



Mémoire présenté devant le jury de l'EURIA en vue de l'obtention du
Diplôme d'Actuaire EURIA
et de l'admission à l'Institut des Actuaire

le 09 Septembre 2022

Par : Sarah DOUKHOU

Titre : Amélioration du modèle interne non-vie de Groupama à travers l'étude
de la granularité adaptée au risque de primes du groupe

Confidentialité : Oui - (Durée: 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

**Membre présent du jury de l'Institut
des Actuaire :**
Pierre CORREGE
Davy SENGDY

Entreprise :
Groupama Assurances Mutuelles
Signature :

Signatures :

Membres présents du jury de l'EURIA : **Directeur de mémoire en entreprise :**
Daniel BOIVIN Charles MELIAND

Signature :

Invité :

Signature :

**Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de
documents actuariels**
(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable entreprise :

Signature du candidat :

Résumé

Dans le cadre de la réglementation Solvabilité II, les entreprises d'assurance ont des exigences de capital à respecter en se basant principalement sur le calcul du SCR et du MCR. Dans ce sens, le calcul du SCR de souscription non-vie du groupe Groupama et de GMA se fait en modèle interne partiel et fait l'objet d'une revue annuelle dans le but de son optimisation.

En effet, à la suite du dernier passage de l'ACPR en 2021, une segmentation plus cohérente avec le risque porté et les calculs faits au niveau de l'inventaire est demandée sur le risque de réserves. Parallèlement à cela, l'équipe de Modèle Interne Non-Vie étend l'étude au risque de souscription non-vie et Santé assimilée à la non-vie incluant le risque de primes qui fait l'objet de notre étude.

Dans ce contexte, nous avons procédé dans un premier temps à une vaste analyse de données pour cartographier les diverses granularités disponibles et juger quelle serait la maille la plus adaptée pour notre étude. Dans un deuxième temps, nous avons étudié des rapprochements et séparations « à priori » afin de refléter l'homogénéité ou la forte différence de nature parmi certains risques (séparation des professionnels des particuliers par exemple).

Ensuite nous poursuivrons l'analyse de la granularité optimale pour le modèle interne selon différentes approches statistiques. Pour finir, nous procéderons à l'initiation de la quantification de l'impact du passage à la maille d'étude retenue.

Mots clés: Modèle Interne Partiel, Risque de souscription, Risque de prime, Granularité, homogénéité du risque.

Abstract

According to Solvency II regulations, insurance companies must respect several capital requirements mainly based on the calculation of the SCR and the MCR. In this context, the Groupama Group and GMA calculate their non-life subscription SCR using a partial internal model that is reviewed annually to be optimized.

Indeed, following the last ACPR review in 2021, a more consistent segmentation with the risk carried and the calculations made at the level of the inventory was requested for the reserve risk. At the same time, the Non-Life Internal Model team is extending the study to the Non-Life and Health underwriting risk assimilated to the global non-Life including the premium risk which is the subject of our study.

In this context, we first conducted an extensive data analysis to map the various granularities available and to judge which would be the most suitable mesh for our study. In a second step, we studied "a priori" reconciliations and separations to reflect the homogeneity or the strong difference in nature among certain risks (separation of professionals from private individuals for example).

We will then continue the analysis of the optimal granularity for the internal model according to different statistical approaches. Finally, we will proceed to the initiation of the quantification of the impact of the passage at the selected study grid.

Mots clefs: Keywords : Partial Internal Model, Non-life subscription risk, Premiums Risk, Granularity, Risk homogeneity.

Remerciements

Bien qu'il soit difficile pour moi de décrire ma reconnaissance ainsi que ma gratitude envers toutes les personnes qui ont été là pour moi et qui m'ont aidée à accomplir ce travail, il apparaît opportun de commencer par des remerciements à tous ceux qui ont contribué favorablement à l'accomplissement de ce mémoire.

Tout d'abord, mes remerciements s'adressent à mon tuteur professionnel et manager d'équipe Charles MELIAND, à qui je dédie mes plus profonds respect et estime pour son accueil, son encadrement, sa disponibilité et plus particulièrement la qualité de ses conseils qui m'ont été d'une aide inestimable durant toute la période de mon stage ; surtout que cette dernière expérience en cursus universitaire et première dans le cadre de l'assurance non-vie m'a énormément marquée.

Également, je remercie toute l'équipe du modèle interne ainsi que toutes celles de la direction Actuariat Groupe dirigée par M. Sébastien KUNTZ pour leur accueil chaleureux, leur soutien et leur bienveillance. Aussi, je tiens à spécifier que ce travail n'aurait pas autant abouti sans l'encouragement, la bonne humeur et la contribution de plusieurs personnes dont principalement mon collègue Confucius CARPENTIER qui m'a soutenu jusqu'au bout.

Aussi, je tiens à remercier mon tuteur académique Brice FRANKE pour ses précieux conseils et son soutien et spécialement pour son suivi tout au long de la réalisation de ce mémoire.

Finalement, la liste se voit trop longue et je ne peux jamais faire part de toute la reconnaissance que j'ai envers de nombreuses personnes qui m'ont toujours épaulée et qui ont cru en moi, je ne peux oublier de remercier vivement le corps administratif et professoral de l'EURIA.

Note de synthèse

➤ Contexte

Dans le contexte réglementaire Solvabilité II, la majorité des entités de Groupama utilisent le modèle interne pour une quantification adéquate des risques qu'elles couvrent et donc un calcul spécifique de leurs exigences en capital. Cette approche de calcul du SCR fait particulièrement l'objet d'une revue annuelle de la part des autorités de contrôle assurantiel pour vérifier sa pertinence, sa justesse ainsi que son adéquation aux données disponibles.

Dans ce sens, après le dernier passage de l'ACPR, certaines recommandations ont été soulignées dans le cadre de la refonte du modèle interne de Groupama dont principalement l'observation relative à la maille actuelle de calcul du SCR du risque de souscription non-vie de la compagnie.

Effectivement, les différentes études se font actuellement au niveau des lignes d'activité Solvabilité II qui regroupent en l'occurrence un grand nombre de garanties présentant des risques hétérogènes.

Ainsi, l'étude présentée dans ce mémoire porte sur la proposition d'une granularité plus homogène de calcul du SCR de risque de prime particulièrement puisque nombreuses les études relatives au risque réserves, ce qui n'est pas le cas pour le risque de prime.

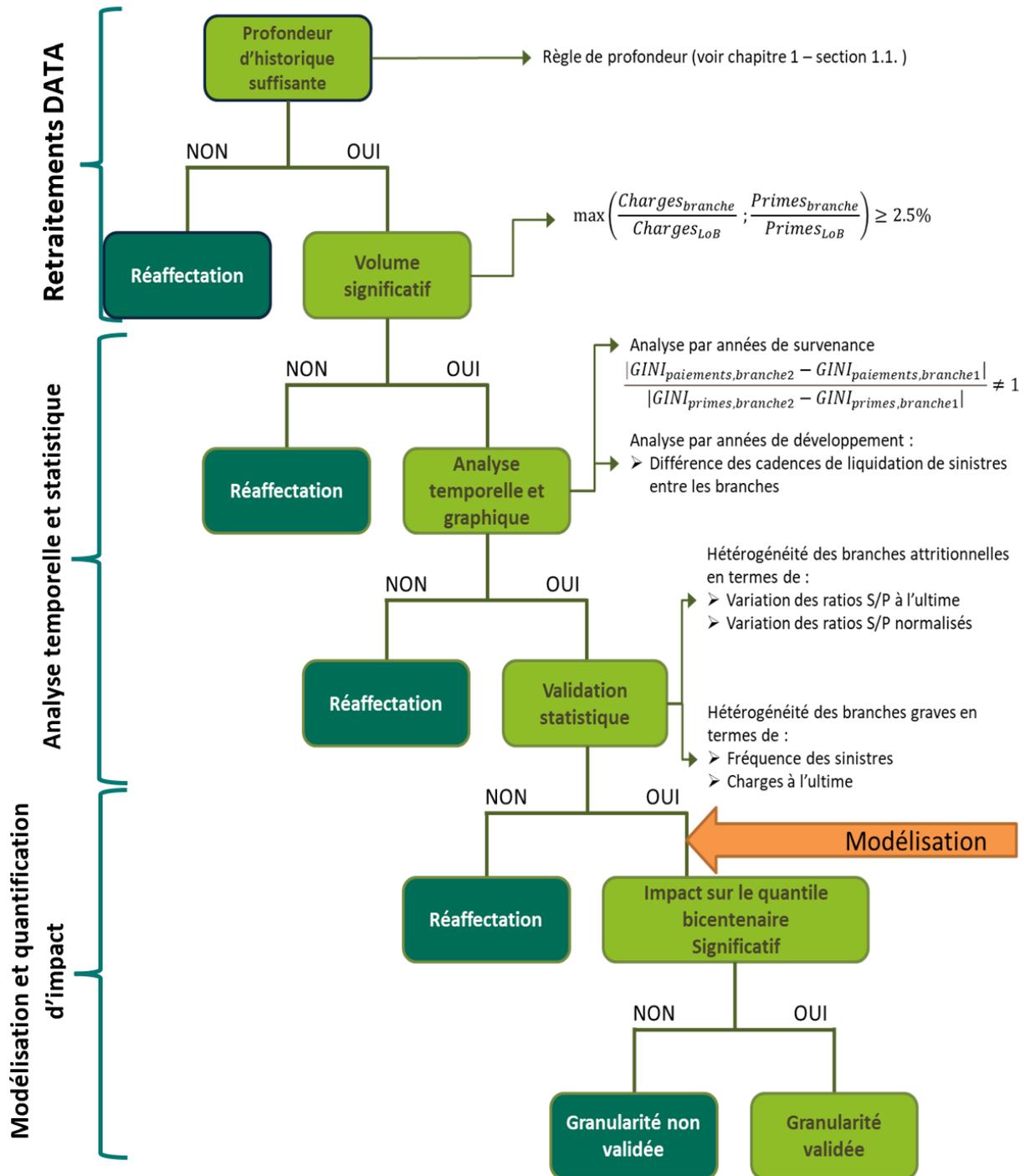
➤ Méthodologie

Cherchant à affiner la maille de calcul du SCR de risque de prime, nous commençons par recueillir les différentes données relatives aux mailles les plus fines possibles, à savoir celles adoptées pour la tarification et la réassurance. Ensuite, nous essayons de constituer les regroupements adéquats au processus suivi pour la modélisation. Pour ce faire, notre analyse des risques se base principalement sur trois étapes :

- La première partie où nous retraitions les premiers regroupements retenus selon des exigences temporelles et quantitatives, respectivement en termes de profondeur d'historique disponible et de volumes.
- La seconde étape porte sur l'analyse de l'hétérogénéité des branches

— La dernière section présente l'analyse de l'impact constaté à la suite de la modélisation au sein des branches ressortant des étapes précédentes

Finalement, nous aboutissons à un processus de validation permettant de passer inversement d'une maille très fine non-modélisable à une granularité qui répond particulièrement aux différentes attentes du modèle interne. Nous explicitons ce processus à travers le schéma représenté dans la page qui suit.



➤ Résultats et conclusion

Notre étude se focalise sur trois LoB (ou lignes d'activité) représentant de façon exhaustive les différentes lignes d'activité du portefeuille de Groupama. A l'issue du processus de validation, nous avons retenu 9 branches distinctes en termes de risque à savoir :

LoB SII	Branches
01_MEDICAL	SANTE_COLLECTIVE
	SANTE_INDIVIDUELLE
02_INCOME	AP_COLLECTIVE
	AP_INDIVIDUELLE
08_GTPL	RC_PARTICULIER
	RC_PRO_NON_AGRI
	RC_AGRICOLE
	RC_CONSTRUCTION
	RC_CONST_NON_DEC

FIGURE 1 – Tableau des branches finales retenues

La validation de la granularité proposée permettra d'étendre l'étude aux différentes LoBs. Aussi, elle sera la base de différentes études dont principalement celle portant sur l'étude des corrélations intrabranche pour la mise en place de la nouvelle maille de calcul du SCR de souscription non-vie.

Executive Summary

➤ Background

In the Solvency II regulatory context, the majority of Groupama's entities use the internal model for an adequate quantification of the risks they cover and therefore a specific calculation of their capital requirements. This approach to calculating the SCR is usually the subject of an annual review by the insurance supervisory authorities to verify its relevance, accuracy and appropriateness to the available data.

Therefore, after the last visit by the ACPR, certain recommendations were highlighted in the context of the reset of Groupama's internal model, particularly including the observation relating to the company's current non-life underwriting risk SCR calculation grid.

Indeed, the different studies are currently done at the level of the Solvency II lines of business, which in this case group together a panoply of guarantees with heterogeneous risks.

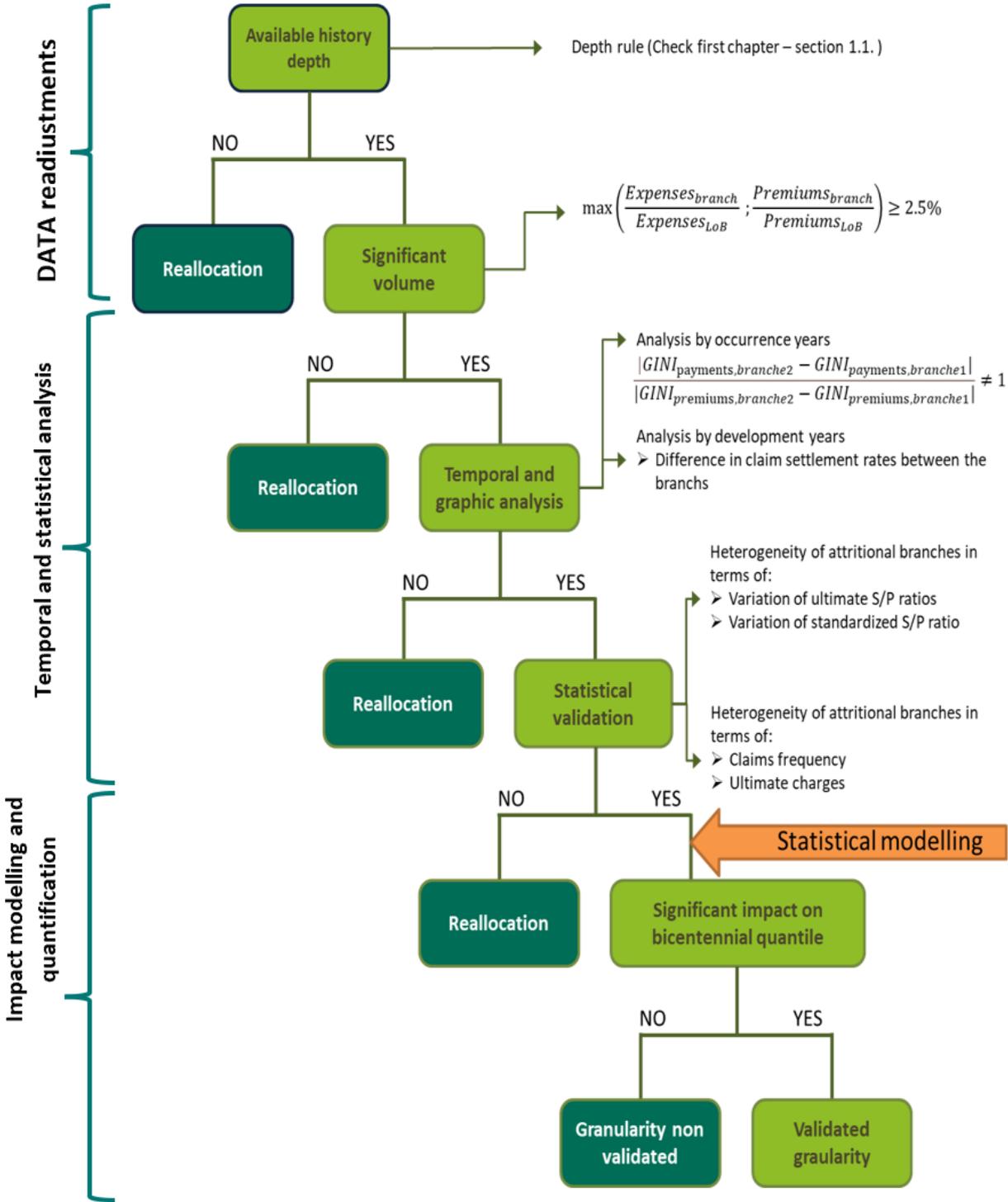
Thus, the study presented in this memorandum concerns the proposal of a more homogeneous granularity of calculation of the SCR of premium risk, particularly since there are many studies relating to reserve risk, which is not the case for premium risk.

➤ Methodology

In order to refine the grid for the calculation of the premium risk SCR, we first collect the different data related to the finest possible grids, namely those adopted for pricing and reinsurance. Then, we try to constitute the appropriate groupings for the process followed for the modeling. To do this, our risk analysis is based mainly on three steps :

- The first part where we remove the first selected groupings according to temporal and quantitative requirements, respectively in terms of available history depth and volumes.
- The second step deals with the analysis of the heterogeneity of the branches
- The last section presents the analysis of the impact observed following the modeling within the branches resulting from the previous steps

Finally, we end up with a validation process that allows us to go from a very fine grid that cannot be modeled to a granularity that meets the different expectations of the internal model. We explain this process through the following diagram.



➤ **Results and conclusion**

Our study focuses on three lines of Business that exhaustively represent the other ones in Groupama's portfolio. At the end of the validation process, we have retained 9 distinct branches in terms of risk :

LoB SII	Branches
01_MEDICAL	SANTE_COLLECTIVE
	SANTE_INDIVIDUELLE
02_INCOME	AP_COLLECTIVE
	AP_INDIVIDUELLE
08_GTPL	RC_PARTICULIER
	RC_PRO_NON_AGRI
	RC_AGRICOLE
	RC_CONSTRUCTION
	RC_CONST_NON_DEC

FIGURE 2 – Table of the final branches retained

The validation of the proposed granularity will allow the study us to extend to the different LoBs. It will also be the basis for various studies, including mainly the study of correlations between branches for the implementation of the new non-life underwriting SCR calculation grid.

Table des matières

Resumé	1
Abstract	2
Remerciements	3
Note de synthèse	4
Executive Summary	7
Introduction	15
I Aspects réglementaires et théoriques	16
1 Contexte réglementaire de l'étude	17
1.1 La Réglementation Solvabilité II	17
1.1.1 Principes et exigences	17
1.1.2 Formule standard vs Modèle Interne	21
1.1.2.1 Formule standard	21
1.1.2.2 Modèle interne	21
1.2 Le risque de souscription en assurance non-vie	23
1.2.1 Risque de catastrophe	23
1.2.2 Risque de rachat	23
1.2.3 Risque de prime et de réserve	23
2 Calcul du SCR du risque de primes au sein de Groupama	24
2.1 Décomposition du risque de souscription non-vie en modèle interne	24
2.2 Agrégation des modules de risque	26
2.3 Le calcul du SCR du risque de prime	29
2.3.1 Séparation et traitement des sinistres graves	29
2.3.1.1 Choix du seuil de séparation des sinistres	29
2.3.1.2 Modèle « fréquence x coût »	29
2.3.1.3 Modélisation de la charge des sinistres graves	30
2.3.1.3.1 Méthode de provisionnement de Chain Ladder	31
2.3.1.3.2 Mise en as-if des charges	31
2.3.1.3.3 Mise en as-if de la fréquence	33

2.3.2	Méthodologie de modélisation des sinistres attritionnels	33
2.4	Problématique	34
3	Outils, lois et tests statistiques utilisés	35
3.1	Lois statistiques	35
3.1.1	Lois utilisées pour la modélisation des charges et des S/P	35
3.1.1.1	Loi log-normale	35
3.1.1.2	Loi Gamma	35
3.1.1.3	Loi de Weibull	36
3.1.1.4	Loi de Pareto	36
3.1.2	Lois utilisées pour la modélisation de fréquences	37
3.1.2.1	Loi de Poisson	37
3.1.2.2	Loi Binomiale Négative	37
3.2	Méthodes de calibrage des lois	37
3.2.1	Méthode de maximum de vraisemblance	38
3.2.2	Méthode des moments	38
3.2.3	Méthode des moments pondérés par le volume des primes	39
3.3	Tests statistiques	40
3.3.1	Critère d'Information d'Akaike (AIC)	40
3.3.2	Test de Kolmogorov-Smirnov (K-S)	41
3.3.3	Test d'Anderson-Darling (A-D)	41
3.3.4	Test de Kuiper	41
II	Mise en application	43
4	Présentation du domaine d'études	44
4.1	Présentation des données qualitatives	44
4.2	Données retenues pour l'étude	45
4.3	Présentation des données quantitatives	47
5	Revue de la granularité du risque de prime	49
5.1	Présentation des branches <i>s_cat</i>	49
5.1.1	Retraitements	50
5.1.2	Branches finales retenues	54
5.2	Calcul des charges à l'ultime	55
5.3	Séparation des sinistres graves pour la LoB 08_GTPL	56
5.4	Analyse temporelle et graphique	58
5.4.1	Analyse par année de survenance : Courbe de Lorenz et Indice de GINI	59
5.5	Analyse par année de développement : Cadence des paiements et duration	68
5.6	Validation statistique	73
5.6.1	Indicateurs de rentabilité des sinistres attritionnels	73
5.6.1.1	Le ratio S/P	73
5.6.1.2	Le ratio S/P normalisé	77
5.7	Etude de l'impact de la granularité retenue sur le SCR risque de primes	77
5.7.1	Choix de la loi de modélisation	78

5.7.2	Calibrage de la loi statistique et calcul du quantile bicentenaire . . .	79
	Conclusion	81
	Annexe	81
	A Rappel des abréviations utilisées	82
	B Cartographie de réassurance	83
	B.1 Cartographie de la LoB 02_INCOME	83
	B.2 Cartographie de la LoB 08_GTPL	84
	C Graphiques des S/P normalisés	86
	Bibliographie	89

Table des figures

1	Tableau des branches finales retenues	6
2	Table of the final branches retained	9
1.1	Présentation des piliers de la norme de solvabilité II	18
1.2	Bilan simplifié d'une compagnie d'assurance sous Solvabilité II	19
1.3	Modules de risques du modèle interne partiel de Groupama	22
2.1	Tableau des lignes d'activité (LoB) SII	27
2.2	Exemple de mise en as-if des charges	32
2.3	Processus de modélisation du risque de prime en modèle interne	34
4.1	Carte des caisses régionales de Groupama	46
4.2	Tableau des entités retenues pour l'étude	46
5.1	Cartographie de réassurance de la ligne d'activité MEDICAL	50
5.2	Répartition des charges de sinistres de la LoB MEDICAL par branche de réassurance	52
5.3	Répartition des primes acquises de la LoB MEDICAL par branche de réassurance	52
5.4	Réaffectation des sous-catégories de réassurance de la LoB 02_INCOME	53
5.5	Répartition des charges de sinistres de la LoB 02_INCOME par branche de réassurance	53
5.6	Tableau de profondeur d'historique disponible pour les branches s_cat de la LoB 08_GTPL	54
5.7	Tableau des branches finales retenues à l'issu des premiers retraitements	55
5.8	Triangle de paiements incrémentaux	56
5.9	Données tête par tête des sinistres graves	57
5.10	Fréquence des sinistres graves par branche de la LoB 08_GTPL	58
5.11	Calcul simplifié de l'indice de GINI à partir de la courbe de Lorenz	59
5.12	Courbe de Lorenz des paiements par branche de la LoB 01_MEDICAL	61
5.13	Courbe de Lorenz et indices de GINI de la répartition primes acquises par branche de la LoB 01_MEDICAL	62
5.14	Courbe de Lorenz et indices de GINI de la répartition des paiements de sinistres par branche de la LoB 02_INCOME	63
5.15	Courbe de Lorenz et indices de GINI de la répartition des primes par branche de la LoB 02_INCOME	64
5.16	Courbe de Lorenz représentant la répartition des paiements de sinistres par branche de la partie construction de la LoB 08_GTPL	65

5.17	Courbe de Lorenz et indices de GINI de la répartition des primes acquises par branche de la partie construction de la LoB 08_GTPL	66
5.18	Courbe de Lorenz représentant la répartition des paiements de sinistres par branche de la partie hors construction de la LoB 08_GTPL	67
5.19	Courbe de Lorenz des primes acquises par branche de la partie hors construction de la LoB 08_GTPL	68
5.20	Tableau et graphe représentant la chronique de liquidation de sinistres pour les branches de la LoB 01_MEDICAL	69
5.21	Tableau et graphe de la chronique de liquidation des sinistres pour les branches de la LoB 02_INCOME	71
5.22	Tableau des cadences de liquidation des sinistres pour les branches de la LoB 08_GTPL	72
5.23	Graphe de la chronique de paiements de sinistres par branche de la LoB 08_GTPL	73
5.24	Evolution des ratios S/P par branche de la LoB 01_MEDICAL	74
5.25	Evolution des ratios S/P par branche de la LoB 02_INCOME	75
5.26	Evolution des ratios S/P pour les branches construction de la LoB 08_GTPL	76
5.27	Evolution des ratios S/P pour les branches hors construction de la LoB 08_GTPL	77
5.28	Résultats des tests statistiques de modélisation des S/P	78
5.29	Adéquation des lois pour la modélisation des S/P	79
5.30	Calibrage de la loi retenue selon les trois méthodes	80
C.1	Evolution des ratios S/P normalisés pour les branches de la LoB 01_MEDICAL	86
C.2	Evolution des ratios S/P normalisés pour les branches de la LoB 02_INCOME	86
C.3	Evolution des ratios S/P normalisés pour les branches construction de la LoB 08_GTPL	87
C.4	Evolution des ratios S/P normalisés pour les branches hors construction de la LoB 08_GTPL	87

Introduction

Dans le contexte actuel marqué par une sur-inflation qui impacte énormément de nombreux pays dont ceux de l'Union européenne, une augmentation des prestations prises en charge par les assurances non-vie est prévisible. En effet, les contrats sinistrés pourraient requérir des indemnisations dépassant les différentes prévisions calculées. Par conséquent, une bonne maîtrise des risques s'impose et particulièrement celle du risque de prime.

Effectivement, d'une part, le niveau des cotisations recueillies (acquises) ne s'adapte pas à cette situation particulière et d'autre part jusqu'à présent le risque de prime a été peu traité contrairement au risque de réserve qui a fait l'objet de plusieurs études au vu de son fort impact comptable.

Répondant principalement à l'une des dernières recommandations de l'ACPR, ce mémoire a pour objectif principal de proposer une granularité adéquate d'étude du risque de prime au sein du modèle interne de Groupama.

Pour ce faire, nous commencerons dans un premier temps par la présentation du contexte réglementaire de l'étude. Ensuite, nous introduirons la méthodologie actuellement utilisée pour le calcul du SCR de souscription non-vie dans le cadre du modèle interne de Groupama en nous focalisant principalement sur le risque de prime. Nous expliciterons par la suite la problématique à traiter ainsi que les différents atouts théoriques de base utilisés pour notre étude. Et finalement, les deux dernières sections présenteront les résultats obtenus à partir de nos analyses.

Première partie

Aspects réglementaires et théoriques

Chapitre 1

Contexte réglementaire de l'étude

1.1 La Réglementation Solvabilité II

Mise en vigueur en 2016, la directive Solvabilité II remplace Solvabilité I dans le cadre de la réglementation prudentielle des assureurs et réassureurs en Europe.

En effet, ayant pour principal objectif l'harmonisation du cadre prudentiel européen afin d'appuyer la transparence de l'activité d'assurance tout en renforçant la protection des assurés et en valorisant la compétitivité des compagnies d'assurance et de réassurance à l'échelle internationale, Solvabilité II définit bien un nouveau cadre de gestion de risque que ce soit en assurance vie ou en assurance non-vie.

Par ailleurs, la réglementation SII ne dicte pas un ensemble de règles rigides mais se base plutôt sur des principes permettant l'appréciation de la solidité financière de l'organisme et sa capacité à honorer ses différents engagements vis-à-vis de ses assurés.

1.1.1 Principes et exigences

Basé sur la structure de la norme bancaire « Bâle II », le cadre réglementaire Solvabilité II est fondé sur les trois piliers suivants :

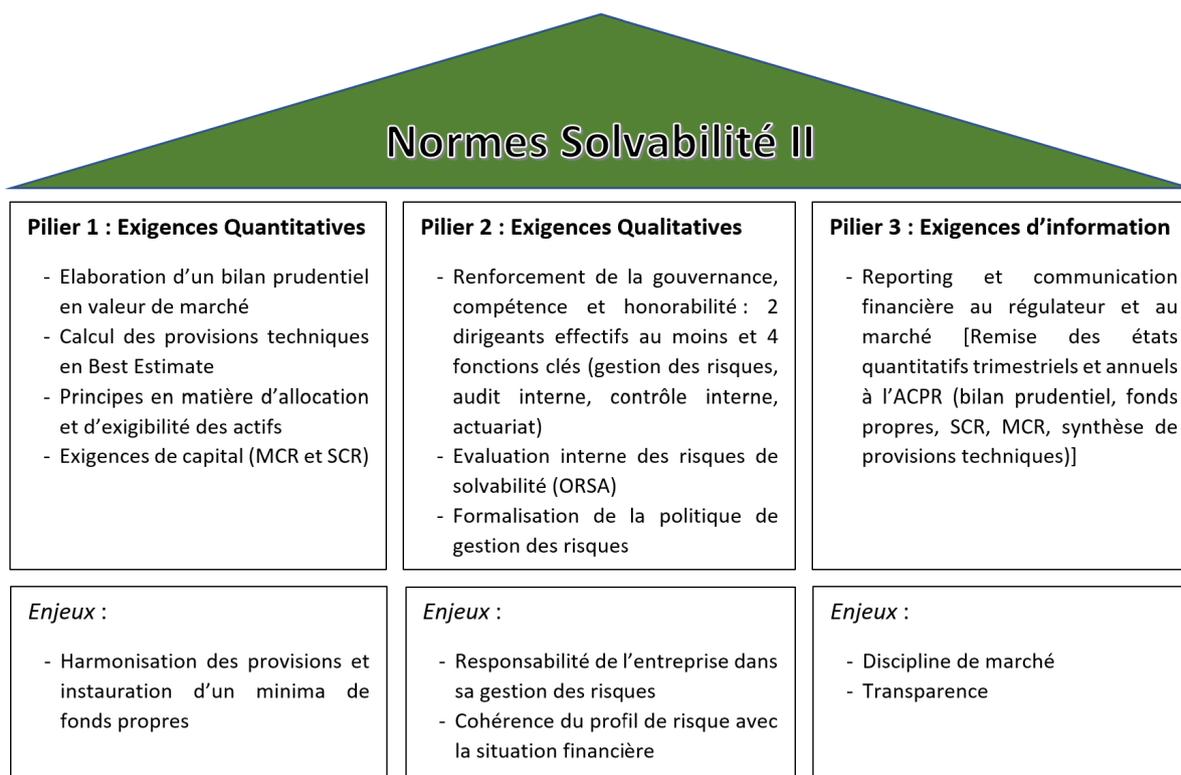


FIGURE 1.1 – Présentation des piliers de la norme de solvabilité II

Les notions d'évaluation, quantification et de gestion des risques qui font principalement l'objet et la finalité de notre étude, trouvent leurs racines principalement en réglementation Solvabilité II dans les deux premiers piliers. En l'occurrence, nous nous focalisons sur le pilier 1 qui permet d'apprécier la solvabilité de l'organisme à horizon d'un an.

En effet, ce dernier repose essentiellement sur la constitution du bilan prudentiel avec la vision économique qu'apporte la norme Solvabilité II ainsi que le calcul des niveaux de capital en fonds propres nécessaires à détenir par les compagnies d'assurance afin d'être en mesure d'honorer leurs engagements vis-à-vis des assurés.

Autrement dit, le pilier 1 exige aux assureurs de maintenir un bilan leur permettant de conserver des fonds propres suffisamment élevés pour faire face à un grand nombre de situations même fortement défavorables. Concrètement, ce premier pilier se synthétise en 2 axes principaux :

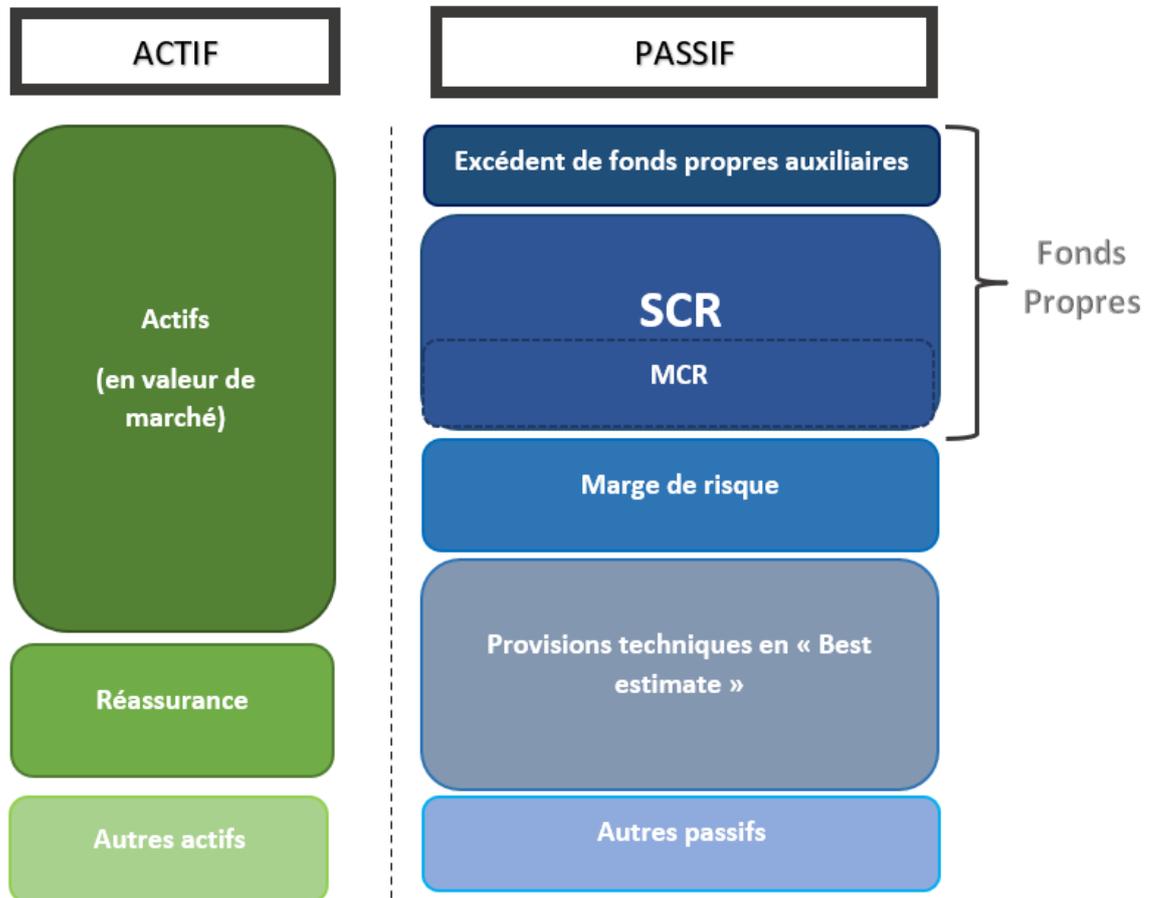
↔ **Axe 1 : Elaboration d'un bilan prudentiel Solvabilité II**

FIGURE 1.2 – Bilan simplifié d'une compagnie d'assurance sous Solvabilité II

- Dans le référentiel SII, les actifs sont évalués en valeur de marché et non en valeur historique amortie.

- Aussi, les provisions Best Estimate « BE » sont calculées à travers l'actualisation des différents flux probables futurs (prestations, primes, frais...) en utilisant la courbe des taux sans risque (fournie par l'EIOPA). En d'autres termes, le Best Estimate est défini par l'espérance des cash-flows futurs CF_t (primes futures, produits financiers, prestations, frais de gestion...) actualisés avec le taux sans risque r_t sur un horizon T jugé suffisant pour couvrir la durée de vie totale du portefeuille d'assurance et de réassurance :

$$BE = E \left(\sum_{t=0}^T \frac{CF_t}{(1 + r_t)^t} \right)$$

- Calcul du SCR et du MCR

Le SCR - Solvency Capital Required – est le niveau de capital minimal requis qui permettrait aux assureurs de ne pas se retrouver en défaut face à une sinistralité significative imprévue. Correspondant à la valeur en risque (Value-at-Risk) des fonds propres à un niveau de confiance de 99.5% à l’horizon d’un an, son calcul peut s’effectuer selon deux approches :

- La formule standard
- Le modèle interne (total ou partiel) qui devrait être validé par l’ACPR

Aussi, une partie du SCR nommé le MCR ou Minimum de Capital Requis représente un minimum en-dessous duquel l’ACPR pourrait considérer la compagnie d’assurance insolvable en allant jusqu’à lui retirer son agrément si la situation persiste.

- Calcul de la marge de risque

Conformément à l’article 77 de la Directive Solvabilité II, une marge pour risque (Risk Margin) est exigée pour les risques non couvrables tels que le risque de souscription ainsi que les risques opérationnels qui ne peuvent être transférés sur les marchés de capitaux. Cette marge est rajoutée aux provisions BE.

Son calcul, défini de façon précise dans les articles 37,38 et 39 du règlement délégué (UE) n°2015/35 de la Commission du 10 Octobre 2014, s’effectue en déterminant le coût de mobilisation de fonds propres éligibles égaux au SCR nécessaire pour honorer les engagements de l’assureur tout au long de leur période intégrale. Concrètement, ce calcul s’effectue de la manière suivante :

$$Risk\ Margin = CoC \times \sum_{t \geq 0} \frac{SCR_t}{(1 + r_{t+1})^{t+1}}$$

avec :

- CoC est le taux de coût du capital égal à 6%
- SCR_t représente le capital de solvabilité requis après t années
- r_{t+1} est le taux sans risque en $t + 1$

↔ **Axe 2 : Calcul du ratio de solvabilité**

En assurance IARD comme en assurance de personnes, le ratio de solvabilité est un indicateur fondamental relevant de la norme Solvabilité II. Il permet de s’assurer que le niveau des fonds propres dépasse suffisamment celui du SCR puisqu’il est défini par :

$$\text{Ratio de solvabilité} = \frac{\text{Fonds Propres}}{\text{SCR}}$$

En pratique, la situation financière d'une compagnie d'assurance est dans ce contexte jaugée comme suit :

- Un ratio de solvabilité supérieur à un seuil prédéfini RS_{min} (130% théoriquement mais pouvant varier selon l'entité en question) est signe de solvabilité de l'assurance.
- Un ratio de solvabilité compris entre 100% et le seuil RS_{min} signifie que l'assureur devrait être plus prudent et essayer d'augmenter son ratio pour éviter que sa situation se dégrade.
- Un ratio de solvabilité inférieur à 100% incarne une situation défavorable impliquant une intervention de l'ACPR qui impose à l'organisme de formuler un plan adéquat, réaliste, concret et rapide pour y remédier.

1.1.2 Formule standard vs Modèle Interne

1.1.2.1 Formule standard

Fournie par les autorités de régulation européennes, la formule standard est un calcul simplifié fondé sur des hypothèses simples selon une répartition des risques par modules auxquels sont associés des facteurs de risques pré-calibrés et suivant une méthode de calcul de la marge de fonds propres prédéfinie.

1.1.2.2 Modèle interne

Développé en interne par l'assureur et adéquatement à son propre profil et périmètre de risque, le modèle interne a pour but ultime d'essayer de reproduire son activité afin de s'adapter de manière spécifique et adéquate à son périmètre et profil de risque. Il reste toutefois soumis à des normes de validation et d'exécution définies par la Commission européenne (articles de 120 à 127 de la directive 2009/138/CE), telles que les normes de calibrage et de qualité statistique ainsi que les différents tests relatifs à l'utilisation du modèle.

Cette approche de calcul utilisées aujourd'hui par un bon nombre de compagnies d'assurance s'apparente généralement bénéfique pour l'assureur dans le sens où elle lui permet d'une part de prendre en considération les propriétés de son bilan non-adressées par la formule standard (risque de liquidité, corrélations entre les modules de risques, réassurance . . .) et d'autre part de bénéficier des effets de diversifications entre les risques traités.

En revanche, l'adoption d'un modèle interne peut s'avérer contraignante en termes de coût et de temps investis vu la difficulté de développement et de mise en place, la lourdeur des temps de calcul ainsi que le risque porté par le modèle même.

Finalement, le calcul en formule standard peut s'avérer simple puisque les facteurs de risque sont calibrés à partir de données des organismes européens. En revanche, pour plus d'exactitude, le recours à des paramètres spécifiques à l'entreprise permet d'affiner l'estimation du risque en tenant compte à la fois de l'expérience de l'organisme d'assurance et du facteur de risque de la formule standard. Ainsi, le modèle interne permet d'obtenir une évaluation de l'exigence du capital plus adéquate au profil de risque de l'entreprise mais il reste toutefois complexe pour sa mise en place et son suivi.

Il est à noter que la réglementation reste tout de même flexible sur ce point puisqu'elle offre la possibilité de se positionner entre les deux approches en recourant à un modèle interne partiel.

Pour sa simplicité et son adéquation, Groupama évalue certains de ses risques selon un modèle interne partiel, à savoir, comme le montre le schéma ci-dessous :

- Le risque de souscription non-vie
- Le risque de souscription de santé non similaire à la vie

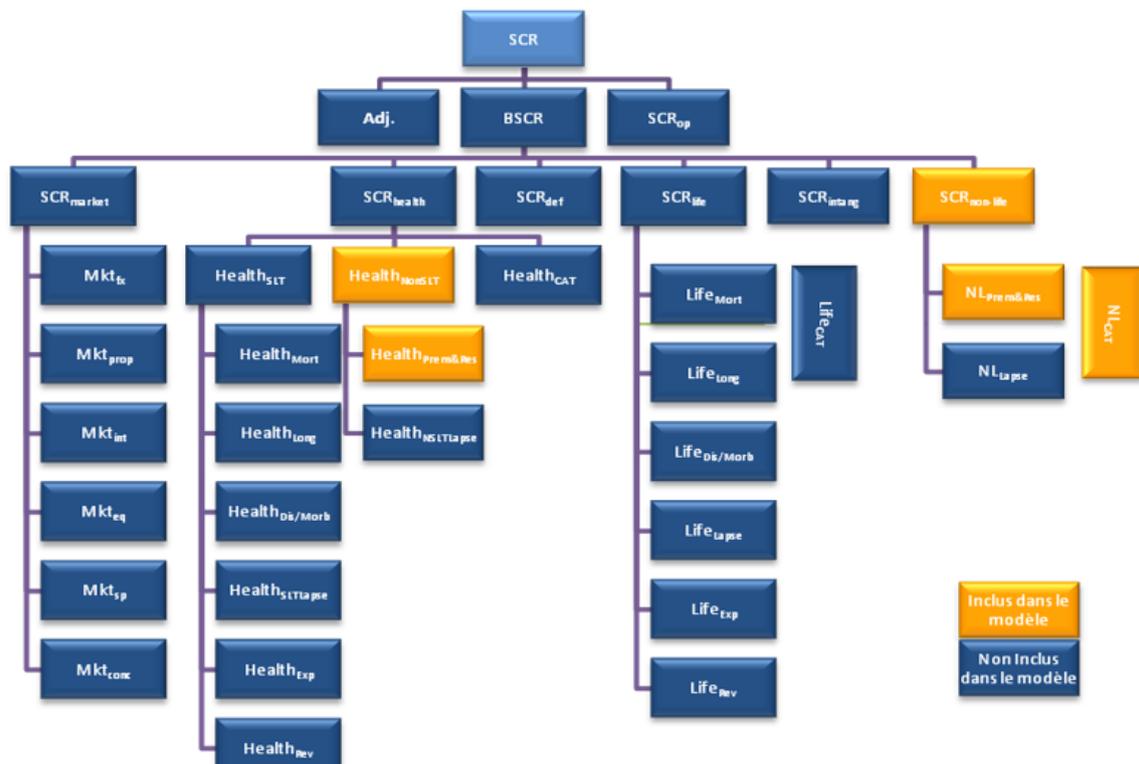


FIGURE 1.3 – Modules de risques du modèle interne partiel de Groupama

1.2 Le risque de souscription en assurance non-vie

Une compagnie d'assurance IARD est soumise à différents risques vu qu'elle couvre sur divers périmètres (automobile, habitation, agriculture . . .) les dégâts liés à des événements graves voir même destructifs tels que les incendies, les vols et les catastrophes naturelles.

En effet, la cartographie présentée dans la partie précédente qui n'est autre que la structure modulaire du risque telle que définie en norme Solvabilité II, met en relief le module de risque de « Souscription non-vie » qui représente le risque de variation défavorable des passifs résultant d'un provisionnement inadéquat ou d'une insuffisance de tarification. Selon le règlement délégué UE 2015/35, celui-ci se principalement des trois sous-modules suivants :

1.2.1 Risque de catastrophe

Défini comme étant le risque de perte ou de changement défavorable de la valeur des engagements d'assurance résultant d'une incertitude importante liée aux événements extrêmes ou exceptionnels qui pèse sur les hypothèses retenues en matière de prix (conformément à l'article 105 - paragraphe 2, point b - et - paragraphe 4, point c - de la directive 2009/138/CE)

1.2.2 Risque de rachat

Le risque de rachat correspond au risque qu'un assuré rachète son contrat en arrêtant de payer ses cotisations. L'effet de sous-module de risque est négligeable en assurance non-vie en comparaison avec celle des assurances de personnes.

1.2.3 Risque de prime et de réserve

Les deux principaux risques auquel est soumis un produit d'assurance non-vie sont définis comme suit :

- Le risque de réserve ou de provisionnement qui mesure la sous-évaluation de la charge des sinistres restants.
- Le risque de prime qui mesure l'incertitude sur la rentabilité de la collecte future, il s'agit du risque de sous-tarification. Notre étude se focalise principalement sur le risque de prime et la granularité de sa maille de calcul.

Notre étude se focalise principalement sur le risque de prime et la granularité de sa maille de calcul.

Chapitre 2

Calcul du SCR du risque de primes au sein de Groupama

2.1 Décomposition du risque de souscription non-vie en modèle interne

Comme en Formule Standard, la mesure de risque retenue en modèle interne partiel pour le calcul du SCR de souscription non-vie est la Value-at-Risk au même niveau de risque (probabilité de ruine de 99.5 % sur le même horizon d'un an. Ainsi, le SCR non-vie peut être défini comme l'opposé de la VaR à 0.5 % de la variation à 1 an de situation nette que l'on note SN ou encore la différence entre les passifs et les actifs en valeur économique pour une nouvelle année de souscription.

Dans une approche bilancielle telle que présentée dans le corpus méthodologique de Groupama et ses différentes annexes, le SCR est défini par la relation suivante :

$$SCR = -VaR_{0.5\%}(\Delta SN) = -VaR_{0.5\%}(SN_1 - SN_0)$$

Où $\Delta SN = SN_1 - SN_0$ correspond à la variation de la situation nette ou encore à la variation de la différence entre les actifs en valeur de marché et la somme du best estimate et de la marge pour risque. Plus exactement, les situations nettes SN_1, SN_0 s'écrivent respectivement à :

$$SN_0 = A_0 - BE_0^{Pr} - BE_0^{Res} - RM_0$$
$$SN_1 = A_1 - BE_1^{Pr} - BE_1^{Res,New} - P_1^{New} - BE_1^{Res,Stock} - P_1^{Stock} - F + PE - RM_1$$

Avec :

- A_i : Actifs en valeur de marché à la date t=i

- BE_i^{Pr} : Provisions pour primes en Best Estimate à $t=i$
- RM_i : Marge pour risque en $t=i$
- $BE_1^{Res,New}, BE_1^{Res,Stock}$: Provisions pour sinistres (respectivement nouveaux sinistres et sinistres en stock) en Best Estimate à $t=1$
- P_1^{New}, P_1^{Stock} : Paiements relatifs respectivement aux nouveaux sinistres et aux sinistres en stock au cours de l'année 1
- F : Les différents frais administratifs, d'acquisition et de gestion
- PE : Primes émises pour la nouvelle année de souscription

En supposant que la compagnie n'est soumise qu'au risque de souscription non-vie (en négligeant la variation d'actifs), nous notons :

- R : les boni/mali sur le stock de provisions pour sinistres en Best Estimate incarnant le risque de provisionnement ou risque de réserve :

$$R = BE_1^{Res,Stock} + P_1^{Stock} - BE_0^{Res} \text{ avec } E(R) = 0$$

- S : la charge sinistre relative aux nouveaux sinistres donnant lieu à un risque de prime :

$$S = BE_1^{Res,New} + P_1^{New}$$

La variation de la situation nette s'écrit donc :

$$\Delta SN = -R - S - F + PE + BE_0^{Pr} - BE_1^{Pr} + RM_0 - RM_1$$

De façon plus détaillée, nous désignons par :

$$PE = PA + PNA_1 - PNA_0$$

$$BE_i^{Pr} = PNA_i \times \tau_i^{i+1} + PVFP_i \times (\tau_i^{i+1} - 1)$$

Avec :

- PA : Primes acquises de l'année 1
- PNA_i : Provisions pour primes non acquises comptabilisées en fin d'année i
- τ_i^{i+1} : meilleure estimation, vue en fin d'année i , du ratio combiné net de réassurance de l'année $i+1$
- $PVFP_i$ (Present Value of Future Premiums) : assiette de primes futures comptabilisées en fin d'année i

Ainsi la relation (2) devient :

$$\begin{aligned} \Delta SN = & -R - S - F + PA + PNA_1 - PNA_0 + (1 - \tau_1^2) \times PNA_0 + PVFP_0 \\ & - (1 - \tau_0^1) \times PNA_1 + PVFP_1 + RM_0 - RM_1 \end{aligned}$$

Ce calcul de variation nette est simplifié grâce aux hypothèses suivantes :

- Les volumes sous risque de provision pour primes nettes de réassurance en fin d'année 1 (PNA_1 et $PVFP_1$) sont considérés déterministes.
- La variation de marge de risque est supposée négligeable.

Finalement, en notant $RT = -R - S - F + PA$ le résultat technique en vision économique vu en fin d'année 1, la formule (1) du SCR de souscription non-vie se présentera comme suit :

$$\begin{aligned} SCR = & -VaR_{0.5\%} (RT + (\tau_0^1 - \tau_1^2) \times (PNA_1 + PVFP_1)) \\ & + (1 - \tau_0^1) \times (PNA_0 + PVFP_0 - PNA_1 - PVFP_1) \end{aligned}$$

2.2 Agrégation des modules de risque

La dernière relation de calcul du SCR du risque de souscription non-vie retenue ci-dessus de ce chapitre montre qu'il est essentiel de passer tout d'abord par un calcul de résultat technique. Ce dernier est actuellement effectué par ligne d'activité (Line of Business ou LoB) Solvabilité II.

En effet, dans le cadre de la réglementation Solvabilité II, les assureurs doivent au minimum segmenter leurs engagements selon les secteurs d'activité prescrits. Pour le modèle interne de Groupama, cette segmentation se présente comme suit :

LIBELLE	Signification / LoB SII
01_D_MEDICAL	1- Assurance des frais médicaux
02_D_INCOME	2- Assurance de protection du revenu
04_D_MTPL	4- Assurance responsabilité civile automobile
05_D_MOTOR_OTHER	5- Assurance des dommages automobiles
06_D_MAT	6- Assurance de marine, aviation et transport
07_D_FIRE	7- Assurance incendie et autres dommages aux biens
08_D_GPTL	8- Assurance responsabilité civile générale
09_D_CREDIT	9- Assurance de crédit et cautionnement
10_D_LEGAL	10- Assurance protection juridique
11_D_ASSISTANCE	11- Assistance
12_D_MISC	12- Pertes financières diverses

FIGURE 2.1 – Tableau des lignes d'activité (LoB) SII

Ainsi, en reprenant les notations de la section précédente, le résultat technique d'une LoB i s'écrit :

$$RT_i = -S_i - R_i - F_i + Pr_i$$

Et le SCR global toutes LoB comprises est calculé de façon détaillée selon la formule :

$$SCR = -VaR_{0.5\%} \left(\sum_{i \in LoB} [-S_i - R_i - F_i + Pr_i + (\tau_{0,i}^1 \tau_{1,i}^2) \times (PNA_{1,i} + PVFP_{1,i})] \right) \\ + \sum_{i \in LoB} [(1 - \tau_{0,i}^1) \times (PNA_{0,i} + PVFP_{0,i} - PNA_{1,i} - PVFP_{1,i})]$$

En modèle interne, la distribution de la partie non-déterministe est obtenue via une approche modulaire qui distingue le risque de réserve et le risque de prime telle que présentée ci-après.

Pour la suite, afin de simplifier l'écriture, nous notons pour chaque LoB i :

$$SCR_i = VaR_{99.5\%} (X_i) + C_i$$

Avec $X_i = R_i + S_i + \tau_{1,i}^2 \times (PNA_{1,i} + PVFP_{1,i})$ aléatoire et $C_i = F_i - Pr_i + (1 - \tau_{0,i}^1) \times (PNA_{0,i} + PVFP_{0,i}) - (PNA_{1,i} + PVFP_{1,i})$ déterministe.

En centrant les variables R_i et $S_i + \tau_{1,i}^2 \times (PNA_{1,i} + PVFP_{1,i})$ et en leur associant respectivement des écarts-types σ_i^R et σ_i^P , nous obtenons :

$$\begin{aligned} VaR_{99.5\%}(X_i - E(X_i)) &= VaR_{99.5\%}i + S_i + \tau_{1,i}^2 \times (PNA_{1,i} + PVFP_{1,i}) \\ &\quad - E(S_i) - E(\tau_1^2) \times (PNA_{1,i} + PVFP_{1,i}) \end{aligned}$$

Cette écriture ressort des deux composantes du risque de souscription non-vie, à savoir :

- Le SCR du risque de réserve $SCR_{res}^i = VaR_{99.5\%}(R_i)$
- Le variation de sinistralité à 99.5% au-delà de la moyenne :

$$S\check{C}R_{pr}^i = VaR_{99.5\%}([S_i + \tau_{1,i}^2 \times (PNA_{1,i} + PVFP_{1,i})] - [E(S_i) + E(\tau_1^2)(PNA_{1,i} + PVFP_{1,i})])$$

Nous notons aussi que dans un cadre elliptique, nous avons :

$$VaR_{99.5\%}(X_i - E(X_i)) = q\sqrt{(\sigma_i^R)^2 + (\sigma_i^P)^2 + 2\rho_{R,P} \times \sigma_i^R \times \sigma_i^P}$$

Avec q le quantile à 99.5% d'une loi normale centrée réduite et $\rho_{R,P}$ le coefficient de corrélation entre le risque de prime et le risque de réserve.

Puisque notre étude s'intéresse particulièrement au risque de prime, nous considérons que les lignes d'activité sont soumises uniquement au risque de prime et nous retrouvons le SCR du risque de prime :

$$SCR_i = S\check{C}R_{pr}^i + E(RT_i) + (1 - \tau_{0,i}^1) \times (PNA_{0,i} + PVFP_{0,i} - PNA_{1,i} - PVFP_{1,i})$$

Concrètement, ce calcul quantifie le risque que les prestations de la sinistralité future dépassent le palier des primes acquises prévues en reposant sur le quantile bicentenaire qui sera la base de nos comparaisons in fine de l'impact de mise en place de la granularité retenue à l'issue de notre étude.

2.3 Le calcul du SCR du risque de prime

Généralement associé à une sinistralité future non anticipée, le risque de prime reflète la partie non couverte par insuffisance de tarification. Sa modélisation a donc pour objectif de quantifier le risque que les montants de sinistres futurs dépassent ceux des cotisations acquises. Il est donc nécessaire d'étudier le comportement de la survenance des sinistres et d'établir un modèle statistique qui prédit la sinistralité avec le moins d'erreurs possibles.

Ainsi, pour la couverture de ce risque, le modèle interne de Groupama distingue entre deux types de sinistres : graves et attritionnels et leur attribue deux processus distincts de projection future.

2.3.1 Séparation et traitement des sinistres graves

2.3.1.1 Choix du seuil de séparation des sinistres

A partir d'un certain degré de gravité, la sinistralité devient atypique et ne peut être traitée ni appréhendée de manière similaire à celle de la sinistralité habituelle.

Le seuil à partir duquel la sinistralité est considérée grave diffère en modèle interne de celui utilisé par les systèmes d'information des business units pour l'extraction des sinistres individuels fixé à 500.000 euros.

Effectivement, la détermination du seuil des graves est basée sur des analyses statistiques réalisées au cours des travaux de calibrage. Ainsi, principalement fondées sur la théorie des valeurs extrêmes, les méthodes statistiques implémentées consistent à représenter graphiquement :

- La fonction moyenne des excès F (ou Mean Excess Plot) selon le seuil k : $F(k) = E[X - k | X > k]$ qui devient affine lorsque X suit une loi de Pareto généralisée. Ainsi, le seuil optimal des graves à retenir serait celui à partir duquel $F(k)$ aurait une forme linéaire.
- L'estimateur de Hill $\xi_{j,n}^{Hill} = \frac{1}{j} \sum_{i=1}^j \ln(X_{(i)}) - \ln(X_{(j)})$ où les variables $X_{(i)}$ sont ordonnées : cet estimateur est volatile pour des seuils $k = X_{(j)}$ faibles et le seuil optimal des graves est défini comme celui à partir duquel $\xi_{j,n}^{Hill}$ se stabilise.

Il est à noter que la revue du choix du seuil de séparation des graves ne fait pas partie de ce présent mémoire. Cependant, elle reste obligatoire à la suite de la validation de la nouvelle maille d'étude proposée.

2.3.1.2 Modèle « fréquence x coût »

Pour cerner la spécificité de l'aléa d'occurrence des sinistres graves (faible fréquence et forte sévérité), la méthode de fréquence/sévérité est utilisée et implique donc la calibration de deux lois à partir de l'historique observé des sinistres dépassant le seuil des graves spécifique à la branche d'étude. Effectivement, cette méthode est très utilisée en tarification et elle nécessite la modélisation de la fréquence des sinistres correspondant au nombre moyen de leur occurrence (généralement par une loi de Poisson) ainsi que la modélisation

de leur coût moyen (généralement par une loi gamma ou log-normale).

Ici, nous notons n le nombre de sinistres et $S = \sum_{i=1}^n S_i$ la charge totale des prestations.

Cette méthode impose la vérification préalable de deux hypothèses :

- Les coûts des sinistres S_i sont i.i.d
- La dépendance entre la fréquence et les coûts (les variables aléatoires S_i sont indépendantes du nombre de sinistres)

Ainsi, sous ses conditions, pour une sinistralité donnée, le coût moyen s'écrit :

$$E[S] = E[\sum_{i=1}^n S_i] = E[S_1]E[n]$$

Où $E[S_1]$ représente le coût moyen (ou sévérité), et $E[n]$ représente l'occurrence moyenne (ou fréquence).

Et par conséquent, la variance du coût total correspond à :

$$Var[S] = Var(n)(E(S_1)^2) + E(n)Var(S_1)$$

2.3.1.3 Modélisation de la charge des sinistres graves

En modèle interne, la méthode "fréquence \times coût" est appliquée pour la modélisation de la charge ultime des sinistres graves. Pour clarifier le processus, nous nous servons des mêmes notations utilisées ci-dessus pour désigner :

- \hat{k} le seuil des graves tel que précédemment défini
- n la variable aléatoire correspondant au nombre de sinistres graves qui surviendront au cours de l'année à venir
- $S_{ult,i}$ la variable aléatoire représentant la charge vue à l'ultime (y compris inflation moyenne future) d'un sinistre i dépassant le seuil défini à l'ultime, brute de réassurance

Ainsi, le calcul à l'ultime est fondé sur la méthode de Chain Ladder expliquée dans ce qui suit et les prestations futures sont obtenues en appliquant à chaque sinistre individuel une cadence de paiements déterministe spécifique au segment d'étude concerné.

Et l'impact de l'écoulement temporel essentiellement en termes d'inflation future est pris en compte en adoptant, pour le nombre des sinistres ainsi que leurs coûts, la méthode de mise en as-if (voir sections 2.3.1.3.2 et 2.3.1.3.3).

2.3.1.3.1 Méthode de provisionnement de Chain Ladder

Fréquemment utilisée pour sa facilité de mise en œuvre, son efficacité et sa simplicité, la méthode de provisionnement de Chain Ladder permet de calculer le montant des réserves à l'ultime à partir des triangles de paiements ou de charges cumulés.

Ainsi, à partir d'un triangle de charges incrémentales, en notant $S_{i,j} = \sum_{k=0}^j S_{i,k}$ les montants de prestations cumulées entre l'année de survenance i et l'année de développement j , $\forall i, j \in \mathbb{N}$ tel que $0 \leq i, j \leq N-1$, la méthode de Chain Ladder consiste à calculer dans un premier temps les facteurs de développement correspondants à chaque année de développement dont l'estimation est donnée par :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{N-j-1} S_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{N-j-1} S_{i,j}} \quad (2.1)$$

L'obtention de ces facteurs nous permet d'estimer le triangle inférieur des charges cumulées futurs grâce à la formule : $\hat{S} = f_{j-1} \times S_{i,j}$, $\forall i, j$, $0 \leq i, j \leq N-1$, $i+j \geq N-1$.

La dernière colonne de la matrice obtenue à l'issue de ces calculs correspond aux prestations à l'ultime $S_{i,N-1}$ par année de survenance $0 \leq i \leq N-1$ et leur somme constitue le paiement à l'ultime total toute survenance confondue $\hat{S}_{ult} = S_{0,N-1} + \sum_{i=1}^{N-1} S_{i,N-1}$

Aussi, le calcul des provisions par cette méthode s'effectue selon la formule suivante :

$$\hat{R} = \sum_{i=0}^{N-1} \hat{S}_{i,N-1} - \hat{S}_{i,N-i-1} \quad (2.2)$$

Avant de procéder aux calculs des coûts de sinistres à l'ultime, il est nécessaire de vérifier que nos données respectent bien les hypothèses sur lesquelles repose la méthode de Chain Ladder, à savoir :

- Les années de survenance sont indépendantes entre elles ;
- L'existence de facteurs de développement f_j tel que $E[S_{i,k+1}S_{i,1}, \dots, S_{i,k}] = f_k S_{i,k}$ avec $0 \leq i \leq N$ et $0 \leq k \leq N-1$

2.3.1.3.2 Mise en as-if des charges

En notant T l'année en cours, la mise en as-if des charges consiste à supposer que les sinistres surviennent en année ultérieure $T+1$ et leurs prestations à venir sont inflatés en conséquence. Concrètement, l'indexation de la sinistralité historique permet de créer un panel de sinistres de survenance as-if T comprenant implicitement l'inflation future.

Ainsi, dans ce sens, Groupama applique une méthode dite « rétrospective » consistant dans un premier temps à mettre en as-if uniquement la dernière charge connue (somme des paiements individuels et des provisions) au $31/12/T$ et ensuite à répliquer les boni/mali

constatés historiquement en partant du dernier montant mis en as-if 31/12/T et en remontant au premier montant : par exemple, si le sinistre historique est multiplié par 1,2 entre le 31/12/T-1 et le 31/12/T, le montant as-if 31/12/T-1 est égal au montant as-if 31/12/N divisé par 1,2. Ainsi, de proche en proche, on obtient l'historique complet de chaque sinistre as-if.

En pratique, pour une vision plus claire, nous donnons un exemple de mise en as-if 2022.

- Pour un sinistre survenu en $t=2013$, un paiement effectué en 2014 (année de développement $t+1$) est mis en valeur $2022+1$, i.e. 2023. Et de la même façon les paiements passés sont vieillis selon l'année de survenance du sinistre et l'année de développement considérée.

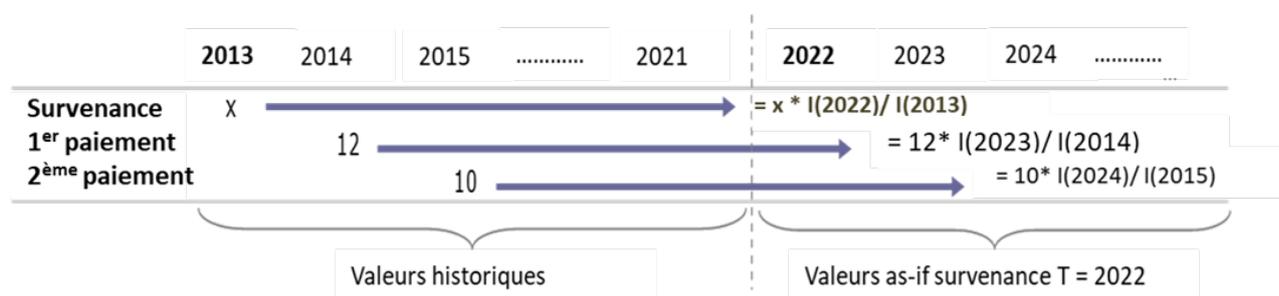


FIGURE 2.2 – Exemple de mise en as-if des charges

- Les provisions sont retraitées de la même manière. Ainsi, dans notre exemple, le dernier montant de la provision évaluée au 31/12/2021 pour le même sinistre survenu en 2013 (année de développement $t+8$) est vieilli à la date $2022+8$, i.e. 2030.

Cette méthode s'appuie sur l'hypothèse que la provision dossier / dossier contient implicitement l'inflation future. Ce principe est conforme au guide de provisionnement groupe produit par la Direction Contrôle Indemnités et Maîtrise des coûts (DCIM). Elle a l'avantage de répondre aux problématiques suivantes :

- Les boni/mali constatés historiquement doivent être observables sur les données as-if ; cela évite des distorsions par rapport aux hypothèses de projection utilisées dans le cadre du provisionnement.
- La mise en as-if des sinistres ne crée pas implicitement de boni/mali non observés sur les sinistres historiques.

Finalement, la loi de sévérité est calibrée à partir de l'ensemble des sinistres graves mis en as-if supérieurs au seuil des graves. Différentes distributions statistiques sont ajustées (par défaut par maximum de vraisemblance) et le choix est ensuite effectué en se fondant sur les résultats des différents tests statistiques d'ajustement (par ex. critères d'Akaike, de Kolmogorov- Smirnov, etc.), le tracé du QQ-plot et la cohérence des premiers moments calculés. Le choix de la distribution doit également refléter une démarche prudentielle (absence de sous-estimation dans les queues de distribution).

2.3.1.3.3 Mise en as-if de la fréquence

A partir de la mise en as-if des charges et la séparation de ceux qui dépassent le seuil, nous pourrions obtenir le nombre de sinistres graves pour chaque année de survenance. La projection à l'ultime se fait à l'aide d'une méthode de Chain-Ladder sur le triangle des nombres. Le nombre ultime par année de survenance est ensuite redressé pour tenir compte de l'évolution du portefeuille (revalorisations tarifaires, inflation et effets volume).

La loi de fréquence est ensuite calibrée sur la base des nombres ultimes de graves redressés par année de survenance. Le choix de la distribution prend surtout en considération la sur-dispersion observée historiquement.

2.3.2 Méthodologie de modélisation des sinistres attritionnels

Pour les risques attritionnels, le processus de modélisation diffère de celui présenté précédemment. En effet, pour les sinistres fréquents et de faible sévérité, l'approche reposant sur le modèle fréquence x coût moyen a été écartée pour des raisons de données disponibles.

En pratique, dans le modèle interne, pour l'évaluation du risque de prime à un an, la charge des sinistres attritionnels n'est pas directement modélisée, mais plutôt implicitement captée par la loi de probabilité du ratio S/P attritionnel. Ceci permet de prendre en considération à la fois la variabilité de la charge de sinistres attritionnels et celle des primes historiques.

Ainsi, pour les lignes d'activité ne comportant que des sinistres attritionnelles, la charge attritionnelle ultime est obtenue directement en appliquant la méthode de Chain Ladder aux différents triangles de paiements ou de charges cumulés.

Cependant, pour les LoB présentant des sinistres graves, la charge attritionnelle historique ultime est calculée comme la différence par année de survenance entre la charge ultime totale et la charge grave ultime estimée précédemment.

Le S/P attritionnel par année de survenance est ensuite obtenu en divisant cette charge par la prime totale par année de survenance. A noter que le fait d'obtenir les S/P attritionnels par différence entre les S/P totaux et les S/P des sinistres graves n'implique pas l'existence d'une corrélation entre sinistres graves / attritionnels. Finalement, le processus de modélisation du risque de prime en modèle interne peut être synthétisé de la manière suivante :

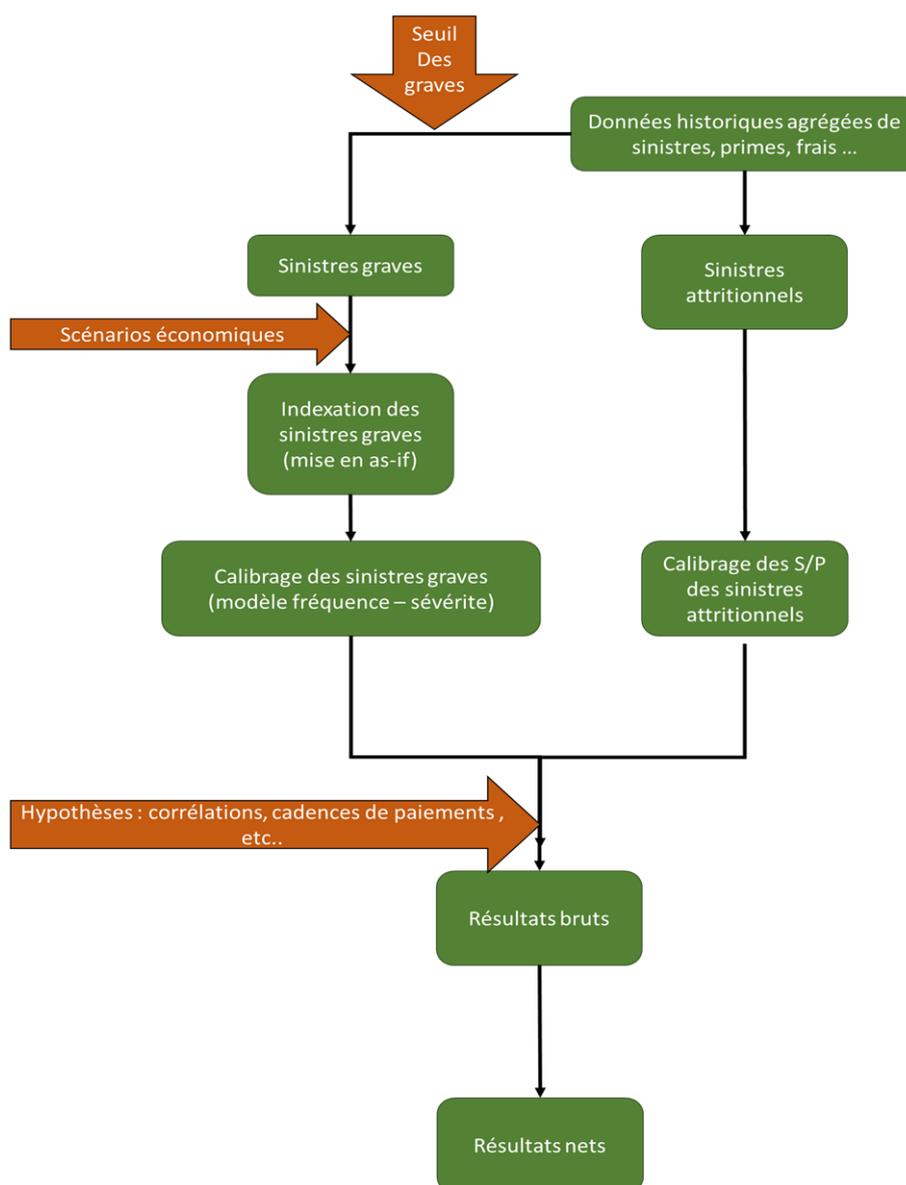


FIGURE 2.3 – Processus de modélisation du risque de prime en modèle interne

2.4 Problématique

La maille de calcul actuel du SCR présente de nombreux inconvénients et limitations dont nous pouvons citer principalement :

- L'hétérogénéité du risque à l'intérieur des lignes d'activité du fait que celles-ci couvrent un grand nombre de garanties
- Un effet volume impactant les variations globales. En effet, les lignes d'activité ne sont pas représentatives du risque encouru par les différentes garanties qu'elles contiennent.

Chapitre 3

Outils, lois et tests statistiques utilisés

Etant donné qu'une partie majoritaire de notre étude repose sur une modélisation adéquate et au vu du passage vers une maille plus fine, nous ne pouvons pas nous limiter aux méthodes et lois retenues et validées au niveau des lignes d'activité. Il serait donc plus approprié d'explorer différentes possibilités pour voir celle qui s'adapterait au mieux à la granularité que l'on propose d'utiliser à la suite du processus détaillé dans le Chapitre V. Ainsi, nous détaillons dans ce chapitre les différents aspects théoriques de base à retenir dans ce contexte.

3.1 Lois statistiques

3.1.1 Lois utilisées pour la modélisation des charges et des S/P

3.1.1.1 Loi log-normale

Utilisée pour la modélisation de variables prenant des valeurs positives et à distribution asymétrique, la loi log-normale est définie telle qu'une variable X est définie telle qu'une variable μ_X et σ_X^2 est définie telle qu'une variable si la variable $\ln(X)$ suit une loi normale de même paramètres μ et σ^2 ou encore :

$$\ln(X) \sim N(\mu, \sigma^2)$$

Aussi comme démontré dans l'Annexe, la loi log-normale se caractérise par :

- Une espérance : $\mathbb{E}[X] = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}}$
- Une variance : $Var[X] = (e^{\sigma^2} - 1) e^{2\mu + \sigma^2}$

3.1.1.2 Loi Gamma

Représentant la généralisation de plusieurs lois de probabilité telles que les lois χ^2 et exponentielle, la loi Gamma est utilisée pour modéliser des variables aléatoires réelles strictement positives. Elle a une grande variété de champs d'application et se caractérise par

un paramètre de forme $\alpha > 0$ et un paramètre d'intensité $\beta > 0$ (ou $\theta = \frac{1}{\beta}$ paramètre d'échelle).

Nous considérons alors que la distribution d'une variable aléatoire X suit une loi Gamma de paramètre α et β si sa fonction de densité peut se mettre sous la forme :

$$f(x; \alpha, \beta) = x^{\alpha-1} \frac{\beta^\alpha e^{-\beta x}}{\Gamma(\alpha)}, \quad x > 0$$

avec Γ désignant la fonction Gamma d'Euler définie par :

$$\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt, \quad x > 0$$

Ainsi l'espérance et la variance de la loi Gamma s'écrivent respectivement :

$$E(X) = \frac{\alpha}{\beta}$$

$$Var(X) = \frac{\alpha}{\beta^2}$$

3.1.1.3 Loi de Weibull

Grâce à sa flexibilité, la loi de Weibull permet de modéliser plusieurs types de données asymétriques ou symétriques et elle se caractérise par la fonction de densité :

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha}, \quad x > 0$$

Où $\alpha > 0$ est le paramètre de forme (shape) et $\beta > 0$ le paramètre d'échelle (scale)

3.1.1.4 Loi de Pareto

La loi de Pareto est une loi continue, qui se caractérise par sa fonction de densité :

$$f(x; k, x_m) = k \frac{x_m^k}{x^{k+1}}$$

Avec $x \geq x_m$

Où $k > 0$ est l'indice de Pareto, et x_m le paramètre de mode.

Ainsi, l'espérance d'une variable aléatoire suivant une loi de Pareto s'exprime :

$$\mathbb{E}(X) = \frac{kx_m}{k-1}$$

Et sa variance :

$$Var(X) = \left(\frac{x_m}{k-1} \right)^2 \frac{k}{k-2}$$

3.1.2 Lois utilisées pour la modélisation de fréquences

3.1.2.1 Loi de Poisson

La loi de Poisson décrit généralement le comportement du nombre d'évènements qui se produisent dans un intervalle de temps fixé. Ainsi, $N(X)$ le nombre d'occurrence d'un évènement X suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda > 0$ ou encore $N(X) \sim Pois(\lambda)$ lorsque la probabilité que X survienne k fois s'écrit :

$$P_\lambda [N(X) = k] = \frac{\lambda^k}{k!} \times e^{-\lambda}$$

Il est à noter que la loi de Poisson présente une spécificité particulière puisque son espérance et sa variance sont égales à son paramètre λ :

$$\mathbb{E}[N(X)] = Var[N(X)] = \lambda$$

3.1.2.2 Loi Binomiale Négative

La loi Binomiale Négative décrit le nombre de tirages (ou épreuves) indépendants nécessaires pour obtenir un certain nombre de « succès ». Elle dépend de deux paramètres : la probabilité p que le « succès » se réalise et le nombre n de « succès » souhaités. Ainsi, le nombre d'essais $N(X)$ pour qu'un évènement X de probabilité p se produise n (≥ 1) fois, suit une loi Binomiale Négative de paramètres p et n ou encore $N(X) \sim BN(p, n)$ si pour $k \geq n$, sa probabilité peut s'écrire sous la forme :

$$P_{n,p} [N(X) = k] = C_{k-1}^{n-1} p^n (1-p)^{k-n}$$

Ainsi son espérance et sa variance s'écrivent :

$$\mathbb{E}[N(X)] = \frac{n}{p}$$

$$Var[N(X)] = n \times \frac{1-p}{p^2}$$

3.2 Méthodes de calibrage des lois

Afin d'ajuster de la manière la plus adéquate et prudente les paramètres des lois pour qu'elles s'adaptent au mieux à l'ensemble de nos données, nous utilisons les trois différentes méthodes expliquées ci-après.

3.2.1 Méthode de maximum de vraisemblance

A partir de n observations x_1, x_2, \dots, x_n de variables indépendantes et identiquement distribués X_1, X_2, \dots, X_n , l'estimation du vecteur de paramètres θ d'une loi probabiliste par la méthode de maximum de vraisemblance repose sur la maximisation de la fonction de vraisemblance (ou sa transformée logarithmique) et qui s'écrit :

$$L_n(\theta) = \prod_{i=1}^n P_\theta(X_i = x_i) \text{ pour les lois discrettes}$$

$$L_n(\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta) \text{ pour les lois continues}$$

En plus de la possibilité de le déterminer explicitement dans de nombreux cas, l'estimateur de maximum de vraisemblance (EMV) présente généralement des qualités remarquables puisqu'il est consistant, asymptotiquement sans biais et variance minimale.

3.2.2 Méthode des moments

Pour calibrer une loi statistique de paramètre $\theta \in \mathbb{R}^d$ à partir des observations x_1, x_2, \dots, x_n de variables i.i.d. X_1, X_2, \dots, X_n , la méthode des moments consiste à retrouver le paramètre qui égalise les d premiers moments théoriques (centrés ou non centrés) de X aux moments empiriques (centrés ou non centrés). Nous rappelons que dans ce contexte, le moment centré théorique d'ordre k s'écrit :

$$\mu_k = E \left[(X - E(X))^k \right]$$

Aussi, les moments empiriques sont calculés de la manière suivante :

$$\hat{\mu}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^k$$

où

$$\bar{x}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Pour plus de clarté, nous citons les deux exemples usuels suivants :

- Dans le cas où $d=1$ ($\theta \in \mathbb{R}$)

On calcule $E[X] = \phi(\theta)$ et $\mu = \bar{x}_n$

Ainsi on détermine θ tel que $\phi(\theta) = \bar{x}_n$: si ϕ est inversible alors l'estimateur est $\hat{\theta}_n = \phi^{-1}(\bar{x}_n)$

- Pour $d=2$ ($\theta = (\theta_1, \theta_2) \in \mathbb{R}^2$)

On calcule $(E[X], Var[X]) = \phi(\theta_1, \theta_2)$

Alors l'estimateur de θ par la méthode des moments s'écrit :

$$\left(\widehat{\theta}_{1,n}, \widehat{\theta}_{2,n}\right) = \phi\left(\bar{x}_n, \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2\right)$$

3.2.3 Méthode des moments pondérés par le volume des primes

L'utilisation des deux méthodes de modélisation classiques ci-dessus est essentielle et pertinente pour toute étude. Cependant, dans le cadre de la modélisation des ratios S/P attritionnels, il est obligatoire de comparer leurs résultats avec ceux de la méthode spécifique utilisée par Groupama pour retenir celle qui fera preuve de plus de prudence et d'adéquation dans le sens de nos finalités.

Ainsi, particulièrement, dans notre contexte d'étude, la méthodologie utilisée actuellement pour le calibrage de la loi des S/P attritionnels est dérivée, selon le corpus méthodologique, des « spécifications techniques des méthodes standardisées de paramètres propres visées à l'annexe XVII du Règlement délégué (risque de primes – méthode 1) » et se fait donc en se basant sur la méthode des moments pondérée par les primes. Celle-ci consiste à mettre les valeurs estimées au même échelle des volumes de primes attendus pour la nouvelle année de survenance modélisée en écrivant :

$$\hat{S}_{ult} = P \cdot r + \sqrt{P} \cdot \beta \cdot \varepsilon$$

Avec :

- \hat{S}_{ult} : la charge ultime attritionnelle pour la nouvelle année de survenance
- P représente le volume de primes sous risque (déterministe)
- r le ratio S/P moyen
- β est une constante à estimer
- ε est une variable aléatoire d'espérance 0 et de variance 1

Ainsi :

$$E\left(\hat{S}_{ult}\right) = P \cdot r$$

$$Var\left(\hat{S}_{ult}\right) = P \cdot \beta^2$$

Pour une chronique de n observations de charges à l'ultime $S_{ult,i}$ et de primes acquises P_i par année de survenance i , en notant $S_{ult} = \sum_{i=1}^n S_{ult,i}$ la charge totale à l'ultime et

$P = \sum_{i=1}^n P_i$ le total des primes acquises, nous avons :

- Le S/P moyen déterminé par : $\hat{r} = \frac{\sum_{i=1}^n S_{ult,i}}{\sum_{i=1}^n P_i}$
- La détermination du paramètre β repose sur l'égalité : $\beta \cdot \varepsilon = \frac{S_{ult}-P \cdot r}{\sqrt{P}}$

L'estimateur pour β vaut alors : $\hat{\beta}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_i \frac{(S_{ult,i}-P_i \cdot \hat{r})^2}{P_i}$

Ainsi, pour la nouvelle année de survenance $n+1$ (année de la prévision), l'écart-type de ratio S/P est estimé par : $\hat{\sigma}_{est} = \frac{\hat{\beta}}{\sqrt{P_{n+1}}}$.

En faisant intervenir au dénominateur une pondération par les primes réelles historiques, nous obtenons finalement :

$$\sigma_{pondere} = \sqrt{\frac{n}{\sum_{i=1}^n P_i} \cdot \left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \frac{(S_i - P_i \cdot \sum_{i=1}^n S_i \sum_{i=1}^n P_i)^2}{P_i} \right)}$$

Pour l'instant, au niveau des LoBs, la loi retenue pour la modélisation des S/P attritionnels est par défaut la loi lognormal en vue des résultats pertinents qu'elle a présenté jusqu'à présent. En appliquant la méthode des moments pondérés par le volume des primes, les paramètres de la loi lognormal sont déterminés par les formules suivantes :

$$\hat{\mu} = \ln(\hat{r}) - \frac{1}{2} \ln \left(1 + \left(\frac{\hat{\sigma}_{est}}{\hat{r}} \right)^2 \right)$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\ln \left(1 + \left(\frac{\hat{\sigma}_{est}}{\hat{r}} \right)^2 \right)}$$

L'incertitude sur l'estimation des paramètres n'est pas intégrée au processus de calibrage mais fait l'objet de tests de sensibilité pour s'assurer que sa matérialité reste réduite.

3.3 Tests statistiques

Pour la validation du calibrage, il existe plusieurs tests possibles parmi lesquels nous retenons les quatre présentés dans cette partie.

3.3.1 Critère d'Information d'Akaike (AIC)

Parmi les critères les plus utilisés pour la comparaison de deux modèles non emboîtés, nous retrouvons le Critère d'information d'Akaike. Il s'agit d'un estimateur d'erreur de prédiction qui consiste à corriger ou pénaliser la vraisemblance associée aux données incarnant la qualité d'ajustement par la complexité du modèle représenté par le nombre de ses paramètres indépendants. En effet, au sens de ce critère, la meilleure modélisation à retenir serait celle qui présente la valeur la plus faible à l'issue du calcul suivant :

$$AIC = 2k - 2\log L$$

Où k représente le nombre de paramètres à estimer du modèle et L la fonction de vraisemblance définie dans la partie 2.1. de ce chapitre.

3.3.2 Test de Kolmogorov-Smirnov (K-S)

Permettant de tester l'adéquation des observations x_1, x_2, \dots, x_n d'une variable aléatoire X à une distribution continue caractérisée par une fonction de répartition F , le test de Kolmogorov-Smirnov est un test statistique non-paramétrique qui compare les distributions de probabilité empirique et théorique.

Ainsi, en notons F_n la fonction de répartition empirique de l'échantillon. La statistique du test D_n représente l'écart maximal entre la fonction de répartition empirique et la théorique.

Ainsi, il est défini par la statistique :

$$D_n = \sup_{x \in \mathbb{R}} |F_n(x) - F(x)|$$

Et la loi la plus appropriée aux observations serait celle qui présenterait la plus faible valeur de cette statistique.

3.3.3 Test d'Anderson-Darling (A-D)

Le test d'Anderson-Darling est un test statistique qui permet de vérifier si un échantillon suit une loi de distribution spécifique. Il peut être vu comme une variante du test de Kolmogorov-Smirnov en se basant cette fois-ci sur la valeur maximale et minimale de l'écart entre la distribution observée et la distribution théorique. Ainsi, en notant F la fonction de répartition de la distribution testée, ce test repose sur les hypothèses :

H_0 : L'échantillon observé suit la loi spécifique vs H_1 : L'échantillon observé ne suit pas la loi spécifique

Aussi, la statistique du test d'Anderson-Darling s'écrit :

$$A_n^2 = n \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(F_n(x) - F(x))^2}{F(x)(1 - F(x))} dF(x)$$

Plus la valeur de cette statistique est faible, plus les données s'ajustent bien à la loi considérée. Il est à noter que contrairement au test de Kolmogorov-Smirnov, plus sensible au niveau de la médiane de chaque distribution, le test d'Anderson-Darling capture mieux les subtilités de la queue de distribution.

3.3.4 Test de Kuiper

Permettant de tester si une distribution continue caractérisée par une fonction de répartition F s'ajuste bien aux observations x_1, x_2, \dots, x_n d'une variable aléatoire X , le test de Kuiper est étroitement lié au test de Kolmogorov-Smirnov.

En notant $z_i = F(x_i)$

Ce test passe par le calcul des deux écarts $D^+ = \max \left[\left(\frac{i}{n} \right) - z_i \right]$ et $D^- = \max \left[z_i - \left(\frac{i-1}{n} \right) \right]$ qui représentent les tailles absolues des différences les plus positives et les plus négatives entre les deux fonctions de distribution cumulatives comparées (théorique et empirique).

Ainsi, une loi adéquate à l'échantillon des observations présenterait une valeur faible de la statistique du test définie par : $V = D^+ - D^-$

Le test de Kuiper est aussi sensible à la queue de distribution qu'à sa médiane. Il reste également invariant sous les transformations cycliques de la variable indépendante contrairement au test ne fournit pas d'invariance cyclique.

Deuxième partie
Mise en application

Chapitre 4

Présentation du domaine d'études

Pour proposer une maille adéquate et représentative du risque de prime au sein de Groupama, nous nous rapprochons des équipes d'inventaire, de tarification et de réassurance pour trouver un consensus entre les différentes visions et études, et l'appliquer dans le calcul du SCR effectué en modèle interne.

Aussi, une contrainte très importante s'impose dans ce contexte, celle de la profondeur d'historique des données sur lesquels nous nous baserons pour justifier notre choix et éventuellement le valider. Dans ce cadre, nous avons donc procédé à l'extraction des données d'inventaire relatives à la sinistralité entre 1996 et 2021.

Finalement, nous nous retrouvons avec plusieurs bases de données que nous agrégeons en deux parties principales, une première partie -BD1- comportant l'intégralité de l'évolution du portefeuille des entités De Groupama et une seconde -BD2- représentant les données tête par tête des sinistres dont la charge finale dépasse 500.000 euros.

Ainsi, avant d'aller plus loin, une présentation détaillée des données disponibles s'impose.

4.1 Présentation des données qualitatives

Tout d'abord, nous commençons par étaler les différentes variables qualitatives dont nous disposons. Ainsi, pour le jeu de données BD1, les principales variables à retenir sont :

<i>Entity</i>	Filiale du groupe concernée
<i>LoB</i>	Ligne d'activité Solvabilité II
<i>Elementary_Segment</i>	Code de sous-catégorie de réassurance
<i>Date_Extraction</i>	Date d'extraction des données
<i>Accounting_year</i>	Année comptable
<i>Date_Acc</i>	Trimestre comptable (Q1, Q2, Q3 ou Q4)
<i>Date_FC</i>	Date de fast closing
<i>Accident_Year</i>	Année de survenance du sinistre

Tandis qu'au sein des données tête par tête BD2, le code de sous-catégorie de réassurance correspond à la variable *Sous.Cat* que nous le notons *s_cat* pour toute la suite. Aussi, en plus des variables précédemment citées, nous retrouvons dans cette base des informations spécifiques aux différents sinistres :

<i>N_Policy</i>	Numéro de contrat
<i>Name_Insured</i>	Nom de l'assuré ou MULTI-SOCIETAIRE dans le cas de plusieurs assurés
<i>N_Claim</i>	Numéro de sinistre
<i>N_ADS_Intranet</i>	Numéro identifiant du sinistre dans la base de données
<i>Status_ADS</i>	Etat du dossier de sinistre (en cours ou clos)
<i>Claim_XS</i>	Traité de réassurance appliqué

4.2 Données retenues pour l'étude

Avant d'entamer l'étude, il est nécessaire de procéder à différents retraitements afin de retenir uniquement les données qui feront l'objet de notre analyse.

➤ Les entités concernées

Étant donné que certaines entités recourent toujours à la formule standard pour la modélisation de leur risque (GAN Assurances par exemple), nous nous limitons dans notre analyse aux données relatives à celles utilisant le modèle interne partiel, à savoir celles représentées dans la carte ci-dessous et que nous surlignons en vert dans le tableau ci-après.



FIGURE 4.1 – Carte des caisses régionales de Groupama

Entité - Notation	Nom	Signification	Code juridique	
Caisses Régionales	CR79	GCA	Groupama Centre-Atlantique	179
	CR28	GCM	Groupama Centre Manche	114
	CR67	GGE	Groupama Grand Est	121
	CR35	GLB	Groupama Loire Bretagne	135
	CR13	GMED	Groupama Méditerranée	113
	CR51	GNE	Groupama Nord-Est	151
	CR31	GOC	Groupama OC	123
	CR75	GPVL	Groupama Paris Val de Loire	145
	CR69	GRAA	Groupama Rhône-Alpes Auvergne	169
Caisses d'outre-mer	CR33	GAG	Groupama Antilles-Guyane	133
	CR92	GM	Groupama MISSO	192
	CR97	GOI	Groupama Océan Indien	197

FIGURE 4.2 – Tableau des entités retenues pour l'étude

➤ **Les LoBs solvabilité II :**

En plus de la gravité des sinistres qui permet de distinguer entre les lignes d'activité, le temps de liquidation sépare les LoBs en deux catégories :

- Les lignes d'activité courtes : Frais de soins, assistance, dommages automobiles
- Les lignes d'activité longues : RC automobile, RC Générale, MAT, Dommages aux biens (Incendie), Protection Juridique

Ainsi, dans le cadre de l'exhaustivité de notre étude, nous présentons de façon concrète son application sur trois lignes d'activité distinctes et exhaustives. En effet, nous retenons deux LoB où les sinistres sont attritionnels, à savoir la LoB 01_MEDICAL qui est une branche courte, et la LoB 02_INCOME qui présente encore plus de garanties diversifiées et finalement nous prenons la LoB 08_GTPL comme exemple de LoB où nous retrouvons une sinistralité grave et attritionnelle.

➤ **Les sous-catégories de réassurance retenues :**

Pour commencer, nous nous rapportons aux modalités de réassurance des cinq dernières années qui nous permettent d'obtenir, après une restructuration au vu de nos objectifs, une table comportant les différentes sous-catégorie de réassurance ainsi que leur signification. En effet, entre les 407 *s_cat* disponibles, certaines ne sont plus utilisées et nous les remplaçons donc par les plus récentes.

Aussi, en se basant sur les données historiques allant de 1996 à 2021, nous constatons que certaines *s_cat* n'existent pas dans nos deux bases de données. Ainsi, en considérant que l'information recueillie pour la période en question est exhaustive et reflétant la sinistralité des entités de Groupama, nous ne prenons pas en considération les *s_cat* qui n'ont pas été sujet de sinistralité au cours des 26 années précédentes, et nous nous retrouvons donc avec 277 sous-catégories.

Et finalement, au vu des lignes d'activité retenues pour l'étude, nous nous concentrons pour l'instant sur 109 sous-catégories présentées dans le chapitre V ainsi que dans l'ANNEXE B.

4.3 Présentation des données quantitatives

Plusieurs variables ont été explorées, nous ne retenons que celles pertinentes et significatives dans le cadre de notre étude. Le tableau ci-dessous présente les différentes variables dont nous disposons et leurs explications détaillées.

<i>Written_Premiums</i>	Primes /cotisations émises brutes d'annulations
<i>Earned_Premiums</i>	Primes acquises = Primes émises – Variation de provisions pour primes non acquises
<i>Paid_Gross_of_Recoveries</i>	Règlements bruts de recours encaissés par l'assureur provenant du tiers responsable du sinistre
<i>Paid_Recoveries</i>	Montant des recouvrements
<i>Paid_Net_of_Recoveries</i>	Paiements de sinistres nets de recouvrements perçus
<i>Case_reserves_Gross_expected_recoveries</i>	Provisions pour les sinistres survenus et pas encore réglés
<i>Expected_recoveries_reserves</i>	Montant estimé des recouvrements
<i>Case_reserves_Net_of_expected_recoveries</i>	Provisions nettes de recouvrements
<i>Incurred_Gross_of_recoveries</i>	Charge totale du sinistre (Paiements + Provisions) brute de recouvrements
<i>Incurred_Net_of_recoveries</i>	Charge totale du sinistre prise en charge par l'assureur
<i>IBNR</i>	Provisions concernant l'estimation du coût des sinistres survenus mais pas encore connus (déclarations tardives)

Chapitre 5

Revue de la granularité du risque de prime

Comme mentionné dans le chapitre précédent, le but principal de l'étude est d'affiner la granularité des calculs du risque de prime sans pour autant aller jusqu'à la maille la plus fine disponible (maille *s_cat*). En effet, les données relatives à chaque sous-catégorie de réassurance ne sont pas suffisantes pour une bonne prédiction. Par ailleurs, outre l'analyse statistique et actuarielle que l'on présente pour justifier le choix de nos branches, nous avons testé de nouveaux regroupements qui présentaient des inconvénients soit en termes de disponibilité de profondeur d'historique soit en termes d'homogénéité du risque.

5.1 Présentation des branches *s_cat*

Selon l'application des traités, les modalités de réassurance rassemblent les sous-catégories selon des branches de risque. Ainsi, dans un premier temps, le regroupement le plus primitif à considérer serait celui similaire à la cartographie utilisée par la réassurance qui se résume comme suit :

➤ LoB 01_MEDICAL

Au sein de cette première ligne d'activité, nous retrouvons 6 sous-catégories de réassurance, à savoir les *s_cat* 148,150,165,149,261 et 271 dont les libellés sont renseignés ci-dessous. Celles-ci définissent selon la convention de réassurance 4 branches qui sont d'ores et déjà différentes en termes de risque. En effet, cette différenciation se confirme aussi par la tarification qui se voit différentes entre les garanties individuelles, collectives, chirurgicales et complémentaire solidaire.

s_cat générique	LIBELLE_S_CAT	Branches_scat
148	ACCEPTATION ASSURANCE SANTE MUTUELLES	SANTE INDIVIDUELLE
150	ASSURANCE SANTE SIMPLE	SANTE INDIVIDUELLE
165	ASSURANCE SANTE GROUPE	SANTE COLLECTIVE
149	CMU COMPLEMENTAIRE FRAIS DE SOINS	CMU
261	COMPLEMENTAIRE MALADIE CHIRURG SIMPLE	CHIRURGIE
271	COMPLEMENTAIRE MALADIE CHIRURG GROUPE	CHIRURGIE

FIGURE 5.1 – Cartographie de réassurance de la ligne d'activité MEDICAL

➤ LoB 02_INCOME

De manière similaire, les sous-catégories de réassurance nous permettent de retenir pour la deuxième LoB une cartographie intuitive que nous présentons dans l'annexe B. Celle-ci comporte à première vue les 5 branches suivantes :

AAEXA, AP INDIVIDUELLE, AP COLLECTIVE, AT, GSL.

➤ LoB 08_GTPL

Finalement, la ligne d'activité GTPL se subdivise à son tour à ce stade en 6 branches distinctes, à savoir :

RC CONSTRUCTION, RC CONST. NON. DEC, RC PRO NON AGRICOLE, RC AGRICOLE, RC PARTICULIER et RC MEDICALE.

5.1.1 Retraitements

Outre les branches intermédiaires retenues, il est obligatoire de vérifier que l'on dispose de l'information suffisante et nécessaire pour modéliser avec un minimum de marge d'erreur. En effet, les premiers critères que l'on retient pour trancher serait la profondeur d'historique disponible ainsi que la proportion des primes et charges de sinistres des branches relativement à leur ligne d'activité.

En effet, le besoin en fonds propres est apprécié au moyen des données à disposition avec un niveau de confiance plus important lorsque les séries utilisées pour le calibrage présentent une profondeur considérée « suffisante ». Nous nous référons donc à l'approche USP proposée par la formule standard qui donne un poids en fonction du nombre d'années d'historique disponible. Ainsi, la règle retenue serait celle des Règlements Délégués du 10 Octobre 2014 qui répartit les poids de fiabilité des résultats en termes de profondeur en se basant sur l'échelle ci-dessous :

- Pour les lignes d'activité RC générale (LoB GTPL), RC automobile (LoB MTPL) et Crédit (LoB CREDIT)

Nombre d'années	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	>=15
Poids	34%	43%	51%	59%	67%	74%	81%	87%	92%	96%	100%

- Pour les autres LoBs

Nombre d'années	5	6	7	8	9	>=10
Poids	34%	51%	67%	81%	92%	100%

De plus, si le poids relatif d'un segment au sein d'une LoB est suffisamment faible pour ne pas impliquer d'impact sur la bonne gestion des risques de l'entreprise nous décidons de ne pas être plus granulaire. Le critère consiste donc à comparer le $\max\left(\frac{Charges_{branche}}{Charges_{LoB}} ; \frac{Primes_{branche}}{Primes_{LoB}}\right)$ à 2.5% pour juger s'il serait correct de séparer une branche des autres.

En l'occurrence, dans cette première partie, une branche qui dépasse ce seuil pourrait faire l'objet d'une analyse séparée sinon nous nous baserons sur les caractéristiques des sous-catégories qui s'y retrouvent pour les affecter au segment le plus approprié.

En pratique, nous formulons donc de façon concrète et détaillée la logique suivie pour ces retraitements initiaux de data pour la ligne d'activité médicale (LoB MEDICAL) et nous présentons ensuite les différents résultats obtenus pour les deux autres lignes d'activité étudiées (LoB INCOME et LoB GTPL).

➤ LoB 01 _ MEDICAL

Pour commencer, la branche CHIRURGIE ne peut pas être mise à part. En effet, au vu des données, nous constatons qu'elle n'a été sinistrée qu'une seule fois en 1995 (année ne faisant pas partie de notre domaine d'étude). Par ailleurs, sur les autres branches, l'historique s'étend bien sur les 26 années prises en considération à part en CMU où celui-ci débute en 2000.

- Nous cherchons donc à réaffecter les sous-catégories de CHIRURGIE aux branches les plus appropriées et comportant suffisamment de données au sens de critères à ce stade.
- Pour cela, nous nous rapprochons des garanties qui nous montrent que le plus juste serait d'inclure la s_cat 261 (COMPLEMENTAIRE CHIRURGIE SIMPLE) en santé individuelle et 271 (COMPLEMENTAIRE SANTE COLLECTIVE) en santé collective.

Nous nous retrouvons désormais avec trois branches dont nous calculons les proportions de volumes de charges et de primes relatifs à la période de sinistralité commune correspondant ici aux années entre 2000 et 2021.

Les figures 5.2 et 5.3 ci-dessous représentent les résultats obtenus dans ce sens :

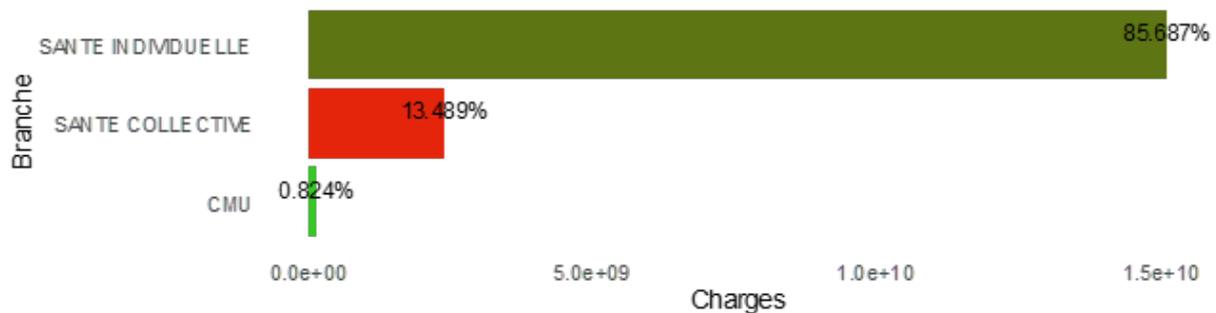


FIGURE 5.2 – Répartition des charges de sinistres de la LoB MEDICAL par branche de réassurance



FIGURE 5.3 – Répartition des primes acquises de la LoB MEDICAL par branche de réassurance

$$\text{Ainsi } \max\left(\frac{\text{Charges}_{CMU}}{\text{Charges}_{MEDICAL}} ; \frac{\text{Primes}_{CMU}}{\text{Primes}_{MEDICAL}}\right) = 0.824\% < 2.5\%$$

De manière similaire à la branche CHIRURGIE, la complémentaire santé CMU fera partie de la branche de santé individuelle.

Finalement, nous retenons à cette étape deux branches que l'on note SANTE_INDIV et SANTE_COLL présentant à priori suffisamment de données pour une bonne modélisation et prévision par la suite.

➤ LoB 02_INCOME

A l'instar de l'analyse réalisée pour la LoB médicale, nous commençons par vérifier si la quantité de données accessibles pour chaque branche est suffisante pour une modélisation séparée. Et dans le cas échéant, nous réaffectons les sous-catégories à la branche la plus appropriée.

Branches_scat	Historique disponible	
AAEXA	1996 --- 2002	>>>> AP INDIVIDUELLE
AP INDIVIDUELLE	1996 --- 2021	
AP COLLECTIVE	1996 --- 2021	
AT	1996 --- 2002	>>>> AP COLLECTIVE
GSL	2016 --- 2021	>>>> AP INDIVIDUELLE (s_cat 116) >>>> AP COLLECTIVE (s_cat 129 & 139)

FIGURE 5.4 – Réaffectation des sous-catégories de réassurance de la LoB 02_INCOME

Encore une fois, le retraitement relatif à la profondeur d'historique retient deux branches principales dont les volumes de charges sur la période de sinistralité commune (de 1996 à 2021) représentent les proportions suivantes :

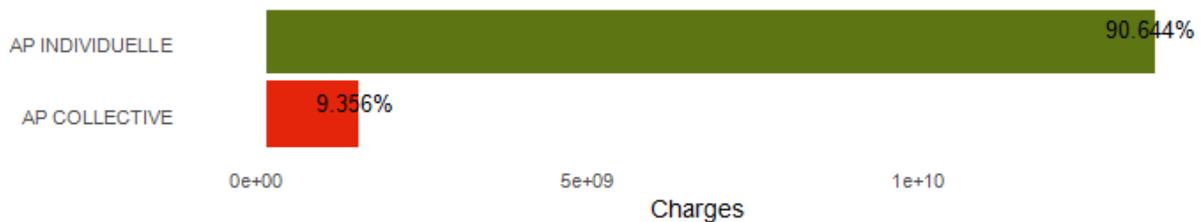


FIGURE 5.5 – Répartition des charges de sinistres de la LoB 02_INCOME par branche de réassurance

Ici, il n'est pas nécessaire de vérifier le volume relatif des primes puisque celui des charges dépasse largement le seuil prédéfini (2.5%) pour les deux branches.

➤ LoB 08_GTPL

De manière similaire, nous vérifions l'adéquation de la profondeur des données dans un premier temps pour la ligne d'activité de RC générale où nous retrouvons (voir figure 5.6 :

Branche_scat	Historique disponible
RC CONSTRUCTION	1996 --- 2021
RC CONST. NON DEC.	1996 --- 2021
RC PRO NON AGRICOLE	1996 --- 2021
RC AGRICOLE	1996 --- 2021
RC PARTICULIER	1996 --- 2021
RC MEDICALE	2010 --- 2021

FIGURE 5.6 – Tableau de profondeur d’historique disponible pour les branches s_cat de la LoB 08_GTPL

Nous constatons que les cinq premières branches vérifient bien de suffisance de l’historique puisqu’elles dépassent toutes les 15 ans. Cependant, la RC MEDICALE ne comprend qu’une sinistralité s’étalant sur les dix années passées. Aussi, de point de vue quantitatif, cette branche présente une sinistralité et un niveau de primes négligeables.

Ainsi de manière similaire au calcul effectué au sein des deux LoBs précédentes, nous avons :

$$\begin{aligned} \max \left(\frac{Charges_{RC_CONSTRUCTION}}{Charges_{GTPL}}; \frac{Primes_{RC_CONSTRUCTION}}{Primes_{GTPL}} \right) &= 15.52\% > 2.5\% \\ \max \left(\frac{Charges_{RC_CONST_NON_DEC}}{Charges_{GTPL}}; \frac{Primes_{RC_CONST_NON_DEC}}{Primes_{GTPL}} \right) &= 3.18\% > 2.5\% \\ \max \left(\frac{Charges_{RC_PRO_NON_AGRICOLE}}{Charges_{GTPL}}; \frac{Primes_{RC_PRO_NON_AGRICOLE}}{Primes_{GTPL}} \right) &= 42.63\% > 2.5\% \\ \max \left(\frac{Charges_{RC_AGRICOLE}}{Charges_{GTPL}}; \frac{Primes_{RC_AGRICOLE}}{Primes_{GTPL}} \right) &= 19.41\% > 2.5\% \\ \max \left(\frac{Charges_{RC_PARTICULIER}}{Charges_{GTPL}}; \frac{Primes_{RC_PARTICULIER}}{Primes_{GTPL}} \right) &= 29.23\% > 2.5\% \end{aligned}$$

Ceci montre que nous gardons bien ces cinq branches que nous notons pour la suite de l’étude :

RC_CONSTRUCTION, RC_CONST_NON_DEC, RC_PRO_NON_AGRI, RC_AGRICOLE et RC_PARTICULIER.

5.1.2 Branches finales retenues

Finalement, la suite de notre étude se focalise sur les branches suivantes (voir figure 5.7) :

LoB SII	Branches
01_MEDICAL	SANTE_COLLECTIVE
	SANTE_INDIVIDUELLE
02_INCOME	AP_COLLECTIVE
	AP_INDIVIDUELLE
08_GTPL	RC_PARTICULIER
	RC_PRO_NON_AGRI
	RC_AGRICOLE
	RC_CONSTRUCTION
	RC_CONST_NON_DEC

FIGURE 5.7 – Tableau des branches finales retenues à l’issu des premiers retraitements

La granularité retenue fera l’objet dans tout ce qui suit de nombreuses études pour voir si elle est appropriée et si elle reflète bien le risque encouru sur les différents contrats de façon à mieux l’appréhender. Il est à noter que la LoB RC Générale (08_GTPL) est souvent sujette à une sinistralité considérée grave répartie entre les différentes branches sauf celles relatives à la construction qui sont particulièrement attritionnelles. Il est donc nécessaire dans un premier temps de procéder à la distinction entre les sinistres graves et les attritionnels au sein de cette ligne d’activité.

5.2 Calcul des charges à l’ultime

Etant donné que notre étude concerne uniquement le risque de prime et non le risque de réserve, nous ne prenons en compte qu’une partie des charges de sinistres, à savoir les prestations effectivement réglées (les paiements). Nous rappelons que : $Charges = Paiements + Provisions$.

Nous commençons donc par constituer à partir des données les différents triangles de paiements des lignes d’activité ainsi que ceux des branches retenues à la suite de la première classification. En pratique, soit T notre triangle de paiements incrémentaux $S_{i,j}$ avec $0 \leq i, j \leq N - 1$ et $N = 26$ années de survénances (de 1996 à 2021). Tandis que le deuxième jeu de données des données tête par tête nous permet plutôt de constituer les triangles de paiements incrémentaux de sinistres dont les charges dépassent les 500.000 euros.

En pratique, puisque nous avons segmenté jusque-là les trois LoBs en neuf branches, nous aurons à ce niveau 24 triangles qui se présentent de la manière suivante :

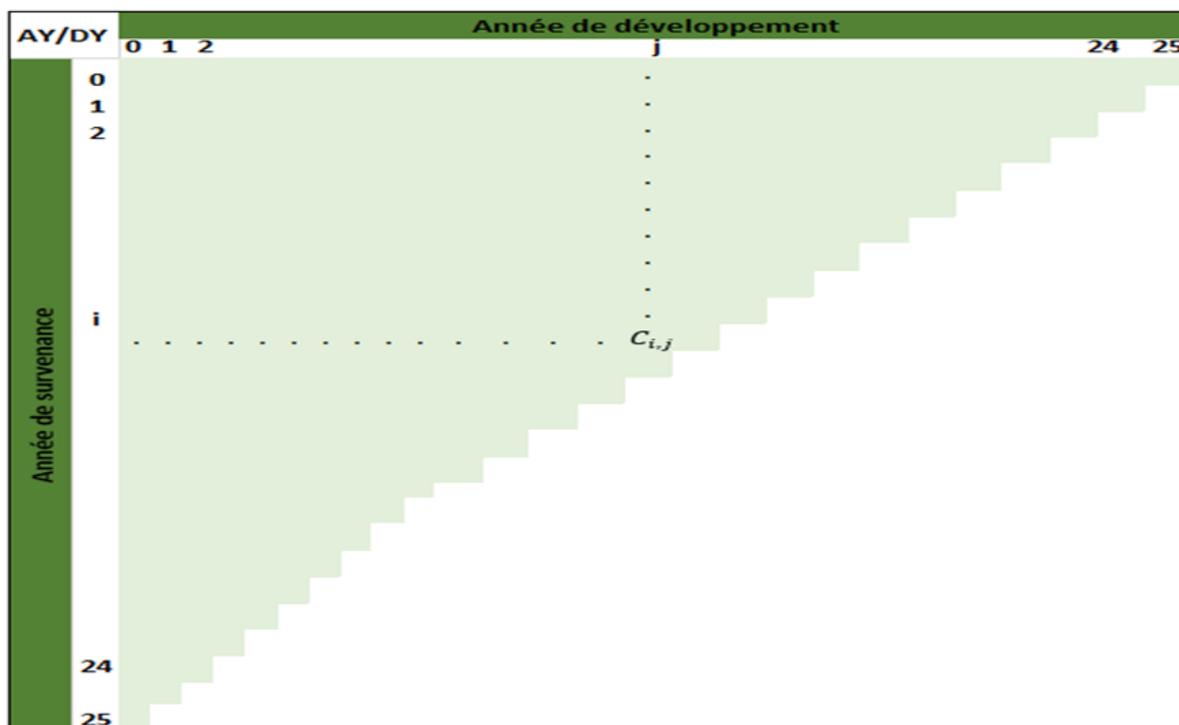


FIGURE 5.8 – Triangle de paiements incrémentaux

Ensuite, nous calculons à partir de ceci les triangles de paiements cumulés $S_{i,j} = \sum_{k=0}^j S_{i,k}, \forall i, j \in \mathbb{N}$ tel que $0 \leq i, j \leq N - 1$, qui sont la base d'obtention des facteurs de développement de Chain Ladder et donc des paiements à l'ultime par année de survenance. L'utilisation de cette méthode dans ce contexte a été clarifiée en détail dans le chapitre II de ce mémoire.

Bien évidemment, la méthode de Chain Ladder n'est pas utilisée en modèle interne telle que définie en théorie puisque différents retraitements interviennent dans le processus afin de s'adapter aux particularités des différentes années d'occurrence et aux spécificités des lignes d'activité (traitements sur les facteurs de développement comme la suppression de certaines valeurs aberrantes qui pourraient impacter le résultat).

Par ailleurs, pour des soucis de confidentialité, nous ne projetons pas les différents triangles obtenus ni les résultats à l'ultime. Aussi, dans la présentation des résultats par la suite, certains chiffres seront omis étant donnée la sensibilité des données en question.

5.3 Séparation des sinistres graves pour la LoB 08_GTPL

A partir des triangles de paiements cumulés et des ultimes obtenus à l'issue de la base de données BD2, nous procédons au calculs des règlements ultimes mis en as-if 2022 de la ligne d'activité RC Générale comme montré précédemment (voir exemple dans la section 3.1.3.2.) et nous comparons les résultats obtenus au seuils des graves préalablement déterminés et correspondants pour l'année 2021 à :

- $SEUIL_{PRO}=1\,036\,821,86$ euros
- $SEUIL_{PART}=1\,097\,250$ euros

A l'issue de cela, nous obtenons un troisième jeu de données qui se présente comme suit (voir figure 5.9) :

N_ADS_Intranet	Branche_scat	AY	Paid_Net_of_Recoveries_as_if	Paid_Net_of_Recoveries	Incurred_Net_of_Recoveries	Statut_ADS
A751996033B	RC AGRICOLE	1996	1 226 624,18	858 448,00	858 448,00	clos
A511996055B	RC PRO NON AGRICOLE	1996	1 142 764,01	791 585,84	791 585,84	clos
A721996009B	RC PRO NON AGRICOLE	1996	1 763 418,62	1 248 162,00	1 248 162,00	clos
A791996067B	RC PRO NON AGRICOLE	1996	2 384 638,88	1 664 288,33	1 664 288,33	clos
A311996019B	RC PARTICULIER	1996	1 835 038,25	567 784,48	567 784,48	clos
A691996037B	RC PARTICULIER	1996	3 514 039,62	1 087 289,14	1 087 289,14	clos
A841996002B	RC PARTICULIER	1996	2 258 507,71	698 811,39	698 811,39	clos
A841996011B	RC PARTICULIER	1996	2 502 364,01	776 340,64	776 340,64	clos
A311997030B	RC AGRICOLE	1997	1 098 982,03	779 418,86	779 418,86	clos
A631997012B	RC AGRICOLE	1997	2 710 409,85	1 908 624,50	1 908 624,50	clos
A311997007B	RC PRO NON AGRICOLE	1997	2 547 966,35	1 817 395,35	1 817 395,35	clos
A441997001B	RC PRO NON AGRICOLE	1997	3 060 660,09	2 161 133,79	2 161 133,79	clos
A691997045B	RC PRO NON AGRICOLE	1997	1 265 166,58	889 762,54	889 762,54	clos
A691997070B	RC PRO NON AGRICOLE	1997	1 797 057,98	1 279 021,08	1 279 021,08	clos
A511997001B	RC PARTICULIER	1997	7 589 982,75	2 454 118,20	2 454 118,20	clos
A691997018B	RC PARTICULIER	1997	1 670 122,32	540 011,45	540 011,45	clos
A691997048B	RC PARTICULIER	1997	10 563 302,23	3 415 500,81	3 415 500,81	clos
A211998083B	RC AGRICOLE	1998	2092689,639	1 518 350,77	1 518 350,77	clos
A461998007B	RC AGRICOLE	1998	1 494 217,93	1 070 195,98	1 070 195,98	clos
A751998034B	RC AGRICOLE	1998	1 119 552,96	810 194,59	810 194,59	clos

FIGURE 5.9 – Données tête par tête des sinistres graves

A partir de ce tableau, nous déduisons les valeurs des deux variables d'intérêt (fréquences et coûts de sinistres graves à l'ultime) dont nous aurons besoin par la suite pour la modélisation des sinistres graves mais qui nous permettront aussi la déduction des paiements ultimes attritionnels de la LoB 08_GTPL.

AY / Frequency	RC AGRICOLE	RC PRO NON AGRICOLE	RC PARTICULIER	TOTAL LoB
1996	1	3	4	8
1997	2	4	3	9
1998	3	3	3	9
1999	4	4	6	14
2000	2	2	5	9
2001	0	1	3	4
2002	6	2	8	16
2003	1	4	4	9
2004	5	5	3	13
2005	1	4	4	9
2006	1	2	7	10
2007	1	5	9	15
2008	1	5	6	12
2009	1	6	7	14
2010	1	3	5	9
2011	1	0	5	6
2012	3	4	6	13
2013	0	6	6	12
2014	2	1	6	9
2015	3	2	7	12
2016	1	6	6	13
2017	1	2	5	8
2018	3	8	5	16
2019	2	3	2	7
2020	1	7	3	11
2021	5	2	3	10
TOTAL	52	94	131	277

FIGURE 5.10 – Fréquence des sinistres graves par branche de la LoB 08_GTPL

Nous soulignons dans cette partie que puisque notre principale finalité reste de déterminer un processus menant vers une maille de calcul adéquate pour le modèle interne, nous ne procédons pas à ce stade à l'étude des seuils de graves au sein des différentes branches proposées, cette analyse pourra être faite par la suite à l'issue de la validation de la granularité étudiée. Ainsi, pour la LoB 08_GTPL, nous agrégerons les professionnels agricoles et non-agricoles pour la modélisation des sinistres graves mais nous les séparerons pour la partie attritionnelle.

Dès lors, pour donner suite à ces calculs initiatifs, nous entamons dans un premier temps, une analyse temporelle et graphique afin de pouvoir cerner si nos branches sont véritablement hétérogènes en termes de risque.

5.4 Analyse temporelle et graphique

Dans cette première partie d'analyse, nous tentons de représenter graphiquement les niveaux de disproportion entre les différentes branches afin de constater visuellement si

celles-ci sont réellement hétérogènes en matière de risque. Pour ce faire, nous nous appuyons sur les deux visions temporelles possibles, à savoir une première approche par année de survenance et une seconde par année de développement.

5.4.1 Analyse par année de survenance : Courbe de Lorenz et Indice de GINI

La courbe de Lorenz représente une fonction qui associe la part cumulée de la variable étudiée à la part cumulée en % d'une population donnée. Ainsi, plus les disparités de répartition sont importantes, plus la courbe se distance de la diagonale.

Mathématiquement, cette courbe permet le calcul de l'indice de GINI que nous notons ci-après GINI et qui est considéré comme un indicateur statistique mesurant le niveau de répartition d'une variable au sein d'une population. En effet, il s'agit d'un coefficient compris entre la valeur 0 incarnant l'uniformité de distribution et la valeur 1 montrant l'inégalité. Son calcul est schématisé dans la figure 5.11 ci-dessous

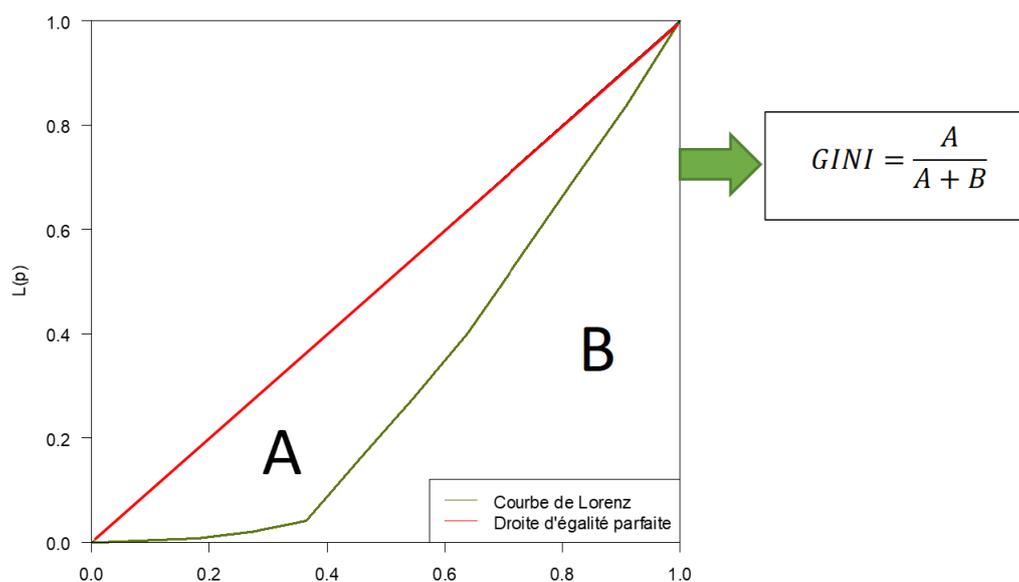


FIGURE 5.11 – Calcul simplifié de l'indice de GINI à partir de la courbe de Lorenz

Dans notre cas, nous nous basons dans un premier temps sur la dispersion des paiements ultimes par rapport aux années de survenance pour voir si les branches connaissent des anomalies relatives aux années de sinistralité. En d'autres termes, nous avons cherché à vérifier si le niveau de sinistralité était bien hétérogène entre les branches.

Pour cela, nous avons commencé par superposer à l'intérieur de chaque LoB les courbes de Lorenz correspondant à la répartition par branche des paiements de sinistres survenus au cours de la même année allant de 1996 à 2021 afin d'observer graphiquement les différences. Ensuite, nous avons calculé les indices de GINI pour une quantification des écarts.

Cependant, l'étude de cette disparité serait biaisée par plusieurs éléments puisqu'en effet une différence significative dans ce sens pourrait être expliquée par une augmentation des souscriptions dans une branche spécifique qui engendrera en conséquence une sinistralité plus importante dans un segment en comparaison avec l'autre. Pour corriger ce biais, nous avons donc procédé à la même analyse pour les primes acquises selon les années de survenance et nous utilisons le critère suivant afin de trancher si deux branches sont hétérogènes en termes de risque :

$$C = \frac{|GINI_{paiements,branche2} - GINI_{paiements,branche1}|}{|GINI_{primes,branche2} - GINI_{primes,branche1}|} \neq 1$$

En effet, en utilisons les notations présentées dans le graphe explicatif de la définition du calcul de l'indice de GINI, nous notons :

$$\begin{aligned} - GINI_{paiements,branche2} &= \frac{A_2}{A_2+B_2}; GINI_{paiements,branche1} = \frac{A_1}{A_1+B_1} \\ - GINI_{primes,branche2} &= \frac{A'_2}{A'_2+B'_2}; GINI_{primes,branche1} = \frac{A'_1}{A'_1+B'_1} \end{aligned}$$

Avec :

- A_i la surface entre la courbe de Lorenz des paiements à l'ultime et la diagonale et B_i la surface restante du triangle inférieur pour la branche i
- A'_i la surface entre la courbe de Lorenz des primes acquises et la diagonale et B'_i la surface restante du triangle inférieur pour la branche i

Ainsi $A_2+B_2 = A_1+B_1 = A'_2+B'_2 = A'_1+B'_1 = \text{surface du triangle au dessous de la diagonale}$

Finalement, le calcul du critère équivaut à $C = \frac{|A_2-A_1|}{|A'_2-A'_1|}$ qui correspond à la surface entre les deux courbes de Lorenz des paiements des branches rapportée à celle entre les courbes de Lorenz des primes. Techniquement, la valeur de C s'interprète comme un indice montrant à quel point varient les règlements pour la succession des années de survenance relativement à la variation des primes.

Effectivement, une valeur trop élevée de ($C \gg 1$) du rapport traduirait principalement deux situations possibles :

- Une différence du niveau d'inflation entre les périodes de sinistralité impactant plus une branche que l'autre ;
- Une différence de sinistralité remarquable entre les deux branches.

Et dans ces deux cas, nous pourrions bien valider la différenciation entre les deux branches en matière de risque.

Aussi, une valeur trop basse du critère («1») s'expliquerait plutôt par une augmentation plus de souscriptions pour une branche en comparaison avec l'autre sans accroissement autant conséquent en termes de sinistralité, ce qui indiquerait aussi une différence en

termes de risque.

Nous tenons à indiquer que dans le cas de non-validation de la condition "C suffisamment différent de 1", nous ne concluons pas que nos branches sont homogènes et nous ne procédons pas non plus à une réaffectation puisque nous considérons que les deux parties de l'analyse temporelle sont complémentaires. En d'autres termes, nous jugerons que les branches ne sont pas réellement distinctes au sens de cette partie si le constat résulte des deux visions (dispersion par année de survenance et variation des cadences par année de développement) et non seulement d'une des deux.

Nous présentons ainsi dans ce qui suit les différents résultats obtenus dans le cadre de cette première partie d'analyse temporelle et graphique.

➤ **Pour la LoB 01_MEDICAL**

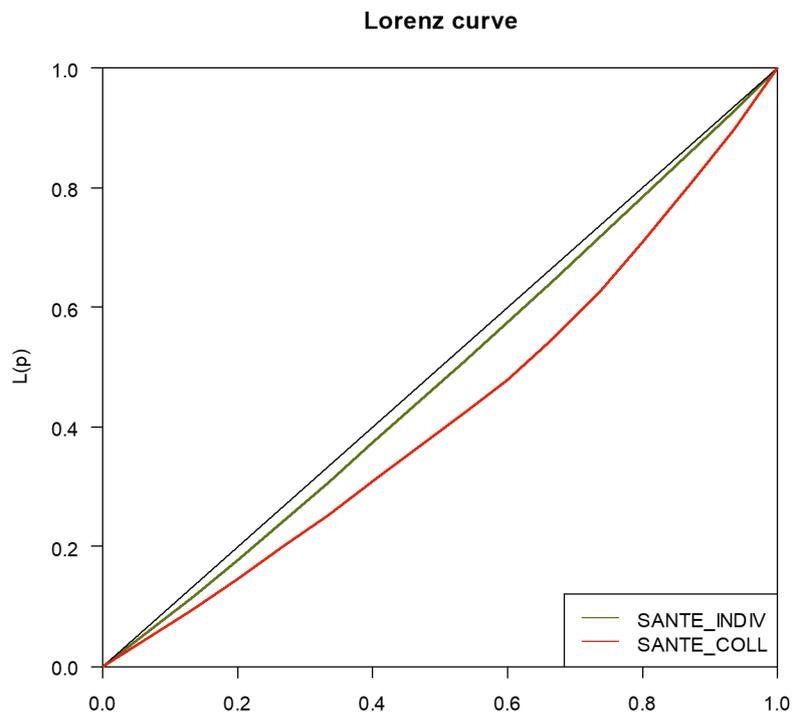


FIGURE 5.12 – Courbe de Lorenz des paiements par branche de la LoB 01_MEDICAL

Ici les courbes de Lorenz des deux branches présentent bien des différences apparentes puisque celle relative à la santé individuelle est assez proche de la diagonale tandis que celle de la santé collective s'en éloigne. Ceci revient à dire que la répartition des règlements de sinistres en collectif est inégalitaire entre les années de survenance tandis que pour la santé individuelle l'attribution est plutôt similaire d'une année de survenance à la suivante. D'ailleurs les valeurs de l'indice de GINI obtenus viennent confirmer cela :

— $\text{GINI_PAID_SANTE_INDIV}=0.03632299$

— GINI_PAID_SANTE_COLL=0.1478983

Cette différence n'apparaît pourtant pas entre les courbes de Lorenz des primes des deux branches en question et leurs indices de GINI respectifs que nous présentons ci-dessous :

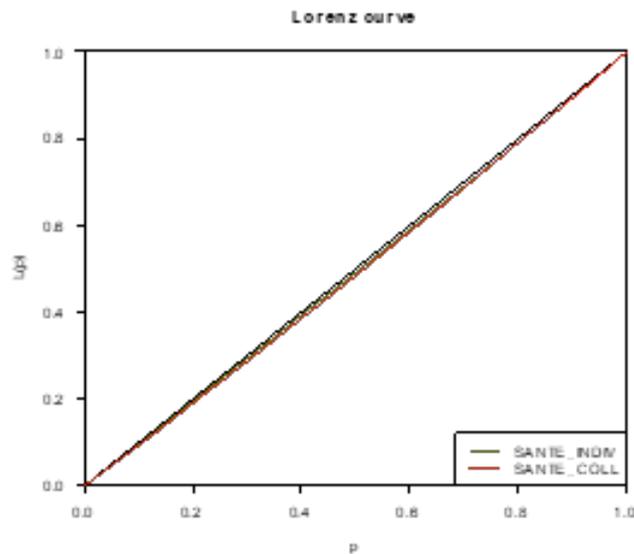


FIGURE 5.13 – Courbe de Lorenz et indices de GINI de la répartition primes acquises par branche de la LoB 01_MEDICAL

Les valeurs de GINI sont les suivants :

- GINI_PREMIUMS_SANTE_INDIV=0.01333122
- GINI_PREMIUMS_SANTE_COLL=0.02088242

En effet, avec un indice de GINI quasiment nulle et des courbes de Lorenz pratiquement confondues avec la diagonale pour les deux branches, les primes acquises peuvent être considérées comme réparties de façon égalitaire entre les différentes années de survenance.

Finalement, pour cette première ligne d'activité, le critère C révèle bien la dissemblance entre la SANTE_COLLECTIVE et la SANTE_INDIVIDUELLE puisque nous avons :

$$C = \frac{|GINI_{paiements,SANTE_COLL} - GINI_{paiements,SANTE_INDIV}|}{|GINI_{primes,SANTE_COLL} - GINI_{primes,SANTE_INDIV}|} = 14,936 \gg 1$$

➤ Pour la LoB 02_INCOME

Nous aboutissons aux mêmes conclusions pour les deux branches AP_COLLECTIVE et AP_INDIVIDUELLE de la ligne d'activité INCOME. En effet, les résultats relatifs à cette LoB se présente comme suit :

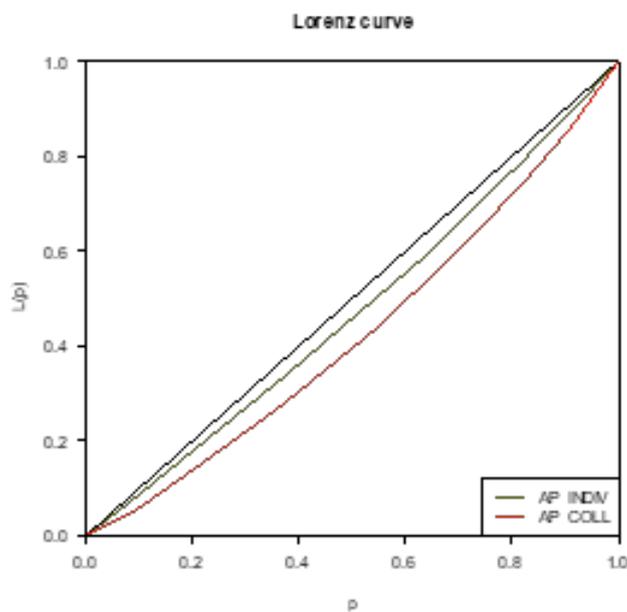


FIGURE 5.14 – Courbe de Lorenz et indices de GINI de la répartition des paiements de sinistres par branche de la LoB 02_INCOME

Pour les paiements, l'indice de GINI prend les valeurs suivantes :

- $GINI_PAID_AP_INDIV=0.05722032$
- $GINI_PAID_AP_COLL=0.1455022$

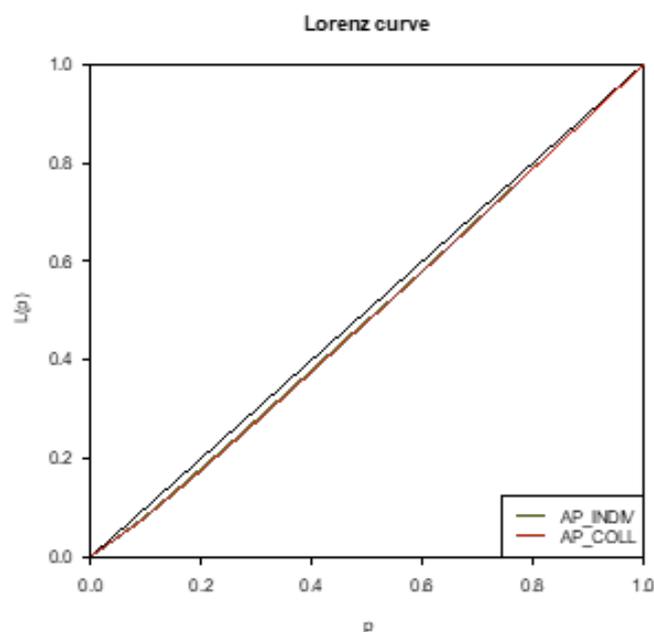


FIGURE 5.15 – Courbe de Lorenz et indices de GINI de la répartition des primes par branche de la LoB 02_INCOME

Aussi, pour les primes, nous avons :

- $GINI_PREMIUMS_AP_INDIV=0.02999633$
- $GINI_PREMIUMS_AP_COLL=0.03474343$

Aussi, le calcul du critère C nous permet de confirmer encore une fois le choix de différenciation entre les deux branches de cette LoB.

$$\frac{|GINI_{paiements,AP_COLL} - GINI_{paiements,AP_INDIV}|}{|GINI_{primes,AP_COLL} - GINI_{primes,AP_INDIV}|} = 18,597 \gg 1$$

➤ **Pour la LoB 08_GTPL [partie construction]**

De manière similaire, nous remarquons bien une disparité entre les deux segments de la partie construction de la ligne d'activité RC Générale à travers leurs courbes de Lorenz et leurs indices de GINI représentées ci-dessous respectivement pour la répartition des paiements ultimes et des primes acquises.

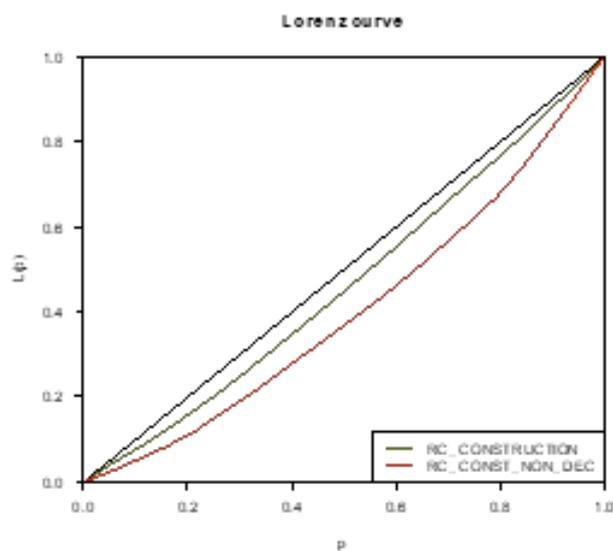


FIGURE 5.16 – Courbe de Lorenz représentant la répartition des paiements de sinistres par branche de la partie construction de la LoB 08_GTPL

Les valeurs des indices de GINI sont les suivantes :

- GINI_PAID_RC_CONST=0.07217193
- GINI_PAID_RC_CONST_NON_DEC=0.1936051

Cependant, bien que dans cette partie construction, les deux courbes relatives aux primes se distancient de la diagonale par rapport à celles des deux premières loBs, elles restent tout de même très rapprochées entre elles voire quasiment confondues.

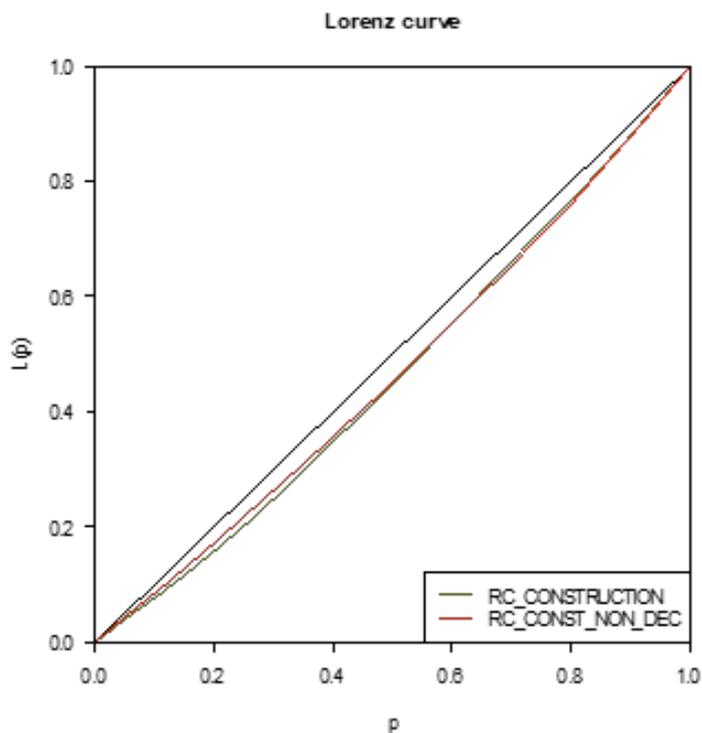


FIGURE 5.17 – Courbe de Lorenz et indices de GINI de la répartition des primes acquises par branche de la partie construction de la LoB 08_GTPL

Les valeurs des indices de GINI sont les suivantes :

- $GINI_PREMIUMS_RC_CONST=0.07217193$
- $GINI_PREMIUMS_RC_CONST_NON_DEC=0.06430068$

$$\frac{|GINI_{paiements,RC_CONST} - GINI_{paiements,RC_CONST_NON_DEC}|}{|GINI_{primes,RC_CONST} - GINI_{primes,RC_CONST_NON_DEC}|} = 15,427 \gg 1$$

➤ Pour la LoB 08_GTPL [hors construction]

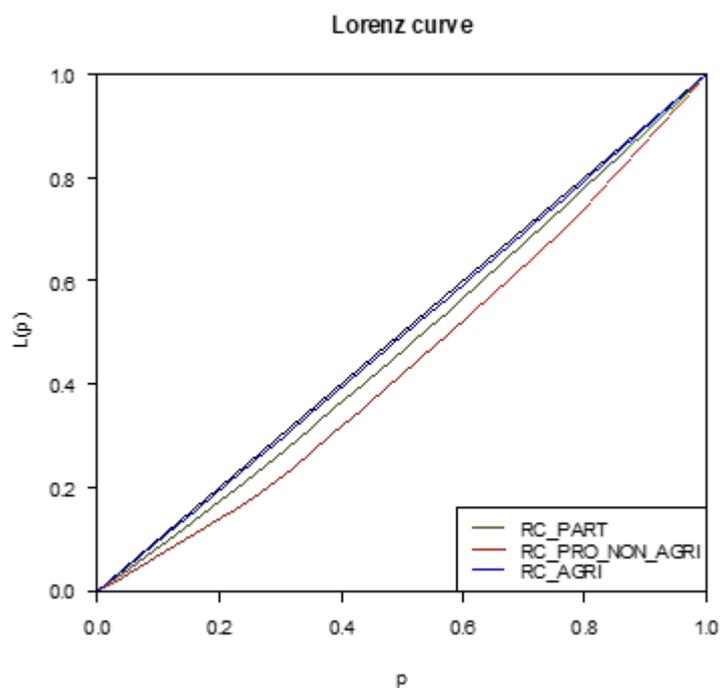


FIGURE 5.18 – Courbe de Lorenz représentant la répartition des paiements de sinistres par branche de la partie hors construction de la LoB 08_GTPL

Les valeurs des indices de GINI sont les suivantes :

- $\text{GINI_PAID_RC_PART}=0.04984125$
- $\text{GINI_PAID_RC_PRO_NON_AGRI}=0.1174382$
- $\text{GINI_PAID_RC_AGRI}=0.01120589$

Pareillement, nous vérifions que les écarts constatés entre les trois branches du point de vue de leurs sinistralités ne reflètent pas un agrandissement du portefeuille d'une branche plus qu'une autre.

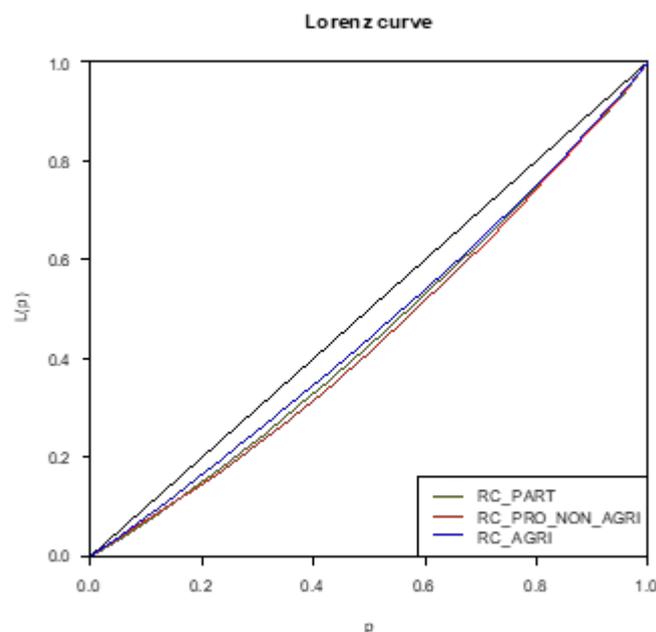


FIGURE 5.19 – Courbe de Lorenz des primes acquises par branche de la partie hors construction de la LoB 08_GTPL

Les valeurs des indices de GINI sont les suivantes :

- $GINI_PREMIUMS_RC_PART=0.1032131$
- $GINI_PREMIUMS_RC_PRO_NON_AGRI=0.1166828$
- $GINI_PREMIUMS_RC_AGRI=0.08400928$

Nous obtenons éventuellement les critères deux à deux suivants :

$$\frac{|GINI_{paiements,RC_PART}-GINI_{paiements,RC_PRO_NON_AGRI}|}{|GINI_{primes,RC_PART}-GINI_{primes,RC_PRO_NON_AGRI}|} = 5,018 \gg 1$$

$$\frac{|GINI_{paiements,RC_PRO_NON_AGRI}-GINI_{paiements,RC_AGRI}|}{|GINI_{primes,RC_PRO_NON_AGRI}-GINI_{primes,RC_AGRI}|} = 3,251 > 1$$

$$\frac{|GINI_{paiements,RC_AGRI}-GINI_{paiements,RC_PART}|}{|GINI_{primes,RC_AGRI}-GINI_{primes,RC_PART}|} = 2,012 > 1$$

Ces différentes conclusions nous procurent donc la possibilité de passer vers la prochaine étape avec les mêmes branches constituées auparavant.

5.5 Analyse par année de développement : Cadence des paiements et duration

En plus de la différence de variation des montants de prestations, il est nécessaire d'observer le temps de liquidation des sinistres puisqu'une petite différence de quelques mois est

susceptible d’engendrer une différence remarquable de coût et le contexte actuel d’inflation est l’exemple parfait d’une augmentation soudaine des différents frais pris en charge par l’assureur. D’où l’importance d’une projection sur les années de développement qui nous mène à évoquer la notion de cadences de paiements.

Ainsi, nous commençons par observer et comparer à première vue graphiquement les différentes chroniques de liquidation des sinistres au sein des branches. Quantitativement, l’indicateur à retenir dans cette partie serait le nombre d’années de développement (noté d) nécessaire pour atteindre 99,5 % de l’ultime du triangle de règlements.

D’ailleurs, bien qu’il nécessiterait en théorie de calculer la durée de chaque branche, celle-ci serait moins représentative de notre disparité surtout pour les branches courtes, en l’occurrence celles des deux premières LoBs.

➤ **LoB 01 _MEDICAL**

Les cadences de paiements des deux branches de santé individuelle et collective se présentent comme suit :

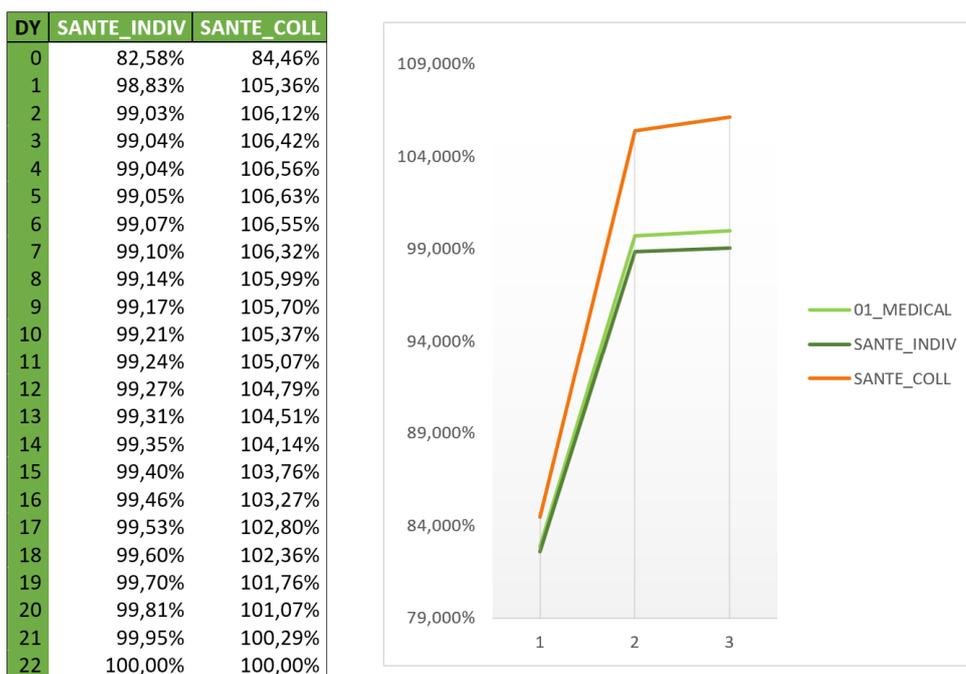


FIGURE 5.20 – Tableau et graphe représentant la chronique de liquidation de sinistres pour les branches de la LoB 01 _MEDICAL

Tout d’abord, nous remarquons, à travers le tableau représenté ci-dessous que SANTE_INDIV prend plus de temps pour le règlement intégral des sinistres puisqu’elle n’atteint les 99.5% qu’à partir de la 18ème année de développement ($d \approx 18$) contrairement à la SANTE_COLL où les sinistres sont assez rapidement payés ($d \approx 2$).

Aussi, il est pertinent de noter que la cadence de règlements pour les garanties collectives se voit plutôt instable par rapport à celle des garanties individuelles. Plus que cela, l'écart entre les deux branches s'apparente bien sur le graphe des cadences où nous constatons aussi un effet volume majoritairement considérable de la partie individuelle sur la LoB en son intégralité puisque les deux suivent présentent des courbes très rapprochées. Ce rapprochement montre qu'effectivement la maille d'étude actuelle (ligne d'activité) n'est pas représentative du risque porté à l'intérieur et suit plutôt les variations majoritaires dans ce contexte puisque les garanties individuelles représentent une grosse part de la LoB.

➤ **LoB 02_INCOME**

Comme nous l'apercevons sur le tableau ainsi que le graphe ci-dessous, pour la LoB 02_INCOME, la dissemblance entre l'assurance de personnes individuelle et la collective s'apparente moins que celle constatée dans la LoB précédente puisque les deux branches ont des cadences de paiements qui évoluent normalement et de façon relativement stable au cours des années de développement. Toutefois, nous remarquons bien que les sinistres de l'AP_COLLECTIVE sont réglés plus rapidement que ceux de l'AP_INDIVIDUELLE surtout au cours des quatre premières années. En effet, plus de 99 % des sinistres de contrats collectifs sont liquidés à la 11ème année à partir de leur survenance tandis que pour les contrats individuels, cette même proportion n'est réglée qu'après l'écoulement de 15 années.

Ceci pourrait être expliqué par la différence des montants en question. Cependant, comme nous l'avons cité au début de cette section, un écart de la sorte engendrerait bien une disparité d'un point de vue d'exposition au risque.

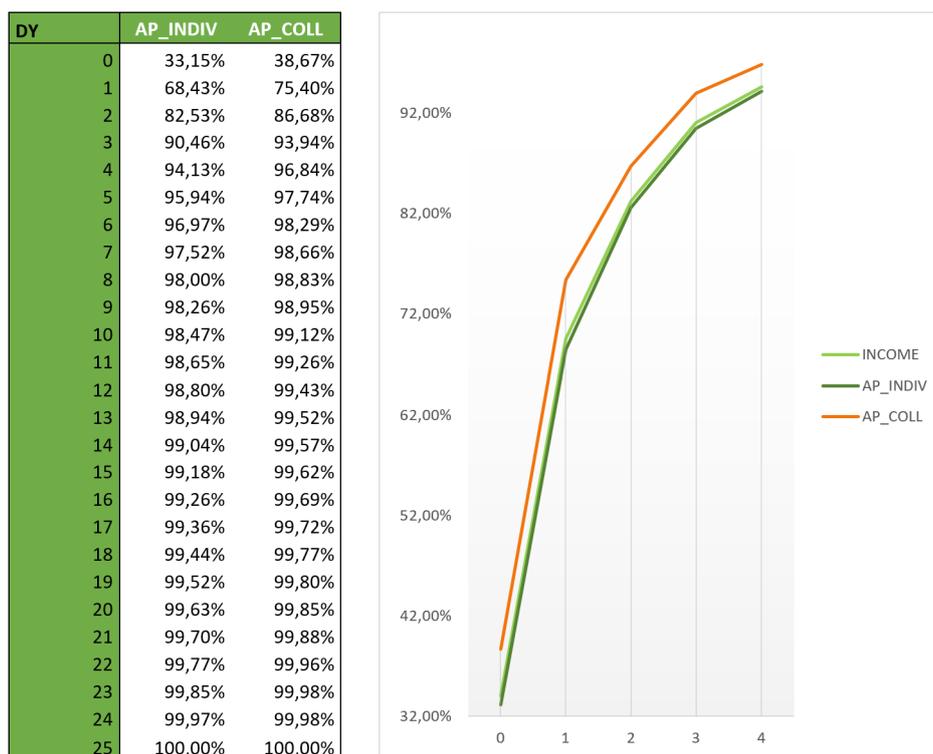


FIGURE 5.21 – Tableau et graphe de la chronique de liquidation des sinistres pour les branches de la LoB 02_INCOME

➤ **LoB 08_GTPL**

S'agissant cette fois-ci de branches longues, la ligne d'activité RC Générale prend plus de temps pour la liquidation de ses sinistres et notamment concernant la sinistralité "graves". Pour cela, nous séparons dans nos interprétations la partie seulement attritionnelle (construction et construction non décennale) et la partie comportant des graves (agricole, professionnelle non agricole et particulière).

Ainsi, nous retenons à travers la chronique des cadences de paiements présentée ci-après que pour les deux branches du risque construction les différences ne sont pas aussi importantes que celles des trois autres branches. En effet, globalement, les deux branches évoluent de la même manière mais elles restent tout de même.

DY/MAILLE	G_RC_PART	G_RC_PRO_NON_AGR	G_RC_AGR	RC_CONSTRUCTION	RC_CONST_NON_DEC
0	0,26%	2,73%	34,76%	12,93%	18,14%
1	2,85%	14,13%	64,28%	38,41%	42,13%
2	6,00%	19,85%	72,39%	53,66%	55,54%
3	9,25%	27,06%	77,55%	63,64%	61,55%
4	15,77%	35,30%	81,26%	71,30%	66,53%
5	26,68%	40,29%	85,00%	77,35%	70,63%
6	34,97%	45,46%	88,19%	82,66%	77,00%
7	43,74%	53,34%	90,66%	86,62%	82,49%
8	55,63%	61,25%	91,91%	89,48%	86,80%
9	59,23%	67,13%	92,77%	92,88%	90,88%
10	63,80%	71,28%	93,97%	94,67%	92,37%
11	69,71%	73,71%	96,07%	96,34%	96,48%
12	73,84%	80,42%	97,00%	97,18%	97,82%
13	77,36%	84,53%	98,08%	97,90%	99,57%
14	78,82%	86,65%	98,61%	98,65%	100,11%
15	80,66%	89,56%	98,82%	99,00%	100,46%
16	81,80%	89,75%	99,18%	98,91%	100,93%
17	83,12%	98,92%	99,27%	99,26%	100,60%
18	83,42%	98,66%	99,66%	99,43%	100,48%
19	83,54%	98,71%	100,02%	99,40%	100,32%
20	99,42%	100,00%	100,03%	99,84%	100,29%
21	99,83%	100,00%	100,03%	99,81%	100,24%
22	100,00%	100,00%	99,94%	99,86%	100,19%
23	100,00%	100,00%	99,95%	99,86%	100,00%
24	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
25	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

FIGURE 5.22 – Tableau des cadences de liquidation des sinistres pour les branches de la LoB 08_GTPL

En ce qui concerne les branches RC_AGRICOLE, RC_PRO_NON_AGRICOLE et RC_PARTICULIER, les écarts entre les années d'écoulement sont plutôt non-négligeables puisque la première se liquide plus rapidement que la seconde qui à son tour fait l'objet de règlements de dédommagements à plus court terme en comparaison avec la responsabilité civile des particuliers. Effectivement, plus de 99.5% des montants de sinistres agricoles sont octroyés à la 12ème année ($d \approx 12$) à partir de leur survenance contrairement à ce qui se passe pour les sinistres des professionnels non agricoles où ceci la cadence prend à peu près 20 ans pour atteindre les 99.5% et aussi en assurance RC des agricoles qui dépasse les vingt ans pour arriver à cette même proportion. Pour plus de visibilité, nous représentons graphiquement les cadences de dédommagement des cinq branches.

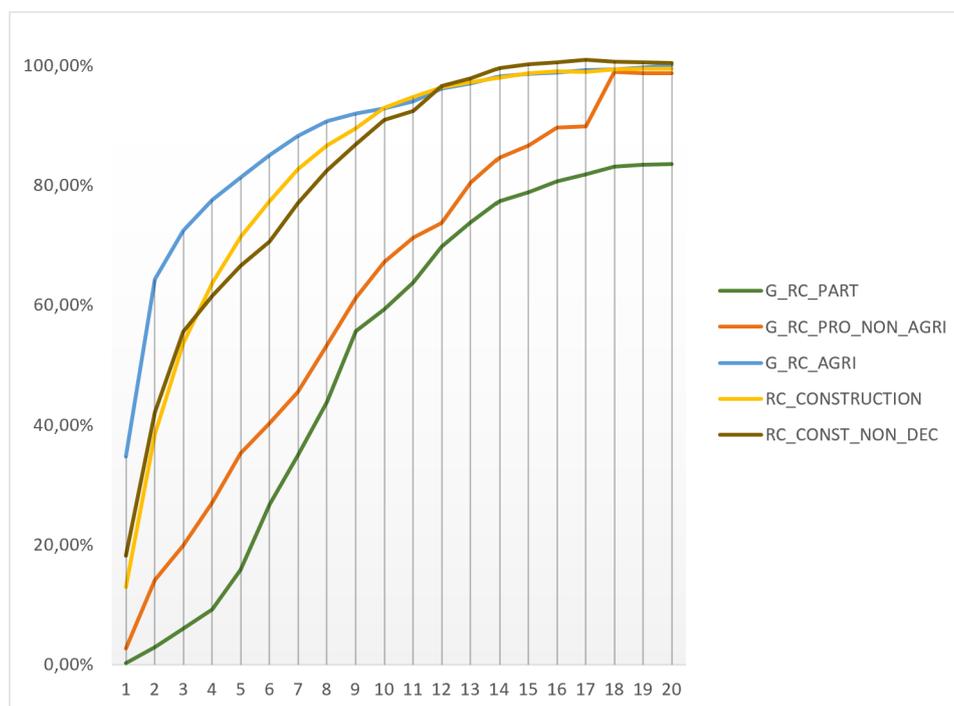


FIGURE 5.23 – Graphe de la chronique de paiements de sinistres par branche de la LoB 08_GTPL

5.6 Validation statistique

Après l'analyse graphique et temporelle présentée dans la section précédente, nous poursuivons avec un calcul d'impact sur le calibrage afin de vérifier si le nouveau choix de granularité présente un impact significatif sur le SCR et la gestion des risques pour l'entreprise. Et comme nous l'avons indiqué auparavant, il est indispensable de distinguer entre la partie considérée comme attritionnelle et celle jugée comme étant grave.

5.6.1 Indicateurs de rentabilité des sinistres attritionnels

5.6.1.1 Le ratio S/P

Le ratio combiné est un indicateur très utilisé en assurance non-vie pour apprécier la rentabilité technique d'une branche spécifique de risque. Celui-ci est calculé en rapportant la somme de la charge des prestations et frais aux primes acquises. Ainsi, techniquement, une branche est bénéficiaire si le ratio combiné est inférieur à 100%, juste à l'équilibre s'il est égal à 100%, et déficitaire s'il est supérieur à 100%.

Il reste à noter que nos résultats ne prennent pas en considération les différents frais puisque ceci ne fait pas l'objet de notre étude. En effet, désirant modéliser éventuellement

la distribution des $\widehat{S_{i,N-1}}/P_i$ (Paiements ultimes/ Primes acquises), nous ne prenons en compte que les paiements historiques qui ont réellement été effectués pour ne pas impacter notre étude par les approximations et les arrondissements qui pourraient résulter du provisionnement dans le cadre de la prudence. Aussi, nous notons que dans cette partie, certains chiffres ont été omis pour des raisons de confidentialité et de sensibilité de données.

➤ Pour la LoB 01_MEDICAL

AY/S_P	MEDICAL	SANTE_INDIV	SANTE_COLL
N	72,23%	71,25%	80,63%
N+1	72,94%	71,71%	84,09%
N+2	78,31%	77,07%	89,44%
N+3	76,04%	74,83%	87,66%
N+4	74,02%	72,71%	86,49%
N+5	72,53%	71,34%	84,28%
N+6	72,15%	70,90%	83,54%
N+7	72,86%	71,38%	83,61%
N+8	72,63%	70,77%	84,86%
N+9	73,63%	71,52%	86,28%

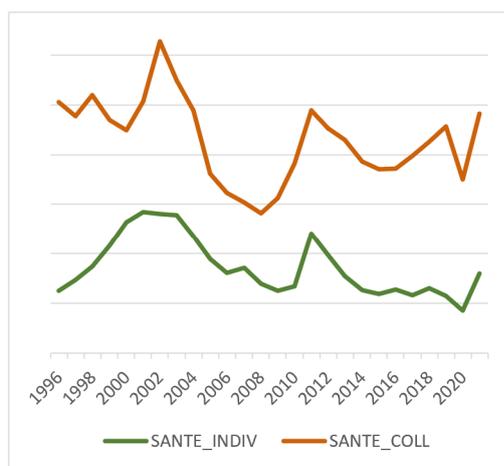


FIGURE 5.24 – Evolution des ratios S/P par branche de la LoB 01_MEDICAL

Nous constatons une différence entre les deux branches. Bien que les tendances respectives soient sensiblement proches, les ratios S/P de la branche de santé individuelle sont, chaque année, nettement moins élevés (de plus de 10 points d'écart) que ceux de la branche Santé collective. De fait, la santé individuelle est globalement plus rentable que la santé collective. Cela peut s'expliquer par le fait que les contrats de santé collective sont généralement négociés entre l'employeur et l'assureur, de sorte à être plus avantageux pour les employés, ce qui aboutit à des primes moins élevées que celles des contrats individuels. Ainsi, la cotisation étant plus basse pour la santé collective, pour des garanties (et par extension pour des prestations) similaires, le ratio de rentabilité S/P est donc plus avantageux pour la branche santé individuelle.

D'autre part, nous repérons certaines années pour lesquelles les deux branches ne subissent pas le même impact. En effet, l'année 2008 est la plus rentable de l'historique pour la santé collective avec un S/P approximativement égal à 80%, là où, côté santé individuelle, il s'agit d'une année moyenne. En conséquence, ces éléments confortent l'intérêt de la distinction des branches au sein d'une LoB. Les risques n'étant pas les mêmes, la maille branche semble plus précise que la maille LoB, dans le cas de la LoB médicale.

➤ Pour la LoB 02_INCOME

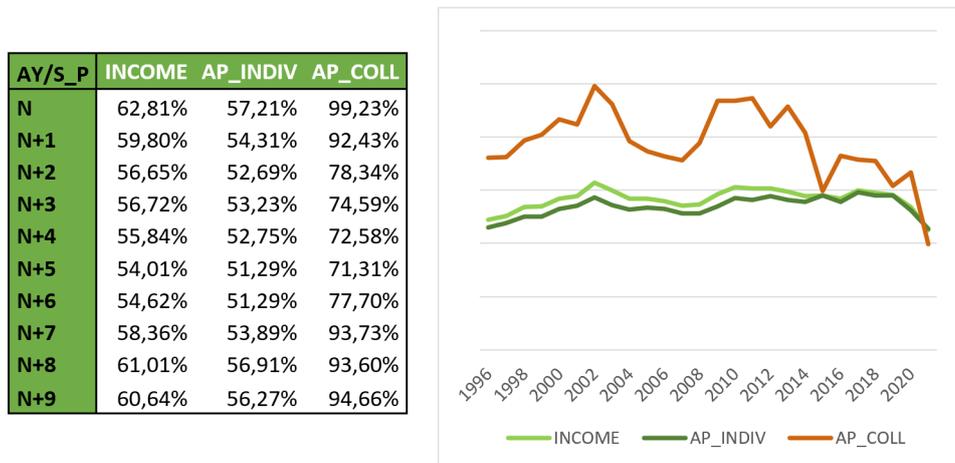


FIGURE 5.25 – Evolution des ratios S/P par branche de la LoB 02_INCOME

Concernant la LoB INCOME, nous notons une nette différence, à la fois dans la valeur des S/P et dans la tendance évolutive de ces derniers, entre l'assurance de personnes individuelle et l'assurance de personnes collective. A l'exception de la dernière année, le ratio de rentabilité S/P est, chaque année, plus élevé en assurance collective qu'en individuelle. Une possible explication serait, à l'instar de la branche Santé, l'avantage des tarifs pour les contrats d'assurance collective, impliquant des primes moins élevées qu'en assurance individuelle.

En observant l'évolution du S/P de la LoB INCOME, nous apercevons qu'elle se distingue nettement de celle de la branche AP collective, bien qu'étant très proche de la branche AP individuelle. De facto, l'utilisation d'une granularité branche plutôt que LoB permet une observation plus précise des résultats.

➤ Pour la LoB 08_GTPL

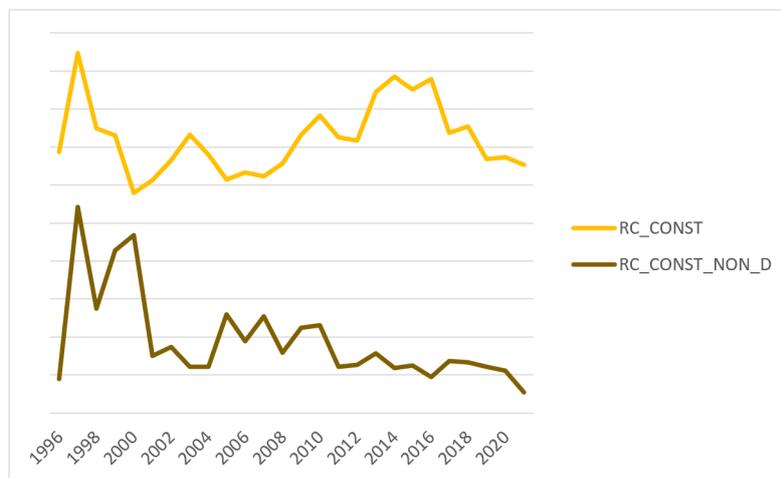


FIGURE 5.26 – Evolution des ratios S/P pour les branches construction de la LoB 08_GTPL

De manière similaire, nous constatons que les ratios S/P évoluent très différemment entre les deux branches RC construction et RC construction non décennale. Effectivement, nous remarquons à première vue que la branche non décennale s'apparente techniquement bien plus bénéfique puisque le niveau de ses ratios est largement inférieur à celui des S/P de la branche construction. Aussi, au cours de certaines années telles que 1998, 2003 et les années à partir de 2013, les ratios de rentabilité des deux branches progressent dans deux sens opposés (l'un augmente et l'autre diminue). Ceci confirme donc la disparité technique des branches qui implique leur séparation.

Aussi, pour la partie hors construction comportant des sinistres graves, nous décelons à partir du graphe ci-dessous des chronologies atypiques et différentes des S/P des branches surtout entre RC professionnelle non agricole et les deux autres. En effet, au cours des premières années (entre 1996 et approximativement 2006), celle-ci connaissait une sinistralité élevée allant jusqu'à atteindre son pic en 1998. Tandis que par la suite, la RC PART prend le dessus du graphe et elle atteint son maximum en 2006 (à peu près). Et finalement, c'est plutôt la RC agricole qui connaît les sinistralités les plus élevées, ce qui s'expliquerait peut-être par le contexte de sécheresse. Nous ajoutons aussi dans cette partie que même si l'on pourrait croire que les deux branches RC agricole et particulier ont une tendance approximativement similaire sauf que ce n'est pas le cas et le parfait exemple pour cela serait la période entre 2011 et 2013 où les deux courbes s'opposent parfaitement.

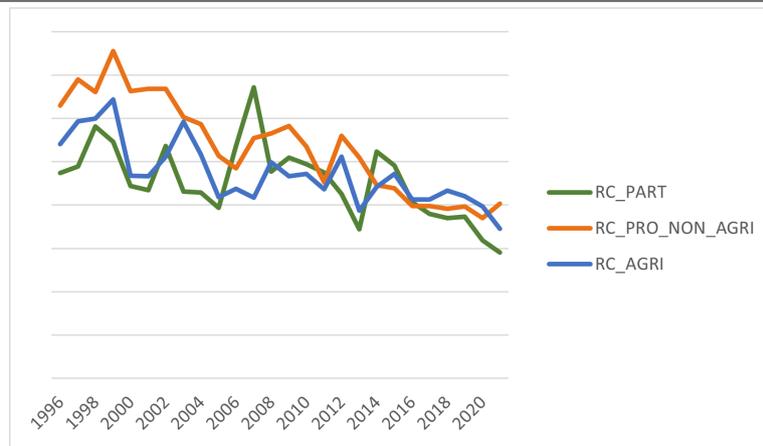


FIGURE 5.27 – Evolution des ratios S/P pour les branches hors construction de la LoB 08_GTPL

5.6.1.2 Le ratio S/P normalisé

Bien que le ratio S/P soit représentatif dans un certain sens du risque porté par l'assureur, il reste biaisé par le volume de la maille de son calcul. Nous tentons donc de corriger ce biais en le normalisant c'est-à-dire en rapportant la chronique S/P relative à chaque branche à sa moyenne au sein de cette branche.

Ainsi, pour une année de survenance i , le S/P ultime normalisé s'écrira :

$$\left(\frac{S}{P}\right)_{norm,i} = \frac{\frac{S_{ult,i}}{P_i}}{\sum_{i=0}^{N-1} \frac{S_{ult,i}}{P_i}}$$

Les différents calculs présentés dans l'annexe C nous permettent encore une fois de confirmer la distinction entre nos différentes branches. Effectivement, pour chacune des LoB, nous constatons bien à l'issue des résultats de cet indicateur que les lignes d'activité dissimulent de façon grossière les particularités et variations au sein des différentes branches qu'elles regroupent.

5.7 Etude de l'impact de la granularité retenue sur le SCR risque de primes

Dans cette dernière partie, nous nous repençons sur la finalité ultime de notre étude en procédant au calcul de l'impact de la granularité proposée sur le SCR de risque de prime. Pour cela, nous nous basons sur la méthodologie de calcul exposée dans la section 1 et 2 du chapitre 2 et nous effectuons dans un premier temps les différents calculs au sein des LoB agrégées tout risque compris puis dans un second temps au sein des branches retenues pour éventuellement comparer les résultats obtenus et conclure de la significativité de la maille avancée précédemment.

La règle de décision finale se rapporterait donc aux écarts éventuellement obtenus pour les quantiles bicentennaires retenus à partir de la modélisation qui constituent, comme nous l'avons bien défini auparavant, la base des calculs du SCR en modèle interne.

Dans cette partie, étant donné la multitude de calculs et calibrages effectués et la confidentialité des résultats finaux, il convient de présenter un exemple de modélisation d'une branche attritionnelle afin de présenter l'application de cette analyse d'impact.

- Application du processus de modélisation

5.7.1 Choix de la loi de modélisation

Comme mentionné dans le Chapitre 2, une modélisation adéquate de la chronique du ratio S/P à l'ultime est nécessaire. Pour cela, nous avons procédé à plusieurs calibrages de lois pour finalement retenir trois lois dont les résultats paraissent pertinents et s'adaptent bien à nos données.

Dans le cas de la branche retenue pour l'exemple, les résultats des tests statistiques présentés ci-dessous (définis dans le Chapitre 3), accompagnés du graphique ci-après, montrent que la loi lognormal est celle qui reproduit au mieux et de façon prudente nos S/P ultimes.

		LOGNORMAL	WEIBULL	GAMMA
Best fit criteria tests	Akaike	0,1478	0,0094	0,1433
	Kolmogorov	0,1838	0,2029	0,1856
	Kuiper	0,2476	0,3223	0,2506
	Anderson	0,3763	0,4193	0,3802

FIGURE 5.28 – Résultats des tests statistiques de modélisation des S/P

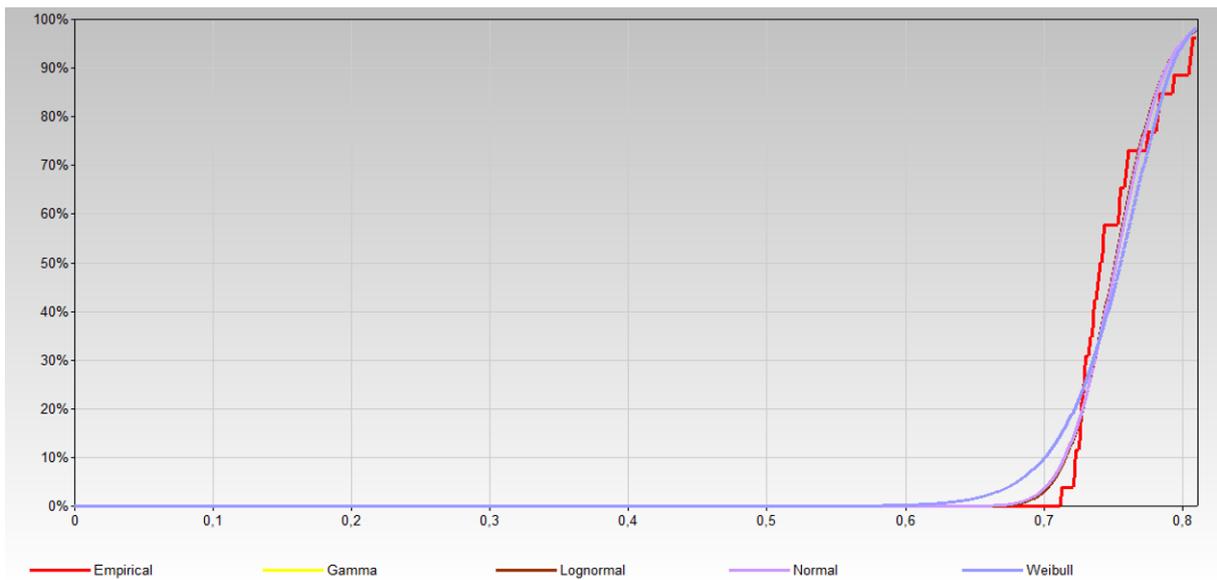


FIGURE 5.29 – Adéquation des lois pour la modélisation des S/P

En effet, la loi lognormal présente les statistiques les plus faibles des tests Kolmogorov-Smirnov, Kuiper et d'Anderson-Darling, soit trois tests parmi quatre. Aussi, graphiquement, elle s'adapte au mieux à la fonction de répartition empirique et elle présente aussi plus de prudence pour les valeurs élevées du ratio S/P.

Nous notons que les S/P de nos branches d'étude s'assimilent majoritairement aux lois Lognormal et Gamma. Nous ne retrouvons qu'une seule branche modélisée adéquatement par la loi de Weibull.

5.7.2 Calibrage de la loi statistique et calcul du quantile bicentenaire

Une fois la loi choisie, il nous reste à calibrer adéquatement ses paramètres tout en restant le plus prudent possible. Pour cette finalité, nous comparons entre les calibrages et simulations obtenus par les trois méthodes (méthode de maximum de vraisemblance, méthode des moments et méthode des moments pondérés par le volume de primes) expliquées dans le Chapitre 3 en nous basant sur trois indicateurs importants pour une modélisation cohérente et suffisamment prudente.

En effet, pour commencer, la distribution théorique devrait présenter une moyenne proche de la moyenne empirique. Ensuite, il est impératif de ne pas sous-estimer la variance qui représente le risque porté. Et finalement, le quantile bicentenaire qui concrétise la finalité de nos calculs devrait être supérieur à celui de nos jeux de données (nous retenons le plus grand qui est inférieur au max). Pour la branche en question, nous obtenons les résultats suivants :

	Méthode	MMV	MM	MPVP	
PARAMETRES	mu	-0,307	-0,307	-0,307	EMPIRIQUE
	sigma	0,039	0,040	0,052	
Distribution	moyenne	73,64%	73,64%	73,64%	73,64%
	écart-type	2,85%	2,94%	3,86%	2,94%
	Quantile 99,5%	81,31%	81,56%	84,16%	79,21%
ECART théorique - empirique	moyenne	0,00%	0,00%	0,00%	
	écart-type	-0,09%	0,00%	0,91%	
	Quantile 99,5%	2,10%	2,35%	4,95%	

FIGURE 5.30 – Calibrage de la loi retenue selon les trois méthodes

Ainsi, la méthode la plus appropriée de calibrage des paramètres de la loi lognormal au sens des trois indicateurs de sélection est dans ce cas la méthode des moments pondérés par le volume de primes qui s'approche au mieux des caractéristiques de nos données de S/P empiriques et qui présente aussi un quantile bicentenaire important assurant la prudence de la méthode.

Il est important de souligner dans ce contexte qu'au vu de nos différents calibrages, nous constatons que cette méthode ne fournit pas de résultats pertinents dans les cas où la branche détient uniquement une petite partie des primes. Et ceci s'explique mathématiquement par la formule de la variance estimée que nous retrouvons dans la partie 3.2.3. du chapitre 3.

A l'issue des résultats obtenus pour les branches à l'intérieur de chaque LoB, nous comparons les quantiles bicentenaires pour confirmer la dissimilitude inter-branches attritionnelles et nous retombons sur des écarts assez consistants dépassant généralement les 5% et atteignant même dans une LoB 13 points d'écart (13%).

Aussi, la modélisation à la maille LoB vient nous confirmer que le comportement des lignes d'activité est similaire à celui de la branche la plus volumineuse et ceci biaise donc notre vision du risque pris en charge par Groupama. La granularité retenue est donc validée pour la partie des sinistres attritionnels à cette étape du processus décisionnel.

Le même processus est suivi pour la comparaison entre les branches graves où nous modélisons la fréquence et le coût moyen en utilisant cette fois-ci uniquement la méthode de maximum de vraisemblance conformément au corpus méthodologique du modèle interne de Groupama. La loi prépondérante à noter dans ce cadre serait la loi de Pareto pour les charges et la loi de Poisson pour les fréquences, lois obtenues sur la base de comparaison de la moyenne et de la variance théorique à l'empirique.

Cependant, étant donné que nous ne procédons pas à la discussion du seuil des graves, nous ne retenons à ce stade en sinistralité grave que les parties jugées graves des branches RC particulier et RC professionnel (agricole et non -agricole).

Conclusion

Finally, in response to the need highlighted by the ACPR during its last visit to Groupama in 2021, our study has a primary motivation of proposing a decision-making process allowing to obtain an optimal granularity by grouping guarantees with a fine mesh according to different criteria.

In this memo, we have proposed a complete decision-making process that is based on different actuarial visions. In fact, our starting point is a rapprochement between the product mesh used for pricing and the study mesh of the reinsurance for the application of treaties. Then, we proceeded to groupings by branches which, in addition to this strategic positioning, respond to the finalities of the internal model.

To do this, we have adopted an analysis primarily divided into three parts. The first and second sections respectively deal with a temporal and graphical analysis as well as a statistical analysis of the deviations between branches. And finally, the last part consists in putting into practice the mesh retained for a quantification of its impact.

This study will continue with the integrality of the activity lines of the portfolio of Groupama and not only on the LoB that we have analyzed in this memo. Also, other related works have been initiated and are to be expected, notably the review of the thresholds of graves within the branches as well as the study of the intra-branch correlation in order to reach the impact on the SCR according to the newly defined mesh.

Annexe A

Rappel des abréviations utilisées

- ACPR : Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution
- ADS : Avis de Sinistre
- AP_COLL : Assurance de personnes collective
- AP_INDIV : Assurance de personnes individuelle
- AY : Année de survenance (Accident Year)
- CoC : Coût de Capital (Cost of Capital)
- DY : Année de développement (Development Year)
- GMA : Groupama Assurances Mutuelles
- i.i.d. : indépendantes et identiquement distribuées
- LoB : Ligne d'activité (Line of Business)
- MCR : Minimum Capital Requirement
- SII : Solvabilité II
- S_cat : sous-catégorie de réassurance
- SANTE_COLL : Santé collective
- SANTE_INDIV : Santé individuelle
- SCR : Solvency Capital Requirement
- RC : Responsabilité Civile
- RC_AGRI : Responsabilité civile agricole
- RC_CONST : Responsabilité civile construction
- RC_CONST_NON_DEC : Responsabilité civile construction non décennale
- RC_PART : Responsabilité civile particulier
- RC_PRO_NON_AGRI : Responsabilité civile professionnelle non agricole
- MM : Méthode des moments
- MMV : Méthode de maximum de vraisemblance
- MPVP : Méthode des moments pondérés par les volumes de primes

Annexe B

Cartographie de réassurance

B.1 Cartographie de la LoB 02_INCOME

s_cat	LIBELLE_S_CAT	Branches_scat
100	AAEXA ASSURANCE ACCIDENT EXPLOITANTS AGRICOLES	AAEXA
102	AAEXA FRAIS DE SOINS	AAEXA
101	AAEXA INVALIDITE	AAEXA
211	AAEXA ASSURANCE ACCIDENT EXPLOITANT AGRICOLE	AAEXA
115	RENTE ACCIDENT SIMPLE	AP INDIVIDUELLE
160	RENTE MALADIE SIMPLE	AP INDIVIDUELLE
225	RENTE ACCIDENT SIMPLE	AP INDIVIDUELLE
265	RENTE MALADIE SIMPLE	AP INDIVIDUELLE
103	INDIV. ACC. SIMPLE ARRET TRAV. INV. DECES	AP INDIVIDUELLE
104	INDIV. ACC. SIMPLE FRAIS DE SOINS	AP INDIVIDUELLE
110	INDIV. ACC. SIMPLE	AP INDIVIDUELLE
120	CHEQUE SECOURS	AP INDIVIDUELLE
135	MENSUALISATION	AP INDIVIDUELLE
155	INDIVIDUELLE MALADIE SIMPLE	AP INDIVIDUELLE
221	INDIVIDUELLE SIMPLE	AP INDIVIDUELLE
222	CHEQUE SECOURS	AP INDIVIDUELLE
231	MENSUALISATION	AP INDIVIDUELLE
262	APSA ASSURANCE PREVOYANCE SALARIES	AP INDIVIDUELLE
264	INDIVIDUELLE MALADIE SIMPLE	AP INDIVIDUELLE
803	ACCEPT. ACCIDENTS CORPORELS MUTUELLES	AP INDIVIDUELLE
130	RENTE ACCIDENT GROUPE	AP COLLECTIVE
132	REGIME CAMARCA RENTE ACCIDENT	AP COLLECTIVE
173	ASSURANCES COLLECTIVES PREVOYANCE	AP COLLECTIVE
175	RENTE MALADIE GROUPE	AP COLLECTIVE
176	REGIME CAMARCA RENTE MALADIE	AP COLLECTIVE
255	RENTE ACCIDENT GROUPE	AP COLLECTIVE
275	RENTE MALADIE GROUPE	AP COLLECTIVE
125	INDIV. ACCIDENT GROUPE	AP COLLECTIVE
126	REGIME CAMARCA I.J. ACCIDENT	AP COLLECTIVE
127	INDIV. ACC. GROUPE (ARRET DE TRAVAIL, CAPITAL INVALIDITE ET CAPITAL DECES)	AP COLLECTIVE

128	INDIV. ACC. GROUPE (FRAIS DE SOINS)	AP COLLECTIVE
170	INDIVIDUELLE MALADIE GROUPE	AP COLLECTIVE
172	REGIME CAMARCA I.J. MALADIE	AP COLLECTIVE
251	INDIVIDUELLE GROUPE	AP COLLECTIVE
252	INDIVIDUELLE GROUPE EXCEPTION	AP COLLECTIVE
274	INDIVIDUELLE MALADIE GROUPE	AP COLLECTIVE
105	AT COMPLEMENTAIRE EXPLOITANT	AT
212	AT COMPLEMENTAIRE EXPLOITANT	AT
241	ACCIDENTS DE TRAVAIL DES SALARIES	AT
109	GARANTIE DES ACCIDENTS DE LA VIE	AP INDIVIDUELLE
116	GSL DOM. CORPORELS INDIVIDUELS	GSL
129	GSL DOM. CORPORELS COLLECTIFS AP	GSL
139	GSL DOM. CORPORELS COLLECTIFS RSP	GSL

B.2 Cartographie de la LoB 08_GTPL

s_cat	LIBELLE_S_CAT	Branches_scat
191	RC MAITRES OUVRAGES	RC CONSTRUCTION
197	CNR MONTANT TRAVAUX INF 1 ML	RC CONSTRUCTION
198	CNR MONTANT TRAVAUX DE 1 ML A 5 ML	RC CONSTRUCTION
199	CNR MONTANT TRAVAUX DE 5 ML A 20 ML	RC CONSTRUCTION
601	MAITRES ŒUVRE RC PROFESSIONNELLE	RC CONSTRUCTION
603	MAITRES ŒUVRE RC BATIMENT	RC CONSTRUCTION
604	MAITRES ŒUVRE RC GENIE CIVIL	RC CONSTRUCTION
607	ARTISANS RC BATIMENTS	RC CONSTRUCTION
608	ARTISANS RC GENIE CIVIL	RC CONSTRUCTION
850	CNR, CHANTIERS < SEUIL (5.000.000 euros)	RC CONSTRUCTION
885	ARTISANS RCD OUVR. NON SOUMIS OBLIGATION	RC CONSTRUCTION
890	ARTISANS RC DECENNALE OBLIGATOIRE	RC CONSTRUCTION
895	ARTISANS RC DECENNALE GENIE CIVIL	RC CONSTRUCTION
901	CNR MONT TRAV DE 20 ML A 70 ML	RC CONSTRUCTION
902	CNR TRAVAUX + 70 ML	RC CONSTRUCTION
950	CNR, CHANTIERS >= SEUIL (5.000.000 euros)	RC CONSTRUCTION
970	M. ŒUVRE RC DECENNALE OBLIGATOIRE	RC CONSTRUCTION
975	M. ŒUVRE RCD OUV. NON SOUMIS OBLIGATION	RC CONSTRUCTION
985	ENTREPRENEUR RCD NON SOUMIS OBLIGATION	RC CONSTRUCTION
990	ENTREPRENEUR RCD OBLIGATOIRE	RC CONSTRUCTION
995	ENTREPRENEUR RCD GENIE CIVIL	RC CONSTRUCTION

997	RC FAB. & NEGOC. DE MAT. CONSTRUCTION	RC CONSTRUCTION
880	ARTISANS - GARANTIE COMPLEMENTAIRE	RC CONST. NON. DEC
960	M. ŒUVRE RC PROFESSIONNELLE	RC CONST. NON. DEC
980	ENTREPRENEUR GARANTIE COMPLEMENTAIRE	RC CONST. NON. DEC.
31 & 11	CONTAMINATION (ADOSSEE A LA RC)	RC PRO NON AGRICOLE
71	GSL RC RSP PROFESSIONNELS NON AGRICOLES	RC PRO NON AGRICOLE
122	RC POLLUTION	RC PRO NON AGRICOLE
131	RC REVISEURS	RC PRO NON AGRICOLE
181	POLLUTION 1 ERE LIMITE	RC PRO NON AGRICOLE
182	POLLUTION 2 EME LIMITE	RC PRO NON AGRICOLE
183	POLLUTION 3 EME LIMITE	RC PRO NON AGRICOLE
670	AUTO-ENTREPRENEURS	RC PRO NON AGRICOLE
40	CYBERSECURITE - NON-AGRI - RC	RC PRO NON AGRICOLE
49	CYBER UP RISQUES - RC PROFESSIONNELS NON AGRICOLES	RC PRO NON AGRICOLE
92 & 54	RC INDUS. COMM. RISQUES DE BASE	RC PRO NON AGRICOLE
59	RC MEDICALE	RC MEDICALE
94 & 67	RC ATTEINTE A L'ENVIRONNEMENT PROFESSIONNEL	RC PRO NON AGRICOLE
97 & 68	RC ATTEINTE A L'ENVIRONNEMENT COLLECTIVITES	RC PRO NON AGRICOLE
661	RC MANDATAIRES SOCIAUX	RC PRO NON AGRICOLE
664	ASSURATOME AP	RC PRO NON AGRICOLE
93 & 55	RC INDUS. COMM. RISQUES LOURDS	RC PRO NON AGRICOLE
58	RC ENVIRON. INDUS. ET COMM. R. LOURDS	RC PRO NON AGRICOLE
658	ASSURATOME RC	RC PRO NON AGRICOLE
51	RC DES PARTICULIERS	RC PARTICULIER
60	RC CHASSE	RC PARTICULIER
61	RC CHASSE INDIVIDUELLE	RC PARTICULIER
62	RC CHASSE GROUPEMENTS	RC PARTICULIER
69	GSL RC AP PARTICULIERS	RC PARTICULIER
151	RC CHASSE	RC PARTICULIER
39	CYBER UP RISQUES AGRICOLES - RC	RC AGRICOLE
44	CYBERSECURITE - AGRI - RC	RC AGRICOLE
50	RC RISQUES AGRICOLES	RC AGRICOLE
52	RC AGRICOLE RISQUES DE BASE	RC AGRICOLE
121	RC AGRICOLE ORDINAIRE	RC AGRICOLE
53	RC AGRICOLES RISQUES LOURDS	RC AGRICOLE
57	RC ENVIRONNEMENT AGRICOLE RISQUE LOURD	RC AGRICOLE
66	RC ENVIRONNEMENT AGRICOLE	RC AGRICOLE
471	FORETS RESPONSABILITE CIVILE	RC AGRICOLE
854	RC MEDICALE GTREM / GTAM	RC MEDICALE

Annexe C

Graphiques des S/P normalisés



FIGURE C.1 – Evolution des ratios S/P normalisés pour les branches de la LoB 01_MEDICAL

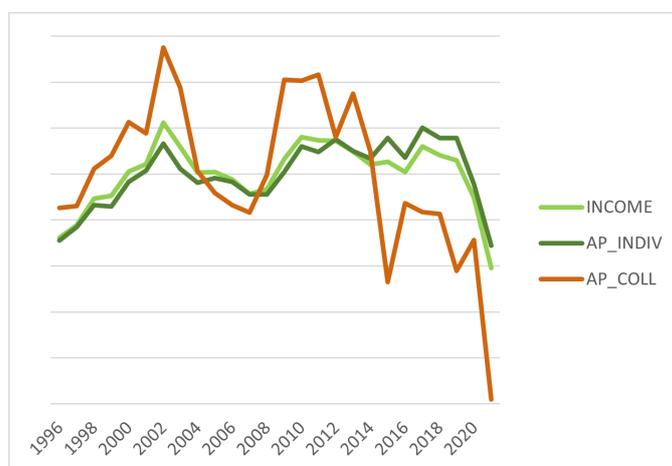


FIGURE C.2 – Evolution des ratios S/P normalisés pour les branches de la LoB 02_INCOME

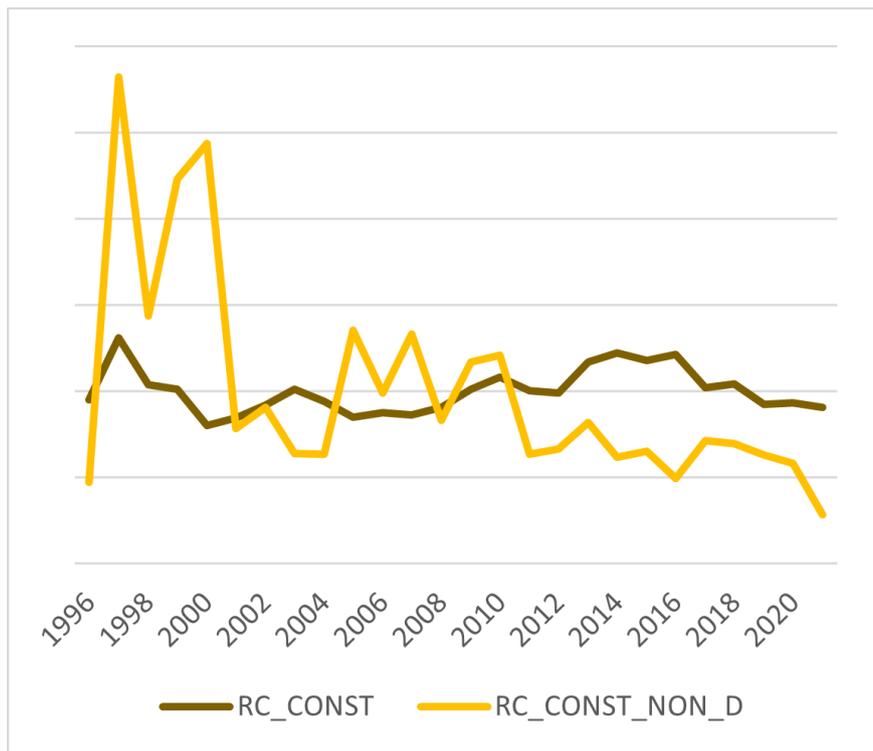


FIGURE C.3 – Evolution des ratios S/P normalisés pour les branches construction de la LoB 08_GTPL

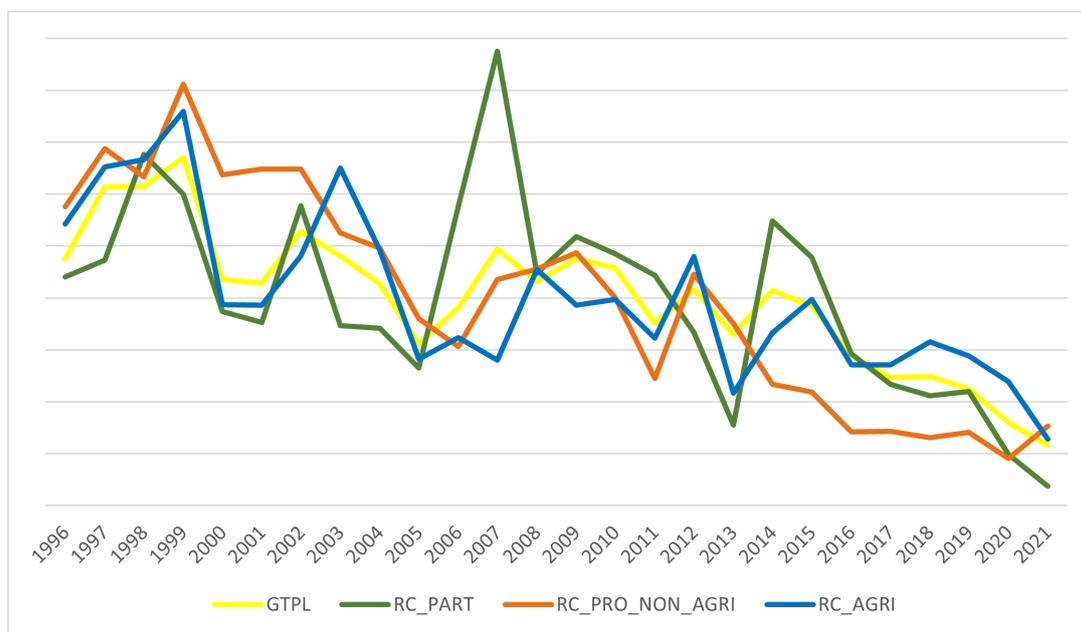


FIGURE C.4 – Evolution des ratios S/P normalisés pour les branches hors construction de la LoB 08_GTPL

Bibliographie

- [ACPR, 2011] ACPR (2011). Solvabilité ii : principaux enseignements de la cinquième étude quantitative d'impact (qis5). *Banque de France*, (1).
- [ACPR, 2015] ACPR (2015). Pilier 1 : Modèles internes. *Banque de France*.
- [ACPR, 2019] ACPR (2019). La rentabilité technique des organismes d'assurance non-vie en 2017. *Banque de France*.
- [Aillot, 2020] AILLOT, L. (2020). Théorie des valeurs extrêmes. Notes de cours.
- [Angoua, 2022] ANGOUA, L. (2022). Provisionnement non-vie. Notes de cours.
- [Aprecialis,] APRECIALIS. Les mots clés de l'actuariat. <https://www.aprecialis.fr/lexique/> Consulté le 29 Avril 2022.
- [Brun, 2012] BRUN, A. (2012). *De la formule standard aux modèles internes, quelle approche pour le risque de prime sous Solvabilité 2*. Mémoire, Université Paris-Dauphine.
- [Buckdahn, 2021] BUCKDAHN, R. (2021). Séries temporelles. Notes de cours.
- [Chaput, 2015] CHAPUT, B. (2015). *Volatilité de la fréquence des sinistres automobiles due au climat*. Mémoire, Centre d'études actuarielles.
- [Charpentier, 2015] CHARPENTIER, A. (2015). Computational actuarial science with r. *In The R series*. Chapman and Hall/CRC.
- [Charpentier et Denuit, 2004] CHARPENTIER, A. et DENUIT, M. (2004). Mathématiques de l'assurance non-vie. *In Tome I : Principes fondamentaux de théorie du risque*. Economica.
- [Charpentier et Denuit, 2005] CHARPENTIER, A. et DENUIT, M. (2005). Mathématiques de l'assurance non-vie. *In Tome II : Tarification et provisionnement*, chapitre 11, 13, 15. Economica.
- [de Strasbourg,] de STRASBOURG, U. Principales lois de probabilités utiles en statistique bayésienne. https://dun.unistra.fr/ipm/unit/bayesien/co/1_0_0_3.html Consulté le 5 Juillet 2022.
- [EIOPA, 2011] EIOPA (2011). Draft proposal for implementing technical standard on undertaking specific parameters : Methods. European Commission.
- [EIOPA, 2013] EIOPA (2013). Technical findings on the long-term guarantees assessment. European Commission.
- [Ellistat,] ELLISTAT. Statistiques descriptives. <https://ellistat.com/guide-utilisateur> Consulté le 3 Août 2022.
- [Franke, 2020] FRANKE, B. (2020). Dépendance linéaire. Notes de cours.

- [GeeksforGeeks,] GEEKSFORGEEKS. A computer science portal for geeks. <https://www.geeksforgeeks.org/> Consulté le 17 Juin 2022.
- [Groupama, 2021a] GROUPAMA (2021a). Annexes au corpus méthodologique.
- [Groupama, 2021b] GROUPAMA (2021b). Corpus méthodologique – risque de réserves et de primes.
- [Gruchet, 2022] GRUCHET, X. (2022). Mathématiques des assurances iard et santé. Notes de cours.
- [Lailly, 2014] LAÏLY, R. (2014). *Construction d'un Modèle Interne Partiel en Assurance non-vie*. Mémoire, EURIA.
- [Légifrance, 2022] LÉGIFRANCE (2022). Titre v : Régime prudentiel applicable aux entreprises relevant du régime dit “ solvabilité ii ” (articles r350-1 à r356-61). *Code des Assurances*.
- [Mack, 1993] MACK, T. (1993). Distribution-free calculation of the standard error of chain ladder reserve estimates. Numéro 2, pages 213–225. *Astin Bulletin*.
- [Marc et Pesin, 2013] MARC, G. et PESIN, F. (2013). La revue de l'autorité de contrôle prudentiel. Magazine bimestriel réalisé par l'Unité Communication de l'ACP.
- [Massé,] MASSÉ, A. Graphiques avec r. <https://sites.google.com/site/rgraphiques/realiser-des-graphiques-avec-le-logiciel-r> Consulté le 15 Août 2022.
- [Merz et Wüthrich, 2008] MERZ, M. et WÜTHRICH, M. (2008). Modelling the claims development result for solvency purposes. pages 542–568. Fall 2008.
- [Mounirou, 2017] MOUNIROU, M. (2017). *Impact des groupes de risques homogènes dans le calcul du Best Estimate sous Solvabilité II*. Mémoire.
- [Rbaïbi, 2022] RBAÏBI, W. (2022). *Validation de la modélisation des sinistres graves de la LoB responsabilité civile automobile au sein d'un modèle interne partiel*. Mémoire, ISUP.
- [Rouxel, 2013] ROUXEL, V. (2013). *Détermination du capital réglementaire de souscription non-vie sous Solvabilité II : pertinence d'une approche modèle interne*. Mémoire, EURIA.
- [Serdeczny et Planchet, 2014] SERDECZNY, G. et PLANCHET, F. (2014). Modèles fréquence-coût :quelles perspectives d'évolution ? *Prim'Act*.
- [Toubon et Domange, 2022] TOUBON, H. et DOMANGE, M. (2022). Contexte réglementaire, comptable et prudentiel. Notes de cours.
- [Vermet, 2020] VERMET, F. (2020). Apprentissage statistique. Notes de cours.