la moyenne des coefficients de développement des sinistres des autres années de survenance sur la même colonne. Ce phénomène peut également apparaître de manière calendaire, en diagonale. Dans les deux cas, deux options s'offrent à l'actuaire.

De prime abord, il semblerait qu'il faille supprimer les coefficients en question dans le calcul du coefficient de développement moyen afin de ne pas déformer la sinistralité globale, ce qui revient à estimer qu'il s'agissait là d'un événement exceptionnel qui n'a pas lieu de se reproduire, du moins pas de manière fréquente. Cependant, l'actuaire peut également juger que conserver ces coefficients a priori aberrants permet, au contraire, d'assimiler l'information que de tels phénomènes sont possibles et donc de mieux se conformer à la réalité tout

en restant prudent.

Sur les segments construction, Groupama n'effectue pas de retraitements de coefficients. Par conséquent, même si ce mémoire analysera l'accord des données avec l'hypothèse de linéarité, dans tous les cas les données utilisées pour fournir les résultats primaires seront sans retraitement.

Ajout de *Tail Factor*

Après avoir passé les étapes de mise en *as-if* et de retraitements de coefficients, un dernier obstacle se dresse face à l'actuaire : la profondeur d'historique.

Afin de pouvoir développer les sinistres récents, l'actuaire se base sur la liquidation des sinistres passés et en déduit des coefficients moyens de développement. Encore faut-il supposer que le sinistre le plus ancien ait été complètement liquidé.

En effet, qu'il s'agisse de branches courtes ou longues, bien que cela soit plus fréquent sur les branches à liquidation lente, il se peut que l'historique soit trop court et qu'aucun sinistre ne se soit stabilisé ce qui empêche de pouvoir capter la tendance de développement des sinistres en fin de liquidation. Dans ce cas, le triangle développé comporte des sinistres non stabilisés et donc des charges manquant de précision.

L'actuaire peut donc artificiellement augmenter la profondeur d'historique de ses données en appliquant un *Tail Factor*, autrement dit un facteur de queue, qui viendra développer les sinistres au-delà des années de développement initialement disponibles. Une illustration en est donnée en Figure 3.3.

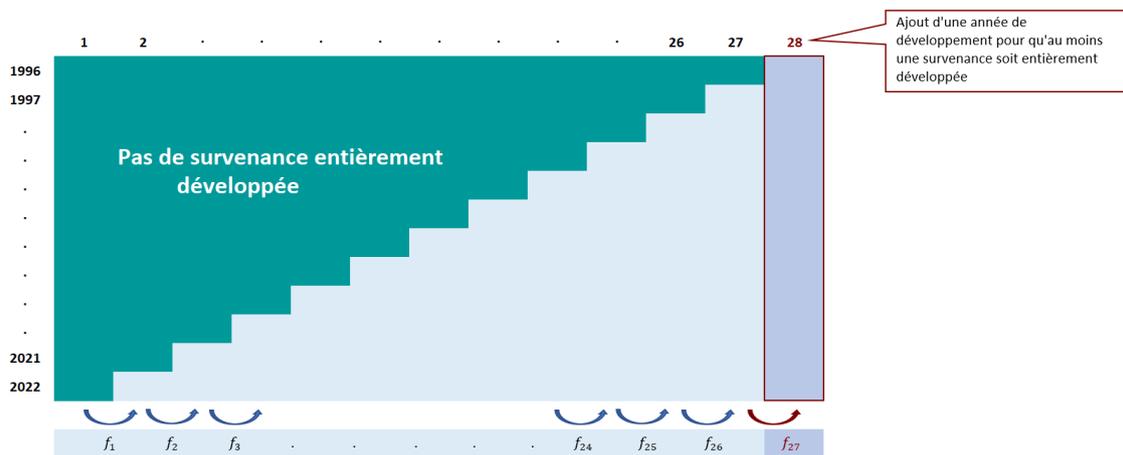


FIGURE 3.3 – Ajout d'un *Tail Factor* sur un triangle PSAP

Groupama n'utilise pas de *Tail Factor* sur les segments construction, jugeant que la profondeur d'historique est suffisante. L'étude de ce mémoire vérifiera donc la pertinence de cette hypothèse et donnera lieu à une étude comparative si besoin mais la méthode utilisée ne comportera pas de *Tail Factor*.

Prise en compte de la réassurance

Les données ayant été retraitées, l'actuaire dispose de triangles bruts de réassurance sur lesquels il peut appliquer la méthode Chain-Ladder. Cependant, cette sous-section se veut présenter la façon d'appréhender la réassurance dans l'utilisation de telles méthodes.

Comme indiqué en fin de section 3.2, les triangles de données en net de réassurance ne sont pas à disposition. L'objectif du calcul du SCR dans le MIP reposant sur un calcul de volatilité, utiliser les données brutes reste prudent.

Dans le cas où l'actuaire dispose des deux jeux de données, la marche à suivre est la suivante. Le Chain-Ladder doit s'effectuer sur les données brutes de réassurance et retraitées par les méthodes évoquées plus haut dans un souci de pertinence des coefficients de développement utilisés. L'actuaire applique ensuite les traités de réassurance et de coassurance afin d'obtenir les montants ultimes nets.

Pour atteindre un degré de précision plus fin, l'actuaire devrait en théorie également s'informer sur les possibles changements de tarifs et de garanties ayant pu avoir lieu, toujours dans un souci de ne pas confondre leurs effets avec le développement en lui-même et de ne pas les reporter sur les survenances plus récentes. L'enjeu est toujours le même : séparer les effets liés au développement et les autres.

Il va sans dire qu'un tel travail de documentation est extrêmement laborieux a posteriori et nécessite un temps considérable. Ainsi, pour le retraitement des données, ce mémoire utilisera les données brutes de réassurance.

3.4 Calcul de l'écart-type du BE Implicite : Bootstrap

Cette section pose les fondements du Bootstrap utilisé par Groupama dans le cadre de son modèle interne. Pour rappel, le Bootstrap repose sur l'idée que si le statisticien dispose d'un échantillon i.i.d. de taille p sur lequel il souhaite obtenir la distribution d'une quantité d'intérêt, alors il peut se donner de nouveaux échantillons en effectuant ce qui est appelé un ré-échantillonnage. Pour ce faire, il effectue un tirage avec remise sur son échantillon, et ce autant de fois qu'il le souhaite, afin de générer n nouveaux échantillons. Il s'agit donc d'une méthode d'inférence statistique permettant de répliquer artificiellement des données à partir d'un jeu de données initial.

Dans le cadre du calcul du SCR, le Bootstrap permet d'obtenir une distribution du BE_{PSAP} afin d'en estimer son écart-type, l'échantillon étant le triangle de données dont l'actuaire dispose. En effet, le calcul du BE_{PSAP} étant déterministe, un unique jeu de données ne permet d'obtenir qu'une seule valeur du BE_{PSAP} ce qui empêche toute estimation de volatilité.

3.4.1 Pré-requis au Bootstrap

Avant de passer à la description pratique du Bootstrap sur les triangles, il est nécessaire d'introduire des estimateurs issus d'un article publié en 1993 par Thomas Mack [9] ainsi que le modèle de Merz-Wüthrich [10] duquel le Bootstrap découle.

Modèle de Mack

Le modèle de Mack reprend la méthode Chain-Ladder en l'enrichissant d'une vision stochastique par l'introduction d'une hypothèse de variance sur les variables aléatoires $C_{i,j}$. Cela permet d'obtenir des indicateurs sur les erreurs de modélisation liées à l'approximation des coefficients de développement individuels $f_{i,j}$ par \hat{f}_j .

Les hypothèses deviennent alors :

$$\begin{cases} (H1) : \text{ Les années de survénance sont indépendantes entre elles} \\ (H2) : \mathbb{E}[C_{i,j+1}|C_{i,1}, \dots, C_{i,j}] = f_j C_{i,j} \\ (H3) : \mathbb{V}(C_{i,j+1}|C_{i,1}, \dots, C_{i,j}) = \sigma_j^2 C_{i,j} \end{cases}$$

Le terme σ_j est appelé l'écart-type de Mack et ne dépend que de l'année de développement. À noter qu'à l'image du Chain-Ladder, ces hypothèses impliquent que l'espérance et la variance des montants $C_{i,j}$ inconnus de la partie inférieure droite du triangle dépendent uniquement du montant qui leur précède directement, indépendamment du passé plus lointain.

Une fois ces hypothèses posées, Mack propose un estimateur de la variance présenté ci-dessous :

$$\begin{cases} \hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{N-j-1} \sum_{i=1}^{N-j} C_{i,j} (f_{i,j} - \hat{f}_j)^2, \quad 1 \leq j \leq N-2 \\ \hat{\sigma}_{N-1}^2 = \min\left(\frac{\hat{\sigma}_{N-2}^4}{\hat{\sigma}_{N-3}^2}, \hat{\sigma}_{N-2}^2, \hat{\sigma}_{N-3}^2\right) \end{cases}$$

Cet estimateur est sans biais, se référer à l'annexe A pour en avoir la démonstration.

L'utilisation du Bootstrap nécessite des données i.i.d. Or, bien que les années de survénance soient indépendantes entre elles, ce n'est pas le cas des années de développement étant donné que l'espérance de $C_{i,j+1}$ dépend directement de $C_{i,j}$. En outre, les hypothèses d'espérance et de variance montrent bien qu'il ne s'agit a priori pas de variables de même loi.

Afin de pouvoir tout de même appliquer le Bootstrap, il est nécessaire de standardiser les variables aléatoires $C_{i,j} f_{i,j}$ pour obtenir des variables aléatoires indépendantes et de même loi, ce qui donne, avec les hypothèses (H2) et (H3) : $\forall 1 \leq i \leq N-1, \forall 1 \leq j \leq N-1$,

$$\tilde{C}_{i,j} = \frac{\sqrt{C_{i,j}}(f_{i,j} - \hat{f}_j)}{\sigma_j}$$

Les paramètres f_j et σ_j étant inconnus, ils sont substitués par leurs estimateurs \hat{f}_j et $\hat{\sigma}_j$ ce qui justifie l'utilisation des résidus de Pearson définis ci-dessous : $\forall 1 \leq i \leq N-1, \forall 1 \leq j \leq N-1$,

$$r_{i,j}^{PEARSON} = \frac{\sqrt{C_{i,j}}(f_{i,j} - \hat{f}_j)}{\hat{\sigma}_j}$$

Enfin, ces résidus sont corrigés d'un facteur d'échelle afin de supprimer le biais qui a été introduit par les estimateurs :

$$r_{i,j} = \sqrt{\frac{N-j}{N-j-1}} \frac{\sqrt{C_{i,j}}(f_{i,j} - \hat{f}_j)}{\hat{\sigma}_j}$$

Par construction, les résidus obtenus sont centrés colonne à colonne. En revanche, ils ne le sont pas ligne à ligne : Groupama a fait le choix de les recentrer au global durant le processus.

Les résidus $r_{i,j}$ utilisés pour le Bootstrap ne sont i.i.d que sous condition de respect des trois hypothèses du modèle, c'est pourquoi des vérifications du non rejet de cette hypothèse sont effectuées à l'aide de différents tests qui seront abordés dans la section 5.5 une fois que le modèle construction aura été présenté.

Modèle de Merz-Wüthrich

Le modèle de Merz-Wüthrich reprend l'hypothèse de variance introduite par Mack dans le but d'établir une formule fermée pour le calcul de l'erreur d'estimation, notée MSEP pour *Mean Squared Error Prediction*, du CDR à un an, noté $CDR(N+1)$.

En reprenant l'estimateur de la variance fourni par Mack, à savoir :

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{N-j-1} \sum_{i=1}^{N-j} C_{i,j} (f_{i,j} - \hat{f}_j)^2, \quad 1 \leq j \leq N-2$$

Merz et Wüthrich établissent la formule ci-dessous, directement issue de l'article, en prenant le cas où plusieurs années de survenance sont agrégées étant donné que les triangles utilisés comportent plusieurs années de survenance sur lesquelles sont calculés les coefficients de développement. Le cheminement permettant d'y aboutir ainsi que les démonstrations sont présentes dans l'article et ne seront pas réécrites ici.

$$\begin{aligned} M\hat{S}EP_{\sum_{i=1}^N CDR_i(N+1) | \mathcal{D}_N} \left(\sum_{i=1}^N C\hat{D}R_i(N+1) \right) &= \sum_{i=1}^N M\hat{S}EP_{C\hat{D}R_i(N+1) | \mathcal{D}_N} (C\hat{D}R_i(N+1)) \\ &\quad + 2 \sum_{k \geq i \geq 0} \hat{C}_{i,N} \hat{C}_{k,N} (\hat{\phi}_{i,N} + \hat{\Lambda}_{i,N}) \end{aligned}$$

Avec :

$$— M\hat{S}EP_{x|z}(y) = \mathbb{E}[(x - y)^2 | z]$$

$$— \hat{\phi}_{i,N} = \sum_{j=N-i+1}^{N-1} \left(\frac{C_{N-j,j}}{\sum_{i=0}^{N-j} C_{i,j}} \right)^2 \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{f}_j C_{N-j,j}}$$

$$- \hat{\Lambda}_{i,N} = \frac{C_{i,N-i}}{\sum_{k=0}^i C_{k,j}} \frac{\hat{\sigma}_{N-i}^2}{\hat{f}_{N-i}^2 \sum_{k=0}^{i-1} C_{k,j}} + \sum_{j=N-i+1}^{N-1} \left(\frac{C_{N-j,j}}{\sum_{k=0}^{N-j} C_{k,j}} \right)^2 \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{f}_j^2 \sum_{k=0}^{N-j-1} C_{k,j}}$$

Cette formule fermée, bien que permettant d'estimer le coefficient de variation φ nécessaire au calcul du SCR de réserves, est construite dans un cadre où le triangle d'étude ne subit pas de retraitements tels que des suppressions de coefficients ou un ajout de *Tail Factor*. De plus, elle ne permet pas d'obtenir une distribution des réserves. Il faut également ajouter à cela l'impossibilité d'y ajouter simplement le phénomène d'inflation qu'il est désormais nécessaire de modéliser. L'intérêt de l'utilisation du Bootstrap est donc de pouvoir intégrer ces possibles retraitements et ainsi d'avoir une meilleure flexibilité sur l'estimation du risque à un an, tout en obtenant une distribution des BE_{PSAP} en fin de processus.

Les résultats issus de la méthode de Merz et Wüthrich permettent néanmoins de vérifier la cohérence des résultats issus du Bootstrap. En effet, il est nécessaire que lorsque le Bootstrap est effectué sur un triangle non retraité, l'écart-type obtenu converge bien vers celui calculé avec la formule fermée de Merz et Wüthrich.

3.4.2 Description du Bootstrap

À ce stade, l'actuaire dispose d'un triangle de montants cumulés $C_{i,j}$, du triangle des coefficients individuels $f_{i,j}$ et d'un triangle de résidus $r_{i,j}$. La procédure qui suit décrit les différentes étapes du Bootstrap en expliquant leurs enjeux. Un schéma récapitulatif est donné en Figure 3.4.

— Étape 1 : Ré-échantillonnage des résidus

L'introduction des résidus avait pour objectif de se procurer un jeu de données hypothétiquement i.i.d. sur lequel effectuer un ré-échantillonnage. Ce n'était pas le cas des montants $C_{i,j}$ et des coefficients individuels $f_{i,j}$ qui présentaient des dépendances sur une même survivance. Le triangle de résidus $r_{i,j}$ ré-échantillonné donne lieu à un nouveau triangle de résidus $r_{i,j}^*$.

Cependant, souhaitant obtenir des nouveaux triangles pour se procurer une distribution du BE_{PSAP} , il est nécessaire de reconvertir les nouveaux résidus obtenus en coefficients de développement $f_{i,j}^*$ qui présentent à nouveau une dépendance sur une même survivance. Le ré-échantillonnage donne donc lieu à un calcul de pseudo-facteurs de développement : $\forall 1 \leq i \leq N-1, \forall 1 \leq j \leq N-1$,

$$f_{i,j}^* = r_{i,j}^* \frac{\hat{\sigma}_j}{\sqrt{C_{i,j}}} + \hat{f}_j$$

Ces facteurs sont bien de même loi que les facteurs initiaux $f_{i,j}$.

— Étape 2 : Estimation des nouveaux coefficients moyens

Les coefficients moyens de développement $(\hat{f}_j^*)_{1 \leq j \leq N-1}$ sont estimés par Chain-Ladder : $\forall 1 \leq j \leq N-1$,

$$\hat{f}_j^* = \frac{\sum_{i=1}^{N-j} C_{i,j} f_{i,j}^*}{\sum_{i=1}^{N-j} C_{i,j}}$$

Une fois ceux-ci calculés, l'actuaire détient le triangle initial de données et des coefficients moyens de développement différents des coefficients initiaux. Il doit maintenant les utiliser afin de prendre en compte l'erreur d'estimation à un an, conformément à Solvabilité II, dans le calcul des réserves.

— Étape 3 : Simulation de la nouvelle diagonale

Pour ce faire, l'actuaire va introduire une nouvelle couche d'aléa en simulant la diagonale $N+1$ du triangle, à savoir les montants correspondant à l'ensemble des indices $I_{N+1} = \{(i, j) ; 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq N ; i + j - 1 = N + 1\}$. Les autres diagonales ne sont pas simulées étant donné que cela reviendrait à considérer une volatilité à un horizon supérieur à un an.

Groupama a fait le choix de la loi Log-Normale pour la simulation, il en découle donc les montants suivants : $\forall (i, j) \in I_{N+1}$,

$$\hat{C}_{i,j} \sim \text{Log-N}(C_{i,j-1} \hat{f}_j^*, C_{i,j-1} \hat{\sigma}_j^2)$$

Avec ce processus, l'actuaire dispose désormais d'un triangle contenant les données initiales dans la partie supérieure gauche, auquel une nouvelle diagonale a été ajoutée et dont les montants varient en fonction des résultats de la simulation. Il est donc maintenant possible de calculer un BE_{PSAP} pour chacune de ces simulations afin d'en déduire une distribution de l'ultime.

— Étape 4 : Calcul des nouveaux coefficients moyens de développement

En se basant sur le triangle incluant la diagonale $N+1$, l'actuaire dispose d'une diagonale supplémentaire de coefficients de développement individuels ce qui permet de recalculer des coefficients de développement moyens par Chain-Ladder : $\forall 1 \leq j \leq N - 1$,

$$\hat{f}_j^{*N+1} = \frac{\sum_{i=1}^{N-j+1} C_{i,j} f_{i,j}}{\sum_{i=1}^{N-j+1} C_{i,j}}$$

— Étape 5 : Complétion du triangle

Les coefficients calculés à l'étape précédente permettent entièrement de développer le triangle pour en déduire les IBNR et le BE_{PSAP} par Chain-Ladder.

Les étapes 3 à 5 présentées ci-dessus sont répétées 20 000 fois ce qui permet à l'actuaire d'obtenir 20 000 BE_{PSAP} différents. Il peut ensuite en déduire une estimation de $\sigma_{BE_{PSAP}}$

afin de calculer le SCR de réserves relatif à la LoB d'étude : l'écart-type obtenu est donc amalgamé avec σ_{PCO} .

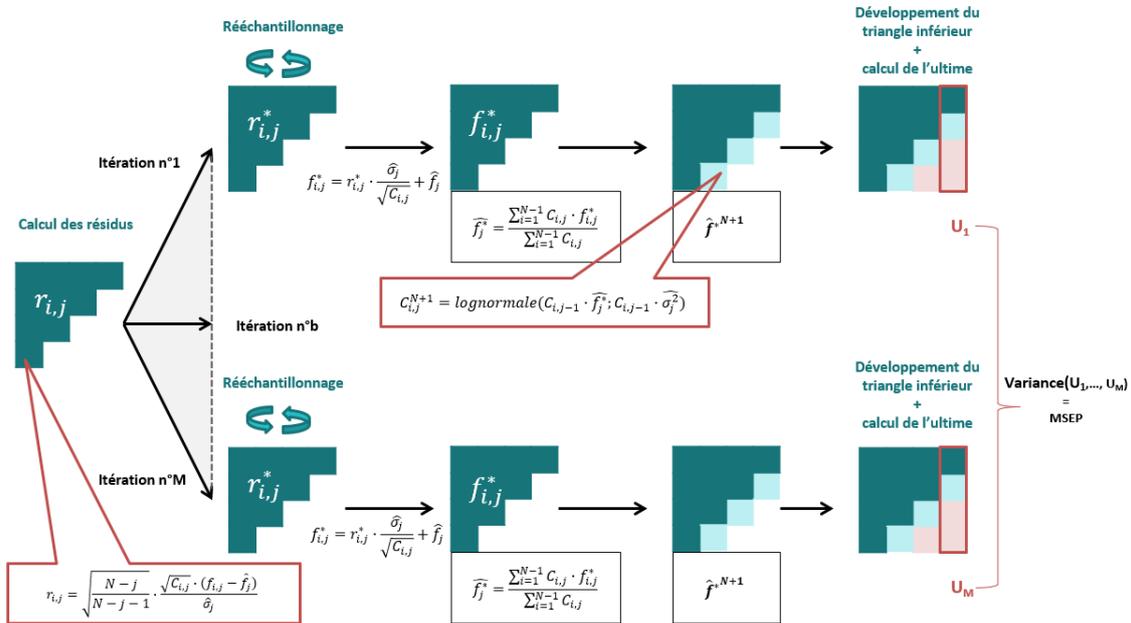


FIGURE 3.4 – Étapes de la procédure Bootstrap

Le nombre de 20 000 simulations est confirmé par la convergence de l'écart-type obtenu vers celui découlant de la formule fermée de Merz-Wüthrich, comme le montre le tableau ci-dessous pour les segments hors construction de la LoB GTPL :

k€	Erreur de prédiction à un an		
	Merz-Wüthrich	Bootstrap	Ecart relatif
GTPL	30 702	30 795	0,30%

TABLE 3.1 – Comparaison des écarts-types obtenus sur les segments hors construction de la LoB GTPL : Merz-Wüthrich vs Bootstrap

3.5 Traitement de l'inflation

L'inflation peut être divisée en deux types : l'inflation passée, dont l'actuaire possède l'entière information à indice d'inflation fixé, et l'inflation future qui doit être modélisée à l'aide des données passées. Sur les segments hors construction, l'inflation future est modélisée à l'aide d'un vecteur de sur-inflation, s'ajoutant à l'inflation implicite, décrite ci-dessous, présente dans les triangles de données suite à l'absence de mise en *as-if*.

3.5.1 Contexte de provisionnement

Les triangles de données contiennent une inflation passée dite implicite qui se propage dans le calcul des paiements et des charges. En effet, comme il a été souligné dans la sous-section

traitant de la mise en *as-if* de la section 3.3.2, les charges dossier/dossier comportent dans leur évolution une part liée au contexte économique qui leur est contemporain, qu'elle soit isolée par une mise en *as-if* ou résiduellement présente dans les coefficients de développement. Cette inflation a donc un effet dans l'application du Chain-Ladder et permet de simuler une inflation future similaire à l'inflation passée moyenne pondérée. En revanche, l'inflation future en tant que telle n'y est pas intégrée étant donné qu'elle a trait à des données non encore observées.

Si jusqu'à présent Groupama jugeait l'inflation implicite suffisante pour développer les triangles du fait d'une certaine stabilité des indices utilisés dans le temps, et extrapolait donc cette stabilité dans le futur, le contexte récent d'inflation majeur ne permet plus d'opter pour de telles hypothèses. Ainsi, le BE_{RA} utilisé dans le calcul du SCR prend désormais en compte des vecteurs de sur-inflation qui se cumulent à l'inflation implicite.

Or, le coefficient de variation φ s'écrit comme étant le ratio entre $\sigma_{BE_{PSAP}}$, qui est estimé à l'aide du Bootstrap sur les BE_{PSAP} , et le BE_{RA} . Ainsi, une augmentation du BE_{RA} par intégration de vecteurs de sur-inflation entraîne une diminution mécanique du CoV, et donc du SCR, qui n'est pas justifiée. Par souci de cohérence, Groupama a donc également intégré ces vecteurs dans le calcul de l'écart-type du BE_{PSAP} pour les segments autres que la construction, une intégration à la construction étant planifiée pour la clôture 2023.

La section ci-dessous vise à décrire la manière dont l'inflation a été intégrée dans le Chain-Ladder ainsi que dans le Bootstrap afin de pouvoir par la suite en faire une adaptation sur les segments de construction.

3.5.2 Méthode employée dans les segments hors construction

Cette section vise à présenter tel quel le modèle utilisé dans les segments hors construction. Pour rappel, dans les segments hors construction, l'enjeu du calcul de la volatilité du BE_{PSAP} est de pouvoir capter les incertitudes liées au provisionnement des PSAP à un an, et ce mémoire se place en vision de clôture 2022. Les triangles commençant en 1996, le développement le plus lointain à estimer correspond au développement 2048 de la survenance 2022.

Vecteurs de sur-inflation

Les vecteurs de sur-inflation utilisés par Groupama correspondent à des taux d'inflation incrémentaux estimés et sont adaptés en fonction de la LoB concernée. La forme quant-à-elle reste la même sur l'ensemble des LoB, c'est-à-dire :

2023	2024	2025	2026	2027	...	2048
r_1	r_2	r_3	r_4	0	...	0

TABLE 3.2 – Forme des vecteurs de sur-inflation utilisés par Groupama

Il s'agit d'une sur-inflation ponctuelle, sur quatre ans, et dont les taux sont décroissants. Cette forme de vecteur permet de supposer que la forte inflation actuelle n'est qu'un pic passager et ne marque pas de réel changement de régime. Comme toute hypothèse, cette dernière

pourrait être remise en question mais ce débat ne constitue pas l'enjeu de ce mémoire. Les vecteurs de sur-inflation utilisés seront donc les mêmes que ceux fournis par Groupama, à un point près.

En effet, le moment dans l'année où survient le paiement impacte la manière dont l'inflation doit être appliquée. Si cette évolution intervient en début d'année, l'inflation prévue pour 2023 ne se sera pas encore réalisée et conserver la vision 2022 est alors plus pertinent. Groupama a donc fait le choix de considérer une moyenne géométrique des indices, supposant que ces changements ont lieu en moyenne en milieu d'année.

En posant $r_0 = 0$, ce qui est justifié étant donné que l'année 0 correspond ici à 2022 et que la dernière diagonale observée est déjà en monnaie 2022, les nouveaux indices sont définis de la manière suivante : $\forall 1 \leq m \leq 26$,

$$\bar{r}_m = \sqrt{1 + r_{m-1}} \sqrt{1 + r_m} - 1$$

En particulier, $\bar{r}_1 = \sqrt{1 + r_1} - 1$.

Afin d'intégrer cette sur-inflation, Groupama part des triangles de données sans mise en *as-if* et intègre l'inflation future au niveau du Bootstrap pour calculer l'écart-type σ_{BEPSAP} . Il est important de garder à l'esprit qu'en vision Survenance x Développement, l'inflation doit être intégrée de manière calendaire étant donné que l'information est ajoutée diagonale par diagonale.

Ajustement du Bootstrap

En reprenant les étapes détaillées du Bootstrap, l'intégration de la sur-inflation se fait aux étapes 3 à 5, c'est-à-dire à partir de la simulation de la diagonale jusqu'à l'obtention de la charge ultime.

Dans le cadre initial, la simulation de la diagonale s'effectue avec une loi Log-Normale rappelée ci-dessous : $\forall (i, j) \in I_{N+1}$,

$$\hat{C}_{i,j} \sim \text{Log-}\mathcal{N}(C_{i,j-1} \hat{f}_{j-1}^*, C_{i,j-1} \hat{\sigma}_{j-1}^2)$$

Afin d'incorporer l'indice d'inflation \bar{r}_1 correspondant à l'inflation prévue pour 2023 sur la diagonale, il est nécessaire de décomposer les montants $(C_{i,j})_{(i,j) \in I_{N+1}}$ de cette diagonale en deux parties : la part du développement 2022, qui est observée, et la part incrémentale correspondant au développement 2023, qui est égale à la valeur simulée soustraite de la part 2022 : $\forall (i, j) \in I_{N+1}$,

$$C_{i,j} = C_{i,j-1} + C_{i,j}^{INCR}$$

La partie à inflater est donc celle se référant exclusivement à 2023, à savoir $C_{i,j}^{INCR}$.

Finalement, pour inflater la diagonale $N + 1$ dans le processus Bootstrap, l'indice \bar{r}_1 est appliqué sur la partie incrémentale 2023 du montant simulé : $\forall (i, j) \in I_{N+1}$,

$$\hat{C}_{i,j} = C_{i,j-1} + (\bar{r}_1 + 1)C_{i,j}^{INCR}$$

Soit,

$$\hat{C}_{i,j} = C_{i,j-1} + (\bar{r}_1 + 1)[C_{i,j-1}\hat{f}_{j-1}^* - C_{i,j-1}]$$

Ou encore, sous la forme factorisée qui sera utilisée par la suite :

$$\hat{C}_{i,j} = C_{i,j-1}[1 + (\bar{r}_1 + 1)\hat{f}_{j-1}^* - (\bar{r}_1 + 1)]$$

$$\hat{C}_{i,j} = C_{i,j-1}[(\bar{r}_1 + 1)\hat{f}_{j-1}^* - \bar{r}_1]$$

La diagonale N+1 se simule alors suivant la loi ci-dessous : $\forall (i, j) \in I_{N+1}$,

$$\hat{C}_{i,j} \sim \text{Log-N}([(r_1 + 1)\hat{f}_{j-1}^* - r_1]C_{i,j-1}, C_{i,j-1}\hat{\sigma}_{j-1}^2)$$

Une fois cette simulation faite, les nouveaux coefficients de développement moyens sont calculés par Chain-Ladder de manière similaire à la méthode ne prenant pas en compte la sur-inflation.

La dernière étape consiste à compléter le triangle en intégrant la sur-inflation post 2023. Afin de bien comprendre le mécanisme calendaire, un schéma est donné Figure 3.5.

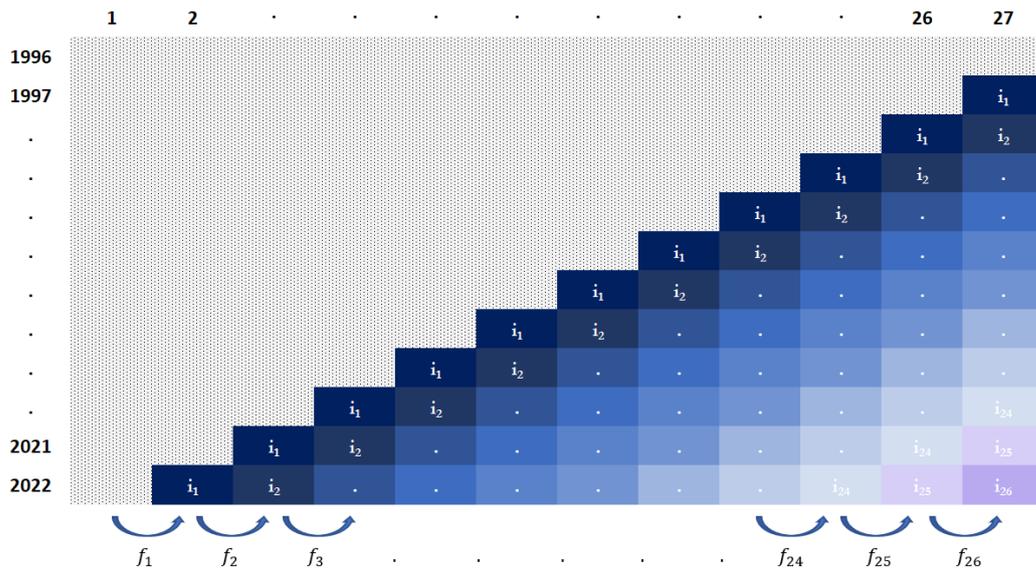


FIGURE 3.5 – Mécanisme calendaire d'intégration de l'inflation

L'actuaire doit appliquer les indices d'inflation $(\bar{r}_m)_{1 \leq m \leq 26}$ de manière diagonale sur les parties incrémentales de chaque année de développement. La modélisation actuelle repose alors sur les égalités suivantes, avec ici pour exemple la troisième année de survenance :

$$\begin{aligned}\hat{C}_{3,N}^{INF} &= [(\bar{r}_2 + 1)\hat{f}_{N-1}^{*N+1} - \bar{r}_2]\hat{C}_{3,N-1}^{INF} \\ \hat{C}_{3,N}^{INF} &= [(\bar{r}_2 + 1)\hat{f}_{N-1}^{*N+1} - \bar{r}_2][(\bar{r}_1 + 1)\hat{f}_{N-2}^{*N+1} - \bar{r}_1]\hat{C}_{3,N-2}^{INF}\end{aligned}$$

Et pour la quatrième :

$$\begin{aligned}\hat{C}_{4,N}^{INF} &= [(\bar{r}_3 + 1)\hat{f}_{N-1}^{*N+1} - \bar{r}_3]\hat{C}_{4,N-1}^{INF} \\ \hat{C}_{4,N}^{INF} &= [(\bar{r}_3 + 1)\hat{f}_{N-1}^{*N+1} - \bar{r}_3][(\bar{r}_2 + 1)\hat{f}_{N-2}^{*N+1} - \bar{r}_2]\hat{C}_{4,N-2}^{INF} \\ \hat{C}_{4,N}^{INF} &= [(\bar{r}_3 + 1)\hat{f}_{N-1}^{*N+1} - \bar{r}_3][(\bar{r}_2 + 1)\hat{f}_{N-2}^{*N+1} - \bar{r}_2][(\bar{r}_1 + 1)\hat{f}_{N-3}^{*N+1} - \bar{r}_1]\hat{C}_{4,N-3}^{INF}\end{aligned}$$

Par itération, cela aboutit à une expression des ultimes qui est la suivante : $\forall 2 \leq i \leq N$,

$$\hat{C}_{i,N}^{INF} = \hat{C}_{i,N-i+1} \prod_{k=1}^{i-1} [(\bar{r}_{i-k} + 1)\hat{f}_{N-k}^{*N+1} - \bar{r}_{i-k}]$$

Enfin, il est possible d'en déduire une expression du BE_{PSAP} issu de la p -ième simulation Bootstrap permettant une estimation de $\sigma_{BE_{PSAP}}$:

$$BE_{PSAP} = (C_{1,N} + \sum_{i=2}^N \hat{C}_{i,N}^{INF}) - \sum_{i=1}^N P_{i,N-i+1}$$

Remarque : Il est important de remarquer que cette vision de l'intégration de l'inflation consiste à considérer la part des montants due à l'inflation comme une nouvelle exposition. Ce point sera détaillé dans la section suivante qui propose des modifications du modèle actuel.

Le principal intérêt de cette méthode réside dans sa simplicité d'utilisation et de mise en place, ainsi que dans sa flexibilité au niveau du choix des indices de sur-inflation. Elle s'inscrit parfaitement dans l'objectif d'alignement avec les BE_{RA} . Elle comporte cependant des failles théoriques qu'il est nécessaire de corriger, ainsi qu'une vision débattable de l'intégration de l'inflation, ce qui constitue l'enjeu de la section qui suit.

3.6 Propositions d'évolution du modèle actuel

Le modèle employé par Groupama comporte deux points à étudier. Le premier concerne l'intégration de l'inflation lors de la simulation de la diagonale $N+1$, et le second la façon dont les montants ultimes sont inflatés.

3.6.1 Simulation de la diagonale $N+1$

Pour comprendre l'enjeu derrière la simulation de la diagonale $N+1$, il est nécessaire de revenir sur l'hypothèse fondamentale de la méthode Chain-Ladder qui est l'hypothèse de linéarité sur le triangle initial :

$$(H2) : \mathbb{E}[C_{i,j+1}|C_{i,1}, \dots, C_{i,j}] = f_j C_{i,j}$$

Une fois les estimateurs \hat{f}_j calculés, le triangle de résidus qui en découle permet de ré-échantillonner le triangle pour obtenir un nouveau triangle et d'en déduire un nouvel estimateur des f_j qui est \hat{f}_j^* . À ce stade, l'hypothèse de linéarité est maintenue étant donné que $\mathbb{E}[\hat{f}_j^* | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}] = f_j$. Cependant, lorsque la diagonale N+1 est ensuite simulée avec inflation, un effet calendaire est intégré au triangle qui va à l'encontre de cette hypothèse, ce qui donne : $\forall (i, j) \in I_{N+1}$,

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\hat{C}_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}] &= \mathbb{E}[(\bar{r}_1 + 1)\hat{f}_j^* - \bar{r}_1] C_{i,j} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}] \\ &= [(\bar{r}_1 + 1)f_j - \bar{r}_1] C_{i,j} \\ &\neq f_j C_{i,j}\end{aligned}$$

Il est donc théoriquement incohérent de calculer des estimateurs des coefficients de développement moyens f_j qui intègrent des variables ne pouvant pas répondre à l'hypothèse de linéarité. Ce constat est valable même en supposant que l'ajout de cette diagonale ne suffise pas à rejeter les tests statistiques de linéarité ou encore que l'impact sur le SCR soit minime : il est en effet préférable de maintenir la cohérence globale de l'approche Chain-Ladder.

Pour pallier ce problème, une solution aisée est de ne pas chercher à intégrer l'inflation au moment de la simulation de la diagonale mais de la calculer post simulation. En d'autres termes, cela consisterait à répliquer la procédure de simulation qui était utilisée jusqu'à présent avec : $\forall (i, j) \in I_{N+1}$,

$$\hat{C}_{i,j+1} \sim \text{Log-}\mathcal{N}(C_{i,j}\hat{f}_j^*, C_{i,j}\hat{\sigma}_j^2)$$

Cette simulation permet bien de continuer de vérifier l'hypothèse de linéarité étant donné qu'alors :

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\hat{C}_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}] &= \mathbb{E}[\hat{f}_j^* C_{i,j} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}] \\ &= f_j C_{i,j}\end{aligned}$$

La question qui se pose alors est de savoir comment intégrer l'inflation pour calculer les montants ultimes inflatés.

3.6.2 Calcul des ultimes inflatés et de la volatilité

Pour rappel, la formule d'inflation du modèle actuel définit les montants inflatés comme suit, en prenant pour exemple ici la quatrième année de survenance :

$$\begin{aligned}\hat{C}_{4,N-1}^{INF} &:= [(\bar{r}_2 + 1)\hat{f}_{N-2}^{*N+1} - \bar{r}_2]\hat{C}_{4,N-2}^{INF} \\ \hat{C}_{4,N-1}^{INF} &:= \hat{C}_{4,N-2}^{INF} + (\hat{C}_{4,N-2}^{INF}\hat{f}_{N-2}^{*N+1} - \hat{C}_{4,N-2}^{INF})(\bar{r}_2 + 1)\end{aligned}$$

En d'autres termes, le montant additionnel lié à l'inflation pour une charge prévue à un délai de développement donné est également développé suivant le même coefficient de développement que celui initialement estimé sur les charges non inflatées. Cela revient à considérer que l'inflation qui s'ajoute à une sinistralité est en réalité une nouvelle exposition, et qui en tant que telle doit être développée comme l'est le montant initial. Plus qu'une inflation ponctuelle, cela devient alors une inflation qui se propage et se cumule jusqu'à la fin de la vie du sinistre.

Il est à noter que cette méthode est appliquée qu'il s'agisse d'un triangle de charges ou de paiements. Dans le cadre d'utilisation d'un triangle de charges, l'inflation est donc

développée suivant des coefficients calculés sur un triangle de charges, c'est-à-dire sur un triangle comprenant les paiements ajustés d'un jugement porté par le gestionnaire de sinistres sous la forme de provisions. Les coefficients comportent donc l'effet de fluctuation des estimations des provisions en plus de celles des paiements effectifs observés. Or, s'il est légitime de considérer les fluctuations des paiements étant donné qu'il s'agit des montants qui seront directement touchés par l'inflation lors des versements, la part relative à l'estimation des provisions ne devrait quant-à-elle pas intervenir dans la façon dont l'inflation est prise en compte puisqu'il s'agit d'un effet qui peut fluctuer sous bien d'autres raisons, comme par exemple un changement de gestionnaire, des prévisions sur des changements de législation, etc. L'objectif étant de pouvoir capter le montant qui sera versé à une date précise afin d'y appliquer l'inflation correspondante, les cadences de paiements paraissent donc plus adaptées.

En outre, sur la plupart des LoBs impliquant l'utilisation d'un triangle de charges, cette méthode fournit des ultimes inférieurs aux ultimes non inflatés malgré l'ajout d'un vecteur de sur-inflation. Cela s'explique par la structure même des triangles de charges qui comportent une majorité d'incrément négatifs sur les premières années de développement du fait de l'inclusion des estimations des gestionnaires de sinistres, là où les triangles de paiements ont une tendance haussière. Ce phénomène tend bien à confirmer que la méthode employée dans le modèle interne nécessite des ajustements afin de pouvoir calculer des ultimes cohérents.

Cette observation n'exclut pas l'utilisation du triangle de charges qui est souvent nécessaire, et ce précisément en raison de l'incorporation de ces estimations du gestionnaire qui permettent, notamment sur des branches longues, d'avoir des montants plus rapidement développés par rapport à l'ultime. En revanche, il faut a minima adapter la méthode actuelle afin d'utiliser des cadences de paiement, adaptation qui n'est à première vue pas immédiate dans le format actuel de développement de l'inflation. Deux modèles seront donc proposés pour calculer les BE_{PSAP} implicites inflatés, avec dans un premier temps un modèle dit "incrémental" où l'inflation n'est pas développée et donc a priori plus simple à mettre en place, puis une version revue du modèle actuel où l'inflation est développée avec la sinistralité.

Méthode incrémentale

L'idée derrière la méthode incrémentale est de changer de perspective pour la définition d'un montant inflaté par rapport au modèle actuel. En considérant un sinistre ayant pour paiement ultime $U_{i,N}$ dans un environnement hors inflation, celui-ci se décompose comme étant la somme de paiements incrémentaux. Quelle que soit l'inflation passée ou future, la vie intrinsèque de ce sinistre reste la même, c'est-à-dire que son développement doit rester identique : les aggravations ou améliorations auront toujours lieu sous forme d'événements. De ce point de vue, par indépendance de l'inflation et des événements liés au sinistre, la hausse du prix du premier événement liée à l'inflation n'a pas de raison de se répercuter sur le second événement. Ainsi, le montant inflaté est défini comme la somme des montants incrémentaux inflatés sans que l'inflation ne se propage à travers les coefficients de développement.

Sous cet angle, sur un triangle de paiements cumulés notés $X_{i,j}$, il suffit alors de développer le triangle par Chain-Ladder pour en déduire les paiements incrémentaux et les inflater

directement, ce qui s'écrit de la manière suivante : $\hat{U}_1 = U_1$ et $\forall 2 \leq i \leq N$,

$$\hat{U}_i = \underbrace{X_{i,N-i+1}}_{\text{Paiement cumulé de la diagonale N}} + \sum_{k=N-i+1}^{N-1} \left[\underbrace{(X_{i,k+1} - X_{i,k})}_{\text{Incréments}} \underbrace{\prod_{s=1}^{i-N+k} (1+r_s)}_{\text{Inflation cumulée}} \right]$$

Sur un triangle de charges en revanche, il est nécessaire de prendre quelques précautions afin de pouvoir introduire les cadences de paiements une fois que la charge ultime a été calculée par Chain-Ladder. L'objectif est de construire un triangle complet, comportant ainsi une part historique et une part estimée qui sera inflatée.

Tout d'abord, il faut s'assurer que la partie historique du nouveau triangle, autrement dit les paiements passés, corresponde bien aux paiements qui ont réellement déjà été effectués. Cela permet d'éviter d'appliquer de l'inflation à des paiements qui devraient déjà être figés, ou au contraire de ne pas inflater assez de paiements. La partie supérieure du nouveau triangle est donc directement composée du triangle de paiements. En notant $U = (U_1, \dots, U_N)$ le vecteur de la charge ultime et $P = (P_1, \dots, P_N)$ les derniers paiements cumulés effectués par année de développement, il reste alors à répartir le reste à payer, noté $R = (U_1 - P_1, \dots, U_N - P_N)$, dans la partie inférieure du triangle. À noter que le terme $U_1 - P_1$ est en général nul du fait de la convergence des charges vers les paiements. Il est néanmoins possible qu'il subsiste un écart entre les deux. Si tel est le cas, il est nécessaire d'en identifier la cause pour déterminer s'il s'agit d'un surplus de provisions enregistrées qui n'ont plus vocation à servir, ou s'il s'agit d'un réel paiement futur qui n'a pas encore été fait. Dans le premier cas, tous les paiements de la survénance ayant en réalité déjà été effectués et l'inflation future ne s'y appliquant donc pas, il n'est pas nécessaire d'effectuer de retraitement étant donné que la réelle valeur a priori à conserver est le montant final des paiements effectués. Dans la deuxième situation, cela sous-entend que la survénance la plus ancienne du triangle n'est donc pas entièrement développée ce qui implique l'utilisation d'un *Tail Factor* pour l'utilisation de la méthode Chain-Ladder. Il est alors possible de développer la survénance la plus ancienne et d'aboutir à la convergence des charges vers les paiements.

Le modèle de répartition du reste à payer dans le triangle inférieur est illustré en Figure 3.6. Il consiste à estimer des poids $(p_{i,j})_{3 \leq i \leq N, N-i+2 \leq j \leq N}$ à partir d'une cadence de paiement incrémentale choisie, notée *Cad*, sur chaque survénance tels que $\sum_{k=N-i+2}^N p_{i,k} = 1$, le poids $p_{2,N}$ valant 1. Ainsi, en cumulant le triangle, l'ultime final correspondra bien à l'ultime obtenu via le triangle de charges, mais avec une liquidation différente permettant d'inflater les incréments selon les cadences de paiements.

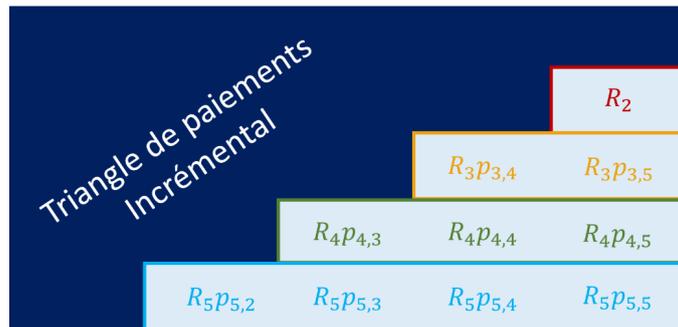


FIGURE 3.6 – Modèle de répartition du reste à payer

Cela mène à définir les poids de la façon suivante : $\forall 3 \leq i \leq N, \forall N - i + 2 \leq j \leq N,$

$$p_{i,j} = \frac{Cad_j}{\sum_{k=N-i+2}^N Cad_k}$$

La façon de déterminer le terme correspondant aux cadences de paiement est détaillée dans la partie concernant l'assurance construction en section 5.4.2.

Après application de ces poids sur les restes à payer, le triangle complet obtenu est donc composé d'un historique correspondant aux paiements historiques, et de paiements futurs aboutissant à un paiement ultime équivalent à la charge ultime estimée sur le triangle de charges. La dernière étape consiste à inflater les montants du nouveau triangle de manière calendaire, à l'image du triangle de paiements.

Adaptation de la méthode utilisée dans le modèle interne

En partant de cette nouvelle vision, il est également possible de proposer une approche qui conserve l'idée de développement de l'inflation. À l'image de la méthode incrémentale, la méthode MIP peut être employée telle quelle dans le cadre d'une utilisation d'un triangle de paiements étant donné que les montants se liquident déjà suivant les cadences de paiements.

Pour un triangle de charges, les étapes relatives à la création d'un nouveau triangle ayant pour historique les réels paiements observés et pour partie inférieure une distribution du reste à payer est strictement identique à la méthode incrémentale. Les montants cumulés de ce nouveau triangle sont notés $(Z_{i,j})_{1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq N}$. Pour appliquer l'inflation, il faut ensuite intégrer une étape supplémentaire afin de déterminer les coefficients selon lesquels l'inflation doit se développer. Il est possible de considérer soit les coefficients de développement moyens, soit les coefficients de développement individuels, calculés dans les deux cas sur le nouveau triangle. Le choix a été porté sur les coefficients de développement individuels. En effet, l'intérêt des coefficients de développement moyens est de pouvoir estimer la partie inférieure d'un triangle, et donc d'estimer les fluctuations futures des paiements ou des charges. Or, dans le cas présent, le triangle construit est un triangle déjà complété et la manière dont les montants évoluent est donc déjà connue par construction. Afin de considérer l'inflation comme une nouvelle exposition s'ajoutant à la sinistralité du triangle, il semble donc plus adapté de considérer les coefficients de développement individuels pour que l'inflation suive exactement le même développement que la sinistralité modélisée dont elle découle. Les coefficients de développement individuels, notés $(\tilde{f}_{i,j})_{2 \leq i \leq N, N-i+2 \leq j \leq N-1}$, sont donc calculés sur la partie inférieure du nouveau triangle après cumul.

Enfin, il reste à inflater les montants du nouveau triangle en développant l'inflation de la même manière que la méthode MIP, c'est-à-dire : $\forall 2 \leq i \leq N,$

$$\hat{Z}_{i,i+1} = Z_{i,i} + (Z_{i,i+1} - Z_{i,i})(1 + \bar{r}_1)$$

Et $\forall N - i + 2 \leq j \leq N - 1,$

$$\hat{Z}_{i,j+1} = Z_{i,j} + (\hat{Z}_{i,j} \tilde{f}_{i,j} - \hat{Z}_{i,i}) \prod_{k=1}^{i+j-N-1} (1 + \bar{r}_k)$$

L'ultime inflaté est alors directement obtenu avec le vecteur $(\hat{Z}_{1,N}, \dots, \hat{Z}_{N,N})$.

Afin de pouvoir calculer la volatilité liée au risque de réserves, la méthodologie employée est similaire peu importe la méthode d'inflation choisie. D'abord, les étapes précédant la simulation de la diagonale N+1 sont identiques à ce qui a été décrit pour le calcul du SCR de réserves sans tenir compte de l'inflation. Ensuite, une fois les résidus calculés et ré-échantillonnés par Bootstrap, la diagonale est simulée sans inflation afin de conserver la cohérence avec l'hypothèse de linéarité. En fonction de la méthode d'inflation choisie, elle peut alors être appliquée sur le nouveau triangle obtenu. Si c'est un triangle de paiements, il faudra donc inflater la diagonale N+1 de manière incrémentale puis choisir de développer ou non l'inflation avec la sinistralité. Si c'est un triangle de charges, l'ultime à décomposer selon les cadences de paiements est donc calculé en tenant compte de la diagonale N+1 hors inflation mais les étapes suivantes ne bougent pas : l'historique du nouveau triangle correspond toujours aux paiements historiques jusqu'à l'année N et la partie inférieure aux restes à payer. Répéter ce processus 20 000 fois permet à nouveau d'aboutir à une estimation de l'écart-type incluant cette fois l'effet de sur-inflation souhaité.

3.6.3 Comparaison entre la méthode incrémentale et la méthode MIP

Afin de pouvoir comparer les deux méthodes par rapport au développement réel de la sinistralité, la méthodologie employée est une forme de backtest qui se déroule de la manière suivante. Les survenances de 1996 à 2006 d'une branche construction ont été extraites du triangle de paiements en vision Survenance x Développement correspondant, en se plaçant en vision 2006, c'est-à-dire sans que la partie inférieure du triangle ne soit connue. Le triangle est mis en *as-if* 2006 avec les taux BT01 connus afin de ne capter que la composante de développement à travers les coefficients, puis développé selon ces mêmes coefficients moyens. Ensuite, les montants estimés par Chain-Ladder sont inflatés soit selon la méthodologie incrémentale, soit selon la méthodologie MIP. Les ultimes obtenus pour 2022 sont alors comparés aux ultimes qui ont réellement été observés.

Le choix de la période de 1996 à 2006 vient du fait que, souhaitant pouvoir comparer des ultimes estimés à des ultimes observés, et souhaitant également observer l'impact de la méthode d'inflation utilisée, il est nécessaire de pouvoir disposer de suffisamment de marge entre la dernière année du triangle étudié (2006) et aujourd'hui (2022), tout en se plaçant dans un environnement avec de fortes variations de taux mais aussi avec un historique assez profond, ce qui est bien le cas sur la période choisie.

Les résultats sont donnés dans le tableau 3.3 ci-dessous :

k€	Observé	Méthode incrémentale	Méthode MIP
Ultime	239 956	259 503	262 643

TABLE 3.3 – Comparaison des ultimes estimés et des ultimes observés - Historique de 1996 à 2006 - Méthode incrémentale et méthode MIP

Les résultats obtenus sont tous deux supérieurs aux ultimes réellement observés en 2022. De plus, bien que la méthode incrémentale soit légèrement plus précise que celle obtenue

via la méthode du modèle interne, les deux ultimes sont très proches avec des écarts relatifs respectifs à l'ultime observé de 8, 15% et de 9, 45%. Ces résultats permettent de constater que l'impact du choix de la méthode est faible sur la moyenne des ultimes et il est donc difficile de déterminer la méthode décrivant le mieux la réalité.

Il faut donc encore vérifier son impact sur le calcul de l'écart-type des ultimes PSAP. Pour ce faire, les calculs sont effectués d'une part sur les PSAP d'un segment hors construction en intégrant le vecteur de sur-inflation, et d'autre part sur les PSAP d'un segment construction intégrant le vecteur de sur-inflation en plus des taux d'inflation simulés avec l'indice BT01. Ces taux sont modélisés au sein de Groupama et un scénario différent est utilisé par chaque simulation Bootstrap. Le choix d'un segment construction est motivé par le caractère aléatoire des taux BT01 appliqués contrairement au vecteur de sur-inflation appliqué sur les réserves qui est déterministe. Cela permet de mieux prendre conscience du réel impact du choix de la méthode en environnement de taux instables et inconnus.

Le tableau 3.4 montre les résultats obtenus sur un triangle de charges d'un segment hors construction, tandis que le tableau 3.5 montre ceux obtenus sur un triangle de charges issu d'un segment construction. Pour chaque tableau, la méthode incrémentale, la méthode MIP, ainsi que la méthode MIP adaptée ont été implémentées et la cadence de paiement utilisée est la cadence alternative décrite en sous-section 5.4.2.

k€

GTPL charges	Sans inflation	Méthode MIP	Méthode MIP revue	Méthode incrémentale
Moyenne ultimes PSAP	4 763 615	4 762 436	4 770 385	4 768 843
BE PSAP moyen	1 015 893	1 014 713	1 022 662	1 021 120
BE implicite	1 016 040	1 014 861	1 022 808	1 021 268
Ecart-Type	25 479	25 584	25 669	25 611
CoV	2,51%	2,52%	2,51%	2,51%

TABLE 3.4 – Comparaison des écarts-types PSAP obtenus sur le segment Hors Construction de la LoB GTPL

k€

GTPL RCD	Sans inflation	Méthode MIP (BT01 + sur-inf)	Méthode MIP revue (BT01 + sur-inf)	Méthode MIP revue (Vecteur d'inflation fixe)	Méthode incrémentale (BT01 + sur-inf)	Méthode incrémentale (Vecteur d'inflation fixe)
Moyenne ultimes PSAP	943 896	942 937	956 076	957 899	952 936	954 703
BE PSAP moyen	205 719	204 863	217 899	219 722	214 760	216 526
Ecart-Type	7 506	8 319	16 855	8 008	14 384	7 894
CoV	3,65%	4,06%	7,74%	3,64%	6,70%	3,65%
		Méthode MIP (BT01)	Méthode MIP revue (BT01)		Méthode incrémentale (BT01)	
		943 569	945 672		945 182	
		205 393	207 495		207 005	
		8 051	15 962		13 921	
		3,92%	7,69%		6,73%	

TABLE 3.5 – Comparaison des écarts-types PSAP obtenus sur le segment Construction de la LoB GTPL

Sur le premier tableau, la première colonne fournit les résultats obtenus en utilisant le modèle non inflaté, la seconde montre les résultats issus du modèle initial employé dans le modèle interne. Les deux dernières colonnes correspondent respectivement à la méthode employée dans le modèle interne mais adaptée à l'utilisation des cadences de paiements et

à la méthode incrémentale. La ligne montrant les BE implicites permet de constater non seulement le fait que le BE implicite calculé par la méthode MIP est en effet inférieur au BE implicite non inflaté, mais aussi que l'intégration des cadences de paiements à bien permis de corriger cela, à la fois sur la méthode MIP revue et sur la méthode incrémentale. Les écarts-types quant-à-eux augmentent légèrement ce qui maintient le coefficient de variation à un niveau stable entre les différentes méthodes avant et après inflation. Les montants de la méthode MIP revue sont tous plus élevés que ceux de la méthode incrémentale ce qui est cohérent avec le fait de développer l'inflation en contexte d'inflation positive.

Sur le second tableau, des colonnes supplémentaires ont été ajoutées afin de comparer les résultats obtenus quand seuls les taux BT01 sont pris en compte (BT01), quand la surinflation déterministe est ajoutée aux taux BT01 (BT01 + sur-inf) et quand seul un scénario fixé de l'indice BT01 y compris sur-inflation est appliqué sur l'ensemble des 20 000 simulations Bootstrap (Vecteur d'inflation fixe), ce dernier revenant à utiliser un vecteur d'inflation déterministe. De plus, la ligne BE implicite est remplacée par la moyenne des BE_{PSAP} calculés sur l'ensemble des simulations pour pouvoir tenir compte de l'impact du caractère aléatoire des taux BT01.

À l'image des résultats obtenus en hors construction avec les BE implicites, les BE_{PSAP} moyens inflatés avec la méthode MIP initiale sont inférieurs aux BE_{PSAP} moyens non inflatés, ce qui n'est pas le cas avec l'intégralité des autres colonnes. Les colonnes obtenues avec un vecteur d'inflation fixe fournissent des variations comparables au segment hors construction, c'est-à-dire un CoV stable avec une légère hausse des BE_{PSAP} et de l'écart-type. En revanche, dès que l'indice BT01 intervient dans les calculs, avec ou sans ajout de la sur-inflation, que ce soit avec la méthode MIP ou incrémentale, l'écart-type double après application de l'inflation ce qui entraîne également une hausse similaire du CoV. Cela conforte l'idée qu'il s'agit bien du caractère déterministe du vecteur d'inflation appliqué qui entraîne une stabilité du coefficient de variation étant donné que cette dernière disparaît dès qu'un indice aléatoire est incorporé. La distribution des BE PSAP obtenus avec la méthode incrémentale en fonction de la méthode d'inflation utilisée est donnée en Figure 3.7.

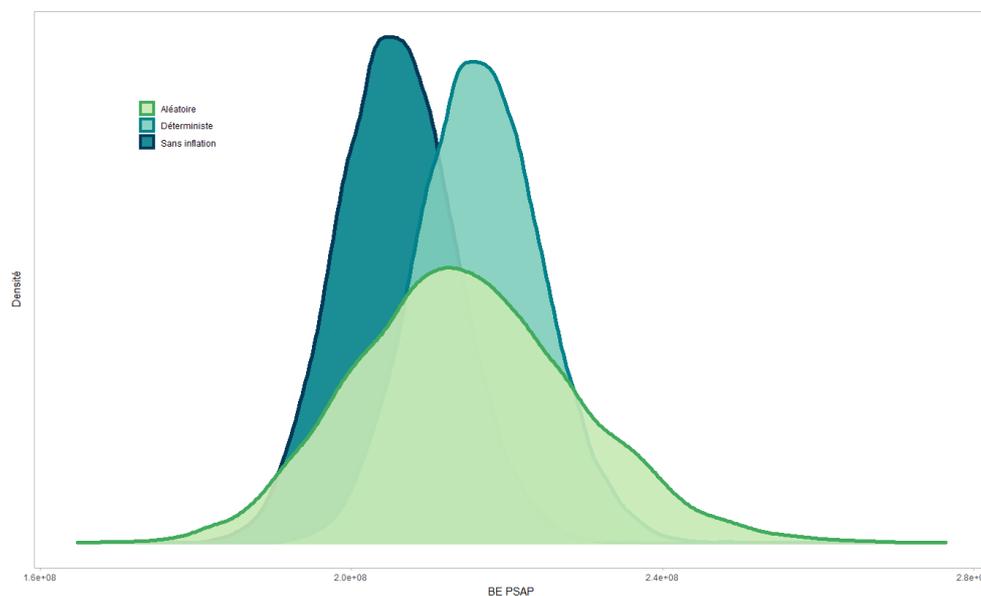


FIGURE 3.7 – Distributions des BE PSAP en fonction de la méthode d'inflation

Les distributions permettent de constater que l'ajout d'un vecteur de sur-inflation déterministe ne fait que décaler la distribution vers la droite mais conserve la forme de la courbe et sa concentration autour de la moyenne. En revanche, dès lors que les taux appliqués sont aléatoires, la courbe est beaucoup plus aplatie ce qui se traduit par la hausse du coefficient de variation.

Dans ce mémoire, le choix sera porté sur la méthode incrémentale pour plusieurs raisons. D'une part, il a été vu que les résultats obtenus avec les deux méthodes étaient similaires, bien que légèrement supérieurs avec la méthode MIP revue. D'autre part, la méthode incrémentale est beaucoup plus simple à implémenter et à moduler que la méthode d'exposition, notamment en ce qui concerne l'utilisation des cadences de paiement qui a un impact considérable sur les résultats. Enfin, il s'agit de l'approche qui est utilisée lors de l'application des mises en *as-if* mais également celle qui était jusqu'alors utilisée pour intégrer les variations de l'indice BT01 dans le calcul des réserves sur les segments construction, comme il sera montré dans le chapitre dédié. Il semble donc cohérent de conserver cette approche.

3.6.4 Adaptation avec mise en *as-if* préalable

Conformément à ce qui a été énoncé en section 3.3.2, les modèles proposés ci-dessus ne comportent pas de mise en *as-if* préalable. La raison principale qui a été soulevée est la volonté de Groupama de ne pas déformer les données. Une adaptation est cependant présentée dans cette section.

L'idée derrière une mise en *as-if* est de passer le triangle en monnaie constante 2022. Ainsi, les coefficients de développement peuvent être calculés sur le triangle pour ne capter, théoriquement, que la composante liée au développement même du sinistre. Dans un cadre déterministe, il est alors possible d'appliquer ces coefficients moyens sur le triangle en monnaie courante pour obtenir l'ultime, et enfin appliquer l'inflation via la méthode incrémentale par exemple.

Dans le cadre stochastique, en mettant le triangle en *as-if* et en calculant les coefficients moyens *as-if*, il est possible de calculer les résidus et de les ré-échantillonner, puis de calculer les nouveaux coefficients moyens *as-if*, toujours sur base du triangle en monnaie constante 2022. Ensuite, la diagonale N+1 du triangle monnaie constante peut être simulée à l'aide des coefficients moyens *as-if* et des montants N du triangle monnaie courante. Pour conserver la logique jusqu'au bout, il faut également calculer les coefficients en vision N+1 avec un triangle mis en *as-if*. Étant donné que la diagonale N+1 a été simulée avec des coefficients moyens *as-if*, ces montants sont en monnaie 2022 et non en monnaie 2023. Elle ne pose donc pas de problème et il suffit de l'intégrer directement au triangle qui est en monnaie constante 2022. Avec les nouveaux coefficients moyens *as-if* en vision N+1, il suffit de développer le reste du triangle puis d'appliquer l'inflation avec la méthode incrémentale pour avoir un triangle développé en monnaie courante.

Les tableaux ci-dessous montrent les résultats obtenus pour une application de mise en *as-if* sur le segment construction de la LoB GTPL. Groupama utilise déjà le taux BT01 sur ce segment et il est donc pertinent de l'utiliser pour la mise en *as-if*. L'inflation est cependant appliquée avec la sur-inflation en plus du taux BT01 modélisé.

k€		
GTPL RCD	Sans inflation	Sans inflation As-if
Moyenne ultimes PSAP	943 896	951 107
BE PSAP moyen	205 719	212 909
Ecart-Type	7 506	5 251
CoV	3,65%	2,47%

TABLE 3.6 – Résultats obtenus sur la LoB GTPL, avec et sans mise en as-if pour le calcul des coefficients de développement : Hors inflation

k€				
GTPL RCD	Méthode MIP (BT01 + sur-inf)	Méthode MIP revue (BT01 + sur-inf)	Méthode incrémentale (BT01 + sur-inf)	Méthode incrémentale As-if BT01 Inflation BT01 + sur-inf
Moyenne ultimes PSAP	942 937	956 076	952 936	960 461
BE PSAP moyen	204 863	217 899	214 760	222 260
Ecart-Type	8 319	16 855	14 384	13 619
CoV	4,06%	7,74%	6,70%	6,13%

TABLE 3.7 – Résultats obtenus sur la LoB GTPL, avec et sans mise en as-if pour le calcul des coefficients de développement : Avec inflation

Le premier tableau permet de comparer les résultats obtenus avec un Bootstrap sans inflation. La mise en *as-if* 2022 permet donc de calculer des coefficients de développement moyens hors effet d'inflation passée, que ce soit pour simuler la diagonale N+1 ou pour utiliser le second Chain-Ladder permettant d'obtenir l'ultime non inflaté. Avec un BE_{PSAP} moyen plus élevé que celui découlant de la méthode brute, sans *as-if*, et un écart-type plus élevé, le coefficient de variation subit une baisse immédiate d'un point. Afin de comprendre la raison de cette diminution, il est possible de comparer les coefficients moyens calculés dans les deux cas :

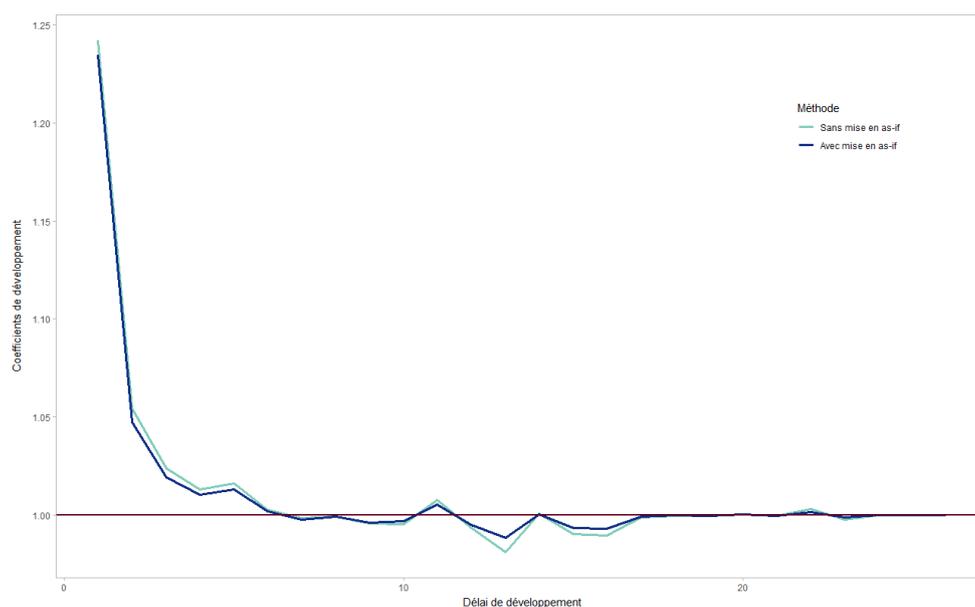


FIGURE 3.8 – Coefficients de développement obtenus en vision N avec et sans mise en *as-if* préalable

Les coefficients de développement sont proches, bien que ceux obtenus sans mise en *as-if* soient légèrement supérieurs à ceux avec *as-if* jusqu'au huitième délai de développement et que les rôles s'inversent ensuite jusqu'au vingtième développement. Le pic descendant des coefficients hors *as-if* peu après la dixième année peut expliquer les ultimes moyens plus faibles qu'avec mise en *as-if*. Il est cependant étonnant que les ultimes sans inflation après mise en *as-if* soient presque aussi élevés que ceux issus de la méthode incrémentale inflatée, montrés dans le second tableau. Étant donné que cet effet ne découle pas des coefficients de développement en vision N, ils découlent donc du calcul des résidus et des sigmas de Mack en vision *as-if*, ce qui est tout de même surprenant puisque les coefficients déterministes sont si proches.

Le second tableau comparant les quatre méthodes montre des ultimes moyens avec *as-if* supérieurs à ceux des autres méthodes, mais avec un écart-type plus faible. Cela rejoint les résultats obtenus sans inflation : un coefficient de variation légèrement plus faible que la méthode incrémentale.

L'anomalie constatée sur les résultats obtenus hors inflation permet cependant de se mettre en garde sur l'utilisation proposée de la mise en *as-if*. La suite du mémoire se fera donc sans mise en *as-if*. Une étude approfondie pourrait cependant être menée afin de pouvoir correctement incorporer la mise en *as-if* dans la modélisation.

Après avoir évoqué les spécificités de l'assurance construction, ce mémoire aura pour objectif d'adapter la méthode incrémentale en vision PSNEM et de la concurrencer avec un modèle de marché permettant de moduler l'inflation dans les prévisions.

Deuxième partie

L'assurance construction

Chapitre 4

Généralités sur l'assurance construction

Depuis l'entrée en vigueur de la loi N°78-12 de janvier 1978, également appelée loi Spinetta, l'assurance construction est obligatoire pour la construction de tout ouvrage. Avant de s'intéresser aux garanties qui y sont définies, ce chapitre se consacre à la présentation des différentes étapes qui interviennent lors d'un chantier de construction ainsi qu'aux intervenants qui y sont impliqués.

4.1 Grandes étapes d'une construction

La construction d'un bâtiment s'effectue en quatre temps. Tout d'abord, avant de débiter quelconques travaux, le maître d'ouvrage a pour obligation d'effectuer une demande de permis de construire auprès de la mairie compétente pour le terrain en question. En cas de refus du permis, le maître d'ouvrage a la possibilité de faire appel dans les deux mois qui suivent la notification de rejet du permis.

Une fois le permis accordé, il est suivi de la déclaration d'ouverture réglementaire de chantier, abrégée DROC, qui signale le début effectif des travaux. La DROC est une démarche obligatoire et doit être soumise dès le début des travaux par le maître d'ouvrage. Ces formalités administratives effectuées, les travaux peuvent réellement débiter. Il est à noter que si les travaux ne débutent pas dans les trois ans suivant l'obtention du permis de construire, ce dernier expire et une nouvelle demande doit être déposée.

Avant toute opération, des fouilles archéologiques peuvent être nécessaires, notamment si le terrain se situe en zone à sensibilité archéologique. Une fois celles-ci effectuées, les entrepreneurs, supervisés par le maître d'oeuvre, peuvent entreprendre divers travaux préliminaires, tels que le terrassement du terrain, le reliage aux voiries et aux réseaux, le gros-oeuvre comprenant les fondations et la structure, ainsi que le second-oeuvre lié à l'étanchéité et à l'esthétisme.

Enfin, une fois les travaux achevés, le maître d'ouvrage procède à la réception des travaux. Bien que cela puisse paraître purement symbolique, la réception des travaux revêt une forte valeur juridique étant donné qu'elle marque le début des garanties décennales. De plus, si le maître d'ouvrage constate que le chantier n'est pas entièrement achevé, il est en

mesure d'émettre des réserves qui doivent être levées au cours de l'année suivante par le biais de travaux supplémentaires. Cela n'affecte cependant pas la date initiale du début des garanties qui correspond bien à la date de réception de l'ouvrage et de l'émission des réserves.

4.2 Les intervenants

Durant ces étapes, plusieurs acteurs majeurs qu'il est nécessaire de définir ont été évoqués.

4.2.1 Le maître d'ouvrage

Le terme maître d'ouvrage désigne le mandataire des travaux : il s'agit d'une personne physique, ou morale, pour laquelle travaux sont réalisés. Le maître d'ouvrage est celui qui effectue la demande de permis de construire et qui définit les modalités de construction avec ses prestataires, dirigés par le maître d'oeuvre.

Qu'il s'agisse d'un particulier construisant à son compte ou d'un professionnel souhaitant vendre le bien, le maître d'ouvrage participe à l'intégralité des travaux en tant que superviseur passif. Il n'effectue donc pas directement de travaux manuels mais il vérifie que le chantier se déroule conformément au cahier des charges qu'il a fourni au maître d'oeuvre.

Le maître d'ouvrage est également la personne qui effectue la réception des travaux, un acte par lequel il accepte ou refuse les travaux après leur achèvement. Les motifs de refus de réception des travaux peuvent inclure le caractère incomplet des travaux si le maître d'ouvrage estime que la construction n'est pas entièrement aboutie, un désordre trop important sur le chantier, ou encore le refus du maître d'oeuvre d'inscrire les éventuelles réserves du maître d'ouvrage dans le procès-verbal de réception. La réception des travaux revêt une importance majeure étant donné qu'elle marque le début des garanties construction.

4.2.2 Le maître d'oeuvre

Le maître d'oeuvre est une personne physique ou morale mandatée par le maître d'ouvrage afin de conduire les travaux. Son travail consiste à étudier les aspects techniques des travaux tels que le choix des matériaux, l'estimation des coûts et des délais ainsi que l'établissement des plans de construction, tout en se pliant au cahier des charges que le maître d'ouvrage lui a fourni. En d'autres termes, il est chargé de la gestion opérationnelle du chantier. Il n'effectue pas les travaux de sa propre main mais dirige les entrepreneurs dont il est le mandataire, sur accord du maître d'ouvrage, en veillant au contrôle et à la surveillance des opérations. Les maîtres d'oeuvre sont généralement des architectes ou des ingénieurs.

4.2.3 Les entrepreneurs

Les entrepreneurs, personnes physiques ou morales, agissent directement dans la conception et dans l'édification de l'ouvrage, que ce soit matériellement ou intellectuellement. Ils opèrent sous la supervision du maître d'oeuvre et, tout comme ce dernier, sont engagés avec le maître d'ouvrage par le biais d'un contrat de louage d'ouvrage, dans lequel les parties contractantes ont l'obligation de fournir un résultat conforme au cahier des charges. Les entrepreneurs peuvent être des travailleurs indépendants, tels que des artisans, ou bien des

entreprises. À ce titre, ils ont la possibilité de sous-traiter leurs travaux, tout en gardant leurs obligations contractuelles envers le maître d'ouvrage. Étant responsables de leur choix de sous-traitance, si un préjudice venait à impliquer un sous-traitant, il s'agit bien de l'entreprise ayant fait appel à la sous-traitance qui serait mise en cause.

Les acteurs sus-cités ne constituent pas une liste exhaustive : les coordonnateurs SPS, nommés d'après "coordonnateurs en matière de sécurité et protection de la santé sur les chantiers", veillent au respect des règles de prévention établies dans le Code du travail. En outre, des contrôleurs techniques peuvent être mandatés par le maître d'oeuvre afin d'avoir un second regard sur les solutions techniques qui ont été retenues pour l'édification de l'ouvrage, notamment relatives à la solidité de la bâtisse, dans un souci de sécurisation du site.

Le maître d'ouvrage n'a pour rôle que celui du mandataire du maître d'oeuvre, pouvant s'il le souhaite surveiller le bon déroulement du chantier. En revanche, il n'intervient nullement dans la construction en elle-même une fois que le travail a été délégué au maître d'oeuvre et aux entrepreneurs, ne possédant généralement pas les compétences techniques requises à la compréhension des travaux. À ce titre, la loi Spinetta vise à renforcer la protection du maître d'ouvrage en cas de préjudice lié à la construction.

4.3 La loi Spinetta

Tel que précédemment mentionné, la loi Spinetta fut votée en 1978 pour une entrée en vigueur en 1979. Cette loi vise à protéger le maître d'ouvrage en responsabilisant les constructeurs, à savoir le maître d'oeuvre ainsi que les entrepreneurs et leurs potentiels sous-traitants, via un système dit à double détente. Afin de comprendre ce système, il est nécessaire d'identifier les principaux risques liés à la construction d'un bâtiment.

La phase même de construction du bâtiment comporte des risques, tels que ceux liés aux raccordements au réseau, aux revêtements intérieurs en raison d'une éventuelle insuffisance de joint, ainsi que des risques associés aux façades, pouvant entraîner un effondrement du bâtiment. Ces préjudices sont couverts par la garantie tous risques chantiers qui ne fait pas partie de la loi Spinetta. Il s'agit d'une garantie généralement souscrite par le maître d'ouvrage, courant de la date de début de chantier jusqu'à la date de réception du chantier, lui assurant une indemnisation rapide afin de minimiser l'entrave des travaux.

Cependant, l'achèvement du chantier ne signifie pas pour autant que le maître d'ouvrage est entièrement exempt de potentiels sinistres. En effet, certaines malfaçons peuvent passer inaperçues pendant plusieurs années avant que leur impact ne puisse être constaté : c'est le cas notamment des fissures qui s'installent peu à peu dans les fondations, menaçant l'équilibre même de la bâtisse, et pouvant potentiellement provoquer des dégâts sur l'environnement alentour. C'est dans ce cadre qu'interviennent les deux garanties complémentaires imposées par la loi Spinetta, à savoir la garantie dommages-ouvrage et la garantie de responsabilité civile décennale, respectivement abrégées DO et RCD.

4.3.1 Les garanties DO et RCD : système à double détente

Les garanties présentées dans cette section sont des garanties décennales, c'est-à-dire qu'elle courent pendant dix ans à partir d'une date fixée, définie par la date de réception de

l'ouvrage dans le cadre de l'assurance construction. Pour rappel, il s'agit de la date à laquelle le maître d'ouvrage réceptionne les travaux, avec ou sans réserves.

La garantie dommages-ouvrage

La garantie dommages-ouvrage doit impérativement être souscrite par le maître d'ouvrage avant la date d'ouverture du chantier, qu'il s'agisse d'un professionnel ou d'un particulier, à l'exception de l'État qui peut en être exempté. En plus de couvrir le maître d'ouvrage, elle couvre également ses successeurs en cas de vente tant que cela reste dans la limite décennale.

Les dégâts qu'elle prend en charge sont les dommages ayant attrait à la solidité du bâtiment ou à son impropreté à destination. Légalement, cette garantie doit couvrir l'intégralité du montant des travaux de réparation, et ce avant toute recherche de responsabilité. En effet, les procédures visant à trouver un responsable peuvent durer plusieurs années tandis que la garantie dommages-ouvrage se veut rapide, dans une optique de protection du maître d'ouvrage.

La garantie responsabilité civile décennale

La garantie de responsabilité civile décennale se veut complémentaire à la garantie dommages-ouvrage, second rouage de la double détente. Elle doit être souscrite par l'ensemble des constructeurs ayant pris part aux travaux, hormis les sous-traitants dont la responsabilité relève de l'entreprise à laquelle ils sont contractuellement liés. À l'image d'une garantie responsabilité civile classique, elle couvre les dégâts faits aux tiers, à comprendre ici les préjudices soit sur l'ouvrage lui-même, soit sur son environnement, après déduction d'une franchise. La garantie RCD n'a pas de plafond : l'assureur doit donc indemniser la totalité du sinistre.

Finalement, le système à double détente en cas de sinistre se présente donc comme suit : l'assureur dommages-ouvrage indemnise de manière rapide et sans franchise le maître d'ouvrage, puis exerce un recours contre le constructeur fautif et son assureur responsabilité civile décennale qui prennent donc en charge la totalité du sinistre.

Chapitre 5

Calcul du SCR en assurance construction dans le MIP

Les garanties DO et RCD dont il est question dans ce chapitre font respectivement partie des LoBs Fire et GTPL. Le calcul du SCR étant effectué par LoB au sein du MIP de Groupama, il n'existe pas de SCR construction à proprement parler. Dans ce mémoire, le calcul du SCR construction désigne les calculs relatifs à l'écart-type du BE_{PSNEM} et du BE_{PSAP} qui sont par la suite agrégés à l'écart-type du BE_{PSAP} des autres segments de la LoB associée à l'aide d'une matrice de corrélation.

5.1 Un triangle en trois dimensions

Il a été vu dans le chapitre précédent que, contrairement aux garanties usuelles d'assurance courant pour une année, les garanties construction DO et RCD perdurent pendant dix ans après la date de réception des travaux. L'enjeu est donc double : d'une part, il faut posséder un historique sur dix ans par DROC afin d'être en mesure de rattacher un sinistre à l'exercice correspondant à sa souscription, et d'autre part l'établissement des provisions nécessite une projection à au moins dix ans de la sinistralité future non encore manifestée qui, si elle survient, se rattachera à l'exercice en cours ou à un exercice passé.

L'instauration d'une troisième dimension aux triangles de données devient alors indispensable afin de répondre à ces deux nécessités. Pour cette raison, les segments construction, en plus de la vision Survenance x Développement, qui pourra être désignée par "triangles PSAP", possèdent une vision DROC x Survenance, également appelée "triangles PSNEM", avec en ligne les différentes années d'ouverture de chantier et en colonne les délais de survenance. Regrouper ces trois axes donne forme à un triangle dit en "trois dimensions", tel que représenté en Figure 5.1.

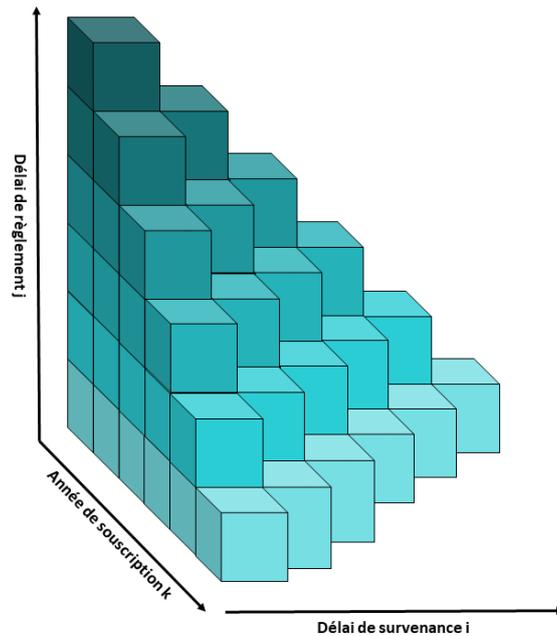


FIGURE 5.1 – Triangle en 3 dimensions : DROC x Survenance x Développement

À l’instar des segments hors construction, les PSAP sont estimées avec le triangle Survenance x Développement. En revanche, pour estimer les PSNEM, l’actuaire doit utiliser le triangle DROC x Survenance. En effet, ce triangle contient l’information des survenances passées en fonction de la DROC, tandis que le triangle Survenance x Développement ne distingue pas les DROC et ne permet donc pas, dans sa forme, d’avoir un historique des survenances par année de date d’ouverture de chantier pour en déduire les futures sinistralités. Cette limite pourrait être contournée en considérant autant de triangles Survenance x Développement qu’il y a de DROC, c’est-à-dire d’associer à chaque DROC le triangle PSAP qui en découle. Cependant, cette vision fait drastiquement augmenter le temps de calcul étant donné qu’il faut alors appliquer le Bootstrap sur l’ensemble des sous-triangles. Cette méthode ne sera donc pas utilisée.

Un troisième type de triangle que l’actuaire pourrait considérer est le triangle en vision DROC x Développement, qui renferme le développement des montants rattachés à chaque DROC, et qui contient à lui seul l’intégralité des informations relatives aux PSAP et aux PSNEM. En effet, pour une DROC fixée, chaque année de développement contient, en plus des développements des sinistres passés, les montants des nouveaux sinistres qui sont dans leur première année de développement, c’est-à-dire les survenances. Il est donc compréhensible que développer le triangle permet à la fois d’obtenir les IBNR, puisqu’une partie des montants se réfère aux sinistres survenus, et donc fournit des cadences de développement, mais également la sinistralité future puisqu’il contient les cadences de survenance.

Dans ce mémoire, ce triangle ne sera pas utilisé pour deux raisons principales. La première est que le triangle DROC x Développement ne permet pas de distinguer les PSAP des PSNEM et fournit donc directement une charge ultime où le BE_{PSAP} et le BE_{PSNEM} sont agrégés en une seule valeur. À la fin de la procédure Bootstrap, il est donc impossible de séparer la volatilité des deux BE ce qui bride les possibilités de suivi du modèle. D’autre part, cette méthode n’est pas en accord avec le provisionnement qui distingue également les deux types de provisions dans les estimations.

5.2 Notations

Comme pour les segments hors construction, cette section vise à introduire les notations des triangles qui seront utilisées dans la suite de ce mémoire :

- $(X_{i,j}^{PSAP})_{(i,j) \in \{1, \dots, N\}^2}$: montants incrémentaux d'un triangle PSAP de charges
- $(P_{i,j}^{PSAP})_{(i,j) \in \{1, \dots, N\}^2}$: montants incrémentaux d'un triangle PSAP de paiements
- $(X_{i,j}^{PSNEM})_{(i,j) \in \{1, \dots, N\}^2}$: montants incrémentaux d'un triangle PSNEM de charges
- $(C_{i,j}^{PSAP})_{(i,j) \in \{1, \dots, N\}^2}$: montants cumulés d'un triangle PSAP de charges
- $(C_{i,j}^{PSNEM})_{(i,j) \in \{1, \dots, N\}^2}$: montants cumulés d'un triangle PSNEM de charges
- $(IBNR_i)_{1 \leq i \leq N}$: Les IBNR associés à la survenance i dans le triangle PSAP
- $(U_i)_{1 \leq i \leq N}$: Les ultimes d'un triangle PSAP, PSNEM, de charges ou de paiements, cumulé, le contexte étant précisé à chaque utilisation

Qu'il s'agisse des PSAP ou des PSNEM, seuls les montants cumulés $C_{i,j}$ de charges seront utilisés pour les Chain-Ladder et le Bootstrap. Il s'agit là du choix de Groupama, relatif au caractère long des branches construction. La précision de la nature des montants ne sera donc plus faite dans les sections suivantes. Le triangle de paiement n'interviendra que pour soustraire les paiements aux ultimes calculés ou pour calculer les cadences de paiement.

5.3 Ventilation des IBNR

La nécessité d'établir des PSNEM entraîne une obligation d'intégration d'une mesure de l'incertitude liée aux sinistres non encore manifestés dans le calcul du SCR. Ainsi, contrairement aux segments hors construction qui ne requièrent que l'estimation d'une distribution des PSAP, les segments DO et RCD nécessitent l'estimation d'une distribution des provisions liées aux sinistres futurs.

Les IBNR sont déterminés à partir des triangles Survenance x Développement, à l'instar des segments hors construction. Ces triangles agrègent en effet l'ensemble des DROC ce qui permet à l'actuaire d'obtenir des cadences de liquidation sur la sinistralité globale du portefeuille. La partie requérant plus de développement et représentant la complexité des segments construction concerne le calcul des PSNEM.

Les PSNEM doivent impérativement être calculées après obtention des IBNR. En effet, le principe du calcul des PSNEM repose sur une estimation du montant total, développé, des sinistres non encore manifestés. Or, bien que le triangle DROC x Survenance à utiliser contienne les survenances passées, celles-ci ne sont pas nécessairement intégralement développées, et ce n'est même jamais le cas en raison des DROC récentes et de la longueur des branches concernées. C'est pourquoi l'actuaire doit d'abord intégrer l'information de développement des sinistres aux survenances passées, à savoir les IBNR, afin de pouvoir en déduire la totalité de la survenance future : ce processus, qui sera détaillé dans cette section, est appelé ventilation des IBNR.

5.3.1 Méthode générale : au prorata des charges dossier-dossier

La méthode utilisée par Groupama est une méthode dite "au prorata des charges dossier-dossier". Elle consiste, comme son nom l'indique, à allouer les IBNR issus du triangle PSAP

dans le triangle PSNEM. L'allocation se fait proportionnellement au poids des charges dossier-dossier incrémentales $X_{i,j}^{PSNEM}$ par rapport à la charge à date à laquelle elles contribuent. La charge à date d'une année correspond à l'ensemble des montants qui participent à la sinistralité de cette année. En d'autres termes, $\forall 1 \leq i \leq N$,

$$\text{Charge à date}_i = \sum_{k=1}^i X_{k,i-k+1}^{PSNEM}$$

Il s'agit donc de sommer les montants de la i -ième diagonale du triangle PSNEM. La ventilation des IBNR au prorata des charges donne finalement la relation suivante : $\forall 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq N ; i + j - 1 \leq N$,

$$X_{i,j}^{PSNEM,VENT} = \frac{X_{i,j}^{PSNEM}}{\text{Charge à date}_i} IBNR_{i+j-1}$$

Cette formulation vérifie bien que chaque IBNR est décomposé selon des poids qui somment à un.

Cette méthode de ventilation répartit l'IBNR d'une année de survenance donnée sur la charge à date de cette même année entre les différentes DROC, en supposant que, plus une DROC a un poids important dans la charge à date en question, plus elle contribue à l'IBNR total. Il s'agit d'une approche justifiée étant donné qu'une sinistralité importante découle soit d'un nombre important de sinistres, soit de sinistres ayant une charge élevée. Dans le premier cas, la pluralité de sinistres augmente l'incertitude autour du nombre d'IBNR non nuls et justifie donc d'en attribuer davantage sur une DROC, tandis que dans le second cas, des montants élevés suggèrent des IBNR plus élevés et donc également une attribution supérieure à d'autres DROC. À noter que la ventilation s'effectue sur le triangle DROC x Survenance incrémental : une application sur des montants cumulés n'aurait pas de sens dans une optique de calculs de proportions.

La Figure 5.2 ci-dessous schématise le processus de ventilation.

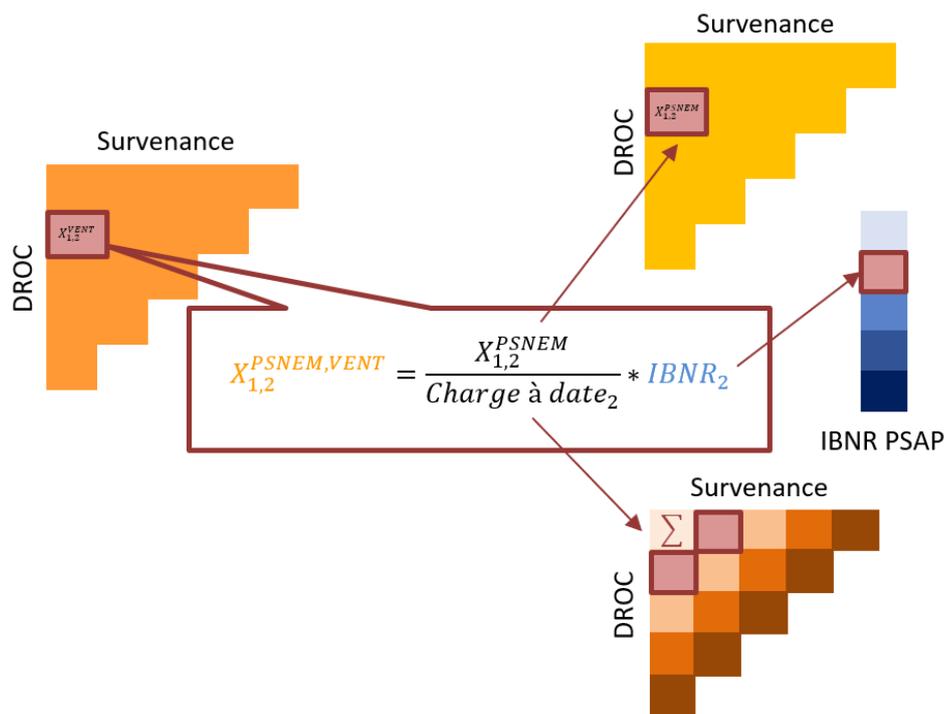


FIGURE 5.2 – Méthode générale de ventilation des IBNR dans le triangle PSNEM au prorata dossier-dossier

Cependant, dans le modèle interne, les IBNR ventilés ne sont pas directement les IBNR issus du triangle PSAP. Ils subissent d’abord un retraitement présenté dans la sous-section ci-dessous.

5.3.2 Traitement des anciennes DROC

Deux entités sont concernées par les segments construction. La date la plus ancienne de leurs triangles respectifs n’est pas identique : 1996 pour l’une et 2001 pour l’autre. Les deux possèdent néanmoins un point commun : certaines données du triangle PSAP concernent en réalité des DROC plus anciennes dont les gestionnaires de sinistres n’ont pas le détail, données qui n’apparaissent pas dans le triangle PSNEM. Il est donc nécessaire d’effectuer un retraitement afin de ne conserver que les données débutant respectivement en 1996 et en 2001.

Ce retraitement s’effectue au niveau de la ventilation. Les IBNR sont d’abord calculés de manière classique sur le triangle PSAP, puis redistribués de manière proportionnelle sur le triangle PSNEM : $\forall 1 \leq i \leq N$,

$$IBNR_i^* = \frac{\text{Charge à date}_i}{X_{i,N-i+1}^{PSAP}} IBNR_i$$

Il s’agit donc de calculer le poids de chaque charge à date totale dans le développement PSAP de l’année correspondante. Les $IBNR^*$ ainsi calculés sont ensuite utilisés dans la méthode de ventilation au prorata des charges dossier-dossier tel que présenté dans la section précédente.

En prenant pour exemple la DROC 1998, la charge à date totale PSNEM correspond à la somme du montant incrémental DROC 1996 survenance 3, DROC 1997 survenance 2 et

DROC 1998 survenance 1, tandis que le développement PSAP associé correspond à la survenance 1998 cumulée développée jusqu'en 2022. Le ratio permet donc de connaître le poids de l'ensemble des DROC 1996, 1997 et 1998 dans l'ensemble de la survenance connue de 1998, le poids restant correspond alors aux DROC plus anciennes à retraiter. Une illustration pour la DROC 1997 est donnée en Figure 5.3.

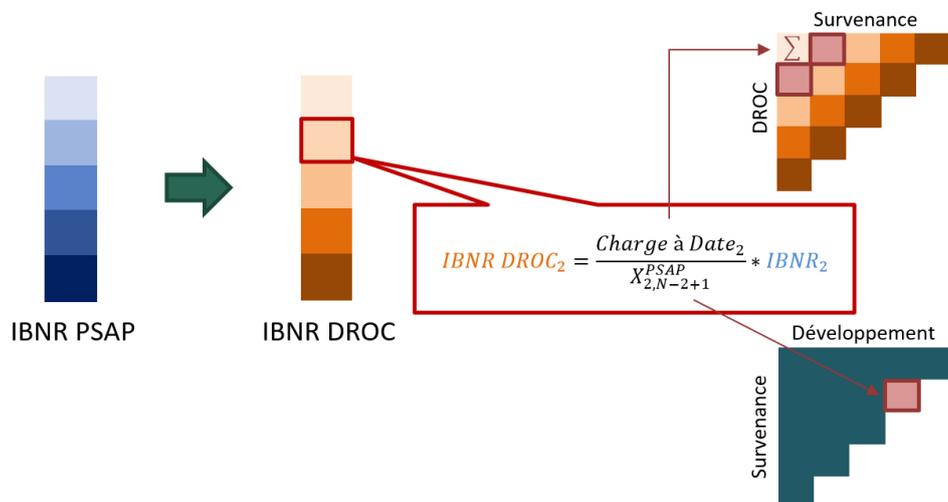


FIGURE 5.3 – Passage des IBNR PSAP aux IBNR redistribués sur les DROC

Bien que cette méthode ne permette bien évidemment pas d'avoir avec exactitude les données souhaitées, elle fournit néanmoins une approximation justifiée des montants relatifs aux DROC récentes lorsqu'une insuffisance des données de sinistralité ne permet pas une séparation précise.

5.4 Calcul du risque de réserves à un an

Sur les segments construction, le risque de réserves à un an porte non seulement sur la mesure de l'incertitude des PSAP, via σ_{PSAP} , mais également des PSNEM ce qui nécessite le calcul de σ_{PSNEM} .

Les deux écarts-types sont calculés dans le même processus. En effet, une fois l'étape de ventilation des IBNR passée, le triangle PSNEM est cumulé et contient l'ensemble de l'information des sinistres passés, dont le total se retrouve en sommant les montants de la diagonale N. Ensuite, après développement par Chain-Ladder, la dernière colonne contient à la fois les montants cumulés des sinistres passés mais également des sinistres futurs : les montants relatifs aux PSNEM s'obtiennent donc en soustrayant l'ultime à la diagonale N. Cependant, avant d'en arriver au développement, une étape intermédiaire s'impose afin de prendre en considération les évolutions des prix des matériaux via l'indice BT01 dans la modélisation.

5.4.1 Calcul de l'écart-type PSAP

La modélisation part d'abord du triangle Survenance x Développement servant à déterminer les IBNR à ventiler. Pour ce faire, la méthodologie employée est similaire aux segments hors construction. Le triangle PSAP cumulé est utilisé pour calculer les résidus de Mack,

ces derniers sont ré-échantillonnés afin de donner lieu à un calcul de pseudo-facteurs de développement et de nouveaux coefficients de développement moyens servant à simuler la diagonale N+1 et ainsi à capter la volatilité des PSAP à un an. Enfin, le triangle complété d'une diagonale est développé par méthode Chain-Ladder jusqu'à obtention des ultimes. Les IBNR s'en déduisent alors : $\forall 1 \leq i \leq N$,

$$IBNR_i = C_{i,N}^{PSAP} - C_{i,N-i+1}^{PSAP}$$

La nuance avec les segments hors construction se situe dans le fait que le BE_{PSAP} n'est pas directement calculé sur le triangle PSAP. En effet, les IBNR sont d'abord ventilés dans le triangle PSNEM incrémental selon le processus de ventilation décrit dans la section précédente. Ensuite, le triangle PSNEM est cumulé et le BE_{PSAP} est déduit par la relation suivante :

$$BE_{PSAP} = \sum_{k=1}^N C_{k,N-k+1}^{PSNEM} - \sum_{k=1}^N P_{k,N-k+1}^{PSNEM}$$

Cette méthode permet d'effectuer un calcul de PSAP et de PSNEM homogène, sur des données de même profondeur d'historique. L'écart-type des PSAP est obtenu en répétant la simulation de la diagonale et les étapes postérieures 100 000 fois et en calculant la volatilité des BE_{PSAP} qui en découlent. À noter que ce processus n'intègre pas l'inflation au calcul des PSAP.

Une fois l'écart-type du BE_{PSAP} calculé, l'actuaire dispose de 100 000 triangles PSNEM ventilés, ou "vieillis", qu'il peut utiliser dans le but de calculer l'écart-type du BE_{PSNEM} . Afin de rester dans la même démarche que pour le calcul de la volatilité des PSAP, la méthodologie repose également sur la simulation de la diagonale N+1 du triangle, excepté qu'il s'agit du triangle PSNEM. C'est lors de cette étape que le modèle actuel intègre l'inflation avec l'indice BT01.

5.4.2 Traitement de l'inflation : cadences de liquidation

Bien que les données ne soient pas mises en *as-if* en début de processus, la modélisation prévoit tout de même une intégration de l'indice BT01 en supplément de l'inflation implicite du triangle, à distinguer des vecteurs de sur-inflation qui seront inclus par la suite. Cette intégration se fait à l'aide d'un facteur d'inflation appliqué après simulation de la diagonale que cette section vise à détailler.

Étant donnée la vision à un an prescrite par Solvabilité II, l'indice BT01 n'est intégré que pour l'estimation des montants de l'année N+1, c'est-à-dire lors de la simulation de la diagonale N+1. L'inflation qui en découle se propage ensuite via le développement Chain-Ladder sous forme d'une nouvelle inflation implicite. Un facteur unique est donc calculé afin d'être appliqué sur cette diagonale.

Les projections de l'indice BT01 sont calculées sur un horizon de 36 ans, donc ici de 2023 jusqu'à 2058. Leur modélisation ne sera pas explicitée dans ce mémoire.

Il n'est pas possible de répliquer telle quelle la méthode d'incorporation de l'inflation des triangles PSAP sur les triangles PSNEM. En effet, les triangles PSNEM ventilés sont en vision DROC x Survenance et chaque montant incrémental contient une part des IBNR. Or,

ces IBNR ne se liquident pas en une seule année mais suivent une cadence de liquidation. Appliquer l'inflation de façon calendaire reviendrait donc, par exemple dans le cas de la diagonale $N+1$, à supposer que non seulement la survenance 2023 subit l'inflation de l'année 2023, mais également l'ensemble des IBNR qui eux se décomposent pourtant sur 2024, 2025, etc. jusqu'à l'année du développement ultime. Il est ainsi primordial de "passer les PSNEM en PSAP", c'est-à-dire de décomposer les montants ventilés incrémentaux selon une cadence de liquidation afin de pouvoir faire correspondre chaque taux d'inflation à l'année de liquidation prévue de chaque montant.

Méthodologie dans le MIP

La cadence de liquidation employée dans le MIP se base sur une hypothèse de stabilité des cadences à travers les survenances du triangle de paiement. Autrement dit, cela revient à supposer que les IBNR se liquident suivant des cadences similaires pour n'importe quelle année de survenance. Cette hypothèse est en raccord avec l'hypothèse d'indépendance des années de survenance du Chain-Ladder. Afin d'utiliser les données les plus récentes possibles, les montants cumulés utilisés sont ceux de la diagonale N , ce qui fournit donc ici la cadence de règlements relative au passage de 2021 à 2022.

Afin de vérifier la stabilité des cadences entre les différentes années de survenances, un boxplot a été tracé en Figure 5.4.

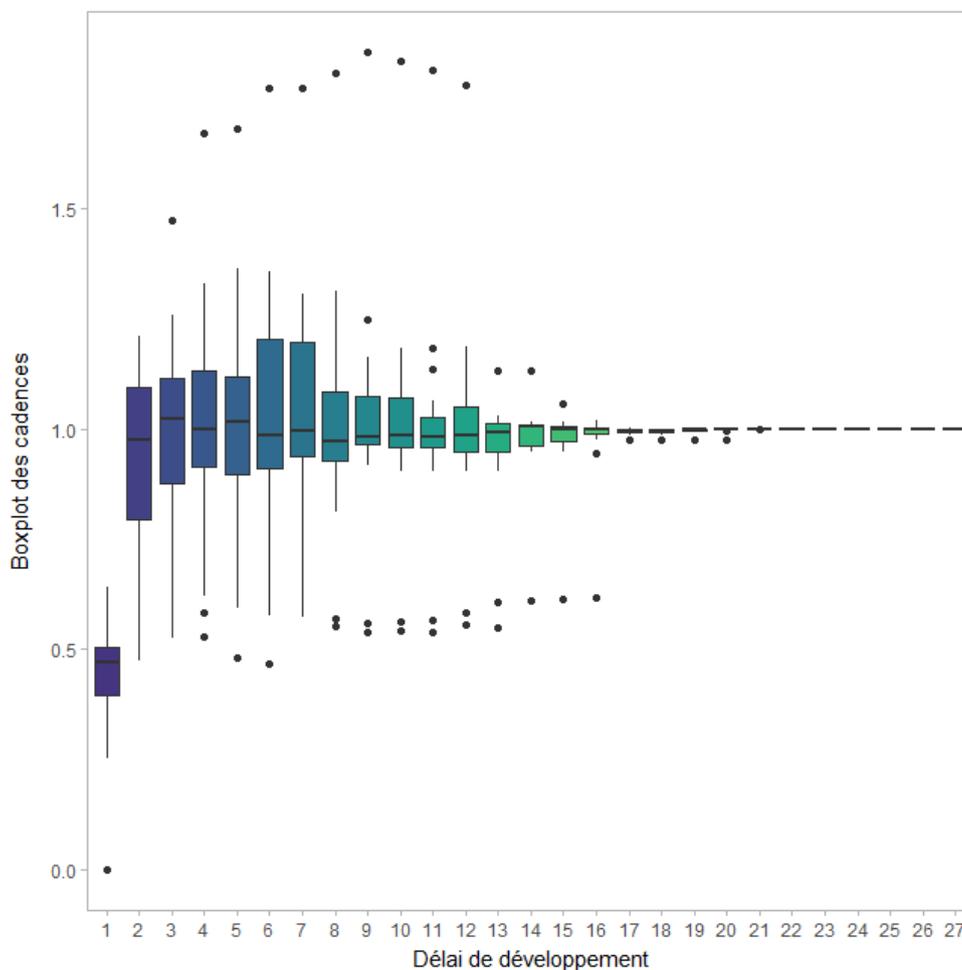


FIGURE 5.4 – Boxplot des cadences de paiement sur l'ensemble des survénances par année de développement

D'après le graphique, bien que les cadences aient tendance à se stabiliser autour de la valeur moyenne après la dixième année de développement, il faut néanmoins noter la présence d'extrêmes forts pour les développements plus courts, pouvant aller du simple au triple comme c'est le cas pour la cinquième et la sixième année de développement, avec des quantiles à 25% et à 75% éloignés de la moyenne. Ainsi, il est difficile de partir du principe que les cadences sont similaires sur les différentes années de survénance dans la réalité. Néanmoins, s'agissant d'une méthode facile d'application, les résultats qu'elle fournit seront tout de même pris en considération.

En conservant donc l'hypothèse de stabilité des cadences de paiement entre les différentes années de survénance, il en découle la relation suivante sur le triangle de paiements cumulés : $\forall 1 \leq k \leq N$,

$$P_{N-k+1,k}^{PSAP,cumul} = \sum_{i=1}^k Cadence_i U_{N-k+1}$$

Cela donne lieu à la définition des cadences cumulées à partir du triangle de paiements cumulé développé par Chain-Ladder : $\forall 1 \leq k \leq N$,

$$\sum_{i=1}^k Cadence_i = \frac{P_{N-k+1,k}^{PSAP,cumul}}{U_{N-k+1}}$$

Un schéma récapitulatif est donné en Figure 5.5

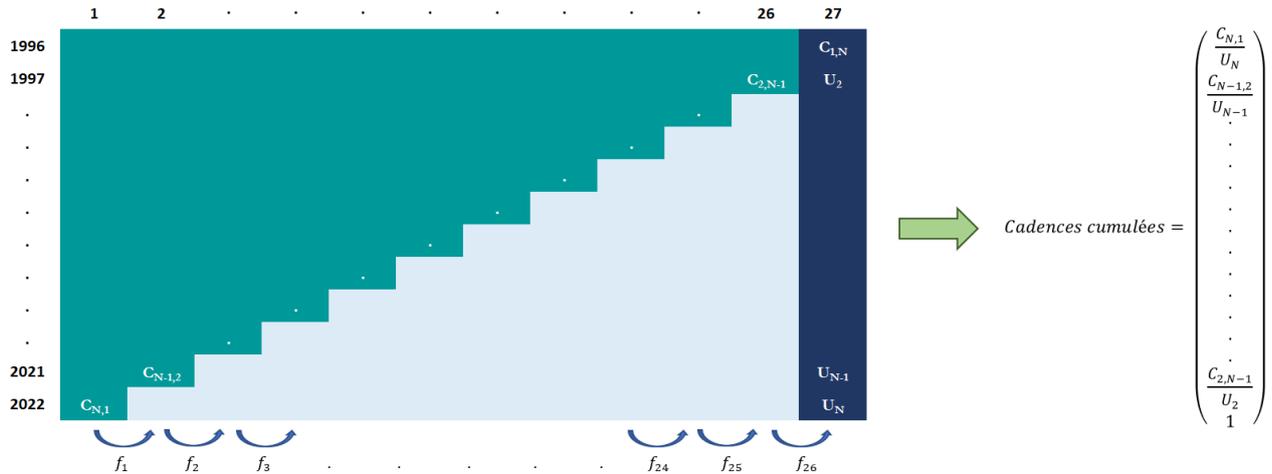


FIGURE 5.5 – Calcul des cadences dans le MIP

Définies ainsi, les cadences sont cumulées, il faut alors effectuer un calcul de proche en proche afin d'en déduire l'expression des cadences incrémentales :

$$\begin{cases} \text{Cadence}_1 = \text{Cadence}_1 \\ \text{Cadence}_k = \sum_{i=1}^k \text{Cadence}_i - \sum_{i=1}^{k-1} \text{Cadence}_i, \quad 2 \leq k \leq N \end{cases}$$

Les cadences incrémentales somment bien à 1 et peuvent donc être utilisées comme poids pour pondérer les taux d'inflation en fonction de la liquidation des IBNR. Les Figures 5.6 et 5.7 montrent respectivement une cadence cumulée et la cadence incrémentale correspondante, obtenues avec la méthodologie du modèle interne. Le poids des paiements est majoritairement concentré sur les trois premières années de développement. De plus, ces cadences permettent de remettre en avant le caractère long des branches en construction étant donné que des variations sont encore observées après plus de 15 ans de développement. La stabilisation nette à droite des deux courbes, respectivement autour de 1 et autour de 0, permet de vérifier que le triangle contient bien des survenances entièrement développées.

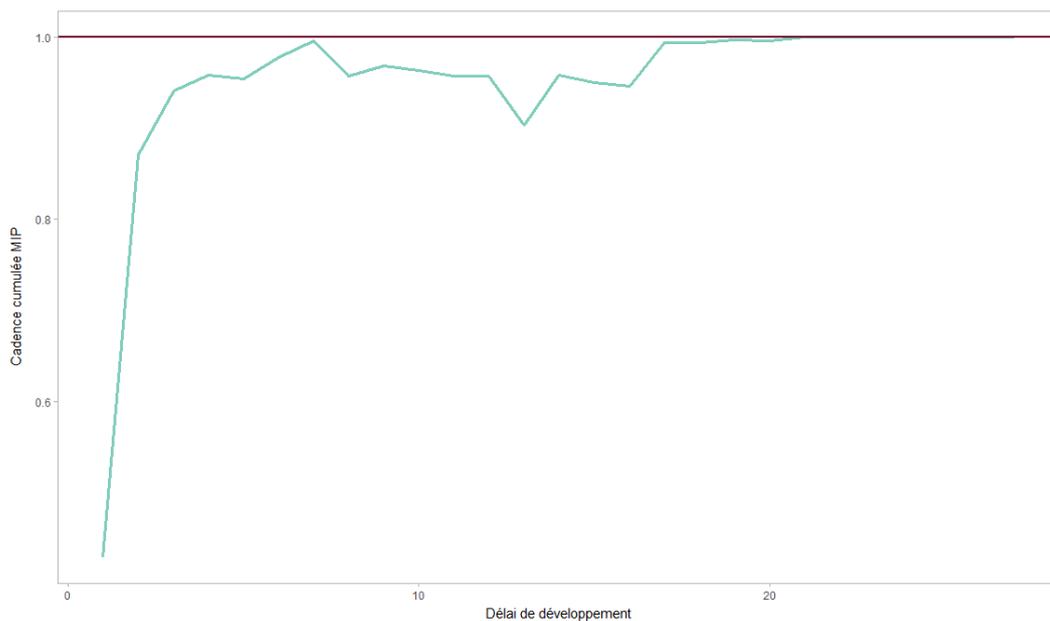


FIGURE 5.6 – Cadence cumulée : méthodologie MIP

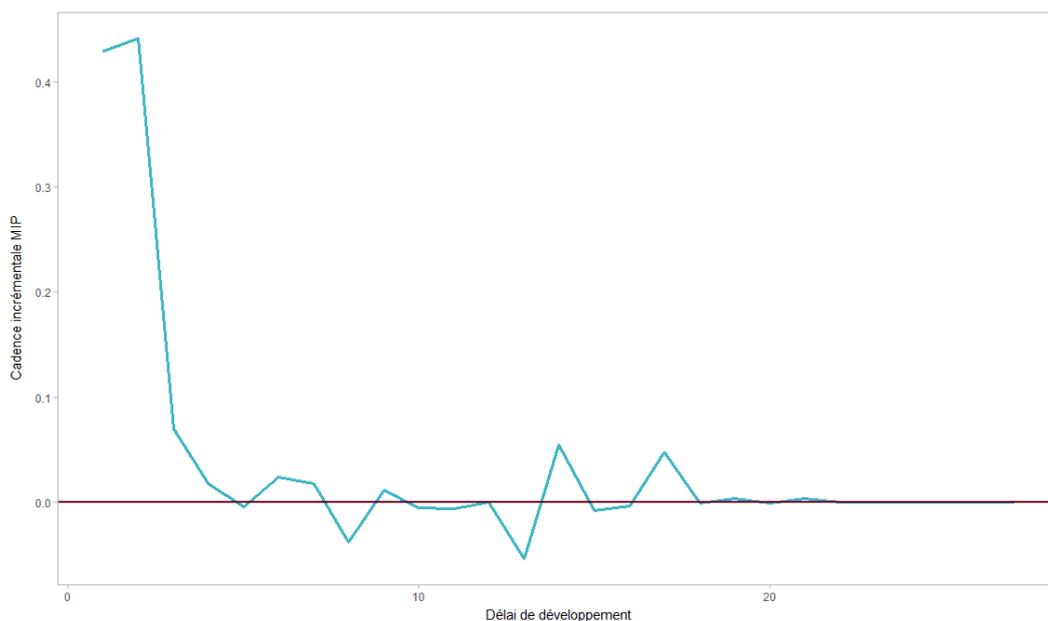


FIGURE 5.7 – Cadence incrémentale : méthodologie MIP

À l'aide de cette cadence et en notant $(i_k)_{1 \leq k \leq N}$ les taux BT01 simulés cumulés, le taux moyen appliqué sur la diagonale simulée est donc :

$$(1 + i_{moy}) = \sum_{k=1}^N (1 + i_k) Cadence_k$$

Il s'agit d'un taux moyen pondéré par les cadences qui, appliqué aux montants de la diagonale $N + 1$, permet donc d'inflater en moyenne chaque IBNR par le taux d'inflation associé à l'année de développement à laquelle l'assureur en prend connaissance. Il est à noter que les poids sont bien appliqués après cumul des taux, ce qui permet d'une part de ne pas déformer lesdits taux, mais aussi de bien remplir l'objectif d'attribution d'une inflation donnée à une proportion de la survenance totale.

Bien que cette méthode permette un calcul rapide des cadences de règlement, elle suppose tout de même, dans l'utilisation qui en est faite, que les cadences relatives au passage de 2021 à 2022 sont représentatives des cadences de règlement de sinistres qui auront lieu en 2023 et qui se développeront sur une vingtaine voire une trentaine d'années. Or, des modifications futures de l'environnement juridique peuvent par exemple mener à des raccourcissements de délais de recours et donc à des règlements plus rapides des sinistres. Il est donc souhaitable de viser à capter la disparité observée en Figure 5.4 étant donnée l'incertitude pesant sur une estimation à horizon si lointain, d'autant plus que les cadences sont d'ores et déjà disparates entre les survenances. C'est pourquoi une approche alternative permettant de prendre en compte plus de profondeur dans l'historique a été implémentée. Il faut cependant garder à l'esprit qu'un historique plus profond ne signifie pas nécessairement une estimation plus juste, notamment dans le cadre actuel où l'environnement économique subit de fortes variations.

Approche alternative

Les cadences peuvent être définies d'une manière différente. En effet, comme il a été mentionné, la procédure définie plus haut repose sur une hypothèse de stabilité des cadences

de liquidation entre les différentes années de survenance. En faisant fi de cette hypothèse, et en ne considérant non pas un vecteur de cadences mais une matrice triangulaire, les différents montants de la diagonale N du triangle de paiements cumulés se décomposent de la manière suivante : $\forall 1 \leq k \leq N$,

$$P_{N-k+1,k}^{PSAP,cumul} = \sum_{i=1}^k \frac{P_{N-k+1,i}^{PSAP}}{\underbrace{U_{N-k+1}}_{Cadence_{N-k+1,i}}} U_{N-k+1}$$

Ainsi, la matrice triangulaire des cadences est définie avec $\forall (i, j) \in \mathbb{N}^* ; i + j - 1 \leq N$,

$$Cadence_{i,j} = \frac{P_{i,j}^{PSAP}}{U_i}$$

Il en découle un estimateur naturel, non biaisé, de la cadence moyenne de liquidation de chaque année de développement : $\forall 1 \leq i \leq N$,

$$\hat{Cad}_i = \frac{1}{N - i + 1} \sum_{k=1}^{N-i+1} Cadence_{k,i}$$

Le graphique en Figure 5.8 permet de comparer les cadences obtenues avec les deux méthodes. Si les deux cadences atteignent la valeur 1 au même moment, c'est-à-dire aux alentours de la 18ème année de développement, et ont des variations presque identiques y compris en termes d'intensité, la cadence alternative est constamment au dessus de la cadence MIP. Cela signifie que historiquement, les cadences observées survenance par survenance depuis 1996 sont en moyenne plus élevées que la cadence observée pour l'année calendaire 2022 retenue dans le MIP.

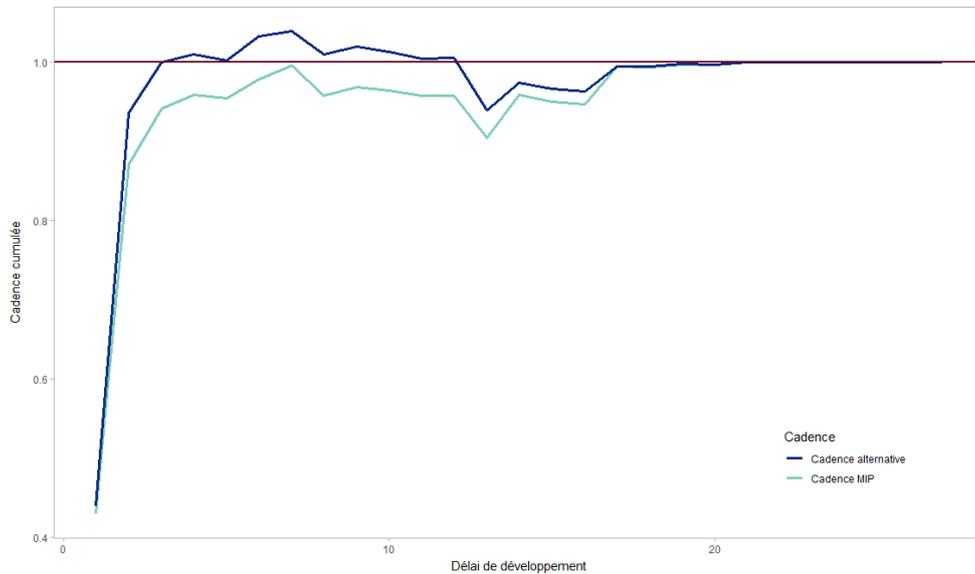


FIGURE 5.8 – Cadences incrémentales calculées avec la méthode du MIP et la méthode alternative

Il est également à noter que la cadence MIP cumulée ne dépasse jamais 1, tandis que la cadence alternative cumulée dépasse cette valeur sur une dizaine d'années. Cela traduit une sur-estimation moyenne du paiement ultime sur les anciennes survenances de l'historique sur

une dizaine d'années de développement consécutives, phénomène qui n'est pas capté en ne conservant que l'année calendaire 2022 sur laquelle il n'a pas eu lieu. Or, cette sur-estimation ne concerne pas uniquement de très anciennes survenances, mais est déjà visible pour des survenances récentes.

Ainsi, bien qu'il soit possible d'argumenter en défaveur de la méthode alternative en avançant que les cadences historiques ne décrivent pas forcément les cadences les plus récentes, il est cependant clair que la méthode actuelle ne prend pas en compte l'ensemble des phénomènes observables en fonction de l'année calendaire pour laquelle elle est utilisée. La méthode alternative semble donc plus appropriée et ne nécessite de plus pas d'hypothèse de stabilité des cadences sur les différentes survenances.

5.4.3 Calcul de l'écart-type PSNEM

Les montants de charges de cette section feront tous référence aux montants ventilés. Cependant, afin de ne pas alourdir les notations, la mention "VENT" ne sera pas indiquée. Les étapes présentées ci-dessous sont effectuées sur chacun des 100 000 triangles PSNEM ventilés.

Principes généraux

Une fois l'indice moyen d'inflation lié à la diagonale N+1 obtenu, cette dernière est simulée de façon similaire aux segments hors construction, c'est-à-dire qu'après le ré-échantillonnage des résidus et le calcul des nouveaux facteurs de développement moyens, les montants sont simulés selon la loi suivante : $\forall (i, j) \in I_{N+1}$,

$$\hat{C}_{i,j}^{PSNEM} \sim \text{Log-}\mathcal{N}(C_{i,j-1}\hat{f}_{j-1}^*, C_{i,j-1}\hat{\sigma}_{j-1}^2)$$

À noter que les paramètres de la loi Log-normale utilisée permettent de simuler un montant cumulé : le montant de la diagonale N+1 d'une DROC peut donc finalement être inférieur au montant de la diagonale N qui lui correspond. Afin de forcer une croissance des charges cumulées du triangle PSNEM, notamment sur un segment comportant de nombreux recours tel que le segment DO, il est possible de simuler l'incrément, nécessairement positif du fait de la loi Log-normale, et ensuite d'obtenir le montant cumulé de la diagonale N+1 par cumul : $\forall (i, j) \in I_{N+1}$,

$$\hat{C}_{i,j}^{PSNEM} \sim \text{Log-}\mathcal{N}(C_{i,j-1}(\hat{f}_{j-1}^* - 1), C_{i,j-1}\hat{\sigma}_{j-1}^2)$$

L'indice d'inflation moyen est ensuite appliqué sur la partie incrémentale des montants simulés : $\forall (i, j) \in I_{N+1}$,

$$C_{i,j}^{PSNEM} = \hat{C}_{i,j}^{PSNEM} + (1 + i_{moy})(\hat{C}_{i,j}^{PSNEM} - C_{i,j-1}^{PSNEM})$$

Enfin, le triangle PSNEM enrichi de sa nouvelle diagonale est développé par Chain-Ladder de manière classique, ce qui donne l'expression suivante :

$$BE_{PSNEM} = \sum_{k=1}^N C_{k,N}^{PSNEM} - \sum_{k=1}^N C_{k,N-k+1}^{PSNEM}$$

À noter que le BE des réserves totales se retrouve bien avec le BE_{PSAP} et le BE_{PSNEM} :

$$\begin{aligned} BE_{PSNEM} + BE_{PSAP} &= \sum_{k=1}^N C_{k,N}^{PSNEM} - \sum_{k=1}^N C_{k,N-k+1}^{PSNEM} + \sum_{k=1}^N C_{k,N-k+1}^{PSNEM} - \sum_{k=1}^N P_{k,N-k+1}^{PSNEM} \\ &= \sum_{k=1}^N C_{k,N}^{PSNEM} - \sum_{k=1}^N P_{k,N-k+1}^{PSNEM} \end{aligned}$$

Remarque : Il est important de mettre en avant le fait qu’inflater la partie incrémentale après simulation de la diagonale et réappliquer ensuite une méthode Chain-Ladder revient au problème de cohérence de l’hypothèse de linéarité traité en section 3.6. Il s’agit donc d’un élément à corriger également dans le modèle de construction.

La vision énoncée ci-dessus est en réalité une vision simplifiée de ce qui se fait réellement. En effet, dans la pratique, le montant de la diagonale N+1 relatif à dernière DROC, à savoir la DROC 2022 ici, n’est pas simulé de la même manière que les autres DROC. Cela s’explique principalement par le fait que pour une DROC aussi récente, l’historique est très faible puisqu’il ne couvre qu’un an et le coefficient de développement de la première survenance vers la seconde est quant-à-lui très volatile, comme il est possible de le constater sur le graphique en Figure 5.9. Le fait de calculer un coefficient moyen de développement après ré-échantillonnage des résidus sur l’ensemble du triangle, comprenant donc des survenances pour lesquelles les coefficients sont stabilisés, mène donc majoritairement à sous-estimer la charge $\hat{C}_{N,2}$. Pour cette raison, une approche différente basée sur les ratios sinistres à primes a été implémentée dans le modèle pour la modélisation de $\hat{C}_{N,2}^{PSNEM}$. Cette approche pourrait également être utilisée pour la simulation de la troisième année de survenance de la dernière DROC au vu de l’instabilité qui persiste par rapport aux survenances plus tardives, visible en Figure 5.10.

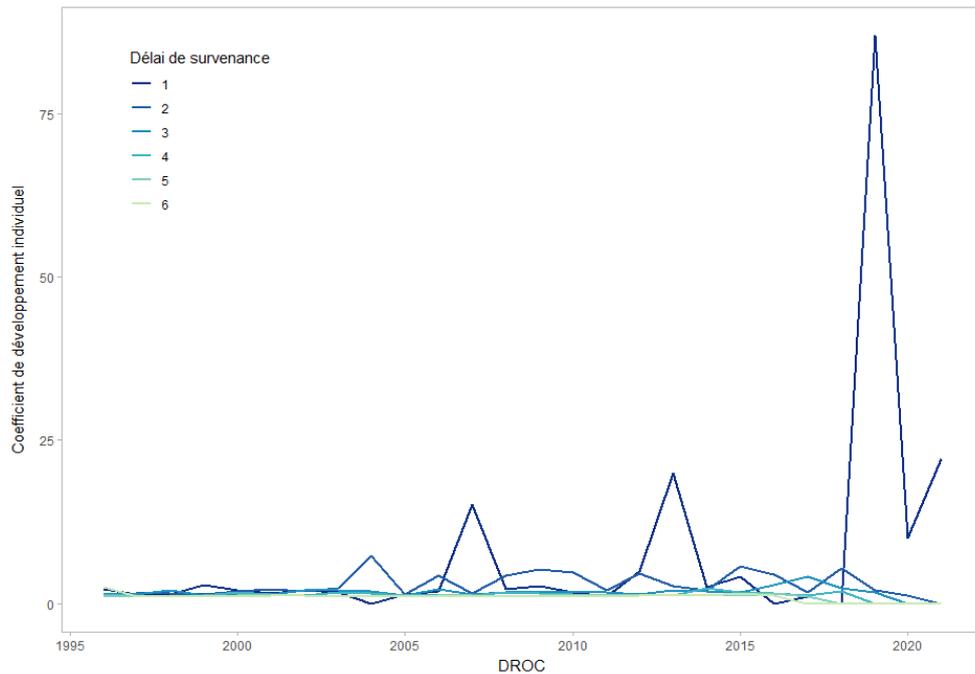


FIGURE 5.9 – Coefficients de développement en fonction de la DROC observés sur plusieurs délais de survenance

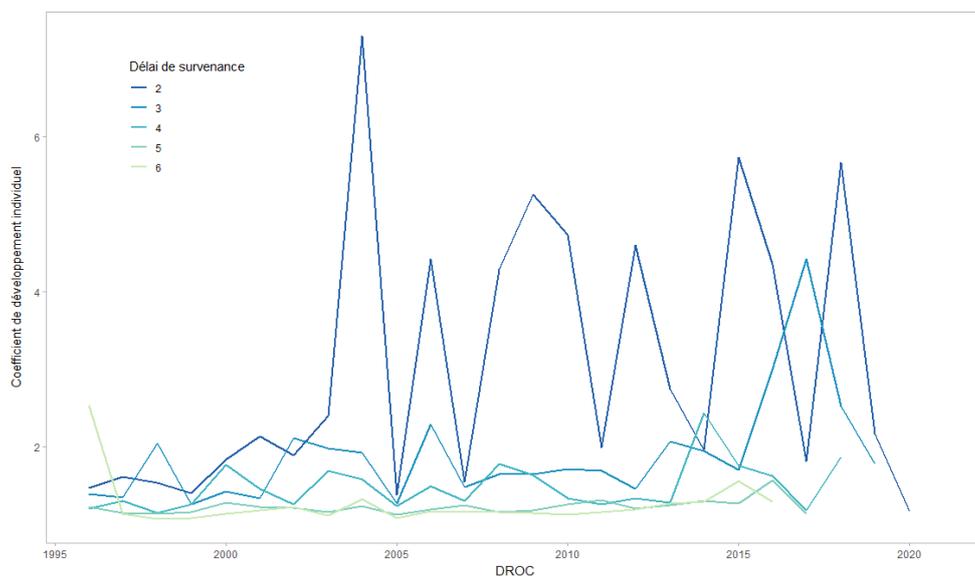


FIGURE 5.10 – Coefficients de développement en fonction de la DROC observés sur plusieurs délais de survie, passage de la première année à la deuxième année de survie exclu

Traitement de la dernière DROC

Le modèle duquel découlent les paramètres de simulation de la dernière DROC est le suivant :

$$S = Pr + \sqrt{P}\beta\epsilon$$

Avec :

- S : Charge ventilée cumulée pour la nouvelle année de survie de la dernière DROC, aléatoire
- P : Volume des primes de la dernière DROC, déterministe
- r : Ratio S/P moyen, déterministe
- β : Constante
- ϵ : Variable aléatoire centrée réduite

Sous ce modèle, l'espérance et la variance de la variable S s'expriment de la manière suivante :

$$\begin{cases} \mathbb{E}[S] &= Pr \\ \mathbb{V}(S) &= P\beta^2 \end{cases}$$

Afin de pouvoir estimer l'espérance et la variance de S , il est donc nécessaire de calculer des estimateurs des quantités r et β^2 . Pour ce faire, l'actuaire utilise les données historiques à sa disposition, à savoir le vecteur des primes ultimes $P = (P_1, \dots, P_N)$ sur l'ensemble des DROC ainsi que le vecteur des charges ventilées $S = (S_1, \dots, S_{N-1})$ à délai de survie 2 du triangle PSNEM jusqu'à l'avant-dernière DROC. De là, la méthode des moments fournit un estimateur direct pour r ainsi que pour β^2 , donnés par :

$$\begin{cases} \hat{r} &= \frac{\sum_{k=1}^{N-1} S_k}{\sum_{k=1}^{N-1} P_k} \\ \hat{\beta}^2 &= \frac{1}{N-2} \frac{\sum_{k=1}^{N-1} (S_k - P_k \hat{r})^2}{\sum_{k=1}^{N-1} P_k} \end{cases}$$

Pour utiliser l'information du volume de primes de l'année N , la quantité simulée n'est pas directement S_N , mais $\frac{S_N}{P_N}$, en utilisant la loi de la variable aléatoire $\frac{S}{P}$ dont l'espérance et la variance découlent directement des hypothèses du modèle :

$$\begin{cases} \mathbb{E}[\frac{S}{P}] &= r \\ \mathbb{V}(\frac{S}{P}) &= \frac{\beta^2}{P} \end{cases}$$

Finalement, les estimateurs de l'espérance et de l'écart-type de la variable $\frac{S}{P}$ sont donnés par :

$$\begin{cases} \hat{r} &= \frac{\sum_{k=1}^{N-1} S_k}{\sum_{k=1}^{N-1} P_k} \\ \hat{\sigma}_{\frac{S_N}{P_N}} &= \frac{\hat{\beta}}{\sqrt{P_N}} = \frac{1}{\sqrt{P_N}} \sqrt{\frac{1}{N-2} \frac{\sum_{k=1}^{N-1} (S_k - P_k \hat{r})^2}{\sum_{k=1}^{N-1} P_k}} \end{cases}$$

Une fois le ratio $\frac{S_N}{P_N}$ simulé, il suffit de le multiplier par P_N afin d'arriver à la charge souhaitée. Le montant de la charge $\hat{C}_{N,2}$ cumulée du triangle de PSNEM ventilé, correspondant à S_N , est ainsi simulé de la manière suivante :

$$\hat{C}_{N,2} \sim \text{Log-}\mathcal{N}(\hat{r}, \hat{\sigma}_{\frac{S_N}{P_N}}) P_N$$

L'inflation est ensuite appliquée sur la partie incrémentale du montant cumulé obtenu via le même coefficient moyen $(1 + i_{moy})$ que les autres montants de la diagonale $N+1$. Enfin, le triangle obtenu est développé ce qui permet de calculer le BE_{PSNEM} , puis son écart-type une fois que l'ensemble des étapes ait été effectué 100 000 fois.

5.5 Tests d'hypothèses

L'utilisation des triangles PSAP et PSNEM pour le calcul du SCR sur les branches construction nécessite la vérification des hypothèses du Chain-Ladder ainsi que du Bootstrap sur les deux triangles. Les différents tests effectués ainsi que leurs résultats sur la branche RCD sont présentés ci-dessous. À noter que les tests du triangle PSNEM sont en réalité effectués sur le triangle PSNEM ventilé étant donné qu'il s'agit du triangle sur lequel les modèles sont appliqués.

5.5.1 Hypothèses du modèle Chain-Ladder

Deux hypothèses sont liées au modèle Chain-Ladder. Il s'agit de l'hypothèse d'indépendance des années de survenance, ou des DROC pour le triangle PSNEM, et de l'hypothèse de linéarité.

Hypothèse d'indépendance des années de survenance et des DROC

Afin de vérifier l'indépendance des années de survenance, il est possible d'effectuer un test graphique. Il faut alors représenter les coefficients individuels par année de survenance, ce qui donne un graphique par année de développement. Il est ensuite possible de déceler des tendances si les années de survenance ne sont pas indépendantes. La même démarche peut

être utilisée pour vérifier l'indépendance des DROC, avec cette fois un graphique par année de survénance.

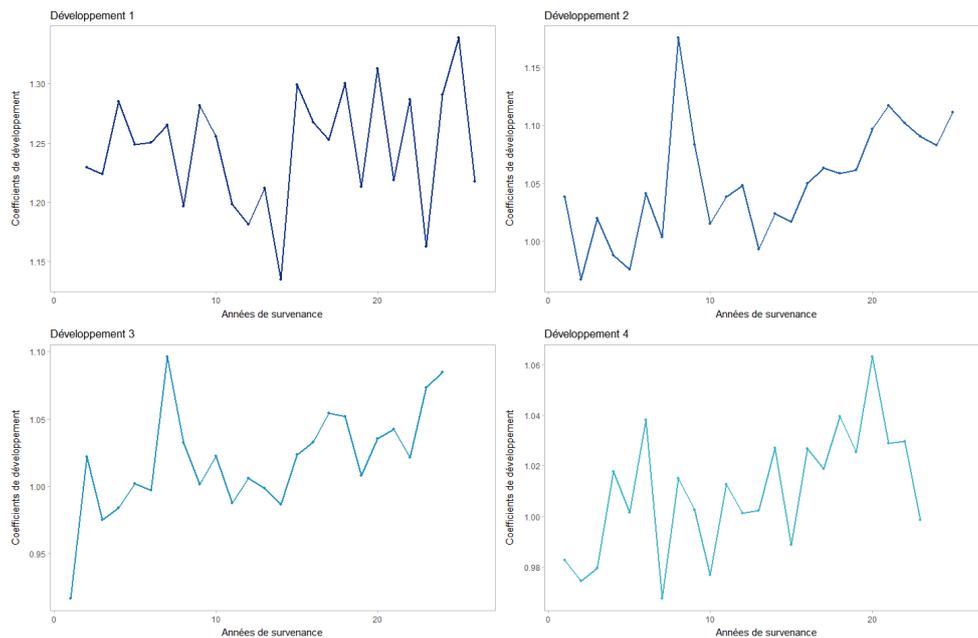


FIGURE 5.11 – Test graphique d'indépendance des années de survénance : quatre premières survénances du triangle PSAP

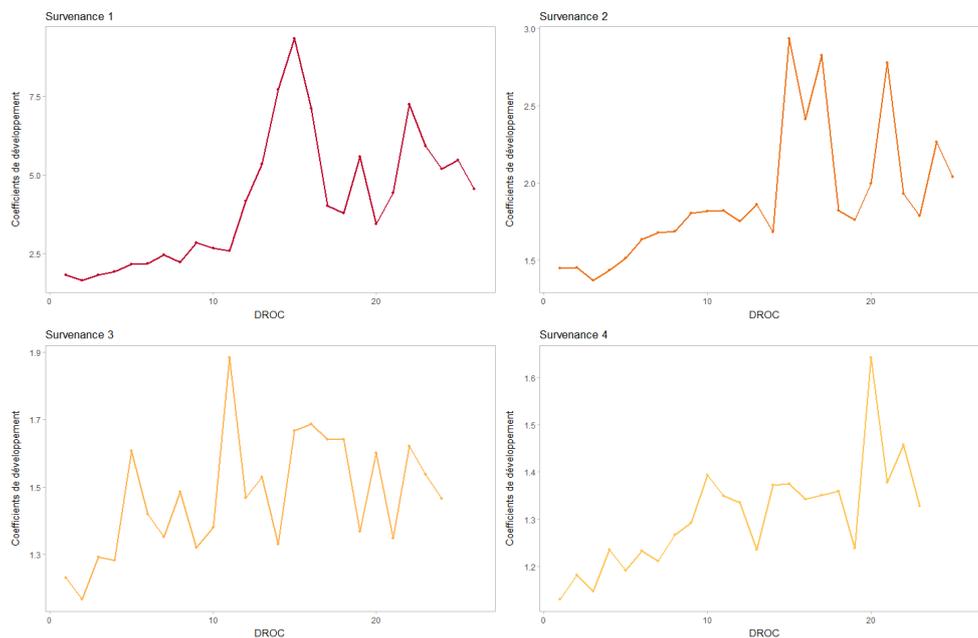


FIGURE 5.12 – Test graphique d'indépendance des DROC : quatre premières DROC du triangle PSNEM

La Figure 5.11 permet de constater une absence de tendance nette sur la première année de développement, mais une tendance croissante touchant les années de survénance les plus récentes sur les deuxième et troisième années de développement, et de façon moindre mais également présente sur la quatrième. Concernant le triangle PSNEM et l'indépendance des DROC, la Figure 5.12 permet de constater la même tendance croissante, bien que plus légères, sur les quatre premières années de survénance ce qui est cohérent avec l'observation faite sur

les PSAP. Des pics descendants viennent cependant contraster la tendance globale sur les deux triangles. L'hypothèse d'indépendance n'est pas rejetée, mais les tendances doivent rester à l'esprit lors de l'analyse des résultats.

Hypothèse de linéarité

L'hypothèse de linéarité peut être vérifiée en effectuant une régression linéaire passant par l'origine sur l'ensemble des couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ par année de développement, ou de survénance pour le triangle PSNEM. L'hypothèse n'est pas rejetée si la moyenne des coefficients R^2 sur l'ensemble des années de développement, ou de survénance, est supérieure à 90%. À titre illustratif, les couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ des quatre premières années de survénance ou de DROC des triangles PSAP et PSNEM sont représentés ci-dessous.

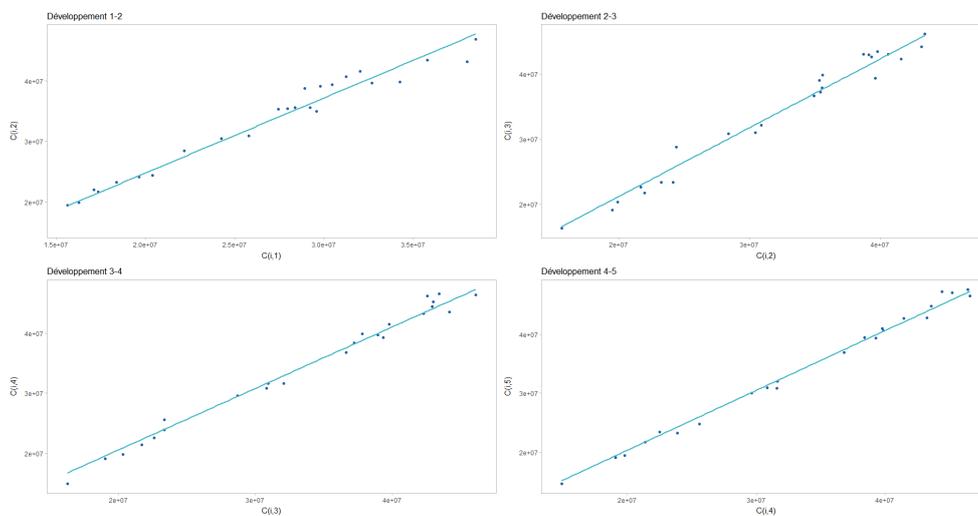


FIGURE 5.13 – Test graphique de linéarité sur le triangle PSAP : quatre premiers développements

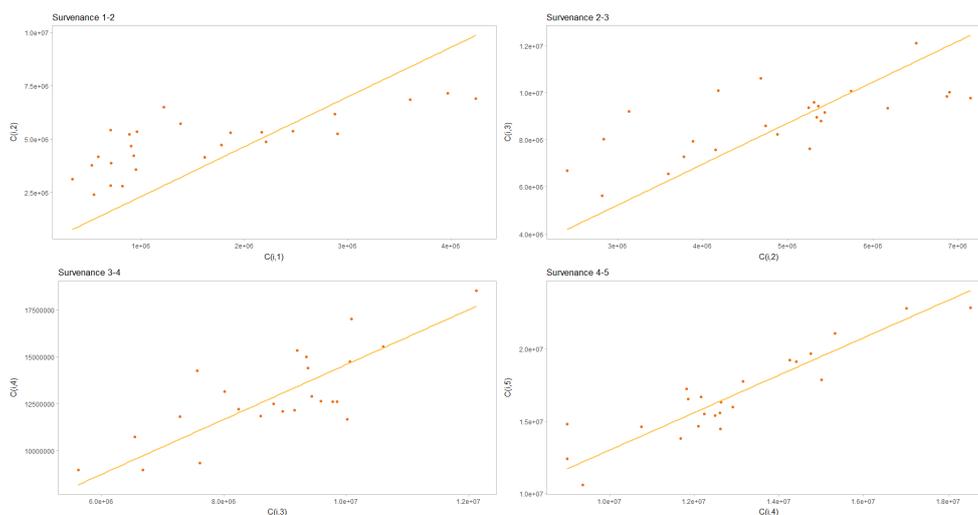


FIGURE 5.14 – Test graphique de linéarité sur le triangle PSNEM : quatre premières survénances

Graphiquement, le test de linéarité n'est pas rejeté pour les quatre premières années

développement du triangle PSAP. Pour le triangle PSNEM, le passage de la première survenance à la seconde présente un regroupement de points dans les faibles montants qui est sous-estimé en considérant une approche de linéarité. Cependant, l'approche linéaire sur-estime ensuite les points qui correspondent à des montants plus élevés, ce qui compense la sous-estimation précédente. Sur les années suivantes, la linéarité est bien observée sur les graphiques, bien que la dispersion des points autour de la droite passant par l'origine soit plus important que sur le triangle PSAP. Le tableau ci-dessous fournit l'intégralité des R^2 calculés ainsi que leur moyenne.

	PSAP	PSNEM
1	99,80%	81,63%
2	99,83%	96,47%
3	99,90%	98,71%
4	99,95%	99,45%
5	99,89%	99,81%
6	99,98%	99,91%
7	99,98%	99,80%
8	99,97%	99,95%
9	99,98%	99,93%
10	99,97%	99,97%
11	99,68%	99,97%
12	99,99%	99,96%
13	99,67%	100,00%
14	99,98%	100,00%
15	100,00%	100,00%
16	99,96%	100,00%
17	100,00%	100,00%
18	99,99%	100,00%
19	100,00%	100,00%
20	100,00%	100,00%
21	100,00%	100,00%
22	100,00%	100,00%
23	100,00%	100,00%
24	100,00%	100,00%
25	100,00%	100,00%
Moyenne	99,94%	99,02%

TABLE 5.1 – R^2 obtenus pour chaque régression linéaire sur le triangle PSAP et sur le triangle PSNEM

Statistiquement, la moyenne des R^2 sur l'ensemble des développements du triangle PSAP est de 99.9% et celle calculée sur l'ensemble des survenances du triangle PSNEM vaut 99%. Les deux sont supérieures à 90%, l'hypothèse de linéarité n'est donc rejetée sur aucun des deux triangles.

5.5.2 Hypothèse du modèle de Mack

Le modèle de Mack ajoute une unique hypothèse par rapport au modèle Chain-Ladder, il s'agit de l'hypothèse portant sur la variance : $\forall 1 \leq i \leq N, \forall 1 \leq j \leq N - 1$,

$$\mathbb{V}(C_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}) = \sigma_j^2 C_{i,j}$$

Sous cette hypothèse, les montants $C_{i,j}$ se modélisent de la façon suivante : $\forall 1 \leq i \leq N, \forall 1 \leq j \leq N - 1$,

$$C_{i,j+1} = C_{i,j} f_j + \sqrt{C_{i,j}} \sigma_j \epsilon_{i,j}$$

Où ϵ est une variable centrée réduite. Sous cette forme, il est alors possible d'écrire : $\forall 1 \leq i \leq N, \forall 1 \leq j \leq N - 1$,

$$D_{i,j} := \frac{C_{i,j+1} - C_{i,j} f_j}{\sqrt{C_{i,j}}} = \sigma_j \epsilon_{i,j}$$

Si les effets de variance sont bien linéaires selon les $C_{i,j}$ et constants par colonne, alors en traçant les variables $D_{i,j}$ en fonction de $C_{i,j}$ pour chaque j fixé, les nuages de points en résultant ne doivent pas montrer de tendance particulière mais doivent résulter d'un bruit blanc, qui est $\epsilon_{i,j}$, et dont la variance vaut σ_j^2 . Les graphiques correspondant aux quatre premiers développements du triangle PSAP et aux quatre premières survenances du triangle PSNEM sont montrés ci-dessous :

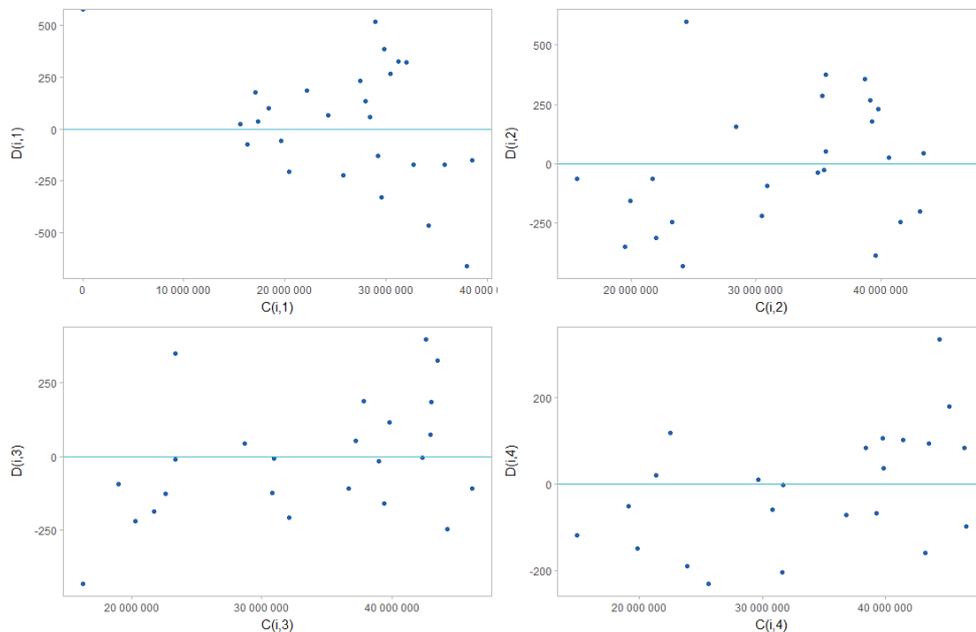


FIGURE 5.15 – Test graphique de variance sur le triangle PSAP : quatre premières survenances

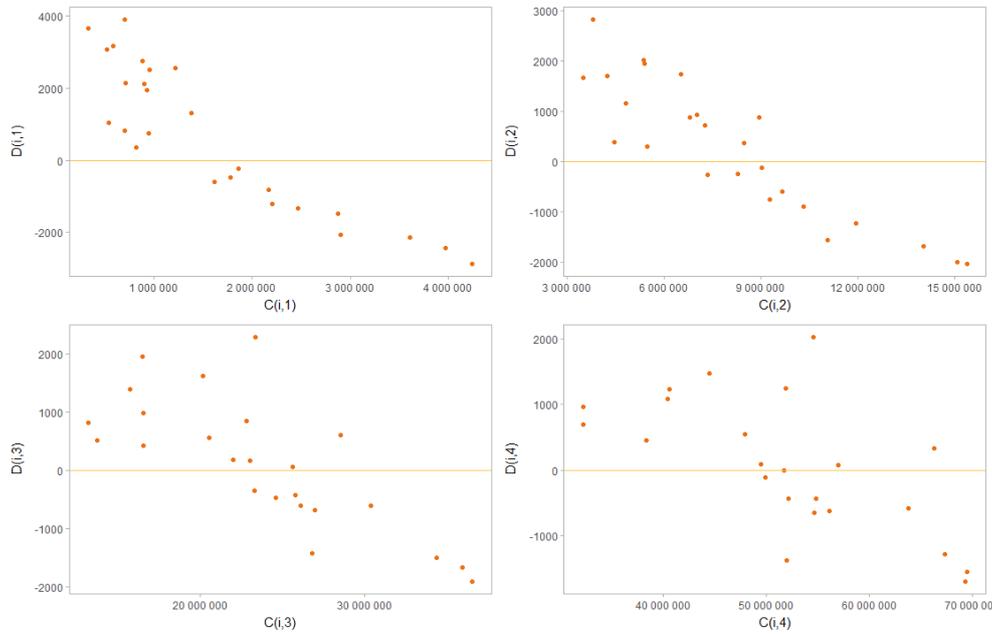


FIGURE 5.16 – Test graphique de variance le triangle PSNEM : quatre premières survenances

Le triangle PSAP montre bien des points qui semblent distribués aléatoirement. En revanche sur le triangle PSNEM, les quatre premières survenances montrent clairement une tendance décroissante, ce qui va à l'encontre de l'hypothèse de variance de Mack.

L'hypothèse de variance est rejetée sur le triangle PSNEM. Un modèle alternatif ne nécessitant pas cette hypothèse sera mis en place dans la section 7.

5.5.3 Hypothèse du Bootstrap

Pour appliquer le Bootstrap, les résidus doivent être indépendants et de même distribution. Ces deux hypothèses sont testées séparément.

Indépendance des résidus

Les triangles comportent trois axes temporels qui sont les années de survenance, de développement (ou DROC pour le triangle PSNEM), ainsi que les années calendaires. L'indépendance des résidus doit donc être vérifiée sur chacun de ces axes afin de pouvoir choisir de rejeter ou non l'hypothèse d'indépendance.

Le test mis en oeuvre afin de vérifier cette hypothèse est le test du rhô de Spearman, avec pour hypothèse nulle une absence de corrélation entre les résidus. Bien que l'absence de corrélation n'implique théoriquement pas une indépendance, il s'agit tout de même d'une condition qui lui est nécessaire. Ce test permet de déterminer si la corrélation entre deux variables est significative. Dans le cas présent, en prenant pour exemple un test de non corrélation selon l'axe des années de survenances, la première variable sera composée des résidus d'une année de survenance donnée et la seconde correspondra à l'année de survenance suivante. Le dernier résidu de la première survenance considérée est retiré étant donné qu'il n'est pas calculé sur la seconde survenance. Ensuite, pour chaque observation, le rang des résidus des deux variables est comparé ce qui permet de calculer le coefficient de corrélation de Spearman, qui correspond à la statistique de test suivante :

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

Le terme $(d_i)_{1 \leq i \leq n}$ correspond à la différence des rangs de l'observation i de chacune des variables, et n correspond simplement au nombre d'observations total, identique pour les deux variables.

Les différentes p-value obtenues sous R sont présentées dans les tableaux ci-dessous. Le niveau de confiance utilisé pour rejeter cette hypothèse est de 5 %.

Triangle PSAP			Survenances			Années Calendaires		
Développements	p-value	Rejet	Survenances	p-value	Rejet	Années Calendaires	p-value	Rejet
1-2	46,34%	NON	1-2	42,41%	NON	3-4	100,00%	NON
2-3	4,31%	OUI	2-3	72,78%	NON	4-5	8,33%	NON
3-4	78,81%	NON	3-4	75,70%	NON	5-6	13,33%	NON
4-5	39,74%	NON	4-5	67,93%	NON	6-7	65,83%	NON
5-6	62,48%	NON	5-6	74,97%	NON	7-8	23,57%	NON
6-7	74,31%	NON	6-7	20,89%	NON	8-9	24,31%	NON
7-8	68,87%	NON	7-8	60,03%	NON	9-10	81,00%	NON
8-9	62,66%	NON	8-9	90,83%	NON	10-11	51,39%	NON
9-10	86,11%	NON	9-10	93,60%	NON	11-12	92,44%	NON
10-11	0,10%	OUI	10-11	8,44%	NON	12-13	65,11%	NON
11-12	76,30%	NON	11-12	75,32%	NON	13-14	82,06%	NON
12-13	90,35%	NON	12-13	54,23%	NON	14-15	25,30%	NON
13-14	94,94%	NON	13-14	79,25%	NON	15-16	18,70%	NON
14-15	41,69%	NON	14-15	23,67%	NON	16-17	88,24%	NON
15-16	100,00%	NON	15-16	86,01%	NON	17-18	94,35%	NON
16-17	1,84%	OUI	16-17	78,50%	NON	18-19	94,10%	NON
17-18	7,60%	NON	17-18	64,36%	NON	19-20	34,99%	NON
18-19	29,92%	NON	18-19	58,21%	NON	20-21	54,65%	NON
19-20	30,24%	NON	19-20	100,00%	NON	21-22	66,55%	NON
20-21	100,00%	NON	20-21	80,28%	NON	22-23	29,49%	NON
21-22	100,00%	NON	21-22	68,33%	NON	23-24	73,64%	NON
22-23	41,67%	NON	22-23	75,00%	NON	24-25	17,76%	NON
23-24	100,00%	NON	23-24	100,00%	NON	25-26	52,68%	NON

FIGURE 5.17 – Test de Spearman de non corrélation des résidus sur le triangle PSAP

Triangle PSNEM			DROC			Années Calendaires		
Survenances	p-value	Rejet	DROC	p-value	Rejet	Années Calendaires	p-value	Rejet
1-2	0,02%	OUI	1-2	7,92%	NON	3-4	100,00%	NON
2-3	0,04%	OUI	2-3	0,18%	OUI	4-5	91,67%	NON
3-4	1,65%	OUI	3-4	0,46%	OUI	5-6	95,00%	NON
4-5	10,65%	NON	4-5	50,77%	NON	6-7	65,83%	NON
5-6	59,29%	NON	5-6	16,08%	NON	7-8	78,25%	NON
6-7	31,48%	NON	6-7	59,02%	NON	8-9	61,91%	NON
7-8	74,82%	NON	7-8	84,28%	NON	9-10	74,35%	NON
8-9	9,98%	NON	8-9	31,42%	NON	10-11	60,76%	NON
9-10	14,15%	NON	9-10	62,54%	NON	11-12	65,35%	NON
10-11	2,16%	OUI	10-11	66,44%	NON	12-13	2,59%	OUI
11-12	0,22%	OUI	11-12	93,36%	NON	13-14	22,40%	NON
12-13	0,05%	OUI	12-13	2,25%	OUI	14-15	22,71%	NON
13-14	75,07%	NON	13-14	86,32%	NON	15-16	46,57%	NON
14-15	27,62%	NON	14-15	5,90%	NON	16-17	50,50%	NON
15-16	35,60%	NON	15-16	73,43%	NON	17-18	44,92%	NON
16-17	100,00%	NON	16-17	51,39%	NON	18-19	68,64%	NON
17-18	38,53%	NON	17-18	94,84%	NON	19-20	33,86%	NON
18-19	19,66%	NON	18-19	26,75%	NON	20-21	2,08%	OUI
19-20	-	-	19-20	49,76%	NON	21-22	91,11%	NON
20-21	-	-	20-21	100,00%	NON	22-23	98,56%	NON
21-22	-	-	21-22	23,33%	NON	23-24	17,26%	NON
22-23	-	-	22-23	33,33%	NON	24-25	83,62%	NON
23-24	-	-	23-24	100,00%	NON	25-26	2,46%	OUI

FIGURE 5.18 – Test de Spearman de non corrélation des résidus sur le triangle PSNEM

La Figure 5.17 permet de ne pas rejeter l'hypothèse nulle de non corrélation des résidus sur le triangle PSAP. En effet, seuls trois développements sont concernés par un rejet sur l'ensemble des tests. Concernant le triangle PSNEM dont les résultats sont montrés sur la Figure 5.18, l'hypothèse n'est ni rejetée sur les développements, ni sur les années calendaires. Sur les DROC en revanche, un peu moins de la moitié des DROC sont concernées par un

rejet, et même quand certaines DROC ne sont pas rejetées, leurs p-values ont tendance à être globalement faibles. À noter que les résultats portant sur les survenances s'arrêtent entre la dix-huitième et la dix-neuvième survenance en raison d'une stagnation des montants du triangle, ce qui conduit à des résidus nuls sur plusieurs colonnes.

Malgré certaines DROC pour lesquelles l'hypothèse de non corrélation des résidus est rejetée, le faible nombre de rejets sur les deux autres axes permet tout de même de ne pas la rejeter au global. L'hypothèse d'indépendance des résidus n'est donc ni rejetée sur le triangle PSAP, ni sur le triangle PSNEM.

Identique distribution des résidus

Le dernier test à effectuer pour appliquer le Bootstrap consiste à vérifier l'identique distribution des résidus. Pour ce faire, un test d'adéquation à la loi normale centrée réduite est mis en place sur l'ensemble des résidus. Le choix de cette loi provient directement de l'expression des résidus. En effet, sous le modèle employé, les résidus théoriques correspondent à un bruit blanc. Les résidus normalisés, découlant de l'approximation du coefficient moyen et de la variance par des estimateurs, correspondent quant-à-eux à un bruit de variance $\frac{N-j}{N-j-1}$, ce qui doit donc s'approcher d'une loi normale centrée réduite quand N est grand.

Le test utilisé dans ce mémoire est le test de Kolmogorov-Smirnov. Il s'agit d'un test reposant sur le calcul de la différence entre la fonction de répartition empirique calculée sur les observations et la fonction de répartition théorique d'une loi choisie. L'hypothèse nulle stipule alors que l'échantillon observé provient de la loi théorique en question.

Le test a été effectué sous le logiciel R. Les p-values obtenues valent 31,42% sur le triangle PSAP et 0,38% sur le triangle PSNEM. Avec un niveau de confiance de 5%, le test est donc rejeté sur le triangle PSNEM contrairement au triangle PSAP.

5.5.4 Convergence vers le modèle de Merz-Wüthrich

L'ensemble des tests effectués dans cette partie a permis de constater un rejet de deux hypothèses sur le triangle PSNEM : l'hypothèse de variance et l'hypothèse d'identique distribution des résidus. Il reste alors une dernière vérification à effectuer. En effet, si l'écart-type PSNEM issu du Bootstrap sans inflation et avec une modélisation de la dernière DROC par Chain-Ladder converge vers l'écart-type découlant de la méthode Merz-Wüthrich, alors les résultats issus de l'application de la méthode Chain-Ladder et du Bootstrap jouissent malgré tout d'une certaine robustesse ce qui justifie l'utilisation de ces modèles. Si les deux méthodes venaient à ne plus converger, il faudrait alors reprendre le suivi des différentes hypothèses au cours du temps afin de corriger les effets provoquant leur rejet.

k€	Ecart-type PSNEM	k€	Ecart-type PSAP
Central	30 368	Central	7 484
Sans inflation + Chain-Ladder	21 312	Merz-Wüthrich	7 457
Merz-Wüthrich	21 258	Ecart	0,36%
Ecart	0,26%		

FIGURE 5.19 – Vérification de la convergence des écarts-types PSAP et PSNEM vers la formule fermée de Merz-Wüthrich

La convergence est bien vérifiée pour les deux triangles. Ainsi, les résultats obtenus via ces méthodes peuvent être considérés comme robustes malgré le non respect théorique de certaines hypothèses.

5.6 Limites du modèle actuel

Le premier point d'attention sur le modèle qui a été présenté est l'absence de la sur-inflation dans le calcul de l'écart-type des PSAP. Qu'il s'agisse de l'indice BT01 ou du vecteur de sur-inflation utilisé par Groupama, la méthode ne les prend en compte que pour les calcul des PSNEM. Or, la sur-inflation est bien appliquée pour le calcul des provisions. Ainsi, pour rester dans une optique de cohérence, il est nécessaire de l'intégrer dans le calcul des réserves des sinistres déjà manifestés.

Ensuite, le modèle actuel ne prend pas en compte de manière isolée les effets calendaires présents dans le triangle. En effet, sans mise en *as-if* préalable, un de ces effets au moins présent est l'inflation naturelle du triangle. Il a déjà été mentionné en section 3.3.2 que si les effets sont mal captés dans un indice cohérent, les données peuvent finalement être déformées et mener à des résultats plus loin de la réalité que si aucune mise en *as-if* n'avait été faite. Pour cette raison, mais aussi au vu de l'adaptation réalisée en section 3.6.4, la suite de ce mémoire ne considérera plus ce retraitement pour le calcul des résultats.

De plus, il a déjà été souligné en section 3.6 que le fait d'inflater les montants simulés de la diagonale $N+1$ créé automatiquement un effet calendaire et va à l'encontre de l'hypothèse de linéarité de la méthode Chain-Ladder. Ainsi, avant d'appliquer la méthode Chain-Ladder, il faudrait a minima vérifier le non rejet de l'hypothèse de linéarité. Cependant, même si l'hypothèse n'est statistiquement pas rejetée, il s'agit d'un problème théorique auquel le modèle actuel est confronté. Si la solution était claire sur les segments hors construction, à savoir une inflation après développement Chain-Ladder, elle est moins évidente sur les segments construction. En effet, la vision DROC x Survenance du triangle des PSNEM empêche une application calendaire de l'inflation, contrairement à la vision Survenance x Développement des PSAP. Il est donc plus complexe d'inflater les incréments après application du Chain-Ladder. Or, le développement du triangle est indispensable pour calculer la charge ultime. Une version modifiée inspirée du modèle actuel sera donc construite dans le cadre de ce mémoire.

Enfin, malgré la convergence de l'écart-type calculé par Bootstrap sur le triangle PSNEM ventilé vers la méthode de Merz-Wüthrich, il est clair que ce triangle souffre du non respect de deux hypothèses majeures. Une étude approfondie pourrait mettre en lumière des retraitements à effectuer afin de se raccorder aux hypothèses du modèle. Ce mémoire ne se concentrera cependant pas sur cet aspect et se contentera de valider l'utilisation du triangle par l'argument de convergence de l'écart-type.

Troisième partie

Traitement de l'inflation : ajustement
du modèle actuel et comparaison à un
modèle alternatif

Chapitre 6

Intégration de l'inflation dans le modèle actuel

Dans le contexte actuel d'inflation, les prévisions sur l'indice BT01 ne suffisent plus à suivre l'augmentation du coût des matériaux dans l'indemnisation des sinistres. Le vecteur de sur-inflation défini par Groupama est donc incorporé en plus de l'indice BT01 en tant que marge de prudence déterministe. S'il suffirait a priori d'ajuster les estimations pour BT01 dans le modèle actuel en y ajoutant simplement la sur-inflation, il a pourtant été vu que l'inflation n'y est théoriquement pas correctement intégrée du fait de l'ajout d'un effet calendaire avant application de la méthode Chain-Ladder.

Ce chapitre a pour objectif de proposer une évolution du modèle actuel afin de pouvoir d'une part intégrer les vecteurs de sur-inflation dans le calcul des écarts-types PSAP et PS-NEM, et d'autre part implémenter la méthode incrémentale détaillée en section 3.6.2 afin de ne plus utiliser le Chain-Ladder sur une diagonale simulée avec inflation. La Figure 6.2 récapitule les différentes étapes qui seront évoquées.

L'ensemble des calculs sont effectués à graine aléatoire fixée afin de pouvoir effectuer des comparaisons pertinentes entre les différents résultats.

6.1 Évolutions du modèle : écart-type PSAP

Avant tout, étant donné que l'inflation n'est actuellement pas intégrée lors du calcul de l'écart-type des PSAP, la première étape consiste à y appliquer les simulations BT01 en plus des vecteurs de sur-inflation.

L'intégration de l'inflation dans le calcul de l'écart-type des PSAP est effectuée avec la méthode incrémentale développée en section 3.6.2. Elle consiste donc à calculer les ultimes, puis à les cadencer à l'aide d'une cadence calculée sur le triangle de paiements en vision Survenance x Développement afin d'appliquer chaque taux d'inflation à l'année de paiement correspondante. Les moyennes des ultimes obtenus ainsi que leurs écarts-types sont calculés dans le tableau 6.1 ci-dessous. À noter que les résultats sont légèrement différents de ceux obtenus dans la section hors construction étant donné que les PSAP considérées ici comprennent l'effet de ventilation sur le triangle PSNEM ce qui n'était pas le cas dans l'étude précédente. Les deux colonnes sont présentes dans le tableau à titre de comparaison.

k€

GTPL RCD	Sans inflation	Méthode incrémentale Sans ventilation sur PSNEM	Méthode incrémentale Avec ventilation sur PSNEM
Moyenne ultimes PSAP	943 896	952 936	952 936
BE PSAP moyen	205 713	214 760	214 751
Ecart-Type	7 484	14 384	14 369
CoV	3,64%	6,70%	6,69%

TABLE 6.1 – Résultats obtenus avec et sans inflation pour le calcul de l'écart-type des PSAP de la LoB GTPL en construction

Les résultats avec ventilation sont bien similaires à ceux obtenus dans la partie traitant les segments hors construction, la différence étant négligeable. L'intégration de l'inflation fait plus que doubler le coefficient de variation ce qui s'explique par des scénarios fournissant des BE PSAP maximum et minimum respectivement plus hauts et plus bas que la méthode non inflatée, avec une concentration moindre autour de la moyenne, ce qui est illustré en Figure 6.1.

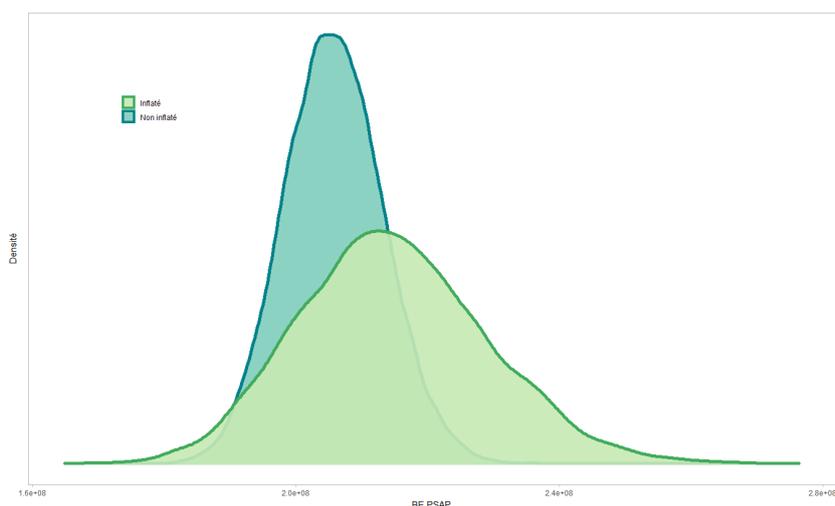
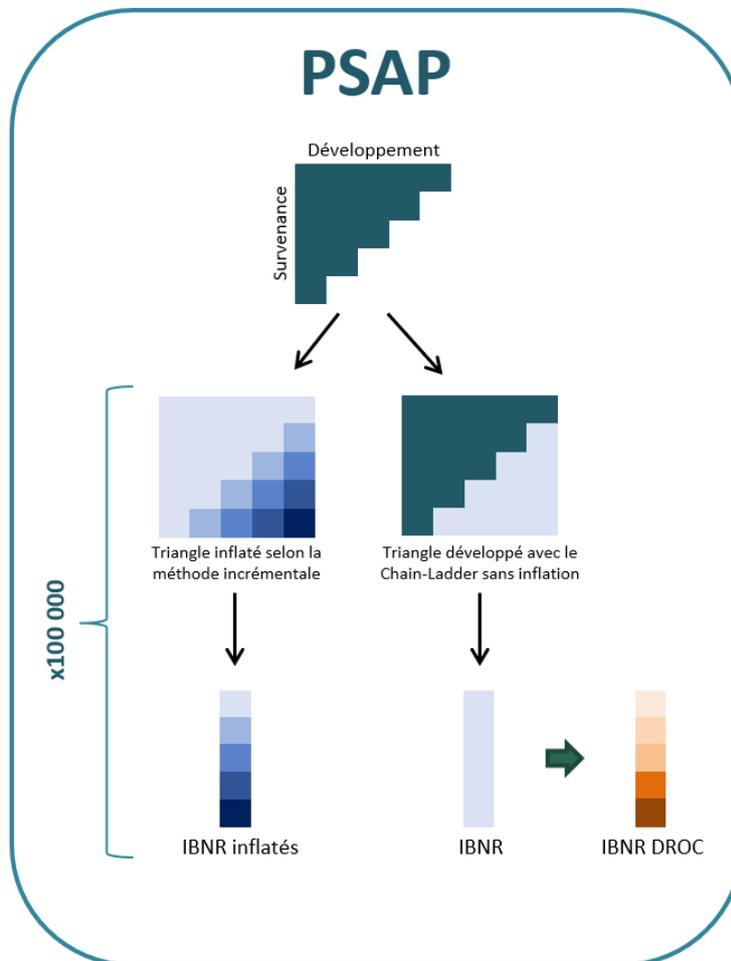


FIGURE 6.1 – Distributions des BE PSAP avant et après inflation. Les deux courbes sont obtenues après ventilation sur PSNEM

6.2 Évolutions du modèle : écart-type PSNEM

Une fois les PSAP inflatées calculées, il faut ventiler les IBNR dans le triangle PSNEM. Dans un premier temps, les IBNR ventilés sont ceux qui ne sont pas inflatés. En effet, cela permet d'une part de ne pas avoir d'effet calendaire avant application du Chain-Ladder, mais aussi de ne pas double compter l'inflation lorsqu'il faudra inflater les survenances futures. Une fois que les PSNEM sont développées et inflatées, il faut dans un second temps ajouter la différence entre les IBNR inflatés et non inflatés pour redresser l'ultime qui comprendra alors la totalité de la sinistralité passée en prenant en compte l'inflation, et de même pour la sinistralité future. Cet ajout sera également effectué pour le modèle central, sur lequel les PSAP ont été inflatées à titre comparatif.

Après ventilation, la méthode de développement des PSNEM utilisée est toujours la méthode Chain-Ladder, sans inflater la diagonale N+1 lors de la simulation. Ensuite, l'inflation est calculée de façon calendaire, diagonale par diagonale, mais avec des taux d'inflation moyens pondérés par les cadences de paiements, à l'image de ce qui était effectué jusqu'à présent sur la diagonale N+1 et présenté en section 5.4.2.



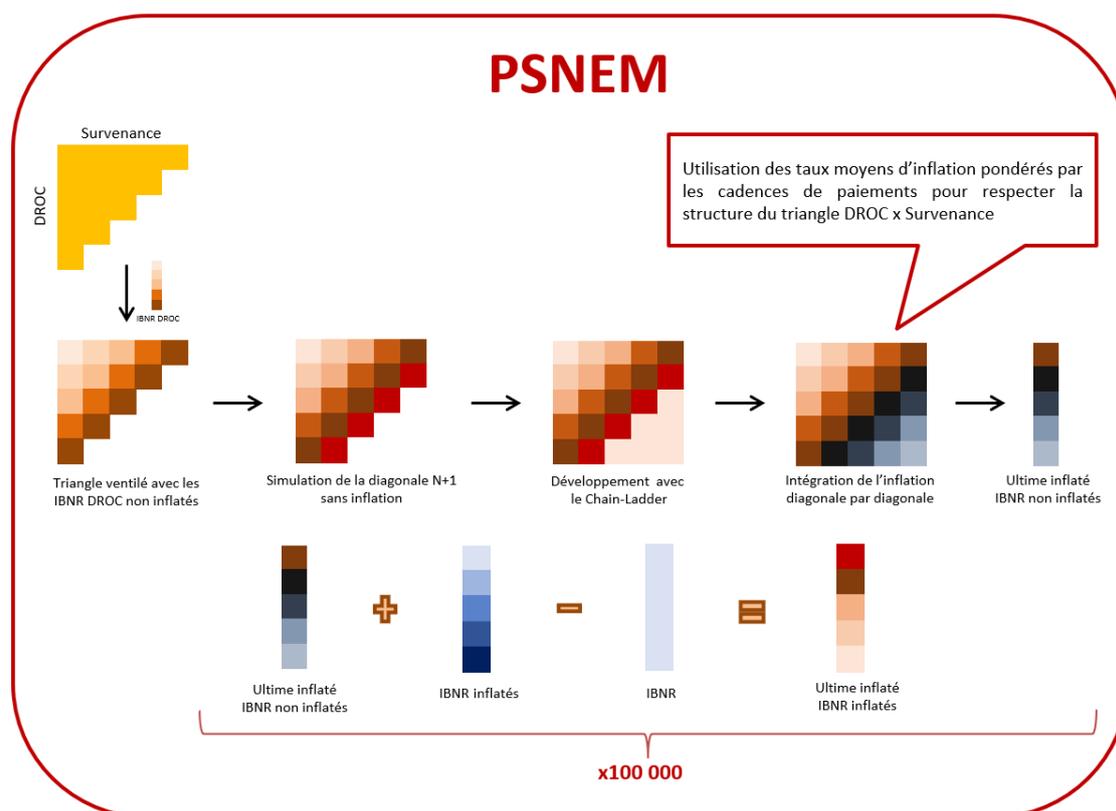


FIGURE 6.2 – Schéma récapitulatif de la méthodologie proposée pour le calcul des PSNEM inflatées

Afin de pouvoir effectuer des comparaisons sur les résultats obtenus, plusieurs variations du modèle ont été implémentées. D’une part, le modèle dit ”Central” qui correspond au modèle initial, n’intégrant l’inflation que sur la diagonale N+1 pour la développer implicitement à travers le Chain-Ladder. Ce modèle a été implémenté avec et sans sur-inflation, c’est-à-dire avec la sur-inflation ajoutée aux taux BT01 et sans la sur-inflation. Il a également été implémenté avec et sans ajustement sur les ultimes visant à prendre en compte les IBNR inflatés étant donné que les IBNR ventilés ne sont pas inflatés. D’autre part, le modèle qui sera encore nommé ”Incrémental”, intégrant l’inflation sur l’ensemble des diagonales de la partie inférieure du triangle PSNEM. Ce modèle a également été implémenté avec et sans ajustement pour les IBNR inflatés. Les résultats des différents calculs sont présentés dans le tableau ci-dessous :

k€					
GTPL RCD	Central sans sur-inflation (PSAP non inflatées)	Central avec sur-inflation (PSAP non inflatées)	Central avec sur-inflation (PSAP inflatées)	Méthode incrémentale (PSAP non inflatées)	Méthode incrémentale (PSAP inflatées)
Moyenne ultimes	1 114 007	1 119 357	1 128 398	1 126 729	1 135 770
BE PSNEM moyen	243 868	249 218	258 259	256 590	265 631
Ecart-Type	30 368	31 632	37 010	41 803	50 804
CoV	12,45%	12,69%	14,33%	16,29%	19,13%

TABLE 6.2 – Résultats obtenus pour le calcul de l’écart-type des PSNEM de la LoB GTPL en construction

Tout d’abord, les deux premières colonnes concernant le modèle central permettent de constater le faible impact de l’ajout de la sur-inflation sur le coefficient de variation, ce qui reste toujours cohérent avec ce qui a été observé dans l’étude des segments hors construction.

En revanche, le fait de corriger ou non l'ultime par la partie inflatée des IBNR a plus d'impact : cet ajustement fait augmenter le CoV de deux points via une forte hausse de l'écart-type. Ce constat est toujours cohérent avec la volatilité apportée par l'indice BT01 intégré aux IBNR inflatés. Cela s'observe également sur les deux dernières colonnes qui concernent la méthode incrémentale où l'impact est cette fois proche des trois points de hausse. Finalement, l'écart entre la méthode initiale qui correspond à la première colonne et la méthode finale qui correspond à la dernière colonne est extrêmement important puisqu'il consiste en une hausse de l'écart-type de près de 67 % tandis que le BE_{PSNEM} moyen augmente de presque 9 %, ce qui résulte en une hausse du coefficient de variation de sept points.

Les différentes distributions obtenues peuvent être visualisées sur les graphiques ci-dessous :

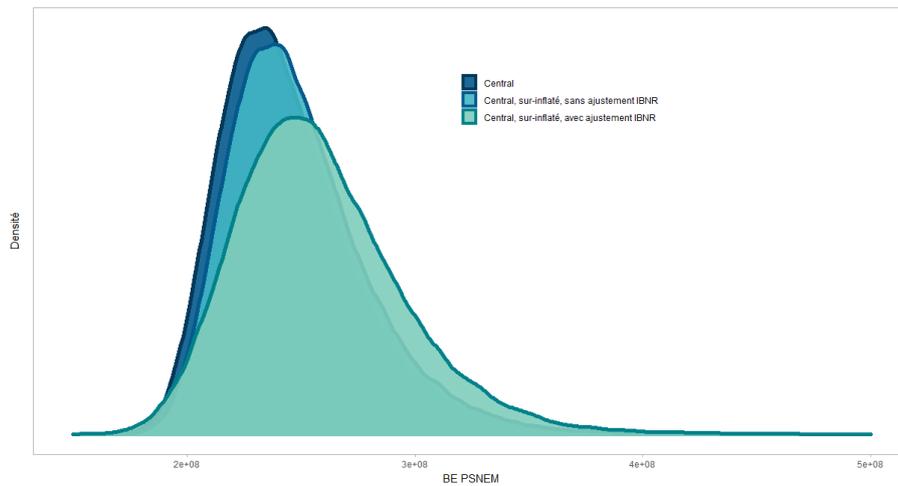


FIGURE 6.3 – Distributions des BE PSNEM obtenus avec le modèle central, avec et sans ajustement des IBNR suite à l'inflation

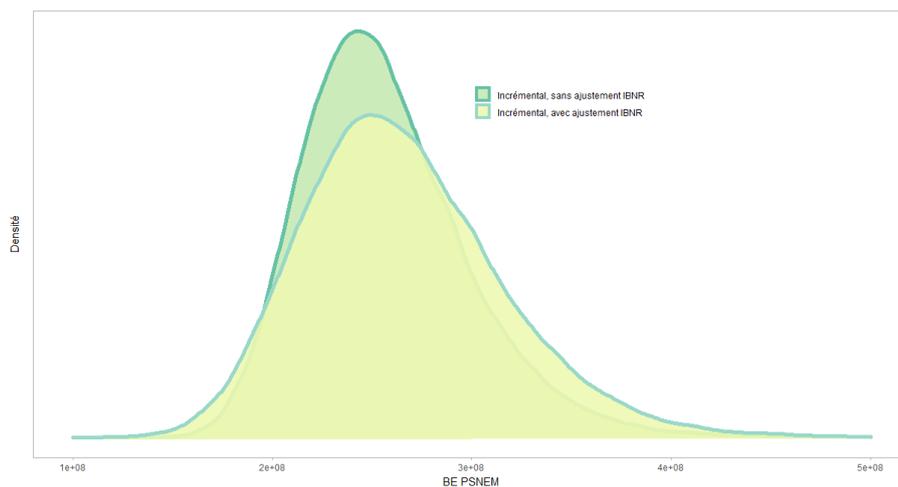


FIGURE 6.4 – Distributions des BE PSNEM obtenus avec le modèle incrémental, avec et sans ajustement des IBNR suite à l'inflation

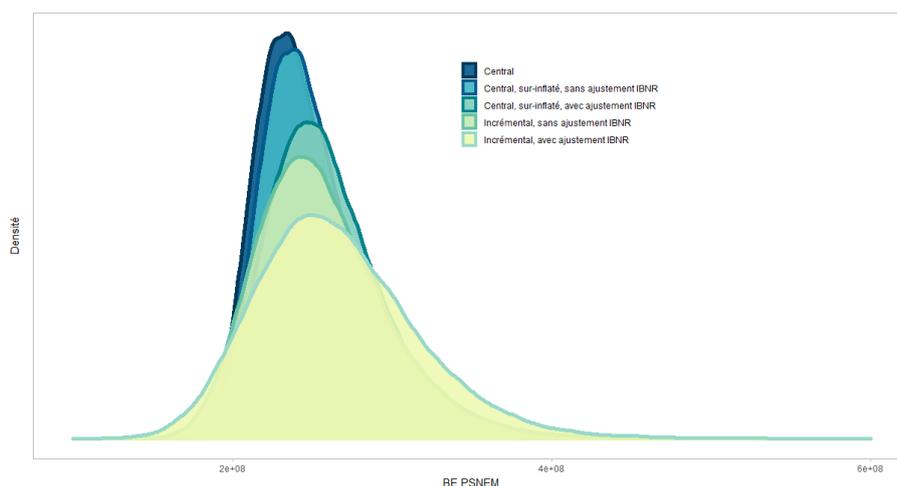


FIGURE 6.5 – Distributions des BE PSNEM obtenus avec le modèle central et le modèle incrémental, avec et sans ajustement des IBNR suite à l’inflation

La visualisation des distributions permet de bien voir qu’en intégrant une inflation aléatoire couplée à une sur-inflation, les modes sont translatés vers la droite et les courbes sont de plus en plus aplaties. Sur la Figure 6.3, plus l’ajout de couches d’inflation est important, avec d’abord la sur-inflation puis l’ajustement de l’ultime par les IBNR inflatés, plus ce décalage des courbes est important. De même, sur la Figure 6.4, c’est l’ajout de l’ajustement uniquement qui entraîne cette tendance qui découle en une augmentation du CoV de 16,3 % à 19,3 %. La Figure 6.5 permet d’observer cette évolution avec en plus le passage de la méthode centrale à la méthode incrémentale, c’est-à-dire le passage d’une seule diagonale inflatée, la diagonale $N+1$, à toutes les diagonales inflatées. Ici aussi, la couche d’inflation supplémentaire apportée par un nombre plus important de diagonales impactées se traduit par une augmentation de la moyenne et de l’écart-type, ce qui donne une apparence échelonnée aux différents distributions.

Les résultats issus de cette étude permettent de séparer les différents effets de volatilité qui se dégagent lors de l’ajout de l’inflation. Assez logiquement, plus le nombre de couches d’inflation est important, plus le coefficient de variation augmente. Le fait d’échelonner le processus en différentes étapes permet de prendre conscience de l’importance de l’analyse des tendances inflationnistes afin de sélectionner le nombre de couches adapté au contexte économique et ainsi de ne pas négliger l’incertitude qui en découle sur le calcul du SCR. Sur cette étude, la méthode incrémentale avec les PSAP inflatées serait la plus appropriée au vu du contexte actuel. Il faut néanmoins nuancer cette conclusion par le fait que, dans cette étude, la modélisation des PSAP a été effectuée avec des scénarios BT01 stochastiques. Pour rester cohérent avec les segments hors construction, il peut s’avérer pertinent d’appliquer une sur-inflation déterministe, avec par exemple un scénario BT01 moyen. Au vu des études précédentes, cela devrait mener en termes de coefficient de variation à un scénario similaire à la méthode incrémentale, PSAP non inflatées.

Les modèles de ce chapitre ont été appliqués sur le triangle PSAP mais aussi sur le triangle PSNEM, qui pourtant ne respectait ni l’hypothèse de variance, ni l’hypothèse d’identique distribution des résidus. Le chapitre suivant vise donc à contrer ce problème en utilisant un modèle alternatif sur ce triangle : le modèle de Verbeek.

Chapitre 7

Modèle alternatif : Modèle de Verbeek

L'hypothèse de linéarité de la méthode Chain-Ladder, mais aussi les hypothèses rejetées du modèle de Mack et du Bootstrap, posent problème sur le triangle PSNEM. Ce chapitre propose donc de contourner ces hypothèses en introduisant le modèle de Verbeek lors de l'étape de développement du triangle PSNEM qui suit la simulation de la diagonale $N+1$.

7.1 Description du modèle

Le modèle de Verbeek, introduit en 1972 [12], permet de séparer les données d'un triangle incrémental en deux effets : un effet lié au développement du sinistre noté $(r_k)_{0 \leq k \leq N-1}$ avec $\sum_{k=0}^{N-1} r_k = 1$ et un autre lié à l'année de paiement du sinistre, noté $(\lambda_k)_{0 \leq k \leq N-1}$. Une illustration est donnée en Figure 7.1.

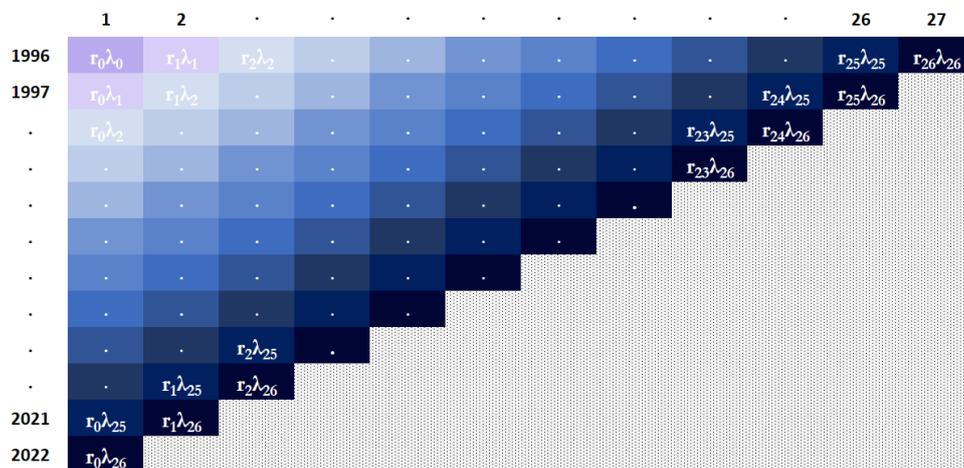


FIGURE 7.1 – Modèle de Verbeek : séparation en deux facteurs

Ce modèle s'applique initialement sur les triangles de nombre de sinistres. Le terme $(r_k)_{0 \leq k \leq N-1}$ correspond alors au poids relatif du développement k dans le nombre de sinistres total d'une année calendaire donnée et le terme $(\lambda_k)_{0 \leq k \leq N-1}$ représente la sinistralité totale estimée, toutes survenances confondues, pour une année calendaire donnée. Il est à noter que les valeurs de λ sont estimées comme si elles concernaient toutes N années de survenance. Dans la réalité, l'historique étant de taille finie, seule la diagonale N concerne bien N années de survenance. Les poids r permettent alors de se ramener au nombre d'années de

survenance disponibles.

Cependant, le modèle de Verbeek est également applicable sur des triangles de charges ou de paiements incrémentaux. Dans cette optique, le terme $(\lambda_k)_{0 \leq k \leq N-1}$ représente plutôt les paiements ou charges totaux estimés pour une année calendaire donnée, toujours sur N années de survenance, et le terme $(r_k)_{0 \leq k \leq N-1}$ répartit ce montant sur l'ensemble des survenances en tant que pseudo cadence de liquidation. Il faut toutefois noter que cette vision suppose que la sinistralité d'une année se répartit de manière équitable entre toutes les années de survenance selon la cadence de liquidation, ce qui n'est pas le cas en pratique puisque le nombre de sinistres rattaché à une année de survenance joue également un rôle important dans la détermination de la charge totale. Ainsi, rigoureusement, les montants à considérer ne sont pas les montants bruts $C_{i,j}$ mais plutôt les montants normalisés $S_{i,j} = \frac{C_{i,j}}{n_{i,j}}$ où $n_{i,j}$ correspond au nombre de sinistres pour l'année de survenance i après j années, y compris sinistres non encore manifestés. Sur base des montants $S_{i,j}$, la séparation du modèle de Verbeek permet finalement de distinguer l'effet lié à la cadence de liquidation et celui lié à l'inflation intrinsèque du triangle pourtant difficile voire impossible à capter en temps normal.

Les hypothèses du modèle de Verbeek se résument finalement de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} (H1) : \text{ Les montants } r_j \text{ sont indépendants de l'année de survenance} \\ (H2) : \forall 0 \leq i \leq N-1, \forall 0 \leq j \leq N-1, \mathbb{E}[S_{i,j}] = r_j \lambda_{i+j} \end{array} \right.$$

Ce modèle ne pose donc pas de contrainte de linéarité contrairement au modèle Chain-Ladder. En revanche, l'indépendance des années de survenance doit tout de même être respectée étant donné que les cadences r_j sont bien fixes peu importe l'année de survenance. De plus, une hypothèse implicite qui se pose est le fait qu'une fois les paramètres estimés, le triangle supérieur qui en découle doit être proche du triangle initial. Cette hypothèse va dans le sens de l'indépendance des années de survenance et peut donc être vue comme un moyen pour la confirmer ou l'infirmer.

Une fois les paramètres estimés, le triangle est développé par une approximation des $(\lambda_k)_{k \geq N}$ qui permet donc de calculer l'intégralité du triangle inférieur. Dans ce mémoire, c'est l'inflation estimée qui permettra de calculer les nouvelles valeurs de λ . Par exemple, λ_{26} étant ici la dernière valeur connue, et en supposant une inflation future représentée par le vecteur $(i_0, i_1, \dots, i_{n-1})$, une estimation possible des valeurs futures de λ en vision Survenance x Développement est donnée par : $\forall N \leq k$,

$$\lambda_k = \lambda_{k-1}(1 + i_{k-N})$$

7.2 Estimation des paramètres

Comme énoncé dans la description, le modèle de Verbeek repose sur deux paramètres : la cadence $(r_k)_{0 \leq k \leq N-1}$ et le montant total de la charge par année $(\lambda_k)_{0 \leq k \leq N-1}$. Taylor propose une résolution heuristique de ce problème dans son article [11] présentée ci-dessous.

Tout d'abord, il remarque que, étant donnée la relation $\sum_{k=0}^{N-1} r_k = 1$, en notant d_k la

somme sur la k-ième diagonale du triangle, il vient :

$$d_{N-1} = \lambda_{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} r_k = \lambda_{N-1}$$

D'où $\hat{\lambda}_{N-1} = d_{N-1}$.

Cette procédure peut être reproduite sur la diagonale N-1 :

$$d_{N-2} = \lambda_{N-2} \sum_{k=0}^{N-2} r_k = \lambda_{N-2}(1 - r_{N-1})$$

Il reste donc à trouver un estimateur de r_{N-1} . En notant v_k la somme sur la k-ième colonne du triangle, il est donné par :

$$\hat{r}_{N-1} = \frac{v_{N-1}}{\hat{\lambda}_{N-1}}$$

En remontant ainsi le long du triangle, les estimateurs des paramètres sont finalement donnés par la relation suivante :

$$\forall 0 \leq k \leq N-2, \begin{cases} \hat{\lambda}_k = \frac{d_k}{1 - \sum_{i=k+1}^{N-1} \hat{r}_i} \\ \hat{r}_k = \frac{v_k}{\sum_{i=k}^{N-1} \hat{\lambda}_i} \end{cases}$$

7.3 Approche mise en place dans le cadre du modèle construction

L'adaptation du modèle actuel proposée dans ce mémoire est la suivante. Tout d'abord, une intégration de l'inflation dans le calcul des PSAP suivie d'une ventilation des IBNR non inflatés dans le triangle PSNEM. Ensuite, la simulation de la diagonale N+1 en calibrant l'espérance de la loi Lognormale sur les coefficients moyen de développement Chain-Ladder mais en conservant cette fois-ci l'intégration de l'inflation BT01 et de la sur-inflation à cette étape. Étant donné que cette inflation pose problème pour la méthode Chain-Ladder, l'étape de calcul de nouveaux coefficients de développement est remplacée par la mise en place du modèle de Verbeek comprenant la diagonale N+1 simulée dans l'estimation des paramètres. Ensuite, une fois les poids $(r_k)_{0 \leq k \leq N-1}$ estimés, l'inflation future est intégrée dans le calcul des montants λ_k des survénances futures.

L'interprétation du modèle de Verbeek sur un triangle PSNEM diffère légèrement de celle du triangle PSAP. En effet, les facteurs $(\lambda_k)_{0 \leq k \leq N-1}$ modélisent ici les paiements totaux de l'année calendaire k sur N DROC, et les poids $(r_k)_{0 \leq k \leq N-1}$ représentent le poids du montant total associé au délai de survénance k par rapport aux autres délais de survénance. Dans les segments hors construction, il était plutôt attendu que les facteurs $(r_k)_{0 \leq k \leq N-1}$ soient décroissants ce qui n'est pas forcément le cas sur les segments construction. Il se peut en effet que les fissures ou autres sinistres majeurs pouvant affecter une bâtisse ne deviennent visibles que plusieurs années après la date de réception de l'ouvrage.

La complexité de la vision N+1 repose sur l'estimation du facteur λ_N de la diagonale N+1 simulée qui est représenté en Figure 7.2.

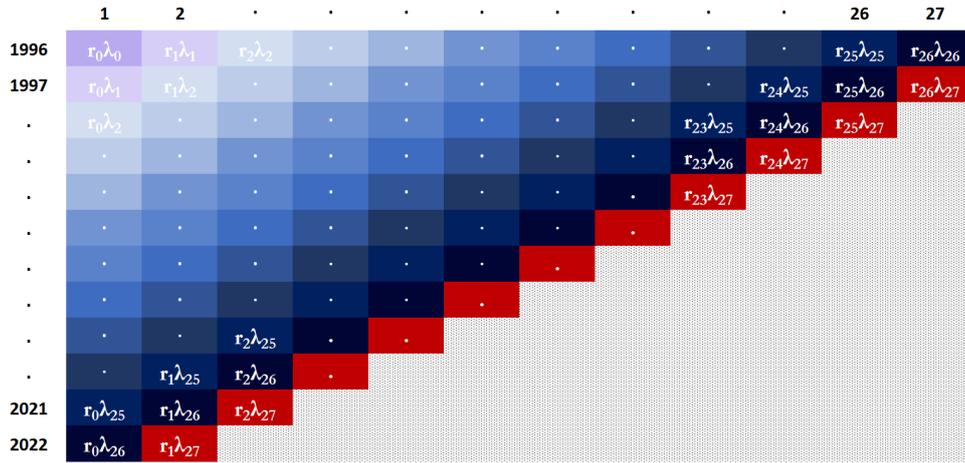


FIGURE 7.2 – Modèle de Verbeek avec ajout de la diagonale N+1 simulée

Pour ce faire, la première approche naturelle consiste à vouloir estimer ce nouveau paramètre à l'aide de la méthode présentée par Taylor sur les segments hors construction. Cela donnerait alors :

$$\hat{\lambda}_{27} = \frac{d_{27}}{(1 - \hat{r}_0)}$$

L'estimateur de r_0 s'obtient par la relation $\hat{r}_0 = \frac{v_0}{\sum_{k=0}^{26} \hat{\lambda}_k}$. Si λ_{26} a pour estimateur direct d_{26} , ce n'est pas le cas de λ_{25} qui nécessite une estimation de r_{26} . Or, l'estimateur de r_{26} étant $\hat{r}_{26} = \frac{v_{26}}{\lambda_{26} + \lambda_{27}}$, il devient clair que les estimations de λ_{27} et de r_0 se nécessitent mutuellement. Cela donne donc lieu à un système non linéaire de $2N+1$ équations dont la résolution est loin d'être évidente.

Afin de contourner ce problème, une autre approche peut être considérée, qui est celle qui sera utilisée dans ce mémoire. Elle consiste à travailler non pas sur le triangle de taille N , mais sur un sous-triangle de taille $N-1$ en enlevant la première DROC et le premier délai de survénance, ce qui donne un triangle comprenant autant d'informations qu'un triangle classique de taille $N-1$ grâce à l'introduction de la nouvelle diagonale. Une illustration est donnée en Figure 7.3. Sur ce nouveau triangle, les hypothèses du modèle de Verbeek sont reprises, c'est-à-dire que la somme des poids $(\tilde{r}_k)_{1 \leq k \leq N-1}$ vaut 1 et qu'ils sont identiques pour chaque DROC. Ce triangle sera donc pris en compte comme si la plus ancienne DROC et le premier délai de survénance n'avaient jamais existé.

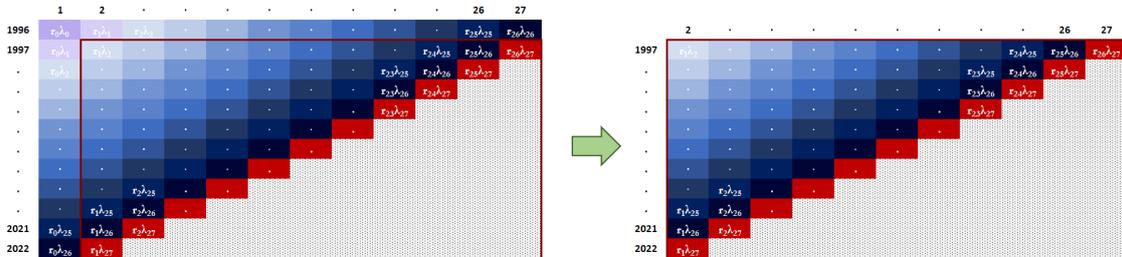


FIGURE 7.3 – Sous-triangle extrait pour utiliser le modèle de Verbeek

Le fait d'enlever la première survénance se justifie tout d'abord par le fait que le coefficient r_0 n'est pas utilisé pour développer la partie inférieure du triangle. Il sert en revanche à

estimer les différentes valeurs de λ sur chaque diagonale, qui sera le rôle tenu par r_1 . Ensuite, enlever la première DROC n'affecte pas non plus directement le développement du triangle étant donné qu'il s'agit d'une DROC entièrement développée, et de par son ancienneté il est peu probable qu'elle décrive fidèlement le comportement de survenance des DROC plus récentes.

Une fois les paramètres estimés sur le sous-triangle, il faut à nouveau pouvoir le développer en estimant les paramètres λ de sa partie inférieure. Pour ce faire, il faut procéder légèrement différemment de ce qui a été présenté dans la description du modèle en section 7.1, toujours du fait de la vision DROC x Survenance qui ne permet pas une application calendaire de l'inflation. Ainsi, pour chaque diagonale à estimer, le taux d'inflation moyen correspondant, variant selon l'année de survenance et les simulations de l'indice BT01, est calculé selon la méthodologie développée en section 5.4.2 avec la cadence alternative. Ensuite, il est appliqué à λ_{N-1} , c'est-à-dire à la dernière diagonale de charges directe du triangle PSNEM. Le taux d'inflation moyen utilisé varie donc en fonction de la diagonale estimée. Cette approche permet donc de considérer le paiement futur pour une survenance donnée en fonction du dernier paiement à date et de l'inflater suivant la cadence souhaitée. En d'autres termes, $\forall N \leq k$,

$$\lambda_k = \lambda_{N-1}(1 + i_{moy_{k-N}})$$

7.4 Application

La méthodologie du calcul des PSAP ainsi que la graine aléatoire utilisée sont identiques à celles employées dans le chapitre précédent. Les résultats y afférant sont donc toujours ceux du tableau 6.1. Ce sont les IBNR issus de la cadence alternative qui sont retenus et ventilés avant inflation dans le triangle PSNEM.

Une fois les IBNR ventilés, la simulation de la diagonale N+1 se fait en comprenant l'inflation, étant donné que l'objectif du modèle de Verbeek est de chercher les effets calendaires et de les capter. Cette étape est donc identique au modèle initial, mise à part l'utilisation de la cadence alternative au lieu de la cadence MIP pour le calcul de l'indice d'inflation moyen. Les calculs sont détaillés dans les sections 5.4.2 et 5.4.3.

Ensuite, le modèle de Verbeek est appliqué sur le sous triangle incrémental $\{X_{i,j} ; 2 \leq i, j \leq N\}$, c'est-à-dire sur des montants non normalisés. En effet, bien qu'il ait été mentionné l'intérêt, voire la nécessité théorique, de considérer les montants normalisés plutôt que les montants bruts, les données de nombre de sinistres à disposition ne commencent qu'en 2008 pour un historique débutant en 1996. Il faudrait donc développer la partie supérieure du triangle d'une autre manière que la partie inférieure, ce qui n'est pas justifiable. L'intérêt des modèles proposés dans ce mémoire étant d'explorer des nouvelles possibilités d'intégration de l'inflation par rapport au modèle actuel, les calculs seront tout de même menés, mais avec des réserves sur les résultats obtenus.

Tout d'abord, il faut vérifier la pertinence de l'utilisation du modèle en étudiant la dis-

tribution des résidus donnés par :

$$v_{i,j} = X_{i,j} - r_{j-1}\lambda_{i-1}$$

Pour cela, l'intérêt sera porté sur les résidus normalisés qui permettent d'avoir une meilleure vision des écarts relatifs :

$$\tilde{v}_{i,j} = \frac{X_{i,j} - r_{j-1}\lambda_{i-1}}{r_{j-1}\lambda_{i-1}}$$

Si le modèle est adapté aux données, alors ces résidus devraient être proches de 0. Pour chaque calcul d'écart-type PSNEM, le modèle est appliqué à 100 000 triangles. Toutefois, seuls les résidus de 1 000 triangles choisis aléatoirement seront étudiés. En effet, la structure de chacun des triangles est quasiment identique, aux IBNR distribués près. De plus, les IBNR sont eux-mêmes peu variables. Par conséquent, les Figures 7.4 et 7.5 ont été réalisées sur base d'un échantillon de 1 000 triangles.

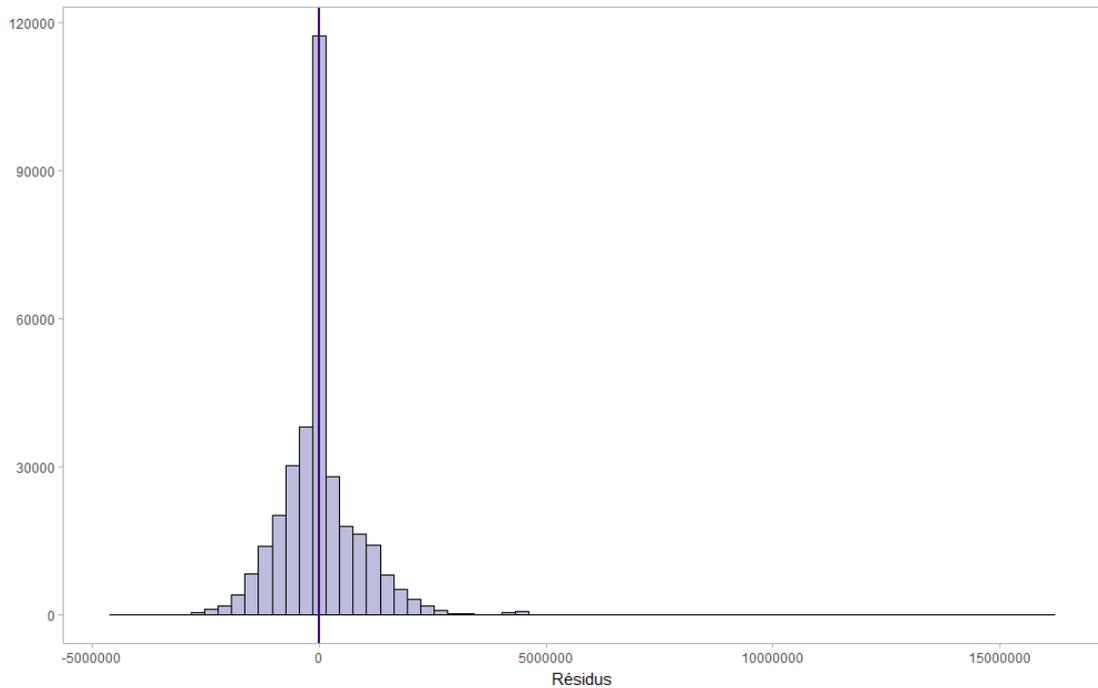


FIGURE 7.4 – Répartition des résidus issus de 1 000 triangles sur lesquels les paramètres de Verbeek ont été estimés

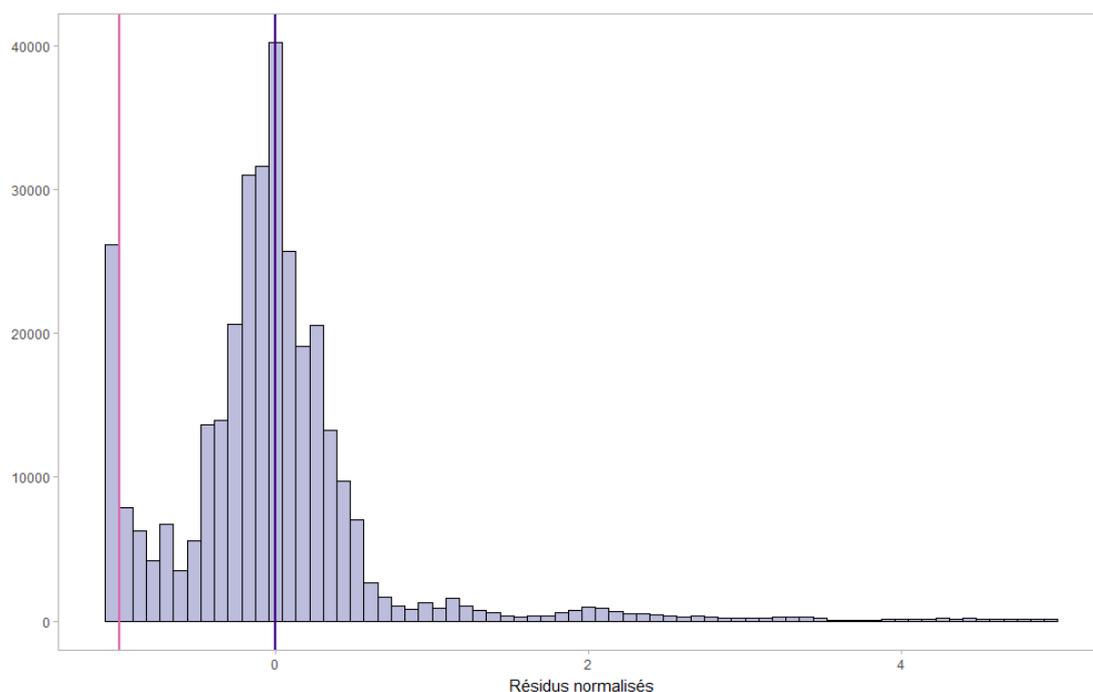


FIGURE 7.5 – Répartition des résidus normalisés issus de 1 000 triangles sur lesquels les paramètres de Verbeek ont été estimés

Sur le premier graphique, les résidus semblent bien situés autour de 0. La Figure 7.5 montrant les résidus normalisés permet d’avoir une meilleure vision de leur répartition. Il faut noter que le pic indiqué en rose correspond à une erreur relative de 100%. Cela vient du fait que le modèle de Verbeek distribue les poids par colonnes tandis que les variations de charges ou de paiements peuvent être nulles entre deux années consécutives lors du développement d’un sinistre, ce qui arrive régulièrement dans le secteur de l’assurance, sans pour autant que cela ne se répercute sur l’intégralité de la colonne.

Les résidus ont tout de même une tendance à être négatifs, ce qui signifie que les montants estimés avec les paramètres de Verbeek sont en général plus élevés que les montants réels du triangle.

Les tableaux ci-dessous montrent les résultats obtenus suite à l’application du modèle :

k€			
GTPL RCD	Central avec sur-inflation (PSAP inflatées)	Verbeek sans inflation (PSAP inflatées)	Verbeek avec inflation (PSAP inflatées)
Moyenne ultimes	1 128 398	1 127 233	1 140 789
BE PSNEM moyen	258 259	257 094	270 650
Ecart-Type	37 010	40 238	62 878
CoV	14,33%	15,65%	23,23%

TABLE 7.1 – Comparaison entre les résultats obtenus avec le modèle de Verbeek inflaté et non inflaté

k€

GTPL RCD	Central avec sur-inflation (PSAP inflatées)	Méthode incrémentale (PSAP inflatées)	Verbeek avec inflation (PSAP inflatées)
Moyenne ultimes	1 128 398	1 135 770	1 140 789
BE PSNEM moyen	258 259	265 631	270 650
Ecart-Type	37 010	50 804	62 878
CoV	14,33%	19,13%	23,23%

TABLE 7.2 – Comparaison entre l'écart-type PSNEM sur le modèle actuel y compris sur-inflation, sur le modèle incrémental et sur le modèle de Verbeek

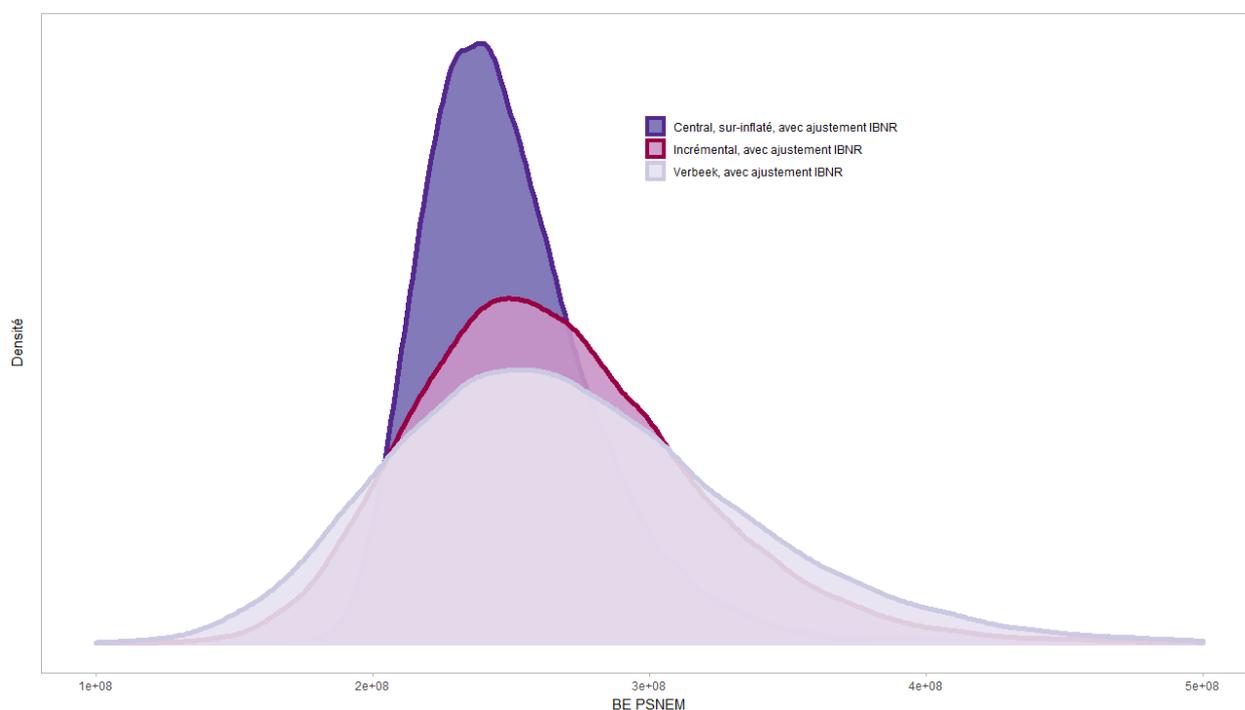


TABLE 7.3 – Distributions des PSNEM sur le modèle actuel y compris sur-inflation, sur le modèle incrémental et sur le modèle de Verbeek

Le tableau 7.1 permet tout d'abord de comparer les résultats obtenus avec le modèle central sur-inflaté et le modèle de Verbeek non inflaté, qui sont plutôt proches. Il est possible de remarquer que malgré des BE_{PSNEM} en moyenne légèrement plus faibles que ceux du modèle central sur-inflaté, l'écart-type du modèle de Verbeek est quant-à-lui plus élevé, ce qui se traduit en une hausse du coefficient de variation d'un point. Le modèle de Verbeek est donc initialement plus volatile que le modèle central sur-inflaté. Ainsi, il n'est pas étonnant de constater la forte hausse du coefficient de variation résultant du modèle de Verbeek inflaté.

Dans un deuxième temps, le tableau 7.2 permet de comparer à la fois le modèle central sur-inflaté, le modèle incrémental et le modèle de Verbeek inflaté. Ici encore, l'impact du choix du modèle sur le BE_{PSNEM} moyen est faible, mais les écarts-types sont affectés de manière conséquente. Le modèle de Verbeek appliqué tel quel ne paraît pas adapté à une estimation du coefficient de variation pour le calcul du SCR de réserves au vu de cette hausse de volatilité.

Le fait d'avoir utilisé le modèle de Verbeek sans normalisation préalable des paiements du fait de l'absence de données entre 1996 et 2008 peut être la source de cette forte volatilité. Ainsi, le modèle a été appliqué sur un triangle normalisé en tronquant les DROC antérieures à 2008 à titre comparatif. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

k€

GTPL RCD	Central avec sur-inflation (PSAP inflatées)	Méthode incrémentale (PSAP inflatées)	Verbeek inflation diag N+1 (PSAP inflatées)	Verbeek avec sur-inflation (PSAP inflatées)
Moyenne ultimes	749 432	757 334	695 040	709 445
BE PSNEM moyen	309 791	325 728	263 435	277 839
Ecart-Type	31 447	55 695	21 237	45 303
CoV	10,15%	17,10%	8,06%	16,31%

TABLE 7.4 – Comparaison entre l'écart type issu du modèle central et du modèle de Verbeek en tronquant l'historique en 2008

Les deux premières colonnes correspondent à des rejeux du modèle central et de la méthode incrémentale sur le triangle tronqué de l'historique d'avant 2008. Cette troncature résulte en une baisse des ultimes de charges, mais en une hausse du BE_{PSNEM} moyen, ce qui signifie que les paiements sur les DROC plus récentes sont moins avancés par rapport aux charges ultimes qui en découlent que sur l'historique tronqué.

Les deux dernières colonnes correspondent au modèle de Verbeek, d'abord en inflatant uniquement la diagonale N+1 pour pouvoir effectuer une comparaison avec le modèle central, et ensuite en inflatant l'ensemble des diagonales futures. Une première remarque peut être faite sur les ultimes qui sont inférieurs à ceux du modèle central calculés via Chain-Ladder, ce qui est une tendance inverse à celle observée précédemment lorsque l'ensemble de l'historique était considéré, mais surtout lorsque les montants du triangle n'étaient pas normalisés par le nombre de sinistres. Le CoV final obtenu après l'application de l'inflation est légèrement inférieur à celui de la méthode incrémentale.

Au vu de la différence observée entre la charge ultime centrale avec historique tronqué et celle obtenue via le modèle de Verbeek en tronquant l'historique et en inflatant uniquement la diagonale N+1, son utilisation telle que décrite dans ce mémoire n'est pas appropriée à l'évaluation de l'écart-type du BE_{PSNEM} . Sur le triangle complet, le fait de ne pas pouvoir normaliser les montants du triangle pose un problème théorique, mais l'ultime observé est presque identique à celui du modèle central et le rend donc envisageable. Cependant, la forte volatilité qui en découle en incorporant l'inflation, avec une hausse du CoV de près de neuf points par rapport au modèle central inflaté, fait du modèle incrémental un modèle qui paraît plus adapté.

Conclusion

En plus des contraintes réglementaires imposées par la norme Solvabilité II, les assureurs doivent désormais faire face à un contexte de forte inflation. Les modèles de la formule standard n'ont pas été calibrés dans un environnement de taux instables, et ce n'est pas non plus le cas de la plupart des modèles internes. Groupama a donc dû faire face à un besoin de renouveau dans son calcul de SCR afin de prendre en compte ce phénomène. Ce mémoire avait pour objectif d'intégrer des taux déterministes ou issus de modèles stochastiques dans la modélisation du risque de réserves de Groupama, et plus particulièrement sur les segments construction. En effet, outre la lenteur de la liquidation de ces segments qui peut prendre une vingtaine d'années, la spécificité décennale des garanties en construction force également à ajouter une provision supplémentaire, la PSNEM, en plus des provisions classiques que sont les PSAP. Les PSNEM concernent les sinistres non encore manifestés et sont donc extrêmement affectées par l'inflation. Groupama utilisant la méthode Chain-Ladder ainsi que la méthode de Merz-Wüthrich sous forme de Bootstrap, il s'agit des principales méthodes qui ont été étudiées.

Avant de s'attaquer au modèle construction en tant que tel, la première partie de ce mémoire portait d'abord sur l'intégration d'une sur-inflation déterministe sur les segments hors construction. En effet, la méthodologie de calcul des PSAP des segments construction est identique à celle employée sur les segments construction. Commencer par les segments hors construction a donc permis de construire le modèle dit incrémental dans un cadre simplifié, de le comparer avec le modèle central, avant de pouvoir le complexifier pour son adaptation au calcul des PSNEM.

L'étude sur les triangles PSAP a permis de mettre en exergue plusieurs points. Premièrement, l'hypothèse de linéarité de la méthode Chain-Ladder impose d'appliquer l'inflation après modélisation de l'ultime afin de ne pas ajouter d'effet calendaire. Le modèle employé dans ce mémoire a donc été construit sous cette contrainte. Ensuite, le modèle initial employé par Groupama était similaire sur les triangles de charges et sur les triangles de paiements. Il a été vu que cette application conduisait à des BE_{PSAP} sur-inflatés inférieurs aux BE_{PSAP} non inflatés sur les triangles de charges, malgré des taux positifs. Cela s'explique par la construction même des triangles de charges. En effet, de par les provisions qu'ils contiennent, les triangles de charges ont tendance à contenir des montants décroissants sur les premières années, à l'inverse du triangle de paiements. Les cadences de liquidation des triangles de charges sont donc par nature différentes de celles découlant des triangles de paiements. De plus, étant donné que l'inflation à appliquer dépend de la période à laquelle le paiement se rattache, c'est bien le moment du paiement, calculé avec une cadence de paiement, qu'il faut prendre en compte. Ainsi, afin de pallier cette problématique, le modèle a été revu par l'intégration des cadences de paiements venant décomposer l'ultime issu du triangle de charges. Les BE_{PSAP} qui en résultent sont effectivement supérieurs aux BE_{PSAP} non inflatés

initiaux. Concernant le calcul des écarts-types issus des PSAP, il a été possible de mettre en avant le fait qu'appliquer une sur-inflation déterministe les faisaient légèrement augmenter, de manière proportionnellement équivalente aux BE_{PSAP} . Ainsi, les coefficients de variation, utilisés afin de calculer le SCR de réserves, restaient stables après application de l'inflation, ce qui paraît cohérent et raisonnable.

Une fois cette étude préliminaire achevée, il a été possible d'aborder le cas des PSNEM. Les taux n'étaient cette fois-ci pas déterministes mais stochastiques, avec pour référence le taux BT01. Si l'inflation a pu être appliquée de manière calendaire en vision Survenance x Développement, le format DROC x Survenance des triangles utilisés pour calculer les PSNEM ne le permet pas. En effet, les montants associés à un couple DROC x Survenance sont en réalité rattachés à diverses années de développement. Tous les paiements d'une survenance n'ont donc pas été effectués à la date de ladite survenance, il faut donc prendre cet aspect en compte pour intégrer l'inflation. Une solution a été de calculer, pour chaque diagonale à inflater, un taux d'inflation moyen pondéré par une cadence de paiement. Ainsi, en moyenne, le bon taux est appliqué à la bonne part du montant total à inflater. En plus de cela, le triangle PSNEM est préalablement ventilé avec les IBNR calculés sur le triangle PSAP. Afin de ne pas double compter d'inflation, il a été choisi de ventiler des IBNR non inflatés, puis d'appliquer l'inflation avec les taux moyens pondérés et d'opérer un ajustement des IBNR afin de bien remettre la couche d'inflation qui n'avait pas été prise en compte au départ. Cette façon de procéder a mené à une hausse des BE_{PSAP} et des BE_{PSNEM} ainsi que des écarts-types correspondants, de la même manière que sur les segments hors construction. En revanche, il a été vu qu'appliquer des taux stochastiques a fait considérablement augmenter le coefficient de variation au global, là où un taux déterministe l'avait laissé stable. Cette observation est encore une fois cohérente avec l'étude effectuée en hors construction.

Enfin, le modèle de Verbeek a été mis en place en tant que modèle alternatif, s'agissant d'un modèle conçu précisément dans le but de capter les effets calendaires tels que l'inflation. Étant un modèle déterministe, une adaptation à une vision stochastique a été proposée. Cependant, si la hausse du BE_{PSNEM} constatée était raisonnable, l'écart-type quant-à-lui a doublé par rapport au modèle central, faisant monter le coefficient de variation de dix points. L'instabilité de la méthode, mais aussi son incompatibilité avec le triangle d'étude et les différences mêmes de calcul de BE_{PSNEM} qu'elle produit par rapport au modèle central ne fait pour l'instant pas de cette méthode un moyen fiable de calculer le risque de réserves pour Groupama.

Les modèles principaux mis en place pour intégrer l'inflation à la fois sur les segments construction et hors construction fournissent des résultats cohérents avec les résultats non inflatés. Ils ont permis de mettre en avant le fait que la nature même des taux employés, déterministes ou stochastiques, ont une large influence sur les résultats et l'évolution du coefficient de variation. Bien que ce mémoire ne traitait que de l'intégration de l'inflation, la modélisation même de ces taux n'est donc pas à négliger : tout ceci constitue un processus entier à suivre méticuleusement. Avec des taux déterministes, l'actuaire fait le choix d'une modélisation axée sur un choc du *Best Estimate*, avec un coefficient de variation stable. L'impact sur le SCR est donc faible. En revanche, avec des taux stochastiques, la dispersion autour du *Best Estimate* est bien plus importante : s'ensuit naturellement une augmentation du coefficient de variation. L'actuaire a également le choix de mélanger les deux phénomènes, c'est-à-dire d'insister à la fois sur la hausse du *Best Estimate* pour donner un choc tempo-

raire à ses réserves, mais aussi de conserver l'aspect aléatoire de l'inflation future avec des taux stochastiques pour traduire l'incertitude dans la hausse du SCR. Il est ainsi nécessaire de méticuleusement analyser le phénomène inflationniste afin de pouvoir sélectionner la méthode à retenir.

Un point à noter sur l'étude proposée dans ce mémoire est une absence de mise en *as-if* des triangles en hors construction avant l'application des modèles. Cela est principalement lié à la volonté de Groupama de ne pas risquer de déformer ses données en appliquant des taux qui ne refléteraient pas les effets calendaires, d'autant plus que ces derniers peuvent également découler de facteurs tels qu'un changement de stratégie de l'assureur. En revanche, dans un cadre où il est possible de capter les différents indices à employer, la mise en *as-if* pour passer en monnaie constante avant l'application des méthodes est primordiale, et notamment sur un modèle de type Chain-Ladder, afin de s'assurer que les coefficients de développement traduisent uniquement l'évolution de la sinistralité pure. Il s'agit donc là d'un axe d'amélioration des modèles proposés. Le modèle de Verbeek étudié est également améliorable, notamment en normalisant correctement les paiements ou les charges du triangle d'étude sur l'ensemble des données. Enfin, il ne faut pas négliger le fait que les différentes méthodes développées dans ce mémoire n'ont pas fait l'objet d'un test de sensibilité aux taux appliqués. Il s'agit d'un point particulièrement important pour assurer la robustesse et la fiabilité des modèles proposés, et par conséquent d'un axe d'amélioration de l'étude.

Appendices

Annexe A

Biais des estimateurs

Proposition A.0.1. *L'estimateur $\hat{\sigma}_j^2$ est un estimateur sans biais.*

Démonstration. Notons \mathcal{D} la tribu engendrée par l'ensemble $\{C_{i,j} ; i + j - 1 \leq N ; (i, j) \in \mathbb{N}^{*2}\}$, c'est-à-dire l'ensemble des montants de la partie supérieure gauche du triangle. Rappelons les trois hypothèses du modèle de Mack :

$$\begin{cases} (H1) : & \text{Les années de survenance sont indépendantes entre elles} \\ (H2) : & \mathbb{E}[C_{i,j+1} | C_{i,0}, \dots, C_{i,j}] = f_j C_{i,j} \\ (H3) : & \mathbb{V}(C_{i,j+1} | C_{i,0}, \dots, C_{i,j}) = \sigma_j^2 C_{i,j} \end{cases}$$

L'hypothèse d'indépendance des survenances permet de réécrire les hypothèses (H2) et (H3) comme suit :

$$\begin{cases} (H2) : & \mathbb{E}[C_{i,j+1} | \mathcal{D}] = f_j C_{i,j} \\ (H3) : & \mathbb{V}(C_{i,j+1} | \mathcal{D}) = \sigma_j^2 C_{i,j} \end{cases}$$

Ou encore, une autre forme de calcul utile découlant de la linéarité de l'espérance conditionnelle en $C_{i,j}$:

$$\begin{cases} (H2) : & \mathbb{E}[f_{i,j} | \mathcal{D}] = f_j \\ (H3) : & \mathbb{V}(f_{i,j} | \mathcal{D}) = \frac{\sigma_j^2}{C_{i,j}} \end{cases}$$

L'espérance conditionnelle à calculer est la suivante :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\hat{\sigma}_j^2 | \mathcal{D}] &= \frac{1}{N-j-1} \mathbb{E}\left[\sum_{i=1}^{N-j} C_{i,j} (f_{i,j} - \hat{f}_j)^2 | \mathcal{D}\right] \\ \mathbb{E}[\hat{\sigma}_j^2 | \mathcal{D}] &= \frac{1}{N-j-1} \mathbb{E}\left[\sum_{i=1}^{N-j} C_{i,j} (f_{i,j} - f_j + f_j - \hat{f}_j)^2 | \mathcal{D}\right] \\ \mathbb{E}[\hat{\sigma}_j^2 | \mathcal{D}] &= \frac{1}{N-j-1} \mathbb{E}\left[\sum_{i=1}^{N-j} C_{i,j} [(f_{i,j} - f_j)^2 + 2(f_{i,j} - f_j)(f_j - \hat{f}_j) + (f_j - \hat{f}_j)^2] | \mathcal{D}\right] \\ \mathbb{E}[\hat{\sigma}_j^2 | \mathcal{D}] &= \frac{1}{N-j-1} \sum_{i=1}^{N-j} C_{i,j} \underbrace{\mathbb{E}[(f_{i,j} - f_j)^2 | \mathcal{D}]}_A + 2 \underbrace{\mathbb{E}[(f_{i,j} - f_j)(f_j - \hat{f}_j) | \mathcal{D}]}_B + \underbrace{\mathbb{E}[(f_j - \hat{f}_j)^2 | \mathcal{D}]}_C \end{aligned}$$

Calcul de A :

$$A = \mathbb{E}[(f_{i,j} - f_j)^2 | \mathcal{D}] = \mathbb{V}(f_{i,j}) = \frac{\sigma_j^2}{C_{i,j}}$$

Calcul de B :

$$\begin{aligned} B &= \mathbb{E}[(f_{i,j} - f_j)(f_j - \hat{f}_j) | \mathcal{D}] \\ B &= \mathbb{E}[f_{i,j}f_j | \mathcal{D}] - \mathbb{E}[f_{i,j}\hat{f}_j | \mathcal{D}] - \mathbb{E}[f_j^2 | \mathcal{D}] + \mathbb{E}[f_j\hat{f}_j | \mathcal{D}] \\ B &= f_j^2 - \mathbb{E}[f_{i,j}\hat{f}_j | \mathcal{D}] \end{aligned}$$

En remplaçant \hat{f}_j :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[f_{i,j}\hat{f}_j | \mathcal{D}] &= \mathbb{E}\left[f_{i,j} \frac{\sum_{k=1}^{N-j} C_{k,j} f_{k,j}}{\sum_{k=1}^{N-j} C_{k,j}} \middle| \mathcal{D}\right] \\ \mathbb{E}[f_{i,j}\hat{f}_j | \mathcal{D}] &= \frac{1}{\sum_{k=1}^{N-j} C_{k,j}} \sum_{k=1}^{N-j} C_{k,j} \mathbb{E}[f_{i,j}f_{k,j} | \mathcal{D}] \\ \mathbb{E}[f_{i,j}\hat{f}_j | \mathcal{D}] &= \frac{1}{\sum_{k=1}^{N-j} C_{k,j}} \left(\sum_{k \neq i} C_{k,j} \mathbb{E}[f_{i,j} | \mathcal{D}] \mathbb{E}[f_{k,j} | \mathcal{D}] + C_{i,j} \mathbb{E}[f_{i,j}^2 | \mathcal{D}] \right) \\ \mathbb{E}[f_{i,j}\hat{f}_j | \mathcal{D}] &= \frac{1}{\sum_{k=1}^{N-j} C_{k,j}} \left(\sum_{k \neq i} C_{k,j} f_j^2 + C_{i,j} \left(\frac{\sigma_j^2}{C_{i,j}} + f_j^2 \right) \right) \\ \mathbb{E}[f_{i,j}\hat{f}_j | \mathcal{D}] &= \frac{1}{\sum_{k=1}^{N-j} C_{k,j}} \left(\sum_{k=1}^{N-j} C_{k,j} f_j^2 + \sigma_j^2 \right) \end{aligned}$$

D'où :

$$B = \frac{-\sigma_j^2}{\sum_{k=1}^{N-j} C_{k,j}}$$

Calcul de C :

$$C = \mathbb{E}[(f_j - \hat{f}_j)^2 | \mathcal{D}]$$

$$C = \mathbb{V}(\hat{f}_j | \mathcal{D})$$

$$C = \mathbb{V}\left(\frac{\sum_{k=1}^{N-j} C_{k,j} f_{k,j}}{\sum_{k=1}^{N-j} C_{k,j}} \middle| \mathcal{D}\right)$$

$$C = \frac{1}{\left(\sum_{k=1}^{N-j} C_{k,j}\right)^2} \sum_{k=1}^{N-j} \mathbb{V}(C_{k,j} f_{k,j} | \mathcal{D})$$

$$C = \frac{\sigma_j^2 \sum_{k=1}^{N-j} C_{k,j}}{\left(\sum_{k=1}^{N-j} C_{k,j}\right)^2}$$

$$C = \frac{\sigma_j^2}{\sum_{k=1}^{N-j} C_{k,j}}$$

Finalement,

$$\mathbb{E}[\hat{\sigma}_j^2 | \mathcal{D}] = \sum_{i=1}^{N-j} C_{i,j} \left(\frac{\sigma_j^2}{C_{i,j}} - 2 \frac{\sigma_j^2}{\sum_{k=1}^{N-j} C_{k,j}} + \frac{\sigma_j^2}{\sum_{k=1}^{N-j} C_{k,j}} \right)$$

$$\mathbb{E}[\hat{\sigma}_j^2 | \mathcal{D}] = (N-j)\sigma_j^2 - 2\sigma_j^2 + \sigma_j^2$$

$$\mathbb{E}[\hat{\sigma}_j^2 | \mathcal{D}] = (N-j-1)\sigma_j^2$$

Et il en découle :

$$\mathbb{E}[\hat{\sigma}_j^2 | \mathcal{D}] = \frac{1}{N-j-1} (N-j-1)\sigma_j^2 = \sigma_j^2$$

□

Bibliographie

- [1] ACPR. *Quelques statistiques concernant le marché français de l'assurance construction (garanties dommages-ouvrage et RC décennale)*. 2018.
- [2] Clément BOURRY. *Évaluation des provisions techniques et du capital économique associé au risque de réserve en assurance construction*. 2016.
- [3] Brice DEPLANTE. *Provisionnement et tarification en Dommages-Ouvrage*. 2006.
- [4] FÉDÉRATION FRANÇAISE DU BÂTIMENT. *Indice FFB du coût de la construction*. 2023. URL : https://www.outils.ffbatiment.fr/federation-francaise-du-batiment/le-batiment-et-vous/en_chiffres/indices-index/Chiffres_Index_FFB_Construction.html.
- [5] INSEE. *Index du bâtiment - BT01 - Référence 100 en janvier 1974 - Série arrêtée*. 2017.
- [6] INSEE. *Index du bâtiment - BT01 - Tous corps d'état - Base 2010*. 2023.
- [7] INSEE. *Indice des prix à la consommation*. 2023.
- [8] INSEE. *Indice du coût de la construction des immeubles à usage d'habitation (ICC)*. 2023.
- [9] Thomas MACK. *Measuring the Variability of Chain Ladder Reserve Estimates*. Munich Re, 1993.
- [10] Michael MERZ et Mario V. WÜTHRICH. *Modelling the Claims Development Result For Solvency Purposes*. 2008.
- [11] G.C. TAYLOR. *Separation of Inflation and Other Effects from the Distribution of Non-Life Insurance Claim Delays*. ASTIN Bulletin, 9, 219-230, 1977.
- [12] H.G. VERBEEK. *An Approach to the Analysis of Claims Experience in Motor Liability Excess of Loss Reinsurance*. ASTIN Bulletin, 6, 195-202, 1972.