

Mémoire présenté devant le CNAM pour l'obtention du Master

Droit Economie Gestion, mention Actuariat et l'admission à l'Institut des Actuares

le 22 novembre 2024

Par : Sonia SABBAGH

Titre: Optimisation d'un portefeuille d'investissement durable et sa résilience face au risque de marché

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Présidente du Jury :

M. David FAURE

signatures

Entreprise :

Nom : BNP Paribas

Directeur de mémoire en entreprise :

*Membres présents du jury de
l'Institut des Actuares :*

M. Kamel ASSAM

M. Guillaume GORGE

Nom : Anne-Claire DUCROCQ

Signature :

Invité :

Nom :

Signature :

*Membres présents du jury du
Cnam :*

M. Nathanaël ABECERA

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Secrétariat :

Bibliothèque :

Signature du responsable entreprise

Signature du candidat

Table des matières

Introduction	29
1.1 Définition de l'ESG	31
1.2 Les risques ESG	31
1.3 Définition de l'investissement durable	32
a. Les critères ESG	33
b. Influence des critères ESG sur les décisions d'investissement	34
1.4 Performance récente du CAC 40	34
Chapitre 1 : Etat des lieux du cadre réglementaire de la Finance durable	36
1.1 L'accord de Paris et Programme 2030 des Nations Unies	39
1.2 Le Green deal européen et la « Taxonomie UE»	40
1.3 Pacte vert pour l'Europe (plan d'action de la finance durable)	44
1.4 La loi disclosure	45
Chapitre 2 : Notation ESG	48
2.1 Les différents types de fournisseurs de données ESG	49
2.2 Rating ESG et agence de notation	50
2.3 Méthode de rating de Sustainalytics (Morningstar)	53
2.4 Normalisation des données ESG	55
2.5 Prise en compte du greenwashing dans le rating ESG	55
2.6 Score ESG d'un portefeuille	56
Chapitre 3 : Optimisation d'un portefeuille d'investissement durable	59
3.1 Les méthodes d'optimisation	60
a. Méthode d'optimisation linéaire	60
b. Méthode d'optimisation non linéaire	62
3.2 Les modèles d'optimisation de portefeuille	67
a. Modèle de Markowitz	67
b. Extension du modèle de Markowitz	68
3.3 Choix des paramètres du modèle	75
3.4 Présentation de l'étude empirique	77
3.5 Détermination de la composition optimale du portefeuille durable	90

a. Portefeuille durable optimal de la méthode du GRG	90
b. Portefeuille durable optimal du modèle alternatif	92
c. Comparaison des résultats.....	96
3.6 Etude de sensibilité au choix des paramètres.....	97
3.7 Proposition d'un modèle alternatif boosté par la méthode GRG non linéaire	99
3.8 Limites de l'étude	104
Chapitre 4 : Résilience d'un portefeuille durable	106
4.1 Mesure du risque de marché: la Value at Risk (VaR).....	107
4.2 Mesure du risque de marché :Maximum Drawdown.....	110
4.3 Stress test : chocs financiers baissiers	113
Conclusion	116
Bibliographie	120

Avertissement

Les idées et opinions formulées dans ces travaux n'engagent que leurs auteurs et ne reflètent en aucun cas une prise de position officielle ou institutionnelle du CNAM.

Remerciements

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à mon tuteur académique, M. Anani Olympio, pour son encadrement et ses précieux conseils.

J'adresse également mes sincères remerciements à Mme Anne Claire Ducrocq, ma tutrice en entreprise, pour sa disponibilité et la qualité de son accompagnement.

Je souhaite remercier mes proches pour leur soutien indéfectible.

Résumé

La finance durable attire de plus en plus d'investisseurs à la recherche d'opportunités de rendement et de stratégies de diversification permettant de réduire le risque de long terme de leurs portefeuilles et d'améliorer leur durabilité. La problématique qui se pose aux investisseurs est d'avoir un système de notation ESG fiable, standardisé permettant d'identifier convenablement les actifs durables, de comparer leurs rendements et volatilités dans des secteurs d'activités ou des régions différents.

L'objectif du mémoire est de constituer un portefeuille d'investissement durable optimal, composé uniquement d'entreprises du CAC40 et qui offre le meilleur couple rendement/risque. Une analyse approfondie est effectuée sur les principaux modèles et méthodes d'optimisation de portefeuille qui sont classés en deux familles : les méthodes se basant sur un algorithme d'optimisation ainsi que les extensions au modèle Markowitz et ses alternatives.

Afin de pallier aux limites identifiées pour chacun des modèles étudiés, ce mémoire propose un modèle alternatif « boosté » composé d'une combinaison de deux modèles : la méthode d'optimisation GRG non linéaire et l'extension du modèle de Markowitz de Varmaz, Fieberg et Poddig.

La résilience du portefeuille d'investissement durable optimal face aux fluctuations du marché a également été analysée afin d'évaluer la perte maximale que portefeuille peut subir face à différents chocs financiers.

Mots clés : ESG, durabilité, CAC 40, optimisation de portefeuille, GRG non linéaire, extension de Markowitz,

Summary

Sustainable finance is attracting a growing number of investors seeking opportunities for returns and diversification strategies that reduce the long-term risk of their portfolios and enhance their sustainability. The challenge for investors lies in having a reliable, standardized ESG rating system that properly identifies sustainable assets, allowing for comparisons of returns and volatility across different sectors or regions.

The objective of this thesis is to build an optimal sustainable investment portfolio, only composed of CAC 40 companies, offering the best risk-return ratio. An in-depth analysis is conducted on the main portfolio optimization models and methods, which are categorized into two families: methods based on an optimization algorithm and extensions to the Markowitz model along with its alternatives.

To address the limitations identified in each of the models studied, this thesis proposes an alternative “boosted” model composed of a combination of two models: the GRG nonlinear optimization method and the Varmaz, Fieberg, and Poddig extension of the Markowitz model. The resilience of the optimal sustainable investment portfolio to market fluctuations is also analyzed to assess the maximum loss the portfolio could incur in response to different financial shocks.

Keywords: ESG, sustainability, CAC 40, portfolio optimization, nonlinear GRG, Markowitz extension

Note de synthèse

Cadre réglementaire de la finance durable

La finance durable s'est largement développée durant ces dernières années notamment à la suite de l'accélération du réchauffement climatique et l'accentuation des risques environnementaux.

Les analyses financières traditionnelles ne permettent pas d'intégrer convenablement les critères de durabilité et d'estimer correctement l'intégralité des risques. A cet effet, plusieurs institutions financières et agences de notation sont en train de développer des modèles qui prennent en compte les données extra-financières pour quantifier ces risques.

Face à ce besoin grandissant, de plus en plus d'agences de notation proposent actuellement des notations ESG pour permettre d'orienter les investisseurs dans leur stratégie d'investissement.

Le contexte réglementaire a beaucoup évolué depuis l'Accord de Paris en 2015 et devient de plus en plus exigeant. Au niveau de l'Union Européenne, plusieurs textes réglementaires encadrant la finance durable ont été promulgués par la Commission Européenne dont celui sur la taxonomie verte qui permet d'établir si une activité économique peut être considérée comme durable.

Principales problématiques posées pour la constitution d'un portefeuille optimal durable

Lors de la constitution d'un portefeuille d'investissement durable, l'investisseur peut faire face à plusieurs problématiques et doit statuer sur des choix structurant à faire dès le début de son processus d'optimisation. On peut distinguer 3 grandes catégories de problématiques :

Problématique liée à la construction d'un portefeuille durable optimal

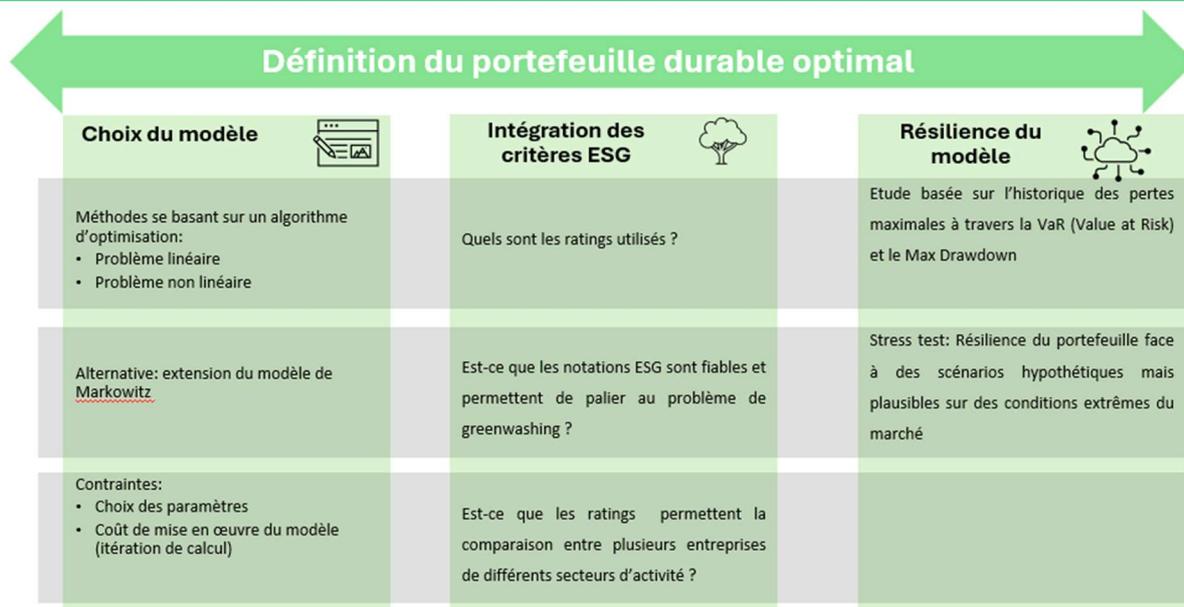


Figure 1 Problématique liée à la construction d'un portefeuille durable optimal

- 1^{er} problématique : le choix de la méthode ou du modèle d'optimisation du portefeuille à appliquer pouvant répondre au mieux au besoin. En effet, dans la littérature, il existe plusieurs méthodes et modèles d'optimisation qu'on peut classer en deux grandes familles distinctes :
 - Les méthodes se basant sur un algorithme d'optimisation : ce sont des techniques qui permettent de résoudre des problèmes généralement en minimisant ou maximisant une fonction objectif avec ou sans contraintes. Les problèmes d'optimisation se divisent en deux grandes catégories : les problèmes linéaires et non linéaires.
 - Les modèles d'optimisation de portefeuille durable : ce sont des modèles qui s'inspirent du modèle d'optimisation de Markowitz pour un portefeuille d'investissement (non durable). Ces modèles connus sous l'appellation d'« extension au modèle de Markowitz » ajoutent une contrainte ESG supplémentaire au système d'optimisation traditionnel.

Une exploration de ces différentes méthodes et modèles a été traitée dans le cadre de ce mémoire afin de statuer sur la famille la plus adaptée à la résolution de ce problème d'optimisation et orienter au mieux les investisseurs.

- 2^{ème} problématique : le choix du rating ESG ; quels ratings utiliser ? est-ce que les notations ESG sont fiables et permettent de palier au problème de greenwashing ? est ce qu'ils permettent la comparaison entre plusieurs entreprises de différents secteurs d'activité ?
- 3^{ème} problématique : est-ce que le portefeuille optimal durable résiste à des conditions extrêmes du marché et face à des chocs financiers extrêmes ? Quel est l'impact d'un choc sur sa valorisation et le respect de ses critères ESG ?

Optimisation d'un portefeuille d'investissement durable

L'optimisation du portefeuille durable a été faite dans un premier temps en utilisant l'algorithme d'optimisation de la méthode GRG non linéaire et dans un second temps avec un modèle d'optimisation alternatif : l'extension du modèle de Markowitz de Varmaz, Fieberg et Poddig.

Ensuite, une étude comparative des résultats a été réalisée et a permis d'identifier les limites de chaque méthode. Cette étude a permis de proposer un modèle « boosté » qui est la combinaison de la méthode GRG non linéaire et le modèle alternatif étudié.

- **Algorithme d'optimisation de la méthode du GRG non linéaire**

La méthode du gradient réduit généralisé GRG est une technique d'optimisation non linéaire sous contraintes. Elle permet de résoudre des problèmes d'optimisation complexes grâce à sa capacité à gérer des fonctions complexes et des contraintes non linéaires. Elle repose sur l'idée de transformer un problème non linéaire en un problème localement linéaire ce qui permet une résolution itérative.

Le principe général de la méthode de résolution repose sur deux principes :

- L'exploration de l'ensemble de points admissibles du problème (domaine possible des solutions)
- La construction d'une suite de points pour atteindre la solution optimale. En effet, l'algorithme est itératif et procède par améliorations successives.

L'algorithme de la méthode consiste à se déplacer dans la direction du gradient pour trouver les points où la fonction atteint son minimum ou maximum.

Le problème de programmation non linéaire s'écrit comme suit :

$$\min f(x)$$

$$s. c. g(x) = 0 \quad (\text{pour les contraintes d'égalité})$$

$$h(x) \leq 0 \quad (\text{pour les contraintes d'inégalité})$$

- **Modèle d'optimisation alternatif : extension du modèle de Markowitz**

Dans la finance traditionnelle, le modèle d'optimisation le plus répandu est celui de Markowitz dont l'objectif est d'offrir le meilleur rendement d'un portefeuille d'actif en minimisant le risque. Il est donc naturel que pour la finance durable les travaux de recherches et les articles scientifiques s'inspirent largement de ce modèle pour proposer un portefeuille optimal durable qui offre le meilleur couple rendement/risque.

Ces modèles connus sous l'appellation d'« extension au modèle de Markowitz » ajoutent une contrainte ESG supplémentaire au système d'optimisation traditionnel et leur mise en œuvre peut parfois présenter des contraintes techniques et un coût de développement non négligeables.

Ce mémoire présente une alternative à l'extension du modèle de Markowitz qui permet de réduire ces contraintes. Cette alternative est parue dans un article en phase de prépublication sur la plateforme SSRN¹(Social Science Research Network) et intitulé "Portfolio Optimization for Sustainable Investments" coécrit par les auteurs : Armin Varmaz, Christian Fieberg et Thorsten Poddig.

L'alternative de Varmaz, Fieberg et Poddig consiste à utiliser directement les niveaux désirés de rendements et de caractéristiques ESG comme contraintes dans le programme d'optimisation et permet ainsi aux investisseurs de formuler directement leurs attentes quant à la rentabilité et au rating ESG du portefeuille optimal d'investissement.

¹ SSRN (Social Science Research Network) est un site web spécialisé qui permet aux chercheurs de publier leurs travaux de recherche pour les rendre accessibles à un public plus large avant la publication dans des revues académiques traditionnelles.

**Approche standard de l'extension
du modèle de Markowitz**

$$\max_w \left(\alpha \mu_p - \frac{1}{2} \lambda \sigma_p^2 + \epsilon \theta_p \right)$$



**Reformulation de l'extension du
modèle de Markowitz**

$$\min_w \frac{1}{2} w^T V w$$

$$\text{s. t. } w^T \mathbf{1} = 1$$

$$w^T \mu = \mu_p^*$$

$$w^T \theta = \theta_p^*$$



$$\min_w \frac{1}{2} w^T w$$

$$\text{s. t. } w^T \mathbf{1} = 1$$

$$w^T \beta = \beta_p^*$$

$$w^T \theta = \theta_p^*$$

Figure 2 Reformulation de l'extension du modèle de Markowitz

Où,

- $\mu_p = w^T \mu$ représente le rendement attendu du portefeuille
- $\sigma_p^2 = w^T \sigma^2$ représente la variance du portefeuille
- $\theta_p = w^T \theta$ représente le score ESG du portefeuille
- w représente un vecteur de dimension $N \times 1$ et comprend le poids de chaque actif i dans le portefeuille optimal
- α représente l'importance relative que l'investisseur accorde au rendement du portefeuille μ_p
- λ est un coefficient d'aversion au risque.
- ϵ est le paramètre qui détermine l'importance relative des critères ESG pour l'investisseur.
- $\beta_p = w^T \beta$ représente la sensibilité du portefeuille par rapport aux mouvements du marché

Cette approche simplifie le processus d'optimisation du portefeuille, rendant plus aisée l'intégration des aspects ESG dans les décisions d'investissement.

L'application du modèle présenté nécessite le choix des caractéristiques suivantes à prendre en compte lors de la constitution du portefeuille optimal. Ce choix reste à la discrétion de l'investisseur et traduit son aversion au risque de marché et son degré d'engagement ESG.

$$b = [1, \beta_p^*, \theta_p^*]^T$$

La difficulté qui se pose lors de l'application du modèle alternatif de Varmaz, Fieberg et Poddig est le choix des paramètres β_p^* et θ_p^* : le bêta du portefeuille ainsi que le rating ESG souhaité.

Une solution envisageable à cette difficulté est d'effectuer une analyse préliminaire des données qui pourrait permettre d'identifier des tendances. Cette analyse peut être complétée par une exploration de différents scénarii.

Le graphique suivant représente la répartition des différents actifs composant le portefeuille en fonction de leur bêta et du leur rating ESG. L'idée est de définir, graphiquement, une zone cible d'investissement pour l'investisseur. Cette zone peut être assimilée à l'aire du rectangle rouge dans le graphique ci-dessous et reflète le niveau de risque que l'investisseur est prêt à prendre pour une certaine exigence en termes de critères ESG.

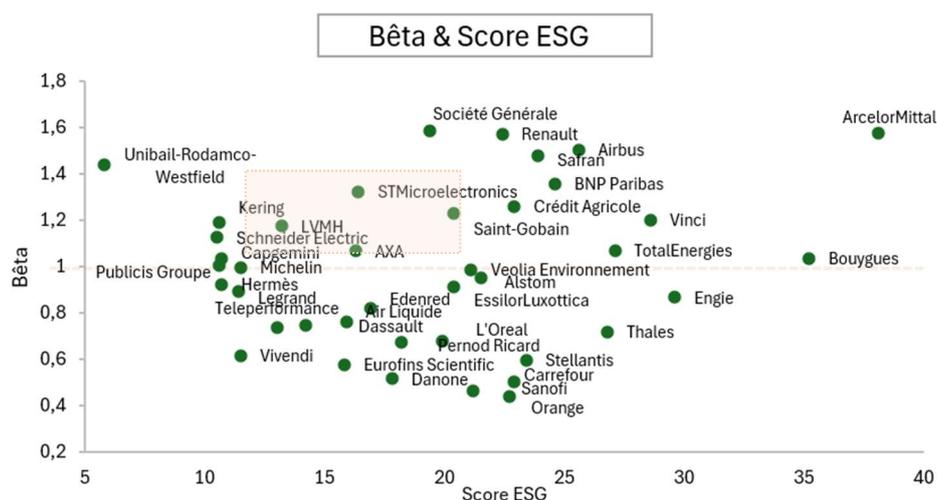


Figure 3 Répartition des différents actifs en fonction de leur bêta et du leur rating ESG

L'aire du rectangle et son positionnement par rapport au nuage de points (rating ESG/bêta) dépend fortement de l'appétit de l'investisseur au risque et l'intérêt qu'il porte au respect des critères ESG. En effet, un investisseur averse au risque, préfère cibler un bêta ne dépassant pas 1 tout en équilibrant cet aspect avec un score ESG. A l'inverse un investisseur qui privilégie la performance financière est prêt à prendre plus de risque et placera sa zone cible à un niveau de bêta dépassant 1.

Dans le cadre de ce mémoire, on propose de délimiter la zone cible d'investissement dans un niveau de bêta compris entre 0,8 et 1,2, autrement dit dans un intervalle de +/- 20% de volatilité par rapport au marché (indice du CAC 40). Quant au score ESG, la zone d'investissement se limitera à la classe de risque ESG faible avec un rating situé entre 10 et 20 ce qui traduit une forte exigence et un fort intérêt pour les critères ESG.

Afin d'évaluer la performance du portefeuille optimal obtenu grâce au modèle étudié, 4 scénarii différents ont été définis et sont présentés dans le tableau suivant :

	β_p^*	θ_p^*
Cas 1	0,8 (20% moins volatil que le CAC 40)	10
Cas 2		20
Cas 3	1,2 (20% plus volatil que le CAC 40)	10
Cas 4		20

Tableau 1 Cas étudiés du modèle alternatif

- **Modèle alternatif « boosté »**

Après l'étude des deux méthodes : le GRG non linéaire et le modèle alternatif de Varmaz, Fieberg et Poddig, on dresse ci-après une synthèse des principaux résultats et limites de chaque méthode et modèle d'optimisation :

	Méthode GRG non linéaire	Modèle alternatif de Varmaz, Fieberg et Poddig
Limites	<ul style="list-style-type: none"> - La méthode peut converger vers un optima local plutôt que vers un optima global. - La performance de l'algorithme dépend du choix du point initial x_0. Un mauvais choix peut ralentir la convergence ou conduire à une solution non optimale. - Cette méthode itérative peut être très coûteuse en termes de calculs notamment pour des problèmes de grande taille ou très complexes. 	<ul style="list-style-type: none"> - La difficulté liée au choix des paramètres du modèle β_p^* et θ_p^* respectivement le bêta et score ESG souhaité du portefeuille
Principales conclusions de l'étude empirique	<ul style="list-style-type: none"> - Le portefeuille optimal offre de meilleures performances en termes de couple rendement/volatilité - Le portefeuille est très concentré et n'est pas assez diversifié - Le portefeuille optimal est sensible à des chocs extrêmes 	<ul style="list-style-type: none"> - Les performances des différents cas analysés en termes de couple rendement/volatilité sont très proches de celles de l'indice de référence du marché CAC 40 - Le portefeuille est assez bien diversifié - Globalement, le portefeuille présente une meilleure résistance face à un choc extrême

Tableau 2 Principaux résultats et limites de la méthode GRG non linéaire et du modèle alternatif

L'objectif est de proposer un modèle alternatif « boosté » et d'essayer de restreindre les limites de chaque modèle/méthode en combinant les deux. Le modèle proposé est une combinaison de la méthode d'optimisation GRG non linéaire et le modèle alternatif étudié.

La démarche à suivre pour construire ce modèle « boosté » est la suivante :

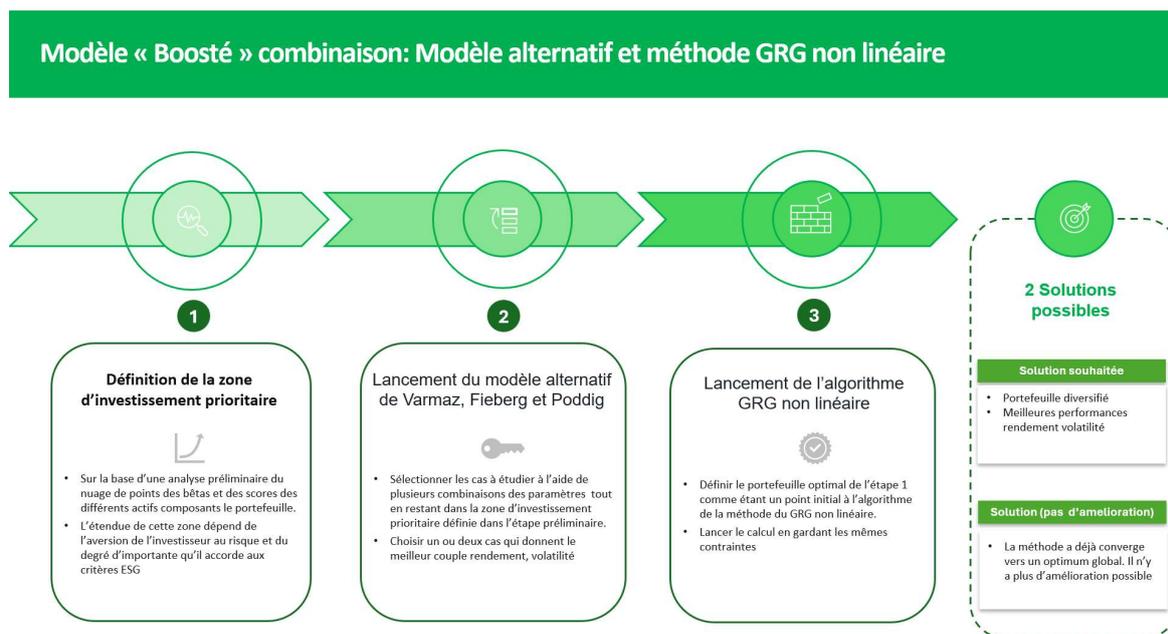


Figure 4 Etape de constitution du modèle « Boosté »

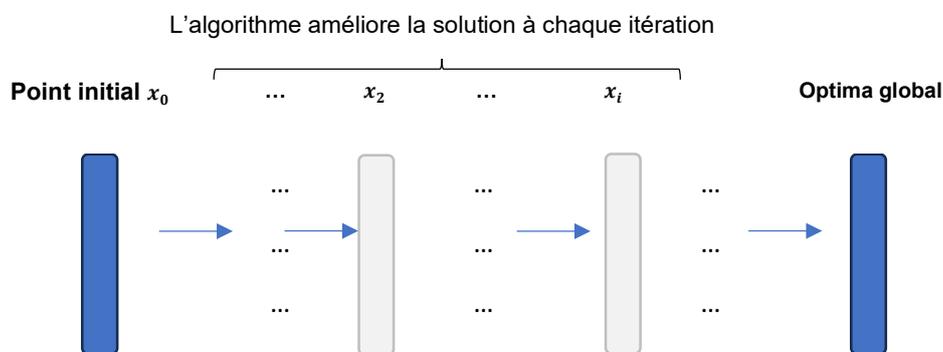
Sur la base du résultat de l'étude empirique, une des limites de la méthode GRG non linéaire est qu'elle n'est pas optimale en termes de diversification ; le portefeuille optimal de cette méthode est très concentré et donc très sensible à un choc baissier extrême du marché.

Le portefeuille optimal du modèle alternatif de Varmaz, Fieberg et Poddig quant à lui est bien diversifié mais les performances des différents cas analysés en termes de couple rendement/volatilité sont très proches de celles de l'indice de référence du marché CAC 40.

L'idée est d'utiliser le portefeuille optimal obtenu avec le modèle alternatif de Varmaz, Fieberg et Poddig comme point initial et d'essayer d'améliorer (ou booster) ses performances à l'aide de l'algorithme de la méthode du GRG non linéaire.

L'application du modèle boosté sur les données donne un résultat presque identique à celui de la méthode GRG non linéaire seule. Ce résultat suggère que la méthode GRG a déjà convergé vers un optima global. Il n'y a donc pas d'amélioration possible même en changeant le point initial de l'algorithme.

Une solution pourrait être de ne pas aller au bout de l'algorithme d'optimisation : en effet, on rappelle que l'algorithme de la méthode GRG non linéaire procède par itération et améliore la solution à chaque itération. Ainsi, si on part d'un point initial x_0 , la solution suivante x_1 de la première itération est meilleure que x_0 mais pas optimale.



Pour chaque itération i avec $1 \leq i \leq n$ et n le nombre d'itérations, le point x_{i+1} offre une composition du portefeuille qui apporte une meilleure réponse au problème d'optimisation que la composition du portefeuille au point x_i .

Ainsi, il suffit de s'arrêter à une solution intermédiaire pour améliorer la performance du portefeuille durable optimal du modèle alternatif.

- **Etude comparative des différents modèles et méthodes appliqués**

Le graphique suivant montre la relation entre le rendement et la volatilité des portefeuilles optimaux pour différents cas étudiés, comparés à l'indice CAC40 (marché).

Les actions individuelles de LVMH (secteur du luxe), BNP Paribas (Secteur bancaire), TotalEnergies et Sanofi (Secteur de la Santé) ont été ajoutées au graphique à titre indicatif.

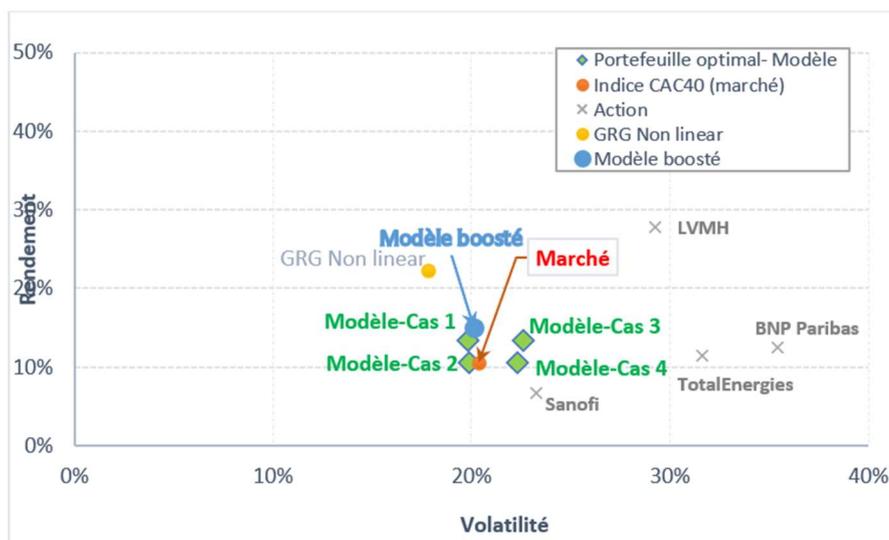


Figure 6 Analyse de la performance du portefeuille optimal des différents cas étudiés

L'indice du CAC40 est représenté par un point rouge. Il a une volatilité annuelle d'environ 20% et un rendement espéré annuel d'environ 10%.

Les points du modèle étudié (cas 1 à 4 représentés par des points verts) sont assez proches de la performance du marché, notamment les cas 1 (rating ESG= 10) et le cas 2 (rating ESG = 20). Les cas 3 (rating ESG= 10) et cas 4 (rating ESG= 20) ont, par construction, une volatilité légèrement supérieure à celle du marché (bêta défini à 1,2), proche de 23%, avec un rendement légèrement supérieur aux cas 1 et 2.

Le modèle GRG Non Linear, représenté par un point jaune, présente une volatilité plus faible et un rendement plus modéré. Comparé au marché et aux 4 portefeuilles du modèle étudié, il offre le meilleur couple rendement/risque avec un critère ESG défini à 10.

Le modèle boosté arrêté à l'itération $i = 10$ est représenté par un point bleu sur le graphique. Il offre une performance légèrement meilleure que celle du modèle alternatif non boosté.

Les actions individuelles comme LVMH et BNP Paribas montrent des rendements élevés mais une volatilité accrue, reflétant leur risque plus élevé (LVMH a une volatilité d'environ 29% et BNP PARIBAS a une volatilité d'environ 35%).

Résilience d'un portefeuille durable

Les mesures du risque (vaR et Max Drawdown) sont calculées pour chaque cas étudié comme le montre les tableaux suivants :

Cas étudié ==>	Modèle étudié				GRG Non linear	
	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4	Cas 1	Cas 2
Score durable du portefeuille	10	20	10	20	10	20
Bêta du portefeuille	0,80	0,8	1,2	1,2		
Volatilité annuelle du portefeuille	19,8%	19,9%	22,6%	22,3%	18%	14%
Rendement annuel du portefeuille	13%	11%	13%	11%	23%	15%
VaR historique	5,5%	4,9%	7,5%	7,1%	6,7%	5,7%
VaR level	95%	95%	95%	95%	95%	95%
horizon en jours	10	10	10	10	10	10

Cas étudié ==>	Modèle étudié				GRG Non linear	
	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4	Cas 1	Cas 2
Score durable du portefeuille	10	20	10	20	10	20
Bêta du portefeuille	0,8	0,8	1,2	1,2		
Max Drawdown	- 5,98	- 6,71	- 5,69	- 6,16	- 5,06	- 5,58

Tableau 3 Mesures du risque (vaR et Max Drawdown) pour chaque cas étudié

Il ressort de cette analyse que les portefeuilles avec un meilleur rating ESG (10) ont globalement mieux résisté aux crises, indépendamment du niveau de volatilité (Bêta). En revanche, les portefeuilles avec un Rating ESG moins bon (20) semblent avoir subi des pertes plus importantes, particulièrement lorsqu'il est combiné avec un Bêta élevé (1,2).

L'étude de la résilience des portefeuilles a été renforcée par l'analyse de leur comportement face à des variations extrêmes de certaines variables financières au moyen d'un stress test. Ce dernier consiste à simuler des conditions de marché extrêmes mais qui restent réalistes. Il permet d'étudier l'effet d'un choc financier sur la valorisation d'un portefeuille d'investissement.

Différents chocs (sévère, moyen et extrême) seront appliqués aux différents des portefeuilles optimaux obtenus avec la méthode GRG et le modèle alternatif afin d'étudier leur résilience. Le tableau ci-après présente l'impact d'un choc de 50% du marché qualifié d'un choc extrême :

Choc baissier de : 50%		Méthode GRG		Modèle alternatif			
Cas étudié ==>	Méthode GRG		Modèle alternatif				
	Cas 1	Cas 2	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4	
Score durable du portefeuille	10	20	10	20	10	20	
Bêta du portefeuille			0,8	0,8	1,2	1,2	
Perte subie par le portefeuille	49%	46%	40%	40%	60%	60%	
Perte par classe de risque ESG							
Négligeable	0%	0%	4%	-2%	8%	2%	
Faible	49%	8%	40%	13%	43%	17%	
Moyen	0%	36%	3%	23%	13%	32%	
Elevé	0%	3%	-7%	5%	-4%	9%	

Tableau 4 Impact d'un choc baissier du marché de 50%

Executive summary

Regulatory framework for sustainable finance

Sustainable finance has grown significantly in recent years, largely due to climate change and increasing environmental risks.

Traditional financial analysis does not adequately integrate sustainability criteria and does not accurately assess the combined risks. As a result, various financial institutions and rating agencies are developing models that incorporate non-financial data to quantify these risks.

To meet this growing demand, an increasing number of rating agencies are offering ESG ratings to support investors' investment strategies.

The regulatory environment framework has also changed significantly since the signing of the Paris Agreement in 2015 and has become increasingly stringent. In the European Union, the European Commission has published several regulatory texts on sustainable finance, including the Green Taxonomy, which determines whether an economic activity can be considered sustainable.

Key issues to define an optimal sustainable portfolio

When building a sustainable investment portfolio, investors may face several challenges and must make strategic choices at the outset of their optimization process. These issues can be grouped into three main categories:

- First issue: choosing the portfolio optimization method or model:
Investors must select an approach that best meets their needs. In the literature, various optimization methods and models can be categorized into two main groups:
 - Algorithm-based optimization methods: these techniques solve optimization problems by minimizing or maximizing an objective function, with or without constraints. Optimization problems are divided into two main categories: linear and nonlinear.
 - Sustainable portfolio optimization models: these models are inspired by the Markowitz portfolio optimization model for traditional (non-sustainable) investment. Known as "extensions to the Markowitz model," they add an additional ESG constraint to the traditional optimization system.

A review of these methods and models has been conducted in this thesis to determine which of the two categories is best suited for solving this optimization problem and to better guide investors.

- Second issue: selecting an ESG rating: Which ratings should be used? Are ESG ratings reliable and able to mitigate greenwashing risks? Do they enable comparisons between companies in different sectors?
- Third issue: assessing the resilience of the optimal sustainable portfolio: Can the optimal sustainable portfolio resist extreme market conditions and financial shocks? What is the impact of a shock on its valuation and adherence to ESG criteria?

Optimizing Sustainable Portfolio

Sustainable portfolio optimization is first performed using the nonlinear GRG optimization algorithm and then using alternative optimization models: Varmaz, Fieberg, and Poddig extensions of the Markowitz model.

A comparative analysis of the results identifies the limitations of each approach and proposes a "boosted" model that combines the nonlinear GRG approach with the investigated alternative models.

- **Nonlinear GRG Optimization Algorithm:**

The Generalized reduced Gradient (GRG) method is a constrained nonlinear optimization technique that is very useful for complex optimization problems due to its ability to handle nonlinear functions and constraints. It iteratively explores feasible points and creates a sequence that reaches the optimal solution by moving in the direction of the gradient to locate the point where the function reaches a minimum or maximum.

The non linear optimization problem is formulated as follows:

$$\min f(x)$$

$$s. c. g(x) = 0$$

$$h(x) \leq 0$$

- **Alternative Optimization Models: Extension of the Markowitz Model**

In traditional finance, the most commonly used optimization model is the Markowitz model, which aims to obtain the best portfolio return by minimizing risk. Therefore, sustainable finance research usually adjusts this model by adding additional ESG constraints to the traditional optimization framework to reach the best sustainable portfolio.

These models, known as "extensions to the Markowitz model," add an additional ESG constraint to the traditional optimization framework, and their implementation can sometimes entail technical challenges and significant development costs.

This paper introduces an alternative to the Markowitz model extension that helps mitigate these constraints. This alternative appears in a preprint article on the SSRN (Social Science Research Network) platform, titled "Portfolio Optimization for Sustainable Investments," co-authored by Armin Varmaz, Christian Fieberg, and Thorsten Poddig.

The alternative proposed by Varmaz, Fieberg, and Poddig involves directly using desired levels of returns and ESG characteristics as constraints in the optimization program, thereby allowing investors to specify their expectations regarding the profitability and ESG rating of the optimal investment portfolio.

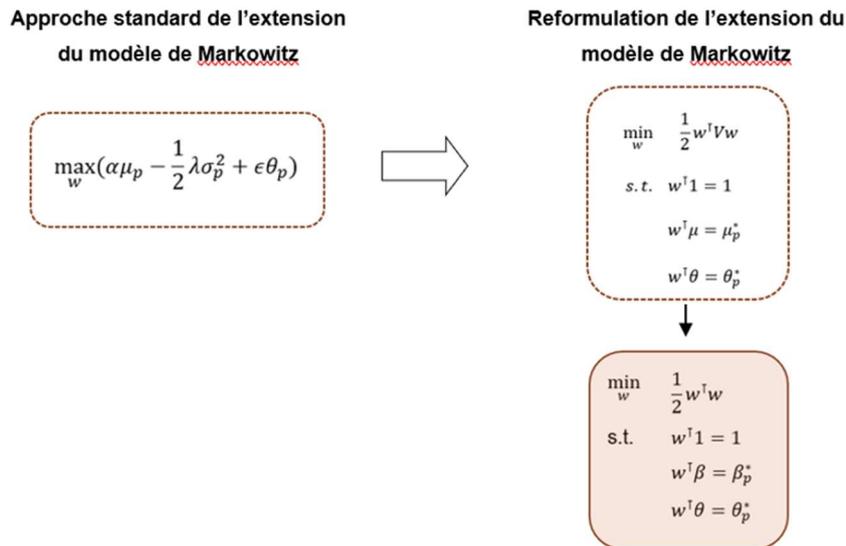


Figure 7 An extension of the Markowitz model proposed by Varmaz, Fieberg, and Poddig

This approach simplifies the portfolio optimization process, making it easier to integrate ESG aspects into investment decisions.

Applying the presented model requires selecting specific characteristics to consider when building the optimal portfolio. This choice remains at the investor’s discretion and reflects their market risk aversion and level of ESG commitment

$$b = [1, \beta_p^*, \theta_p^*]^T$$

A challenge that arises with the alternative model of Varmaz, Fieberg, and Poddig is the selection of parameters β_p^* and θ_p^* ; the portfolio’s beta and the desired ESG rating.

A possible solution to this challenge is conducting a preliminary data analysis that may reveal trends. This analysis can be complemented by exploring different scenarios.

The following graph shows the distribution of various assets in the portfolio according to their beta and ESG rating. The idea is to graphically define a target investment zone for the investor. This zone can be represented by the area of the red rectangle in the graph, reflecting the level of risk the investor is willing to take to meet a certain ESG requirement.

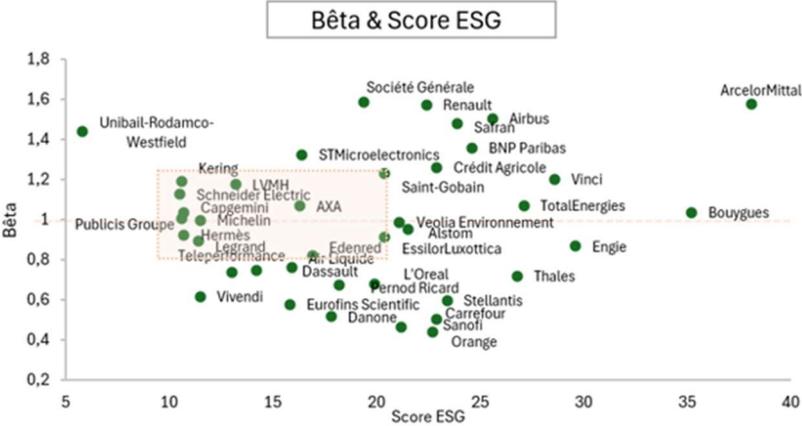


Figure 8 Distribution of the different assets based on their Beta and ESG Rating

The area of the rectangle and its positioning in the scatter plot (ESG rating/beta) is strongly influenced by the investor’s risk appetite and commitment to ESG criteria. A risk-averse investor, for example, prefers to target a beta not exceeding 1, balancing this aspect with an ESG score. Conversely, an investor prioritizing financial performance is willing to take more risk and will set their target zone at a beta level above 1.

In this study, the proposed target investment zone is defined by a beta level between 0.8 and 1.2, indicating a volatility range of +/- 20% relative to the market (CAC 40 index). For the ESG score, the investment zone is limited to a low ESG risk class, with a rating between 10 and 20, reflecting high standards and strong interest in ESG criteria.

To evaluate the performance of the optimal portfolio obtained through the studied model, four different scenarios have been defined and are presented in the following table:

	β_p^*	θ_p^*
Cas 1	0,8 (20% moins volatil que le CAC 40)	10
Cas 2		20
Cas 3	1,2 (20% plus volatil que le CAC 40)	10
Cas 4		20

Tableau 5 the different scenarios selected to study the alternatif model

- **Alternatif « boosted » model**

An analysis has been performed on the advantages and challenges of the nonlinear GRG method and the Varmaz-Feerg-Poddig model, and the results and limitations of each method could be summarized as follows:

	Non-linear GRG method	Varmaz-Feerg-Poddig model
Limitations	<ul style="list-style-type: none"> - The method may converge to a local optimum rather than a global one. - The algorithm's performance can be affected by the choice of the initial point x_0. An inappropriate choice may slow convergence or lead to a suboptimal solution. - This iterative method can be very computationally expensive, particularly for large or highly complex problems 	<ul style="list-style-type: none"> - Difficulty in selecting model parameters β_p^* and θ_p^*, respectively, the desired beta and the ESG score for the portfolio
Main results	<ul style="list-style-type: none"> - The optimal portfolio offers better performance in terms of the return-to-volatility ratio. - The portfolio is highly concentrated and not sufficiently diversified. - The optimal portfolio is sensitive to extreme shocks. 	<ul style="list-style-type: none"> - The financial performance of the various cases analyzed in terms of return-to-volatility ratio is very close to that of the CAC 40 market benchmark index. - Fairly well-diversified portfolio. - Overall, better resilience to an extreme shock.

Tableau 6 Main results and limitations of the GRG nonlinear and the Varmaz-Feerg-Poddig model

The goal is to propose an alternative "enhanced" model and attempt to mitigate the limitations of each model/method by combining the two. The proposed model is a combination of the nonlinear GRG optimization method, and the alternative model studied.

The approach to constructing this "boosted" model is as follows:

Based on the results of the empirical study, one limitation of the nonlinear GRG method is that it is not optimal in terms of diversification; the optimal portfolio from this method is highly concentrated and therefore very sensitive to a sharp market downturn.

In contrast, the optimal portfolio from the alternative model by Varmaz, Fieberg, and Poddig is well-diversified, but the financial performance of the various cases analyzed in terms of the return-to-volatility ratio is very close to that of the CAC 40 market benchmark index. Thus, the idea is to use the optimal portfolio obtained with the Varmaz, Fieberg, and Poddig alternative model as the initial point and attempt to improve (or enhance) its performance using the nonlinear GRG method algorithm.

Applying the boosted model to the data generates a result almost identical to that of the standalone GRG method. This outcome suggests that the GRG method has already converged to a global optimum. Therefore, no further improvement is possible, even by changing the algorithm's starting point.

One solution could be to stop the optimization algorithm before it completes. The GRG nonlinear method algorithm, after all, proceeds iteratively, improving the solution with each iteration. Thus, starting from an initial point x_0 , the solution x_1 after the first iteration is better than x_0 but not yet optimal.

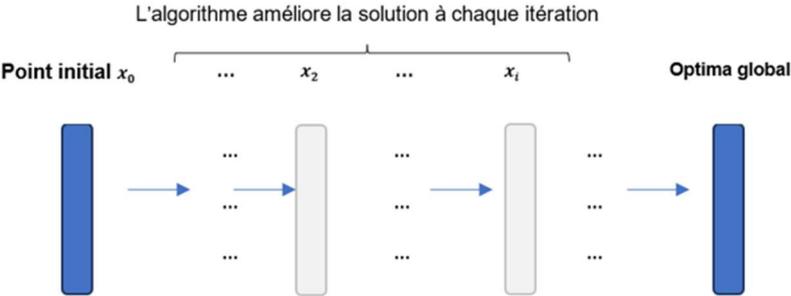


Figure 9 Simplified description of the iterative optimization method

For each iteration i with $1 \leq i \leq n$ where n is the total number of iterations, the point x_{i+1} provides a portfolio composition that better addresses the optimization problem than the portfolio composition at point x_i .

Thus, stopping at an intermediate solution can improve the performance of the optimal sustainable portfolio in the alternative model.

Comparative Study of Different Models and Applied Methods

The following chart shows the relationship between return and volatility of optimal portfolios for various cases studied, compared to the CAC40 index (market).

Individual stocks from LVMH (luxury sector), BNP Paribas (banking sector), TotalEnergies, and Sanofi (healthcare sector) have been added to the chart for reference.

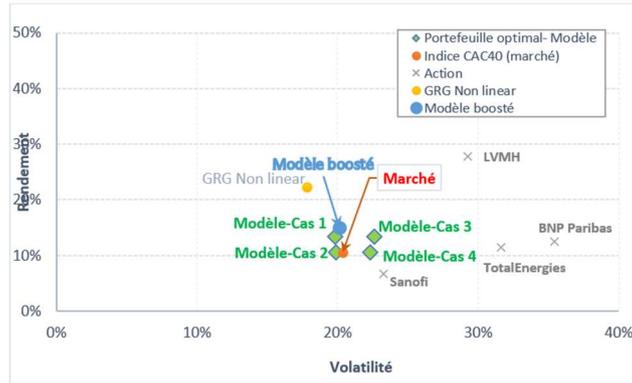


Figure 10 Performance analysis of the optimal Portfolios for various cases studied

The CAC40 index is represented by a red dot, with an annual volatility of approximately 20% and an expected annual return of around 10%.

The points from the model studied (cases 1 to 4 represented by green dots) are fairly close to the market's performance, particularly case 1 (ESG rating = 10) and case 2 (ESG rating = 20). Case 3 (ESG rating = 10) and case 4 (ESG rating = 20), by construction, have a slightly higher volatility than the market (beta set at 1.2), close to 23%, with a return slightly higher than cases 1 and 2.

The GRG Nonlinear model, represented by a yellow dot, shows lower volatility and a more moderate return. Compared to the market and the four portfolios in the model studied, it offers the best return/risk ratio with an ESG criterion set at 10.

The boosted model stopped at iteration $i = 10$ is represented by a blue dot on the chart. It offers slightly better performance than the non-boosted alternative model.

Individual stocks such as LVMH and BNP Paribas show high returns but increased volatility, reflecting their higher risk (LVMH has a volatility of around 29% and BNP Paribas around 35%).

Resilience of a Sustainable Portfolio

Risk measures (VaR and Max Drawdown) are calculated for each case studied, as shown in the following tables:

	Modèle étudié				GRG Non linear	
Cas étudié ==>	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4	Cas 1	Cas 2
Score durable du portefeuille	10	20	10	20	10	20
Bêta du portefeuille	0,80	0,8	1,2	1,2		
Volatilité annuelle du portefeuille	19,8%	19,9%	22,6%	22,3%	18%	14%
Rendement annuel du portefeuille	13%	11%	13%	11%	23%	15%
VaR historique	5,5%	4,9%	7,5%	7,1%	6,7%	5,7%
VaR level	95%	95%	95%	95%	95%	95%
horizon en jours	10	10	10	10	10	10

	Modèle étudié				GRG Non linear	
Cas étudié ==>	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4	Cas 1	Cas 2
Score durable du portefeuille	10	20	10	20	10	20
Bêta du portefeuille	0,8	0,8	1,2	1,2		
Max Drawdown	- 5,98	- 6,71	- 5,69	- 6,16	- 5,06	- 5,58

Tableau 7 Risk Measures (VaR and Max Drawdown) for each studied case

The results show that portfolios with a better ESG Rating (10) have generally been more resilient to crises, regardless of the level of volatility (Beta). On the other hand, portfolios with a lower ESG Rating (20) appear to have suffered greater losses, particularly when combined with a high Beta (1,2).

The study of the resilience of portfolios was reinforced by an analysis of their behavior when facing extreme variations of some financial parameters, using a stress test. This involves simulating extreme but realistic market conditions.

Different shocks have been applied to different optimal portfolios obtained with the GRG method and the alternative model in order to study their resilience. The impact of a shock of 50% on the market qualified as an extreme shock is shown below:

Choc baissier de : 50%		Méthode GRG		Modèle alternatif			
Cas étudié ==>	Cas 1	Cas 2	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4	
Score durable du portefeuille	10	20	10	20	10	20	
Bêta du portefeuille			0,8	0,8	1,2	1,2	
Perte subie par le portefeuille	49%	46%	40%	40%	60%	60%	
Perte par classe de risque ESG							
Négligeable	0%	0%	4%	-2%	8%	2%	
Faible	49%	8%	40%	13%	43%	17%	
Moyen	0%	36%	3%	23%	13%	32%	
Elevé	0%	3%	-7%	5%	-4%	9%	

Tableau 8 The impact of a shock of 50% on the market

Introduction

Le réchauffement climatique et les risques environnementaux en général se sont accélérés ces dernières décennies et leurs impacts sont de plus en plus perceptibles : sécheresse, vague de chaleur, inondations, ... Ils présentent un risque grandissant quant à la pérennité des économies et la survie des populations.

Les économies actuelles « traditionnelles » doivent évoluer vers des économies durables, « vertes » ou encore vers des économies à bas carbone. Pour cela, des investissements devront être réalisés afin de financer cette transition.

Le secteur financier joue un rôle clé dans la transition énergétique. En effet, il permettra de réorienter le flux des capitaux financiers vers une économie de plus en plus verte et à bas carbone.

Pour ce faire, les principales difficultés qui se posent aux investisseurs sont : qu'est-ce qui est « vert » et durable ? comment le reconnaître et l'évaluer ? quel est la corrélation entre la rentabilité et la durabilité ?

L'intérêt des investisseurs pour la finance durable a significativement augmenté durant ces dernières années. En effet, selon le dernier rapport de la Global Sustainable Investment Alliance en 2022, les investissements en actifs durables ont connu une croissance d'environ 33% entre 2016 et 2022 et s'élèvent désormais à plus de 30 321 milliards de dollars, représentant ainsi environ le quart de l'ensemble des actifs gérés au niveau mondial.

REGION	2016	2018	2020	2022
Europe	12,040	14,075	12,017	14,054
Canada	1,086	1,699	2,423	2,358
Australia & New Zealand	516	734	906	1,220
Japan	474	2,180	2,874	4,289
Sub-total (USD Billions)	14,115	18,688	18,220	21,921
% change		32%	-3%	20%
United States	8,723	11,995	17,081	8,400
Total (USD Billions)	22,838	30,683	35,301	30,321
% change		34%	15%	n/a

Note: 2022 not applicable due to a change in methodology



Global sustainable investment at \$30.3 trillion

Source : Global Sustainable Investment Alliance en 2022

Tableau 9 Aperçu des actifs mondiaux
Des investissements durables 2016-2022 en Mds\$



Source : Global Sustainable Investment Alliance en 2022

Figure 11 Répartition des actifs durables par région en 2022

Les États-Unis et l'Europe dominent le marché des actifs durables et représentent à eux deux 74% du total mondial.

L'Europe représente 46% du marché soit plus de 14 000 milliards de dollars. Toutefois, il convient d'analyser avec prudence les chiffres relatifs à l'Europe, car la réglementation y est plus stricte pour la classification des investissements durables par rapport au reste du monde. Cette rigueur réglementaire est l'une des raisons pour lesquelles le volume des investissements durables a diminué en Europe entre 2018 et 2020.

1.1 Définition de l'ESG

Le terme ESG désigne les enjeux environnementaux, sociaux et de gouvernance susceptibles d'impacter de façon matérielle la performance d'une entreprise.

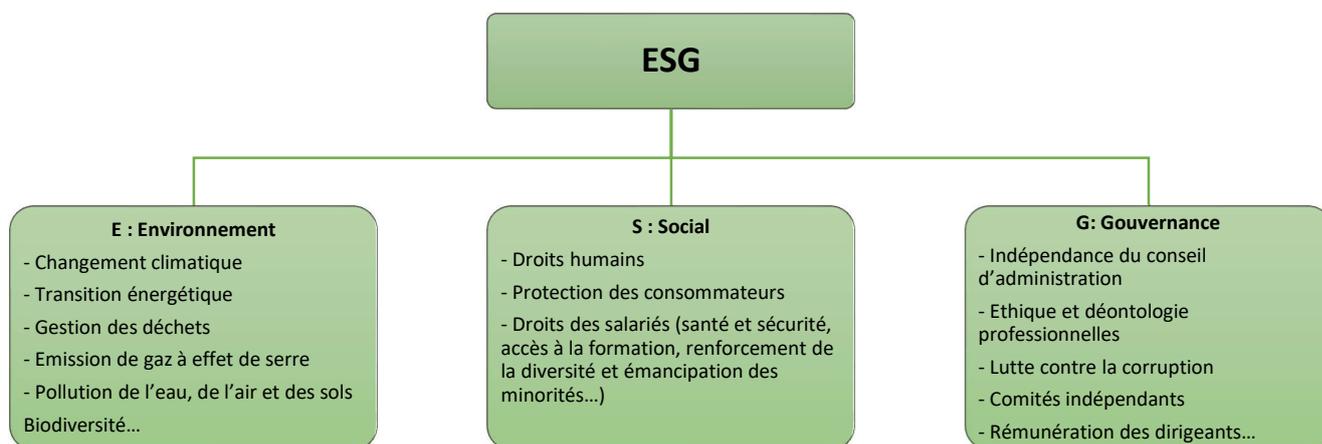


Figure 12 Les enjeux ESG environnementaux, sociaux et de gouvernance

1.2 Les risques ESG

Les risques ESG se divisent en 3 catégories :

- **Les risques juridiques (Legal Risks)** : ils incluent tous les risques de perte financière ou de réputation par manque de vigilance, mauvaise compréhension, ignorance ou refus d'intégrer les enjeux ESG dans la politique de l'entreprise

Il y a six types de risques juridiques :

- Définition ESG incohérente (risque de greenwashing),
 - Risque réglementaire de « conduct » (comportement non approprié),
 - Modification des standards du marché,
 - Risque réputationnel,
 - Activisme des actionnaires,
 - Risque de responsabilité/litige.
- **Les risques physiques (Physical Risks)** : ils incluent tous les risques associés à des événements météorologiques extrêmes ou à des changements climatiques (vagues de chaleur, inondations, incendies, élévation du niveau de la mer...). Ces événements peuvent nuire aux performances des entreprises : en affectant la valeur des actifs et/ou

en perturbant le chiffre d'affaires car, dans certaines situations, l'entreprise ne pourra plus maintenir ses opérations.

La combinaison des trois facteurs suivants permet de mesurer les risques physiques :

- L'aléa climatique : il renvoie à la nature de l'aléa (sécheresse, vague de chaleur...) à sa probabilité ou à sa magnitude
 - L'exposition des actifs : les données des actifs (emplacement, exposition de la région à des risques spécifiques...) contribuent à identifier l'exposition des actifs à l'aléa climatique
 - La vulnérabilité des actifs : les facteurs de vulnérabilité varient selon les secteurs. L'idée est de combiner une analyse de la vulnérabilité des actifs aux événements climatiques et au potentiel d'endommagement de la valeur si l'événement survenait.
- **Les risques de transition (Transition Risks)** : ils incluent tous les risques liés au processus de transition vers une économie bas carbone.

Plusieurs modifications climatiques peuvent impacter, ralentir ou perturber particulièrement la transition vers une économie bas carbone (appelées facteurs de risques de transition). Ces facteurs de risque incluent :

- Les modifications des politiques publiques, de la législation et de la réglementation
- L'Innovation et les changements technologiques
- L'opinion des investisseurs et des consommateurs par rapport à un environnement plus durable

Ces 3 catégories de risque sont interconnectées.

1.3 Définition de l'investissement durable

C'est une approche qui est de plus en plus répandue sur les marchés financiers ; elle consiste à intégrer des critères environnementaux, sociaux et de gouvernance (ESG) dans la prise de décision d'investissement. Ces critères ESG viennent compléter les critères financiers traditionnels (rentabilité et risque) et permettent aux investisseurs d'avoir une vision complète des risques dont fait face une entreprise.

De plus, cette stratégie d'investissement permet d'encourager une croissance économique plus respectueuse de l'environnement tout en soutenant les entreprises qui mènent leurs activités d'une manière plus durable.

a. Les critères ESG

Les critères ESG permettent d'évaluer les entreprises sur leurs performances financières ainsi que sur leur capacité à mener leurs activités de manière responsable.

- **Les critères environnementaux**

Les critères environnementaux permettent d'évaluer l'impact que peut avoir l'activité d'une entreprise sur l'environnement. L'évaluation peut inclure plusieurs aspects tels que la gestion des déchets, l'optimisation de la consommation de l'énergie, la réduction des émissions de gaz à effet de serre, ainsi que l'exploitation et la protection des ressources naturelles. Les investisseurs soucieux de ces nouveaux enjeux environnementaux s'orientent de plus en plus vers des stratégies d'investissement qui privilégient les entreprises qui minimisent leur empreinte écologique ou qui contribuent positivement à l'environnement.

- **Les critères sociaux**

Ces critères évaluent l'impact direct ou indirect d'une organisation sur les parties prenantes (les collaborateurs, clients, fournisseurs, syndicats et communautés locales). Ces critères peuvent couvrir des domaines assez vastes et inclure plusieurs aspects tels que la sécurité au travail, le respect des droits de l'homme, la gestion de la chaîne d'approvisionnement et l'engagement communautaire.

Les investisseurs ayant une attention particulière à ces critères vont privilégier dans leurs stratégies d'investissement des sociétés encourageant un cadre de travail positif et défendant l'équité et l'inclusion.

- **Les critères de gouvernance**

Ces critères englobent les règles qui définissent la manière dont une entreprise doit être dirigée en s'assurant par exemple de la transparence de la rémunération des dirigeants d'entreprise, de la lutte contre la corruption ou encore de la féminisation des conseils d'administration.

Une bonne gouvernance d'entreprise permettrait de réduire considérablement le risque pour les investisseurs et renforcerait la confiance des parties prenantes.

b. Influence des critères ESG sur les décisions d'investissement

Certains articles et revues académiques étudient le lien qui pourrait exister entre les critères ESG et les choix d'investissement des gestionnaires de fonds. Le résultat de ces études montre qu'il peut y avoir une corrélation positive entre la performance ESG et la performance financière. En effet, une entreprise avec des pratiques plus durables aurait tendance à être plus innovante, plus résiliente face aux crises et attirerait une plus grande confiance des investisseurs. Si au contraire une entreprise n'envisage pas, par exemple, de réduire ses émissions de gaz à effet de serre dans sa politique de gestion des risques, elle peut faire face à des sanctions réglementaires de non-conformité ce qui aurait un mauvais impact sur son image ou engendrerait des poursuites judiciaires coûteuses.

Par conséquent, l'intégration des critères ESG dans les décisions d'investissement permet le plus souvent d'avoir une vision la plus complète possible des risques et opportunités associés à chaque entreprise et de mieux repérer et gérer les risques non financiers, tels que les risques environnementaux, sociaux et de gouvernance. La non prise en compte de ces risques peuvent avoir un impact néfaste sur la réputation et la viabilité à long terme d'une entreprise.

1.4 Performance récente du CAC 40

Le CAC 40 a connu une performance positive en 2023, avec une hausse de 12,5% sur l'année. Cette performance est due à plusieurs facteurs, dont la reprise économique, la baisse des taux d'intérêt et la bonne performance des entreprises françaises.

La période de l'étude s'étend sur 5 ans, période marquée par plusieurs chocs sur le marché financiers dont notamment : la crise du COVID et les périodes de confinement, la guerre en Ukraine, l'inflation et la hausse des taux d'intérêt.



Figure 13 Evolution du prix de l'indice du CAC40 entre 2017 et 2023

Les principaux chocs sur l'indice boursier CAC 40 sur la période étudiée :

- La crise du COVID-19 (décembre 2019) :
La pandémie mondiale du COVID-19 a entraîné un confinement généralisé et un ralentissement de l'économie mondiale, provoquant une chute des marchés boursiers, y compris le CAC 40, en mars 2020. Les marchés se sont ensuite progressivement redressés grâce aux interventions des banques centrales et aux plans de relance gouvernementaux.
- Guerre en Ukraine (février 2022) :
L'invasion de l'Ukraine par la Russie au début de l'année 2022 a provoqué une baisse des marchés boursiers, ce qui a également affecté l'indice boursier CAC 40. Cette situation a engendré une augmentation des prix de l'énergie et des matières premières, contribuant ainsi à une hausse de l'inflation. La guerre a également perturbé les chaînes d'approvisionnement ce qui a créé une incertitude sur la croissance économique mondiale et les perspectives d'investissement.
- Inflation & remontée des taux: l'augmentation des prix des produits alimentaires et de l'énergie est le principal facteur expliquant la hausse de l'inflation. Cette hausse est principalement causée par la propagation des effets des chocs précédents (guerre en Ukraine et la pandémie du COVID-19).
Suite à la forte croissance de l'inflation et qui est restée élevée sur une période prolongée, les banques centrales, dont la Banque Centrale Européenne (BCE) et la Réserve Fédérale américaine (Fed), ont à plusieurs reprises relevé les taux d'intérêt pour la contrer, ce qui a augmenté les coûts de financement pour les entreprises.

Chapitre 1 : Etat des lieux du cadre réglementaire de la Finance durable

L'émergence et le développement de la finance durable est passé par plusieurs étapes clés. Les questions environnementales et sociales ont commencé à jouer un rôle dans les décisions d'investissement qu'à partir des années 1960 et 1970.

En 1983, l'Assemblée Générale des Nations Unies a convoqué une commission spéciale connue sous le nom de « Commission Brundtland », composée d'experts en environnement, de décideurs politiques et de hauts fonctionnaires. Cette commission devait proposer des solutions afin de promouvoir un modèle de développement durable. En 1987, le rapport Brundtland formalise le concept de développement durable.

Les années 1990, les premiers fonds d'investissement socialement responsables ont été introduits. L'année 2006 marque, par la suite, le lancement des Principes pour l'Investissement Responsable (PRI) par les Nations Unies. Plus de 1900 investisseurs ont signé cette charte dont le principal objectif est d'intégrer les considérations ESG dans les décisions d'investissement, marquant ainsi une étape décisive dans la reconnaissance des critères ESG par les marchés financiers.

Ces étapes ont permis la consolidation de la finance durable dans les stratégies d'investissement à un niveau global.

Voici quelques événements marquants dans l'évolution de réglementation de la finance durable :

En l'année 2000, le lancement de l'indice FTSE4Good qui est un des premiers indices boursiers mondiaux qui permet d'identifier les entreprises respectueuses des critères ESG.

En l'année 2005 : la définition d'un cadre de gestion des risques l'« Equator Principles » qui permet d'identifier, évaluer et gérer les risques environnementaux et sociaux dans les projets financés.

En l'année 2006, les Nations Unies ont lancé les Principes pour l'Investissement Responsable (PRI). Il s'agit d'une initiative importante qui a encouragé les investisseurs à adopter des pratiques d'investissement responsable.

En l'année 2015, les Nations Unies ont adopté les Objectifs de Développement Durable (ODD) qui permettent de répondre aux principaux défis mondiaux environnementaux et sociaux, tels que la pauvreté, les inégalités, le changement climatique, la dégradation de l'environnement, la paix et la justice.

En l'année 2019, l'Union européenne a publié son plan d'action sur la finance durable, incluant la taxonomie pour la finance durable, visant à orienter les investissements vers des activités plus vertes.

Ces différentes étapes clés montrent comment la finance durable s'est progressivement intégrée dans les stratégies d'investissement en influençant les politiques et les pratiques des institutions financières à l'échelle mondiale.

L'accord de Paris en 2015 et l'adoption des 17 objectifs du développement durable du programme des nations unies ont été un tournant décisif pour la finance durable. Ils ont permis de préparer le cadre réglementaire visant à intégrer les enjeux environnementaux dans l'économie et dans le secteur financier en particulier.

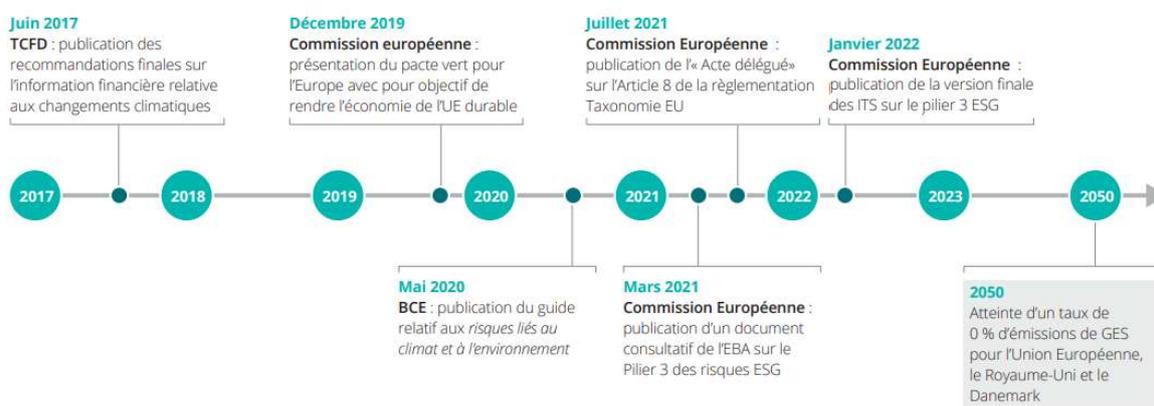
La taxonomie de l'Union Européenne a permis par la suite de définir un « langage durable » commun à tous les acteurs et harmoniser les notions utilisées par les différentes parties prenantes.

La commission européenne a publié en 2018, un plan d'action pour la finance durable qui a été, par la suite mis à jour en 2021. Son objectif est de transformer le système financier européen afin qu'il puisse répondre au défi de la mise en œuvre du green deal européen.

Depuis, plusieurs textes législatifs et réglementaires (européens et français) se sont enchaînés pour cadrer le secteur financier et l'orienter vers une finance plus durable.

Ces textes réglementaires peuvent être répartis principalement en trois catégories :

- Les textes visant à une plus grande transparence à travers des exigences de reporting tel que le règlement Disclosure.
- Les textes concernant l'intégration du concept de la durabilité dans les exigences prudentielles pour la gestion des banques ainsi que la gestion des risques.
- Les textes destinés à renforcer le caractère durable des produit et services financiers (norme européenne pour les green bonds, règlement benchmark, Ecolabel européen)



Source Deloitte

Figure 14 Chronogramme des textes législatifs et réglementaires européens et français

1.1 L'accord de Paris et Programme 2030 des Nations Unies

L'accord de Paris de 2015 marque un tournant important pour la Finance durable. En effet, c'est la première fois qu'un traité international sur le réchauffement climatique est négocié.

Cet accord est entré en vigueur le 4 novembre 2016. Son objectif est de maintenir l'augmentation moyenne du réchauffement de la planète en dessous de 2°C par rapport aux niveaux préindustriels et de limiter, de préférence, le réchauffement à 1,5°C.

Le programme des Nations Unies, également connu sous le nom de « agenda 2030 », est un plan d'action mondial adopté par tous les Etats membres des Nations Unies en septembre 2015. Il vise à atteindre 17 objectifs de développement durable (ODD) d'ici à l'année 2030.

Les objectifs du développement durable couvrent un large éventail de défis mondiaux : la réduction de la pauvreté, l'élimination de la faim, l'accès à l'éducation de qualité, l'égalité des sexes, la lutte contre le changement climatique, la protection de l'environnement, la promotion de la santé et du bien-être, la promotion de la paix et de la justice...

Le programme 2030 repose sur cinq principes fondamentaux :

- Les personnes : éliminer la pauvreté et promouvoir le bien-être pour tous
- La planète : protéger l'environnement et gérer durablement les ressources naturelles
- La prospérité : assurer une croissance économique inclusive et durable
- La paix : promouvoir des sociétés pacifiques, justes et inclusives
- Les partenariats : renforcer les partenariats mondiaux pour la réalisation des objectifs

Le programme 2030 encourage une approche intégrée reconnaissant l'interdépendance des différents domaines et mettant l'accent sur la participation de tous les acteurs, y compris les gouvernements, les organisations internationales, la société civile, le secteur privé et les citoyens.

Des actions coordonnées à l'échelle mondiale et nationale doivent être définies afin de permettre l'atteinte des objectifs du programme 2030. Des investissements financiers ciblés seront également nécessaires pour financer la transition vers une économie plus durable.

Les actions et étapes nécessaires pour la réalisation de ces objectifs sont régulièrement suivis et évalués par les Nations Unies afin de veiller à ce qu'ils soient atteints d'ici 2030.

1.2 Le Green deal européen et la « Taxonomie UE»

✓ Le Green Deal européen

Le Green Deal européen, lancé par la Commission européenne, est un ensemble de politiques visant à rendre l'Europe neutre en carbone d'ici 2050. Il inclut les initiatives dans tous les secteurs économiques dont notamment : l'énergie, l'agriculture, l'économie circulaire, les transports et la biodiversité.

Son objectif est de promouvoir une croissance économique durable tout en améliorant la santé et la qualité de vie des citoyens européens, en réduisant les émissions de gaz à effet de serre, en promouvant les énergies renouvelables et en améliorant l'efficacité énergétique

Les objectifs du Green Deal européen sont multiples et ambitieux, ils visent à transformer l'Union Européenne en une économie durable avec un impact environnemental neutre d'ici 2050. Ces objectifs incluent :

- Réduction des émissions de gaz à effet de serre : L'UE s'engage à réduire ses émissions de 55% d'ici 2030 par rapport aux niveaux de 1990 et à atteindre la neutralité climatique en 2050.
- Promotion de l'énergie renouvelable : Accroître l'utilisation des énergies renouvelables dans différents secteurs.
- Amélioration de l'efficacité énergétique : Réduire la consommation d'énergie grâce à des améliorations de l'efficacité.
- Économie circulaire : Stimuler l'utilisation efficace des ressources en passant à une économie propre et circulaire.
- Biodiversité : Protéger et restaurer la biodiversité et les écosystèmes en Europe.
- Assurer une chaîne alimentaire durable et promouvoir l'agriculture biologique.

✓ La taxonomie UE

La Taxonomie européenne de la finance durable découle du Green deal européen. Cette taxonomie a été mise en place pour faire progresser les objectifs du Pacte vert en définissant les critères qui permettent d'identifier les investissements durables. Ainsi, elle facilite l'affectation des investissements et des capitaux à des projets et activités qui contribuent à la réalisation de l'objectif de neutralité carbone de l'Europe d'ici 2050, alignant ainsi les flux financiers sur les principes du développement durable.

La « Taxonomie » est un texte réglementaire (le règlement (UE) 2020/852) qui a été publié au journal officiel le 22 juin 2020.

Il est adopté dans le but de définir un cadre réglementaire qui permet d'encourager les investissements durables en orientant les flux financiers vers des investissements « verts » et de lutter contre les pratiques de greenwashing.

Il est entré partiellement en vigueur dans l'union européenne à partir de janvier 2022.

La taxonomie de l'UE en matière de finance durable est un système de classification qui permet d'identifier les investissements qui peuvent être considérés comme écologiquement durables. Cette réglementation est essentielle pour guider les investissements vers des projets plus verts et soutenir les objectifs du Green Deal européen. La taxonomie permet d'aider les investisseurs à identifier les activités contribuant significativement à au moins un des six objectifs environnementaux de l'UE sans nuire aux autres.

Ces objectifs incluent :

- L'atténuation et l'adaptation au changement climatique
- La protection des ressources en eau et marines
- La transition vers une économie circulaire
- La prévention et le contrôle de la pollution
- La protection et la restauration de la biodiversité et des écosystèmes

Elle vise à établir une liste commune de critères scientifiquement fondés, pour juger de l'éco-durabilité d'une activité économique, afin de prévenir le "greenwashing" et encourager une transition transparente et responsable vers une économie durable. La mise en œuvre de la taxonomie est progressive et continue d'évoluer pour inclure d'autres aspects du développement durable.

La taxonomie a permis de mettre en place un langage commun à tous les acteurs en spécifiant ce qui est « vert » ou « durable » à travers la définition d'une classification commune et transparente des activités économiques durables.

Le champ d'application du règlement sur la taxonomie est le suivant :

- Les acteurs financiers qui proposent des produits et services financiers dans l'UE
- Les grandes entreprises qui sont tenues de fournir des informations extra-financières
- L'UE et les états membres, dans le cadre de la définition de mesures, de normes ou de labels publics pour les produits financiers verts ou les green bonds

Ce règlement couvre deux aspects :

- **Eligibilité et alignement des activités économiques**

Le règlement définit la liste des activités économiques durables éligibles et alignées selon des critères techniques définis (les 6 objectifs de la taxonomie). Autrement dit, la taxonomie est une classification qui permet de déterminer si une activité économique est durable.

Une activité est dite éligible, si ses activités économiques répondent aux objectifs de la taxonomie.

La taxonomie comprend 6 objectifs environnementaux (article 9). Seuls les deux premiers objectifs/ critères de la taxonomie ont fait l'objet d'une publication spécifiant les activités économiques éligibles.

Le tableau suivant présente les six objectifs/critères pour définir les activités économiques éligibles :

Objectifs	Date de mise en application
Atténuation du changement climatique	2022
Adaptation au changement climatique	
Utilisation durable et protection durable des ressources aquatiques et marine	Janvier 2023
Transition vers une économie circulaire	
Prévention et réduction de la pollution	
Protection et restauration de la biodiversité et des écosystèmes	

Tableau 10 Liste des critères pour définir les activités économiques éligibles

Pour qu'une activité soit alignée (autrement dit durable) elle doit répondre aux étapes suivantes :

- Etape 1 : L'activité doit être éligible
- Etape 2 : L'activité doit contribuer substantiellement à un ou plusieurs objectifs de la taxonomie
- Etape 3 : l'activité ne doit pas causer de préjudices importants aux autres objectifs
- Etape 4 : l'activité doit respecter des garanties sociales minimales

Depuis janvier 2022, les institutions financières et les entreprises non financières relevant du champ d'application de la directive sur les rapports non financiers NFRD (Non Financial Reporting Directive) sont tenues de rendre compte des activités éligibles à la taxonomie uniquement pour les deux premières exigences à savoir l'atténuation du changement climatique et l'adaptation au changement climatique.

Depuis 2023, les entreprises relevant du NFRD sont tenues de déclarer leur propre alignement à la taxonomie.

- **Exigence de transparence des entreprises**

Exigence de transparence des entreprises financières et non financières sur leurs activités économiques durables sur le plan environnemental introduite dans :

- Pour le secteur des services financiers : le règlement (UE) 2019/2088 dit « Disclosure » ou « SFRD » pour les produits financiers dont les produits durables (articles 8 et 9)
- La directive 2014/95/UE du 22 octobre 2014 relative à la publication d'information non financière dite « NFRD » qui sera bientôt remplacé par la « CSRD » Corporate Sustainability Reporting Directive. Cette dernière aura un impact important sur toutes les entreprises y compris les banques

Ces réglementations permettent d'harmoniser les pratiques durables en Europe et d'aider collectivement à lutter contre le greenwashing. Ces textes techniques restent compliqués à mettre en œuvre et induisent un risque de non-conformité en cas d'échec des entreprises à les appliquer correctement.

Exigences relatives à l'entité	Date
Les entreprises publient des rapports sur les activités éligibles à la taxonomie	2022
Les institutions financières publient des rapports sur les activités éligibles à la taxonomie	2022–2023
Les entreprises déclarent leur alignement sur la taxonomie	2023
Les institutions financières publient des rapports sur leurs activités éligibles à la taxonomie	
Les entreprises et les institutions financières déclarent leur alignement sur la taxonomie	2024–2025

Exigences pour les produits financiers	Date
Publication des informations relatives à la conformité des produits financiers avec les objectifs climatiques (sans modèles de rapport selon les normes techniques réglementaires)	2022
Publication des informations relatives à la conformité des produits financiers avec tous les objectifs environnementaux	2023–2025

Tableau 11 Résumé du calendrier de l'implémentation de la taxonomie

1.3 Pacte vert pour l'Europe (plan d'action de la finance durable)

Le plan d'action s'inscrit dans le cadre de la mise en œuvre de l'accord de Paris sur le changement climatique et du Programme 2030 des Nations Unies. L'UE a fixé l'objectif de réduire ses émissions de gaz à effet de serre de 50% d'ici 2030 et d'atteindre la neutralité carbone en 2050.

Afin d'atteindre l'objectif de neutralité carbone à horizon 2050, la commission européenne a adopté en 2018 son premier plan d'action qui vise à réorienter les flux de capitaux pour financer une croissance durable tout en assurant la gestion des risques financiers induits par les enjeux environnementaux, sociaux et de gouvernance (ESG).

Ce plan a été complété en 2021 par une nouvelle stratégie pour le financement de la transition vers une économie durable.

Le plan d'action comprend 10 points pour répondre aux grands axes (objectifs) suivants :

Grands axes du plan	Plan d'action
Réorienter les flux des capitaux vers une économie durable	1- Mise en place d'un système de classification européen des activités durables (la taxonomie) 2- Création de normes et de labels pour les produits financiers durables 3- Encouragement les investissements dans les projets verts 4- Intégration du développement durable dans le conseil financier 5- Mise en place des indices de référence en matière de durabilité
Gérer les risques financiers induits par les risques ESG	6- Une meilleure intégration de la durabilité dans la notation et la recherche 7- Clarification des obligations des investisseurs institutionnels et des gérants des actifs 8- Intégration des normes durables dans les normes prudentielles
Favoriser la transparence des activités économiques et financières	9- Renforcement de la réglementation comptable et la publication d'information sur la durabilité 10- Promotion d'une gouvernance d'entreprise durable et limitation du courttermisme sur les marchés financiers

Tableau 12 Détail des grands axes du Pacte vert pour l'Europe

1.4 La loi disclosure

La loi SFDR (Sustainable Finance Disclosure Regulation) ou loi disclosure est une réglementation de l'union européenne entrée en vigueur en décembre 2019 et mise en application à partir de mars 2021.

Cette loi vise à promouvoir la durabilité dans le secteur financier en améliorant la transparence et la divulgation des informations ESG (environnementales, sociales et de gouvernance). En effet, les dirigeants des entreprises financières doivent décrire la manière dont les risques ESG sont pris en compte dans leurs processus d'investissement ; ils doivent également présenter les indicateurs utilisés pour évaluer les facteurs ESG.

Cette réglementation établit également des règles spécifiques pour les gestionnaires d'actifs, les conseillers en investissement et les fournisseurs de produits financiers afin de garantir que des informations ESG cohérentes et comparables puissent être communiqués aux investisseurs. La réglementation comprend des niveaux de divulgation :

- Au niveau de l'entreprise : les entités financières doivent divulguer des informations sur la manière dont elles intègrent les facteurs ESG dans leurs politiques et également sur la manière dont elles les prennent en compte dans le processus de prise de décision d'investissement
- Au niveau du produit : les gestionnaires d'actifs doivent fournir des informations sur les critères ESG de leurs produits financiers, en particulier sur les objectifs de durabilité, les mesures prises pour atteindre ces objectifs, et les impacts ESG des investissements

Par ailleurs, les entités financières doivent expliquer la manière dont les risques liés à la durabilité sont intégrés dans leur processus de prise de décision d'investissement et doivent également fournir des informations sur la manière dont ces risques sont pris en compte ;

La réglementation de la finance durable a pour objectif d'intégrer des critères extra financiers dans la prise de décision financière ainsi que dans la gestion des portefeuilles d'investissement. Pour ce faire, la réglementation couvre plusieurs aspects dont notamment :

- **Métriques et Reporting** : les entreprises sont tenues d'évaluer et d'analyser leurs impacts sur l'environnement et d'en publier le résultat. Ils sont également priés de communiquer sur leur plan d'action pour réduire leurs émissions de gaz à effet de serre et améliorer leur empreinte carbone.
- **Evaluation des Risques ESG** : Les institutions financières sont désormais incitées à prendre en considération des critères environnementaux et sociaux dans leurs analyses de risque et de rendement avant toutes prises de décisions d'investissement et de gestion de portefeuille. Cela permet aux gestionnaires de portefeuille d'investissement de mieux évaluer les risques et opportunités liés à ces critères.
- **Produits Financiers Verts** : la réglementation de la finance durable a permis le développement de produits financiers verts, tels que les obligations vertes et les fonds ESG, offrant aux gestionnaires de fonds des alternatives d'investissement durable.

- **Normes et Taxonomies** : ont permis de standardiser les définitions et les critères d'évaluation des risques ESG et ont significativement facilité l'harmonisation internationale des pratiques d'investissement durable.
- **Pression des Parties Prenantes** : Les régulateurs, les investisseurs institutionnels et les activistes exercent une forte pression sur les entreprises afin de les contraindre à adopter des pratiques plus durables.

Chapitre 2 : Notation ESG

La notation ou rating ESG représente une évaluation de la performance globale d'une entreprise, elle permet de quantifier ses pratiques en matière d'environnement, de social et de gouvernance. Cette notation est généralement attribuée sur la base d'une analyse détaillée de divers indicateurs relatifs à ces trois piliers.

Le rating ESG est exprimé sous forme d'une note qui est similaire aux notations de crédit traditionnelles.

Ces évaluations aident à identifier les risques et les opportunités liés aux pratiques durables des entreprises et jouent un rôle crucial dans la gestion des risques et l'allocation des investissements.

La plupart des investisseurs se tournent vers les fournisseurs traditionnels de données financières, qui disposent des capacités nécessaires pour attribuer une note ESG en utilisant leur propre système de notation.

Les méthodologies de rating ESG varient d'une agence à l'autre, entraînant des disparités entre les évaluations. En général, ces méthodologies comprennent l'analyse des données publiques, des réponses aux questionnaires envoyés aux entreprises et des interviews de parties prenantes....

Les principaux défis résident dans la standardisation des critères d'évaluation et dans la comparabilité des ratings entre différents secteurs et régions.

2.1 Les différents types de fournisseurs de données ESG

Les fournisseurs des données ESG peuvent être classés en trois groupes² :

Les fournisseurs de données fondamentales : Ces agences ESG offrent un large éventail de données brutes publiques, généralement issues des sites internet des entreprises ou de leurs rapports.

Ces agences évaluent de la même manière les entreprises de chaque secteur et industrie et offrent donc des ratings comparables.

Les ratings sont réalisés dans la plupart des cas avec des algorithmes qui utilisent des données accessibles au public



Les fournisseurs de données complètes : Ces fournisseurs offrent généralement une combinaison de données accessibles au public provenant des médias, des organisations non gouvernementales et des rapports d'entreprises, avec des données issues de questionnaires ainsi que des données traitées et analysées par leurs propres analystes. Ils couvrent tous les aspects relatifs aux critères ESG.

Les entreprises sont évaluées différemment selon le secteur et l'industrie. Les scores sont ajustés à l'environnement économique dans lequel l'entreprise opère et permet de mieux appréhender la maturité ESG.

L'évaluation est faite sur la base des données publiques et accessibles ainsi que d'informations fournies par l'entreprise : ainsi toutes les problématiques ayant un impact significatif sont abordés et fiables.



Fournisseurs de données spécialisées : Ces fournisseurs offrent généralement des données approfondies et hautement contextualisées couvrant un ou deux aspects ESG tels que les droits de l'homme ou le changement climatique.

Le rating sur la base de ce type de données permet d'évaluer la maturité de l'entreprise dans un domaine particulier : par exemple la maturité environnementale. Cette notation est généralement importante pour les investisseurs qui veulent examiner la maturité de l'entreprise sur un domaine particulier.



² Classification proposée par Deloitte

2.2 Rating ESG et agence de notation

Un rating ESG mesure le degré de respect d'une entreprise aux règles de durabilité. Le calcul est réalisé par des agences de notation spécialisées et se base sur plusieurs facteurs (allant de l'impact sur l'environnement à la manière dont une entreprise traite ses employés).

Ci-après les 5 agences de notation ESG les plus reconnues :



- MSCI : est pionnière dans la notation des risques ESG et opère depuis plus de 40 ans ; elle évalue l'exposition d'une entreprise aux risques environnementaux, sociaux et de gouvernance et à sa capacité à gérer ces risques par rapport à ses pairs

La note est sur une échelle de AAA à CCC :

- Leader (AAA, AA) : note attribuée aux entreprises s'illustrant dans la gestion des risques ESG dans leur secteur d'activité
- Moyen (A, BBB, BB) : note attribuée aux entreprises ayant des antécédents mitigés quant à la gestion des risques ESG
- Retardataire (B, CCC) : note attribuée aux entreprises jugées être dans une situation alarmante ayant une forte exposition aux risques ESG avec une capacité de gestion moindre



- S&P Global : fournit un outil de notation qui permet d'harmoniser les données et permet aux investisseurs d'avoir des indicateurs fiables et comparables pour le choix d'investissements en prenant en compte les risques ESG encourus.

Les entreprises doivent répondre à un questionnaire relatif aux problématiques ESG.

La notation est établie sur la base des réponses et des données publiques disponibles.

Le score s'étale sur une échelle de 0 à 100 points et repose sur l'engagement direct des entreprises.

- Un score ESG supérieur à 70 est considéré comme un bon score ; il indique que l'entreprise a de bonnes pratiques ESG et une bonne perspective.
- Un score ESG inférieur à 50 est considéré comme un mauvais score ; il indique que l'entreprise a un impact négatif sur l'environnement et la société, par exemple : déforestation ou élévation de l'indice de pauvreté dans les régions où l'entreprise opère...



- Sustainalytics

C'est une agence de notation ESG appartenant au groupe Morningstar. Elle a développé un système de notation basé sur la sévérité des risques encourus par l'entreprise.

Elle évalue à quel point les performances d'une entreprise peuvent être affectées par les risques ESG. Plusieurs facteurs d'exposition aux risques sont étudiés : modèle commercial, solidité financière, historique des incidents ...

La note ou plutôt le degré d'exposition aux risques varie entre 0 et 100 :

- Négligeable : de 0 à 10
- Bas : de 10 à 20
- Moyen : de 20 à 30
- Elevé : de 30 à 40
- Sévère : 40 et plus



- ISS : son système de notation est basé sur le risque de gouvernance de l'entreprise. Le système de notation est basé sur des déciles qui indiquent le risque de gouvernance d'une entreprise sur les quatre catégories suivantes :

- La structure du conseil d'administration
- La rémunération
- Les droits des actionnaires
- L'audit et la surveillance des risques



- CDP : C'est une organisation à but non lucratif Elle propose un système de notation allant de A à D- dans les trois domaines : « Changement climatique », « déforestation » et « sécurité de l'eau » Le scoring permet d'évaluer la maturité de l'entreprise dans l'un de ces trois domaines.

Le graphique ci-après, publié sur le site de TotalEnergies, illustre les différents scores ESG attribués à l'entreprise par les principales agences de notation :

Principales notations ESG en 2021:

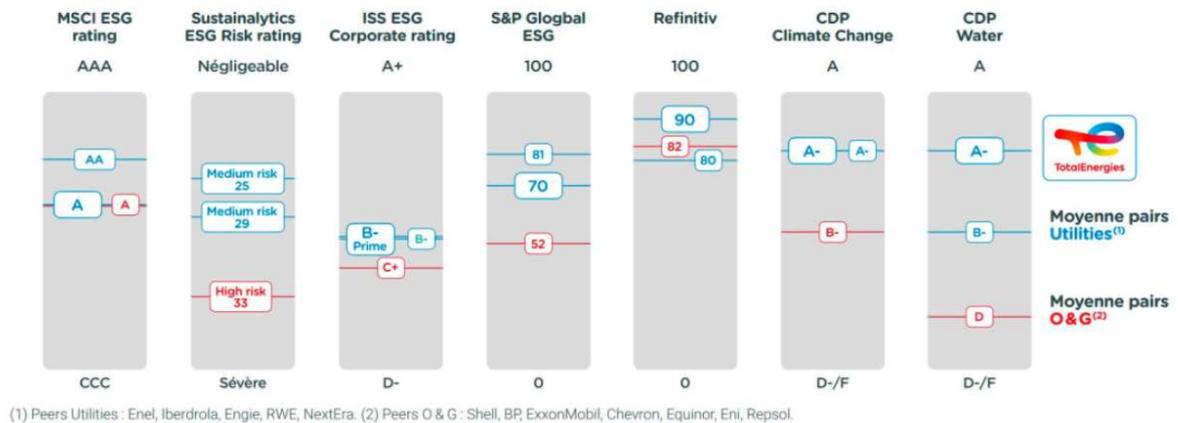


Figure 15 Scores ESG attribués à Total Energie par les principales agences de notation

Source : <https://totalenergies.com>

Ce graphique est intéressant et illustre les différences parfois majeures entre les scores des agences par exemple TotalEnergies est noté '90' par Refinitiv ce qui est un excellent score mais a un rating 'B-' pour l'agence ISS ce qui est moyen ou faible.

Dans le cadre de ce mémoire, la méthode de notation qui est présentée et utilisée pour la constitution du portefeuille optimal durable est celle de Sustainalytics. Plusieurs raisons justifient ce choix, dont notamment:

- Les ratings de Sustainalytics sont accessibles gratuitement sur le site de l'agence et sont standardisés permettant ainsi la comparaison des performances ESG d'entreprises de différents secteurs.

De plus, l'agence est transparente sur sa méthode d'évaluation des risques ESG ; en effet, des documents décrivant la méthode de ratings sont aussi disponibles et consultables sur son site.

Par ailleurs, plusieurs articles académiques utilisent la notation de Sustainalytics pour leurs travaux de recherche.

- Sa méthode d'évaluation couvre des domaines assez larges et plusieurs facteurs d'exposition aux risques sont étudiés : modèle commercial, solidité financière, historique des incidents En effet, elle prend en compte à la fois les aspects environnementaux (empreinte carbone, gestion des ressources naturelles, etc.), les enjeux sociaux (droits des travailleurs, égalité, impact sur les communautés) et la gouvernance (transparence, éthique, gestion des risques), ce qui n'est pas le cas d'autres agences de notation qui préfèrent se spécialiser dans certains domaines tel que l'agence CDP qui évalue les entreprises que sur trois domaines : « Changement climatique », « déforestation » et « sécurité de l'eau ».

2.3 Méthode de rating de Sustainalytics (Morningstar)

La méthode de rating ESG de Sustainalytics repose sur la mesure et l'appréciation des risques ESG dont fait face une entreprise et sur une évaluation de son mode de gestion de ces risques.

Seuls les risques ESG qui ont un impact significatif sur les performances de l'entreprise seront considérés. En effet, l'exposition des entreprises aux différents enjeux ESG diffère d'une entreprise à une autre selon son secteur d'activité.

Les entreprises sont réparties dans 5 catégories d'évaluation du risque : négligeable, faible, moyen, élevé et grave.

- Catégorie « négligeable » : une note de 0 à 10 indique que l'entreprise évaluée est peu exposée aux risques ESG du fait qu'elle a pu mettre en place des pratiques et des politiques durables solides.
- Catégorie « faible » : les entreprises dans cette catégorie ont une note qui varient entre 10 et 20. Ce qui indique que ces entreprises ont bien mis en place des pratiques et des politiques qui couvrent certains aspects ESG, mais il subsiste encore des domaines à risque où elles restent exposées.
- Catégorie « moyen » : une entreprise avec une note de 20 à 30 est considérée avoir un niveau de risque ESG moyen indiquant qu'elle pourrait avoir une politique durable et des pratiques ESG relativement solides, mais avoir en même temps quelques zones de risques non gérés relativement importants en matière d'environnement, de social ou de gouvernance.
- Catégorie « élevé » : avec une note de 30 à 40 l'entreprise peut avoir des faiblesses significatives dans ses politiques et pratiques ESG, ce qui l'expose à des risques importants en matière d'environnement, de social ou de gouvernance

- Catégorie « grave » : avec une note au-delà de 40, l'entreprise est considérée comme présentant un niveau de risque ESG très élevé. Cela indique que ses pratiques et politiques ESG mises en place sont soit insuffisantes ou soit absentes

Ces catégories de risque ESG sont utilisées par Morningstar pour évaluer et noter les performances en matière de durabilité des entreprises. Ces notations peuvent aider les investisseurs et les gestionnaires d'actifs à évoluer les risques et les opportunités associées à la durabilité des entreprises lors de la prise de décisions d'investissement.

Cette méthode évalue les éléments suivants :

- L'exposition : reflète le degré d'exposition d'une entreprise par rapport aux problématiques essentielles ESG (Material ESG Issues – MEIs). Morningstar évalue l'exposition ESG d'une entreprise en examinant les principaux enjeux ESG liés à son secteur d'activité. Ces enjeux peuvent inclure des éléments tels que la gestion de l'eau, les émissions de gaz à effet de serre, la diversité et l'inclusion, la gouvernance d'entreprise, etc.
- La gestion du risque : mesure le degré de maturité d'une entreprise et ses performances en matière de gestion des risques ESG par le biais d'une évaluation de ses politiques, de ses programmes, de ses systèmes de gestion et des controverses.
- Les risques non gérés : l'évaluation reconnaît que tous les risques ESG ne peuvent pas être entièrement gérés. Ces risques sont ajoutés aux MEI (material ESG issues) pour obtenir la note finale.

Les ratings calculés, initialement, ne sont pas standardisés et ne peuvent pas être utilisés tel quel pour comparer la note ESG des entreprises de différents secteurs d'activités ou opérant dans des différentes régions. Les ratings doivent passer par une étape de normalisation pour pouvoir être utilisés par les investissements afin de comparer les performances des entreprises et constituer un portefeuille optimal durable.

2.4 Normalisation des données ESG

Depuis la signature de l'accord de Paris, les régulateurs ont essayé de normaliser les méthodes d'évaluation et rendre les données plus cohérentes et comparables entre les différentes entreprises et les fournisseurs de données. Malgré ces efforts de normalisation il n'existe pas jusqu'à présent de norme unique ou universelle pour évaluer les performances d'une entreprise. En effet, les méthodes d'évaluation peuvent beaucoup différer d'une agence de notation à une autre étant donné l'absence de consignes claires du régulateur sur les hypothèses et modèles à retenir.

Pour pallier l'absence d'un cadre réglementaire clair, plusieurs organisations, telles que le Global Reporting Initiative (GRI), le Sustainability Accounting Standards Board (SASB) et le Task Force on Climate related Financial Disclosures (TCFD), ont proposé des normes permettant de mieux cadrer la construction des données et l'élaboration des reportings ESG. Ces cadres visent à harmoniser et standardiser la manière dont les entreprises collectent, mesurent, rapportent et communiquent sur leurs performances en matière d'ESG. Cette initiative vise à faciliter la comparaison entre les entreprises et améliorer la transparence pour les investisseurs et toutes les autres parties prenantes.

2.5 Prise en compte du greenwashing dans le rating ESG

Le progress Report on Greenwashing de l'ESMA (autorité européenne des marchés financiers) a été publié en 2023 et définit le greenwashing comme étant une pratique consistant à effectuer des déclarations, actions ou communications qui ne reflètent pas fidèlement la durabilité de l'entité ou le produit financier proposé. Cela peut induire en erreur les consommateurs ou les investisseurs sur l'impact ESG réel de leurs investissements

Il est important de signaler que la détection de greenwashing dégrade significativement le score ESG de l'entité et que la note ESG de Sustainalytics n'est pas à l'abri de ce risque.

Pour y pallier, l'agence de notation introduit un ajustement « la note de controverse » basé sur des données qualitatives comme des événements et/ou des rapports de mauvaise conduite sur des infractions environnementales ou des atteintes aux droits de l'Homme.

A cet effet, Sustainalytics suit et catégorise les incidents liés à l'ESG, appelés « controverses ». Chaque incident est évalué en termes d'impact sur l'environnement, sur la société et sur l'entreprise évaluée. (Une seule entreprise peut être impliquée dans plusieurs incidents ESG)

Sustainalytics se base sur des informations publiques pour évaluer le degré de controverse et donne une note en conséquence. L'intégration de cette note permet de réduire le risque de greenwashing mais ne l'élimine pas.

La formule du score durable s'écrit alors comme suit :

$$\text{Score durable} = \text{Score ESG} - \text{la déduction relative note de controverse}$$

La déduction à appliquer pour chaque note de controverse est donnée dans le tableau suivant :

Controversy	Deduction from Normalized ESG Score
5	20
4	16
3	10
2	4
1	0.2
No evidence of controversy	0

Tableau 13 Impact du nombre de controverses sur le score ESG

2.6 Score ESG d'un portefeuille

Pour le calcul du score ESG du portefeuille, la méthode de Sustainalytics a été adoptée. Cette décision s'explique par le choix de la notation Sustainalytics pour l'élaboration de ce mémoire, rendant son approche la plus appropriée pour évaluer le score ESG du portefeuille.

Le score durable d'un portefeuille, selon la méthode de Sustainalytics est calculé avec la formule suivante :

$$\text{Score durable du portefeuille} = \text{Score ESG du portefeuille} - \text{la note de controverse du portefeuille}$$

- **Le score ESG du portefeuille** est une moyenne pondérée des scores ESG normalisés de chaque entreprise constituant le portefeuille.

Les scores ESG individuels des entreprises, constituant le portefeuille, reflètent dans quelle mesure ces entreprises abordent les questions ESG en se basant sur une série d'indicateurs mesurant leur préparation, leur performance et leur degré de transparence en termes de divulgation des données.

$$ESG_p = \sum_{i=1}^n w_i ESGNorm_i$$

Où,

ESG_p représente le score ESG du portefeuille p

n représente nombre d'actifs dans le portefeuille

w_i représente le poids de l'actif i dans le portefeuille

Sustainalytics évalue les performances des entreprises sur les questions ESG en les comparant par rapport aux performances de leurs pairs et leur attribue par la suite une note sur une échelle de 0 à 100.

$$Z_i = \frac{ESG_i - \mu_{PG}}{\sigma_{PG}}$$

où

ESG_i représente le score ESG de l'entreprise i

μ_{PG} représente la moyenne des scores ESG des entreprises dans le même secteur d'activité que l'entreprise c

σ_{PG} représente l'écart type des scores ESG des entreprises dans le même secteur d'activité que l'entreprise c

Le score Z_i est utilisé pour calculer le score ESG normalisé sur une échelle de 0 à 100, avec une moyenne de 50. Le score ESG normalisé s'écrit alors comme suit :

$$ESGNorm_i = 50 + 10Z_i$$

Le score ESG normalisé peut être interprété comme suit :

- 70+ = l'entreprise a au moins deux écarts-type au-dessus de la moyenne du groupe constitué par ses pairs.

- 60 = l'entreprise a un écart-type au-dessus de la moyenne du groupe constitué par ses pairs.
- 50 = l'entreprise est dans la moyenne en la comparant à ses pairs
- 40 = l'entreprise a un écart-type au-dessous de la moyenne du groupe constitué par ses pairs.
- 30- = l'entreprise a au moins deux écarts-type au-dessous de la moyenne du groupe constitué par ses pairs.

$ESGNorm_i$ le score ESG normalisé d'une entreprise i s'écrit alors :

$$ESGNorm_i = \left(50 + 10 * \frac{ESG_i - \mu_{PG(i)}}{\sigma_{PG(i)}} \right)$$

ESG_i représente le score ESG d'une entreprise i

Une fois les scores ESG des entreprises sont normalisés, ils sont agrégés pour former un score ESG du portefeuille en utilisant une moyenne pondérée des actifs/titres concernés.

○ **La note de controverse du portefeuille**

La note de controverse du portefeuille s'obtient à partir des notes de controverse individuelles de chaque entreprise dans le portefeuille :

$$Contr_p = \sum_{i=1}^n w_i Contr_i$$

Avec,

$Contr_p$: représente le score de controverse du portefeuille

$Contr_i$: représente le score de controverse de l'entreprise i

Chapitre 3 : Optimisation d'un portefeuille d'investissement durable

L'investissement durable est une combinaison entre les considérations financières traditionnelles et les préoccupations éthiques, sociales et environnementales. Cette approche d'investissement est devenue de plus en plus privilégiée sur les marchés financiers. En effet, elle ne se limite pas uniquement à générer des rendements financiers, mais tend aussi à produire un impact positif sur la société et l'environnement.

Cette section présente les principaux concepts relatifs à l'investissement durable dont notamment les critères ESG (Environnement, Social, Gouvernance) et leur influence sur les décisions d'investissement. Elle présente une méthode d'optimisation d'investissement de portefeuille en prenant en considération non seulement les critères classiques, à savoir le couple Rendement- Risque de marché, mais également en introduisant une troisième contrainte qui est le critère ESG.

L'objectif n'est plus de trouver le portefeuille optimal qui offre le meilleur rendement avec un minimum de risque ; mais l'idée est de trouver un portefeuille « durable » qui offre le meilleur couple rendement/risque.

Il s'agira de résoudre un système d'équations sous 3 contraintes. Ce chapitre détaille, analyse le résultat des études disponibles.

3.1 Les méthodes d'optimisation

Les méthodes d'optimisation sont des techniques qui permettent de résoudre des problèmes généralement en minimisant ou maximisant une fonction objectif avec ou sans contraintes.

Les problèmes d'optimisation se divisent en deux grandes catégories : les problèmes linéaires et problèmes non linéaires.

a. Méthode d'optimisation linéaire

- **Algorithme du simplexe**

La méthode du simplexe est un algorithme de résolution des problèmes d'optimisation linéaire. Il a été introduit par George Dantzig en 1947.

Un problème d'optimisation linéaire a une fonction objectif et des contraintes linéaires.

Le problème d'optimisation consiste à minimiser (ou maximiser) une fonction linéaire de n variables réelles :

$$x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mapsto c^T x := \sum_{i=1}^n c_i x_i$$

Où $c = (c_1, \dots, c_n) \in \mathbb{R}^n$, sur un ensemble défini avec des contraintes linéaires d'égalité et d'inégalité.

L'ensemble du domaine des solutions possibles d'un problème linéaire est un polyèdre noté $\Omega = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax = b, x \geq 0\}$, avec A matrice de m lignes et n colonnes.

Le problème s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \min_x c^T x \text{ ou } \max_x c^T x \\ \text{s. c. } Ax = b \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Le principe de la méthode du simplexe repose sur le fait que la solution optimale d'un problème d'optimisation linéaire se trouve à l'un des sommets du polyèdre des contraintes. Ainsi, la

méthode consiste à se déplacer d'un point extrême à l'autre, le long des arêtes du polyèdre, jusqu'à trouver le point associé à la solution optimale.

Le déplacement se fait avec un vecteur $d \in \mathbb{R}^n$. Pour que le vecteur de déplacement d soit admissible, il doit exister un scalaire positif α tel que

$$x + \alpha d \in \Omega$$

La méthode du simplexe est une procédure itérative permettant d'effectuer une exploration dirigée de l'ensemble des solutions réalisables. L'algorithme s'arrête lors de l'atteinte d'un sommet où il n'y a plus d'amélioration possible.

L'application de la méthode nécessite la connaissance au départ d'une solution réalisable de base x_0 .

Pour déterminer $x + \alpha d$ dans la méthode du simplexe ci-après le processus :

Soit x une solution de base admissible. Soient $B(1), \dots, B(m)$ les indices des variables de base

Soit $B = [A_{B(1)} \dots A_{B(m)}]$ la matrice de base associée

$x_i = 0$ pour toute variable hors base

$$x_B = (x_{B(1)}, \dots, x_{B(n)}) = B^{-1}b$$

On commence par choisir une variable j hors base c'est-à-dire une variable dont la valeur de x_j vaut 0. On augmente ensuite la valeur de j tout en maintenant les autres valeurs hors base égales à zéro, donc :

$d_j = 1$ et $d_i = 0, i \neq j, i$ indice hors base

La nouvelle solution $x + \alpha d$ doit rester admissible c'est-à-dire respecter la contrainte : $A(x + \alpha d) = b$.

Puisque x est admissible alors $Ax = b$

Pour que $x + \alpha d$ soit admissible il faut que $Ad = 0$. On peut aussi écrire cette contrainte comme : $Ad = A_j = 0$ où A_j est la colonne associée à la variable hors base j .

$$\sum_{i=1}^n A_i d_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^m A_{B(i)} d_{B(i)} + \sum_{i \text{ hors base}} A_i d_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^m A_{B(i)} d_{B(i)} + A_j = 0$$

$Bd_B + A_j = 0$ ainsi, on obtient : $d_B = -B^{-1}A_j$

La direction d ainsi obtenue est appelée *j*ème direction de base. Elle garantit que les contraintes d'égalité seront vérifiées lorsque l'on s'éloigne de x le long de d .

Cette méthode d'optimisation ne sera pas retenue pour la résolution du problème d'optimisation de portefeuille durable, car l'utilisation de l'algorithme du simplexe nécessite que la fonction objectif et les contraintes du problème soient linéaires or ce n'est pas le cas du problème d'optimisation d'un portefeuille d'investissement durable.

En effet, optimiser un portefeuille d'investissement revient à minimiser la volatilité d'un portefeuille, c'est-à-dire de sa variance. Or la variance est une fonction quadratique des poids des actifs dans le portefeuille, ce qui implique que la fonction objectif à minimiser (la variance) n'est pas linéaire. De plus, l'intégration des critères ESG dans l'optimisation peut ajouter des dimensions supplémentaires qui peuvent inclure des aspects non linéaires rendant le problème encore plus complexe.

b. Méthode d'optimisation non linéaire

▪ Méthode du gradient réduit

$$\begin{cases} \min f(x) \\ \text{s. c } Ax = b \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Où A est une matrice de taille $m \times n$ et $b \in \mathbb{R}^m$. On suppose que les m colonnes de A sont linéairement indépendantes.

A l'instar de la méthode du simplexe, on scinde les variables en deux groupes (base et hors base) :

$$A = [B, N] \quad x = \begin{pmatrix} x_B \\ x_N \end{pmatrix} \quad x_B \geq 0 \quad x_N \geq 0$$

De plus, le gradient de f peut s'écrire $\nabla f(x)^t = [\nabla_B f(x)^t, \nabla_N f(x)^t]$

Avec $\nabla_B f$ et $\nabla_N f$ sont respectivement le gradient de base et de hors base de f .

La méthode du gradient réduit est similaire à la méthode du simplexe puisque les deux méthodes scindent les variables en deux groupes : des variables de base et des variables hors base.

La méthode du gradient réduit commence avec une base B et une solution admissible

$x_k = (x_B^k, x_N^k)$ la solution x n'est pas nécessairement une solution de base, c'est-à-dire que x_N n'a pas à être identiquement nul.

On peut réécrire la contrainte d'égalité du problème $Ax = b$ comme suit :

$$Bx_B + Nx_N = b \text{ d'où on peut déduire } x_B = B^{-1}b - B^{-1}Nx_N$$

Ainsi on peut éliminer la variable x_B du problème à optimiser,

$$\begin{cases} \min f_N(x_N) \\ \text{s. c } B^{-1}b - B^{-1}Nx_N \geq 0 \\ x_N \geq 0 \end{cases}$$

Avec $f_N(x_N) = f(x) = f(B^{-1}b - B^{-1}Nx_N, x_N)$

En utilisant la notation $\nabla f(x)^t = [\nabla_B f(x)^t, \nabla_N f(x)^t]$, le gradient de f_N , appelé gradient réduit, peut être écrit comme suit :

$$r = \nabla_N f(x)^t = -(\nabla_N f(x)^t B^{-1}N) + \nabla_N f(x)^t$$

On suppose que la base n'est pas dégénérée, c'est-à-dire que seules les contraintes de non-négativité $x_N \geq 0$ puissent être actives à l'itération courante x_k .

Soit la direction de recherche un vecteur $d^t = (d_B^t, d_N^t)$ dans le noyau de la matrice A , défini par $d_B = -B^{-1}Nd_N$ et $d_N \geq 0$.

L'admissibilité de $x_k + \eta d$ est alors garantie tant que $x_B^k + \eta d_B \geq 0$ c'est-à-dire tant que

$$\eta_{max} = \begin{cases} \infty & \text{si } d^k \geq 0 \\ \min_{1 \leq j \leq n} \left\{ \frac{x_j^k}{d_j^k} : d_j^k < 0 \right\} & \text{Sinon} \end{cases}$$

d_N doit être défini de manière à ce qu'il soit une direction de descente de f_n projetée sur l'hyperplan des coordonnées actives au point x_N^k .

$$(d_N)_j = \begin{cases} -(x_N)_j r_j & \text{si } r_j > 0 \\ -r_j & \text{sinon} \end{cases}$$

Ensuite une recherche linéaire est réalisée pour obtenir le nouveau point.

$$x^{k+1} = \arg \min_{0 \leq \eta \leq \eta_{max}} f(x^k + \eta d^k)$$

Si toutes les coordonnées x^{k+1} restent strictement positives, la base est conservée. Sinon un pivot est effectué pour éliminer la variable nulle de la base et la remplacer par une coordonnée positive mais hors base.

Pour résumer, les principes de la méthode du gradient réduit sont les suivantes :

Une estimation initiale admissible $x_0 \in C$ est donnée et une séquence $\{x_k\}_{k \geq 0} \subset C$ est générée en utilisant des itérations de la forme générale suivante :

$$x^{k+1} = x^k + \eta^k d^k \quad k = 0, 1 \dots$$

Le choix optimal pour $\eta^k \in \arg \min \{f(x^k + \eta d^k) : 0 \leq \eta \leq \eta_{max}\}$

Avec $f(x^k + \eta^k d^k) \leq f(x^k)$

L'algorithme du modèle

Etape 0 (initialisation) : sélectionner $x_0 \in C$ et choisir I_0^B, I_0^N tel que B_0 soit non singulière. Fixer $k = 0$.

Etape 1 (choix des variables indépendantes) : si $k \neq 0$ choisir les ensembles I_B^k, I_N^k

Etape 2 (calcul de la direction de recherche) calculer la taille du pas η_k le long de d_k de telle sorte que $0 \leq \eta_k \leq \eta_k^{max}$, où $\eta_k^{max} = \sup \{\eta \geq 0 | (x^k + \eta d^k) \in C\}$

Etape 3 (calcul du point suivant) poser $x_{k+1} = x^k + \eta_k d^k$

Etape 4 (choix des variables de base) choisir I_{k+1} . Mettre $k = k + 1$ et retourner à l'étape 1.

A chaque itération, de nouvelles variables x_B et x_N sont calculées en tenant compte des contraintes actives.

L'algorithme se poursuit jusqu'à ce qu'un critère de convergence soit atteint, c'est-à-dire jusqu'à ce que la variation du résultat soit négligeable. Ainsi, le processus continue jusqu'à ce que les conditions d'arrêt soient atteintes qui signifie qu'un optimum local a été atteint et qui est défini par

$$\|\nabla f(x)\| \approx 0$$

▪ **La méthode d'optimisation GRG (gradient réduit généralisé)**

La méthode du gradient réduit généralisé GRG est une technique d'optimisation non linéaire sous contraintes développée par A. Charnes, W. W. Cooper publié en 1962 dans l'article « Programming with linear fractional functionals ».

Il s'agit d'une extension plus générale de la méthode du gradient réduit. Cette méthode permet de résoudre des problèmes d'optimisation complexes grâce à sa capacité à gérer des fonctions complexes et des contraintes non linéaires. Elle repose sur l'idée de transformer un problème non linéaire en un problème localement linéaire ce qui permet une résolution itérative.

Il s'agit d'un algorithme d'optimisation différentielle dont l'objectif est de chercher à minimiser (ou maximiser) une fonction objective sous des contraintes.

Le principe général de la méthode de résolution repose sur deux principes :

- L'exploration de l'ensemble de points admissibles du problème (domaine possible des solutions)
- La construction d'une suite de points pour atteindre la solution optimale. En effet, l'algorithme est itératif et procède par améliorations successives.

Cette méthode est utilisée pour résoudre des problèmes d'optimisation dans lesquels la fonction objectif ainsi que certaines ou toutes les contraintes sont non linéaires.

L'algorithme à l'instar de la méthode du gradient réduit consiste à se déplacer dans la direction du gradient pour trouver les points où la fonction atteint son minimum ou maximum.

Le problème de programmation non linéaire s'écrit comme suit :

$$\min f(x)$$

$$s. c. g(x) = 0 \quad (\text{pour les contraintes d'égalité})$$

$$h(x) \leq 0 \quad (\text{pour les contraintes d'inégalité})$$

Pour appliquer l'algorithme GRG, on linéarise les contraintes non linéaires autour d'un point de départ x^k . On fait cela en utilisant une approximation de Taylor de premier ordre pour chaque contrainte $g(x)$ et $h(x)$. Pour une contrainte $g(x)$, on obtient :

$$g(x) \approx g(x^k) + J_g(x^k) \cdot (x - x^k) = 0 + A_k(x - x^k) = 0$$

Avec J_g la matrice jacobienne de g

Etant donné que le processus de résolution est une linéarisation locale des contraintes actives $g(x) = 0$ autour de la solution initiale, on peut donc écrire :

$$B_k x_{B_k} + N_k x_{N_k} = A_k x^k$$

En posant $b_k = A_k x^k$, on obtient

$$x_{B_k} = B_k^{-1} b_k - B_k^{-1} N_k x_{N_k}$$

Ainsi on se ramène au cas de résolution traité dans le paragraphe précédent. De ce fait la détermination de la direction de recherche d se fait exactement de la même manière que la méthode du gradient réduit.

Néanmoins, en raison de la non-linéarité des contraintes l'égalité $g(x_{k+1}) = g(x_k + \eta d) = 0$. Par conséquent une action supplémentaire est nécessaire pour restaurer la faisabilité.

Dans les anciennes versions du GRG, la méthode de Newton était appliquée au système d'égalité non linéaire $g(x) = 0$ à partir du point initial x_{k+1} . Dans les versions les plus récentes, la direction du gradient est combinée avec une direction provenant du sous-espace orthogonal (l'espace image de A_k^t) et une recherche linéaire modifiée (non linéaire, discrète) est ensuite effectuée. Ces schémas impliquent une grande complexité et ne seront pas discutés ici en détail.

Les limites de la méthode GRG non linéaire :

- La méthode peut converger vers un optima local plutôt que vers un optima global.
- La performance de l'algorithme peut être affectée par le choix du point initial x_0 . Un mauvais choix peut ralentir la convergence ou conduire à une solution non optimale.
- Cette méthode itérative peut être très coûteuse en termes de calculs notamment pour des problèmes de grande taille ou très complexes.

3.2 Les modèles d'optimisation de portefeuille

a. Modèle de Markowitz

Il s'agit d'une méthode de sélection de la meilleure répartition d'actifs qui maximise le rendement espéré d'un portefeuille pour un risque donné ou inversement, qui minimise le risque pour un rendement espéré donné.

Pour un portefeuille composé de n actifs, le rendement espéré du portefeuille, μ_p , est calculé comme la somme pondérée des rendements des actifs, où w_i représente la part de l'actif i dans le portefeuille et μ_i son rendement :

$$\mu_p = \sum_{i=1}^n w_i \mu_i$$

La variance du portefeuille, σ_p^2 , est une mesure de son risque et est calculée en tenant compte des covariances entre les rendements des différents actifs, où σ_{ij} est la covariance entre les rendements des actifs i et j :

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}$$

La construction d'un portefeuille optimal selon Markowitz vise à identifier les poids w_i pour chaque actif qui minimisent σ_p^2 pour un rendement espéré donné, ou maximisent μ_p pour un niveau de risque donné, en formant ce qu'on appelle la frontière efficiente.

Un investisseur rationnel est alors dirigé par la fonction d'utilité suivante :

$$\max_w (\mu_p - \frac{\lambda}{2} \sigma_p^2)$$

Avec $\lambda \in \mathbb{R}$ est un coefficient d'aversion au risque.

b. Extension du modèle de Markowitz

Plusieurs recherches et articles académiques s'inspirent du modèle traditionnel de Markowitz et proposent une variante incorporant des critères de durabilité (ESG - Environnement, Social et Gouvernance) dans la fonction objective.

L'intégration des critères ESG dans le modèle de Markowitz exige une modification de la fonction objective pour refléter la performance ESG des actifs en plus de leur rendement et risque.

Hirschberger et al. (2013), Utz et al. (2014), Gasser et al. (2017) et Pedersen et al. (2021) ont proposé la fonction objective (1), qui représente l'utilité d'un investisseur par rapport à un portefeuille d'actifs en introduisant les critères ESG.

Ce modèle s'inspire du modèle traditionnel de Markowitz.:

$$(1) \quad \max_w (\alpha \mu_p - \frac{1}{2} \lambda \sigma_p^2 + \epsilon \theta_p)$$

Où,

$\mu_p = w^\top \mu$ représente le rendement attendu du portefeuille

$\sigma_p^2 = w^\top \sigma^2$ représente la variance du portefeuille

$\theta_p = w^\top \theta$ représente le score ESG du portefeuille

w représente un vecteur de dimension $N \times 1$ et comprend le poids de chaque actif i dans le portefeuille optimal

Les variables : μ , σ^2 et θ sont des vecteurs de dimension $N \times 1$ et comprennent respectivement le rendement μ_i , la variance σ_i^2 et le score ESG θ_i de chaque actif i . μ , σ^2 et θ sont supposés connues.

$\alpha \in \mathbb{R}$ est un paramètre représentant l'importance que l'investisseur accorde au rendement du portefeuille μ_p

$\lambda \in \mathbb{R}$ est un coefficient d'aversion au risque.

$\epsilon \in \mathbb{R}$ est un paramètre qui montre l'importance accordée aux critères ESG dans la décision d'investissement. Un ϵ élevé indique une forte valorisation des scores ESG, reflétant une préférence pour les investissements responsables ou durables.

Le but est de trouver le w optimal qui maximise cette combinaison selon les préférences de l'investisseur en termes de rendement, de risque et de critères ESG.

La solution de l'optimisation (1) pour les poids optimaux du portefeuille est donnée par l'équation suivante :

$$w = \frac{\alpha}{\lambda} V^{-1} \mu + \frac{\epsilon}{\lambda} V^{-1} \theta + \frac{h}{\lambda} V^{-1} \mathbf{1}$$

Avec h le multiplicateur de Lagrange.

$$h = \lambda (1^T V^{-1} \mathbf{1})^{-1} - \alpha 1^T V^{-1} \mu (1^T V^{-1} \mathbf{1})^{-1} - \epsilon 1^T V^{-1} \theta (1^T V^{-1} \mathbf{1})^{-1}$$

La mise en place de ce modèle peut dans certains cas s'avérer difficile pour les raisons suivantes :

- **La détermination des paramètres α , λ et ϵ :** les préférences des investisseurs pour le rendement α , le risque λ et les caractéristiques ESG ϵ sont des intrants essentiels du modèle. Or, la détermination de ces paramètres peut parfois s'avérer complexe car les préférences des investisseurs peuvent être difficiles à quantifier de manière empirique et pratique.
- **Estimation de la matrice de covariance :** La nécessité d'estimer une matrice de covariance complète rend difficile l'adaptation des approches de moyenne-variance étendues aux panels déséquilibrés ou à un univers d'investissement avec un grand nombre d'actifs, en effet :
 - Lorsque certaines entités n'ont pas de données pour certaines périodes (panel déséquilibré), comme lors de l'introduction de nouvelles actions ou lors des périodes pendant lesquelles les données ne sont pas disponibles.
 - Lorsque le nombre d'actions dépasse le nombre d'observations de rendement historiques. Dans ce cas, la matrice de covariance devient singulière et il n'est plus possible de l'inverser. Or, pour appliquer la méthode d'optimisation de portefeuille de Markowitz, il est nécessaire d'inverser la matrice de covariance. Ainsi, dans ce cas les calculs deviennent impossibles à réaliser.

- **Reformulation de l'extension du modèle de Markowitz**

Une reformulation intéressante de l'extension du modèle de Markowitz est proposée dans un article, relativement récent, publié en octobre 2022 sur la plateforme SSRN (Social Science Research Network) SSRN³, intitulé "Portfolio Optimization for Sustainable Investments" et qui a été coécrit par trois auteurs : Armin Varmaz, Christian Fieberg et Thorsten Poddig.

La reformulation du programme d'optimisation moyenne-variance permet de rendre l'application des préférences des investisseurs en termes de rendement, de risque, et de critères ESG plus directe et empiriquement pratique.

Traditionnellement, l'approche étendue moyenne-variance demande aux investisseurs de fournir des paramètres de préférence spécifiques (α , λ et θ) pour le rendement, le risque, et les critères ESG, ce qui peut être complexe en pratique. Le défi réside dans la difficulté pour les investisseurs de spécifier de manière cohérente ces préférences, car ils trouvent souvent plus facile de définir des propriétés souhaitées du portefeuille en termes de rendement attendu, de risque, et de niveau de critères ESG plutôt que de quantifier directement leurs préférences.

La reformulation proposée consiste à utiliser directement les niveaux désirés de rendement et de caractéristiques ESG comme contraintes dans le programme d'optimisation. Elle permet ainsi aux investisseurs de formuler directement leurs attentes quant à la rentabilité et au rating ESG du portefeuille optimal d'investissement. Cette approche permet de simplifier considérablement le processus d'optimisation.

La reformulation permet d'avoir une méthode plus intuitive et directe pour intégrer les préférences des investisseurs dans le cadre d'optimisation de portefeuille, facilitant ainsi la prise en compte des critères ESG et des objectifs de rendement et de risque spécifiques de chaque investisseur.

La détermination du portefeuille optimal revient alors à résoudre :

$$(2) \quad \begin{aligned} \min_w \quad & \frac{1}{2} w^T V w \\ \text{s. c.} \quad & w^T \mathbf{1} = 1 \\ & w^T \mu = \mu_p^* \\ & w^T \theta = \theta_p^* \end{aligned}$$

³ SSRN (Social Science Research Network) est un site web spécialisé qui permet aux chercheurs de publier leurs travaux de recherche pour les rendre accessibles à un public plus large avant la publication dans des revues académiques traditionnelles.

Les niveaux de rendement μ_p^* et du score ESG θ_p^* d'un portefeuille sont spécifiques à chaque investisseur. L'idée principale est que le portefeuille optimal obtenu, suivant ces contraintes après reformulation du modèle, est un portefeuille de variance minimale qui atteint un niveau de rendement et de caractéristiques ESG désirés, ce qui en fait un portefeuille efficace selon les critères de l'investisseur.

Si les niveaux désirés de rendement et de critères ESG sont définis de manière cohérente avec les préférences de l'investisseur pour le rendement α et les critères ESG ϵ , alors le programme d'optimisation (2) est équivalent au programme de maximisation (1) défini précédemment.

La reformulation du programme d'optimisation du portefeuille permet donc de remplacer la nécessité pour les investisseurs de spécifier directement leurs préférences en matière de rendement, de risque et de score ESG par la définition de niveaux cibles pour ces mêmes critères. Cette approche simplifie le processus d'optimisation du portefeuille, rendant plus aisée l'intégration des aspects ESG dans les décisions d'investissement.

- **Formulation du modèle général à plusieurs facteurs**

Le modèle global intégrant K facteurs de risque, y compris le risque lié aux critères ESG, sera exploré dans un premier temps. Ensuite, une attention particulière sera portée sur une situation spécifique concernant uniquement le risque de marché et le risque ESG, c'est-à-dire le cas particulier quand $K = 2$.

Soit R la matrice de dimension $N \times F$ avec F une variable aléatoire qui représente les observations des rendements de N actifs.

Les hypothèses du modèle :

- **1^{ière} hypothèse** : N et F sont fixes et finis
- **2^{ème} hypothèse** : Les rendements ont des moments finis (d'ordre un et deux)
- **3^{ème} hypothèse** : Le rendement r_{it} d'un actif i à un instant t est déterminé par un modèle factoriel, tel qu'indiqué dans l'équation suivante :

$$r_{it} = E_{t-1}(r_{it}) + \sum_{k=1}^{K-1} \beta_{ik} \tilde{f}_{kt} + e_i \tilde{f}_{et} + u_{it}$$

Le rendement d'un actif est ainsi exprimé comme une fonction de plusieurs facteurs de risque, plus un terme d'erreur représentant le rendement de l'actif non expliqué par les facteurs de risque.

Avec β_{ik} représente la sensibilité de l'actif i au facteur de risque k .

\tilde{f}_{kt} représente une variable aléatoire qui représente la valeur du facteur risque k à l'instant t ,
 $\tilde{f}_{kt} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{f_k}^2)$

e_i représente la sensibilité de l'actif i par rapport au facteur risque ESG.

\tilde{f}_{et} représente une variable aléatoire qui représente la valeur à l'instant t du facteur risque ESG, $\tilde{f}_{et} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{f_e}^2)$

u_i représente le rendement résiduel de l'actif i , $u_{it} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_u^2)$

Il y a K facteurs de risque dont le k ème facteur risque est celui du risque ESG.

Le rendement espéré est donné par l'expression suivante :

$$E_{t-1}(r_{it}) = r_{ft} + \sum_{k=1}^{K-1} \beta_{ik} \mu_k + \theta_i c$$

Où,

$E_{t-1}(r_{it})$ représente le rendement espéré de l'actif i à l'instant t , calculé à partir des informations disponibles à $t - 1$.

r_{ft} représente le taux sans risque au à l'instant t .

β_{ik} représente la sensibilité du rendement de l'actif i au facteur de risque k .

μ_k représente la prime de risque du facteur risque k , pour $k = 1$ jusqu'à $k = K - 1$, où $K - 1$ représente le nombre de facteurs de risque hors ESG.

θ_i représente un terme spécifique à l'actif qui représente les caractéristiques ESG de l'actif k (score ESG par exemple)

$c \in \mathbb{R}$ représente le gain ESG

La matrice de covariance du rendement de l'actif est calculée comme suit:

$$V = BV_f B^T + RV$$

V_f représente une matrice diagonale de covariance $K \times K$ des facteurs orthogonaux des rendements

B représente une matrice de $N \times K$ de facteurs de pondération

RV représente la matrice de covariance des rendements résiduels d'actifs. Les rendements résiduels sont distribués d'une manière identique et indépendante,

$$\text{cov}(u_i, u_j) = 0, \forall i \neq j \quad \text{and} \quad \text{cov}(u_i, u_j) = \sigma_u^2 \forall i = j.$$

4^{ème} hypothèse : les facteurs Risque ont une variance positive, $\text{Var}(f_k) > 0, \forall k$

La covariance σ_{ij} entre les actifs i et j :

$$\sigma_{ij} = \sum_k^{K-1} \beta_{ik} \beta_{jk} \sigma_{r_k}^2 + \sigma_{u_{ij}}$$

Modèle à deux facteurs de risque

Dans la suite, et dans un souci de simplification, le modèle sera décrit par un facteur de risque de marché (CAPM) et par la prime du facteur risque ESG, le rendement espéré s'écrit alors :

$$E_{t-1}(r_{it}) = \mu_i = r_{ft} + \beta_i \mu_{r_m} + \theta_i c$$

La covariance entre les actifs i et j est la suivante :

$$\sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma_{r_m}^2 + \sigma_{u_{ij}}$$

On suppose que les investisseurs connaissent β_i .

La variation du portefeuille d'investissement, la principale fonction du programme d'optimisation, peut être écrite comme suit :

$$\begin{aligned}
 \sigma_p^2 &= w^\top V w \\
 &= w^\top (\beta \sigma_{r_m}^2 \beta^\top + R V) w \\
 &= w^\top \beta \sigma_{r_m}^2 \beta^\top w + w^\top R V w \\
 &= \beta_p \sigma_{r_m}^2 \beta_p + \sigma_u^2 w^\top I w
 \end{aligned}$$

Où β représente un vecteur de dimension $N \times 1$ et comprend les pondérations des actifs par rapport au facteur risque de marché

I représente une matrice identité de dimension $N \times N$.

Le rendement du portefeuille s'écrit :

$$\begin{aligned}
 \mu_p &= w^\top \mu \\
 &= w^\top (r_{ft} \mathbf{1} + \beta \mu_{r_m} + \theta c) \\
 &= r_{ft} w^\top \mathbf{1} + w^\top \beta \mu_{r_m} + w^\top \theta c \\
 &= r_{ft} + \beta_p \mu_{r_m} + \theta_p c
 \end{aligned}$$

La détermination de la composition du portefeuille optimal revient à résoudre le système suivant :

$$\begin{aligned}
 \min_w & \quad \frac{1}{2} w^\top w \\
 \text{s.t.} & \quad w^\top \mathbf{1} = 1 \\
 & \quad w^\top \beta = \beta_p^* \\
 & \quad w^\top \theta = \theta_p^*
 \end{aligned}$$

Dans un souci de simplification, les deux vecteurs suivants sont définis :

$$X = [1, \beta, \theta]$$

$$b = [1, \beta_p^*, \theta_p^*]^\top$$

Les équations du programme d'optimisation deviennent alors :

$$\begin{aligned} \min_w \quad & \frac{1}{2} w^\top w \\ \text{s.t.} \quad & X^\top w = b \end{aligned}$$

Les pondérations du portefeuille optimal sont obtenues en minimisant la fonction de Lagrange

$$L(w, k) \equiv \frac{1}{2} w^\top w - k^\top (X^\top w - b)$$

Où k^\top représente le multiplicateur Lagrangien.

La solution pour les pondérations d'un portefeuille optimal est donnée par l'équation suivante :

$$w^\top = b^\top (X^\top X)^{-1} X^\top$$

La solution optimale de cette équation diffère d'un investisseur à un autre, en effet la valeur b est propre à chaque investisseur.

3.3 Choix des paramètres du modèle

La difficulté qui se pose lors de l'application du modèle alternatif au GRG est le choix des paramètres : le bêta du portefeuille ainsi que le rating ESG souhaité.

Le choix du paramètre bêta est délicat car il dépend de plusieurs facteurs dont notamment la composition du portefeuille (notamment si on a des secteurs d'activités différents), l'horizon temporel d'investissement et les attentes en termes de risque et de rendement.

Le choix d'un bêta trop élevé peut conduire à une exposition excessive aux risques de marché et un bêta trop faible peut limiter les opportunités de rendement. La sélection de la valeur du bêta doit ainsi refléter l'équilibre souhaité entre le rendement et le risque.

La fixation du rating ESG souhaité du portefeuille pose également une difficulté et dépend de l'intérêt que l'investisseur souhaite accorder aux critères ESG. Dans cette situation, il faudra trouver un équilibre entre le rendement et le niveau de tolérance aux risques ESG.

Une solution envisageable à cette difficulté est de faire une analyse préliminaire des données qui pourrait permettre d'identifier des tendances. Cette analyse peut être complétée par une exploration de différents scénarii.

Le graphique suivant représente la répartition des différents actifs composant le portefeuille en fonction de leur bêta et du leur rating ESG. L'idée est de définir, graphiquement, une zone cible d'investissement pour l'investisseur. Cette zone peut être assimilée à l'aire du rectangle rouge dans le graphique et reflète le niveau de risque que l'investisseur est prêt à prendre pour une certaine exigence en termes de critères ESG.

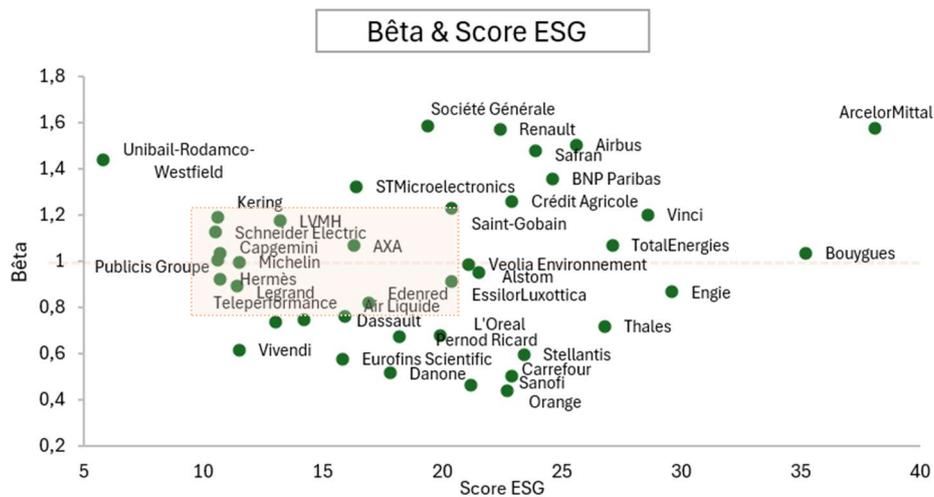


Figure 16 Répartition des différents actifs en fonction de leur bêta et du leur rating ESG

L'aire du rectangle et son positionnement par rapport au nuage de points (rating ESG/bêta) dépend fortement de l'appétit de l'investisseur au risque et l'intérêt qu'il porte au respect des critères ESG. En effet, un investisseur averse au risque, préfère cibler un bêta ne dépassant pas 1 tout en équilibrant cet aspect avec un score ESG. A l'inverse un investisseur qui privilégie la performance financière est prêt à prendre plus de risque et placera sa zone cible à un niveau de bêta dépassant 1.

Dans le cadre de ce mémoire, on propose de délimiter la zone cible d'investissement dans un niveau de bêta compris entre 0,8 et 1,2, autrement dit dans une fourchette de +/- 20% de volatilité par rapport au marché (indice du CAC 40). Quant au score ESG, la zone d'investissement se limitera à la classe de risque ESG faible avec un rating entre 10 et 20 ce qui traduit une forte exigence et un fort intérêt pour les critères ESG.

La performance du portefeuille optimal obtenu grâce au modèle étudié sera ainsi évaluée pour 4 différents scénarii qui sont présentés dans le tableau suivant :

	β_p^*	θ_p^*
Cas 1	0,8 (20% moins volatil que le CAC 40)	10
Cas 2		20
Cas 3	1,2 (20% plus volatil que le CAC 40)	10
Cas 4		20

Tableau 14 Définition des différents scénarii

Les 4 cas représentent des combinaisons réalistes des conditions de marché en termes de volatilités et de critères ESG.

L'étude de ces différents cas, permettrait également d'analyser la sensibilité du modèle aux choix de différentes valeurs de ces paramètres.

Par ailleurs, une difficulté similaire se pose aussi pour la méthode d'optimisation GRG. En effet, lors de la définition des critères du problème d'optimisation le choix de la valeur cible n'est pas trivial.

3.4 Présentation de l'étude empirique

Le portefeuille d'investissement retenu pour l'étude est constitué avec les actions des entreprises de l'indice CAC 40 de la bourse de Paris au 1^{er} mars 2024.

Le portefeuille d'investissement est ainsi constitué avec les actions des entreprises suivantes:

Les actifs du portefeuille d'investissement			
Air Liquide	Danone	LVMH	Société Générale
Airbus	Dassault	Michelin	Stellantis
Alstom	Edenred	Orange	STMicroelectronics
ArcelorMittal	Engie	Pernod Ricard	Teleperformance
AXA	EssilorLuxottica	Publicis Groupe	Thales
BNP Paribas	Eurofins Scientific	Renault	TotalEnergies
Bouygues	Hermès	Safran	Unibail-Rodamco-Westfield
Capgemini	Kering	Saint-Gobain	Veolia Environnement
Carrefour	Legrand	Sanofi	Vinci
Crédit Agricole	L'Oreal	Schneider Electric	Vivendi

Tableau 15 Liste des actifs composant le portefeuille d'investissement

Le CAC 40 est un indice boursier français qui représente les 40 plus grandes entreprises cotées à la Bourse de Paris en termes de capitalisations boursières. La composition de cet indice peut évoluer au fil du temps en fonction des nouvelles entreprises entrantes et/ou sortantes et d'éventuelles modifications qui peuvent toucher ses règles. À titre d'exemple

récent, Alstom a été retiré de l'indice au profit de la chaîne hôtelière ACCOR, qui a intégré l'indice du CAC 40 à partir de mars 2024.

✓ **Constitution de la base de données**

Récupération des rendements des entreprises du CAC 40 :

Les rendements quotidiens des entreprises du CAC 40 sur la période étudiée (de janvier 2019 jusqu'à février 2024) sont disponibles et téléchargeables en ligne sur la plateforme financière YAHOO Finance au niveau de l'onglet données historiques.

La plateforme Yahoo Finance, et notamment son onglet «Données historiques», est largement utilisée par les investisseurs et les analystes pour accéder à des informations financières sur les actions, les indices, les devises, et d'autres actifs financiers.

Un des grands avantages de cette plateforme est qu'elle fournit des données financières à titre gratuit, là où d'autres plateformes imposent des frais d'abonnement ou des coûts pour l'accès aux données complètes.

De plus, elle recueille ses informations à partir de sources fiables, notamment des places boursières, des entreprises cotées et des agences spécialisées dans les données financières comme Morningstar ou Reuters.

A noter que, le champ récupéré est « Adjusted close » permettant de prendre en compte les ajustements telles que les dividendes.

Les 40 fichiers des rendements des 40 entreprises de référence pour le calcul de l'indice du CAC 40 ont été téléchargés un à un depuis le site de Yahoo Finance. Ils ont ensuite été regroupés dans une base de données. L'identifiant retenu pour identifier les rendements des entreprises dans la base de données ainsi constituée est le ticker⁴ boursier.

Les cours journaliers des titres récupérés sur la période d'étude ont permis de calculer les rendements et les écarts types avec les formules suivantes :

⁴ Le ticker est un symbole unique utilisé pour identifier une action ou un autre titre sur une bourse donnée. Il est généralement composé de lettres, et il sert de code d'identification rapide pour une entreprise ou un actif sur les marchés financiers. Par exemple, le ticker de Apple est AAPL, celui de Tesla est TSLA.

Le rendement est défini par :

$$R_i = \log \frac{S_i}{S_{i-1}}$$

Avec S_i le cours journalier des titres du portefeuille étudié.

L'écart type est défini comme suit

$$stdev = \sqrt{\frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^{N-1} (R_i - \bar{R}_i)^2}$$

Avec N le nombre d'observations et \bar{R}_i le rendement journalier moyen

Récupération des ratings ESG :

Les classes de risques sont présentées telles que définies par Sustainalytics en 5 classes de risque comme le montre le tableau suivant :

Classe de risque	Rating ESG
Négligeable	Entre 0 et 10
Faible	Entre 10 et 20
Moyen	Entre 20 et 30
Elevé	Entre 30 et 40
Sévère	Plus que 40

Tableau 16 Rating ESG selon la classe de risque

On rappelle que les scores ESG de Sustainalytics reflètent le risque ESG non géré par les entreprises donc plus le score est faible plus l'entreprise est durable.

L'idée est de récupérer pour chaque entreprise du CAC 40 le score ESG global, le niveau de controverse et les notes relatives aux risque environnemental, social et de gouvernance. On peut retrouver ces données sur le site de Yahoo Finance, au niveau de l'onglet « durabilité ». Il s'agit de ratings ESG fournis par Sustainalytics.

Après vérification, il s'est avéré que ces ratings ne sont pas normalisés sur la plateforme de Yahoo Finance mais le sont sur le site de Sustainalytics. Or ce critère est primordial pour une

comparaison entre des entreprises de différents secteurs d'activités (ce qui est le cas pour le portefeuille d'investissement étudié).

En effet, en analysant les ratings ESG normalisés et les ratings ESG bruts de plusieurs entreprises, il en ressort que les écarts peuvent être parfois significatifs comme dans le cas de Thales (voir tableau ci-après). Pour d'autres comme Total Energies et BNP Paribas par exemple le score normalisé est légèrement inférieur au score brut, ce qui pourrait indiquer que les critères de normalisation ont peu d'impact sur leur évaluation.

Il est aussi intéressant de noter que ces écarts n'impactent pas l'affectation des entreprises aux différents classes de risque ESG.

Entreprise	Score ESG brut	Score ESG normalisé
TotalEnergies	28	27,1
LVMH	12	13,2
BNP Paribas	25	24,6
Vivendi	11	11,5
Eurofins Scientific	17	15,8
Bouygues	35	35,2
Carrefour	22	22,9
Alstom	22	21,5
Thales	29	26,8
Teleperformance	13	13
Legrand	12	11,4
Publicis Groupe	10	10,6
Renault	22	22,4
Michelin	12	11,5
Veolia Environnement	21	21,1

Tableau 17 Ratings ESG normalisés

Ainsi, la source de données retenues pour les ratings ESG normalisés est celle disponible sur le site Sustainalytics. Les ratings normalisés sont accessibles librement et gratuitement sur le site de l'agence de notation.

✓ **Analyse descriptive des données**

Corrélation

Les corrélations entre les 40 actifs sont présentées dans le tableau suivant.

Le tableau de corrélation révèle une interdépendance significative parmi les actifs : sur 800 corrélations, 136 présentent des valeurs supérieures à 0,8 en valeur absolue, indiquant une forte corrélation entre de nombreux actifs du portefeuille.

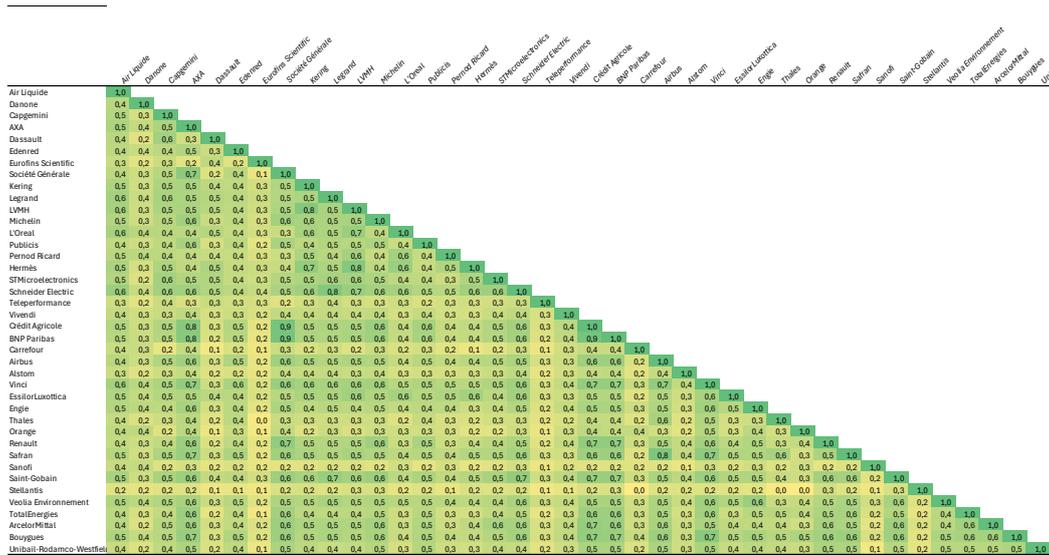


Tableau 18 Matrice de corrélations entre les 40 actifs

- Les entreprises du même secteur ont des corrélations élevées. Par exemple, "Société Générale", "BNP Paribas" et "Crédit Agricole" présentent des corrélations élevées (autour de 0,9), ce qui est logique car elles appartiennent toutes au secteur bancaire. Les entreprises du secteur du luxe comme "LVMH", "Kering" et "Hermès" montrent également des corrélations élevées (autour de 0,8).

- Des corrélations modérées (0,5 à 0,7) existent entre des entreprises industrielles comme "Airbus", "Safran" et "Saint-Gobain".

Les entreprises du secteur de l'énergie, comme "TotalEnergies" et "Veolia Environnement", présentent également des corrélations modérées avec d'autres grandes entreprises industrielles

- Les entreprises avec des activités très différentes peuvent montrer des corrélations faibles ou légèrement négatives. Par exemple, "Teleperformance" a des corrélations relativement faibles avec de nombreuses autres entreprises (autour de 0,2 à 0,3).

Rendement

Une forte volatilité est observée sur le période de la crise du COVID (fin 2019 jusqu'au premier trimestre 2021) qui a eu un impact significatif sur les marchés financiers.



Figure 17 Rendements quotidiens des titres

Un pic est observé sur l'action de Stellantis le 15 janvier 2021 avec un rendement enregistré de 0,668. Date à laquelle, Stellantis N.V. a été officiellement créée grâce à la fusion de Peugeot S.A. (Groupe PSA) et Fiat Chrysler Automobiles N.V. (FCA).

Deux chutes d'actions observées : la première en novembre 2022 de l'action de Teleperformance qui a été impliquée dans une situation critique concernant des allégations de violations des normes du travail dans sa filiale colombienne. À la suite de ces révélations, les actions de Teleperformance ont chuté de près de 34%, ce qui a conduit l'entreprise à suspendre temporairement la cotation de ses actions sur Euronext Paris. Pour rassurer les investisseurs, Teleperformance a annoncé un programme de rachat d'actions de 150 millions d'euros et a repris la cotation de ses actions le 11 novembre 2022.

La deuxième chute d'action significative observée est celle d'Alstom. Le 5 octobre, l'action Alstom a chuté jusqu'à 37% après que l'entreprise ait révélé des problèmes de flux de trésorerie négatif pour le premier semestre de l'exercice fiscal 2023/24

Volatilité

La volatilité annuelle est déterminée en multipliant par $\sqrt{252}$ la volatilité journalière (252 étant le nombre de jours ouvrés dans l'année).

La volatilité annuelle des actifs du portefeuille est présentée dans le tableau suivant :

Air Liquide	21%	Danone	21%	LVMH	29%	Société Générale	44%
Airbus	41%	Dassault	30%	Michelin	29%	Stellantis	41%
Alstom	42%	Edenred	28%	Orange	19%	STMicroelectronics	40%
ArcelorMittal	46%	Engie	27%	Pernod Ricard	22%	Teleperformance	39%
AXA	27%	EssilorLuxottica	27%	Publicis Groupe	33%	Thales	29%
BNP Paribas	35%	Eurofins Scientific	34%	Renault	47%	TotalEnergies	32%
Bouygues	29%	Hermès	27%	Safran	40%	Unibail-Rodamco-Westfield	51%
Capgemini	31%	Kering	32%	Saint-Gobain	33%	Veolia Environnement	29%
Carrefour	27%	Legrand	25%	Sanofi	23%	Vinci	30%
Crédit Agricole	33%	L'Oreal	24%	Schneider Electric	28%	Vivendi	25%

Tableau 19 Volatilité annuelle des actifs du portefeuille

Le tableau ci-dessus présente la volatilité annuelle des différents actifs d'un portefeuille. Une volatilité plus élevée indique un risque plus important et une sensibilité plus élevée aux événements externes.

Parmi les entreprises analysées, trois affichent une volatilité particulièrement élevée, dépassant les 45% : Unibail-Rodamco-Westfield (51%), ArcelorMittal (46 %) et Renault (47%).

Unibail-Rodamco-Westfield est une entreprise spécialisée dans l'immobilier commercial. Elle affiche une forte volatilité qui est due principalement aux changements structurels du secteur dans lequel l'entreprise opère. En effet, la fréquentation des centres commerciaux a beaucoup diminué suite au développement du commerce électronique. De plus, la hausse des taux d'intérêt et les perspectives de ralentissement économique ont eu un impact négatif sur la rentabilité des entreprises du secteur immobilier en général.

ArcelorMittal est dans le secteur de la métallurgie connu pour être extrêmement sensible aux fluctuations des prix des matières premières. Le secteur est fortement cyclique et dépend des conditions économiques globales, notamment des variations de la demande industrielle et des

tensions commerciales mondiales. Les conflits mondiaux actuels expliquent la forte volatilité que connaît ce secteur sur la période d'analyse (2019- début 2024).

L'entreprise Renault affiche également une forte volatilité liée à l'exposition aux caractéristiques cycliques du secteur automobile. En effet, ce dernier est caractérisé par des fluctuations de la demande, des défis liés à la logistique mondiale (pénuries de composants, hausses des coûts de transport) et des évolutions rapides des réglementations environnementales.

La transition vers les véhicules électriques, bien que nécessaire, impose également des coûts élevés et de l'incertitude quant à la capacité de Renault à s'adapter rapidement à ces changements technologiques.

D'autres entreprises présentent également une volatilité élevée telles que Airbus, dans le secteur aéronautique et STMicroelectronics, spécialisée dans les semi-conducteurs, montrent des volatilités de 41 % et 40 %, respectivement. Ces entreprises sont fortement influencées par les cycles d'investissement mondiaux et les chaînes d'approvisionnement globales. Airbus dépend des contrats gouvernementaux et des perspectives de croissance dans le secteur des voyages aériens, tandis que STMicroelectronics est sensible aux pénuries mondiales de composants et à l'instabilité dans les chaînes d'approvisionnement. Les fluctuations dans ces industries entraînent une volatilité notable, bien que moins extrême que dans les secteurs de l'immobilier ou de l'automobile.

Le secteur du luxe et de la consommation, a globalement une volatilité modérée : les entreprises comme LVMH et Kering, opérant dans le luxe, montrent une volatilité plus modérée. Ces entreprises bénéficient d'une demande relativement stable, en particulier de la part de consommateurs fortunés et des marchés émergents comme la Chine. Bien que sensibles aux changements économiques, ces entreprises jouissent d'une position dominante sur le marché du luxe, ce qui leur permet de maintenir une certaine résilience face aux crises économiques.

Bêta

Le bêta est un indicateur financier qui mesure la sensibilité d'un titre ou d'un portefeuille par rapport aux mouvements du marché dans son ensemble. Il représente un élément central du CAPM, qui est utilisé pour estimer le rendement attendu d'un actif ou d'un portefeuille basé sur son bêta. La formule du CAPM est :

$$R_i = R_f + \beta_i(R_m - R_f)$$

Où :

R_i représente le rendement attendu de l'actif i .

R_f représente le taux de rendement sans risque.

R_m représente le rendement attendu du marché. Il est basé sur l'historique des rendements de l'indice du CAC 40 sur la même période d'étude.

β_i représente le bêta de l'actif i .

$\beta_i = 1$: L'actif a le même niveau de risque systématique que le marché. Si le CAC 40 augmente de 1%, l'actif ou le portefeuille augmente également de 1%.

$\beta_i > 1$: L'actif est plus volatil que le CAC 40. Par exemple, si $\beta_i = 1,5$, une augmentation de 1% du CAC 40 entraînera une augmentation de 1,5% de l'actif ou du portefeuille.

$0 < \beta_i < 1$: L'actif est moins volatil que le CAC 40. Par exemple, si $\beta_i = 0,5$, une augmentation de 1% du CAC 40 entraînera une augmentation de 0,5% de l'actif ou du portefeuille.

$\beta_i < 0$: L'actif a une corrélation inverse avec le CAC 40. Par exemple, si $\beta_i = -1$, une augmentation de 1% du CAC 40 entraînera une diminution de 1% de l'actif ou du portefeuille.

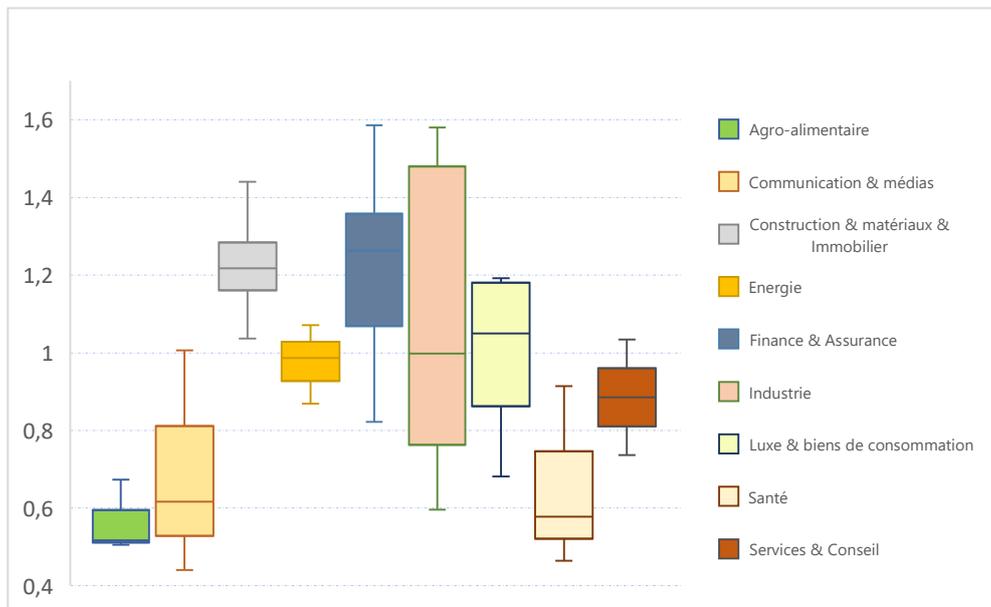


Figure 18 Distribution du Bêta par secteur d'activité

Ce graphique met en évidence les différences de volatilité des entreprises selon leur secteur d'activité. Il permet de comprendre comment certains secteurs sont plus sensibles aux fluctuations économiques, tandis que d'autres, dits "défensifs", montrent une plus grande résilience face aux crises. Ces informations sont cruciales pour les investisseurs cherchant à équilibrer leur portefeuille en fonction du risque sectoriel.

- Secteurs à forte volatilité : les secteurs les plus volatils, tels que la construction et l'immobilier, ainsi que l'industrie, se distinguent par des bêtas pouvant atteindre 1,6. Ces industries sont particulièrement vulnérables aux cycles économiques, aux fluctuations des taux d'intérêt, et à la demande mondiale. Par exemple, le secteur de la construction dépend des conditions de financement et de la demande pour les projets immobiliers, tandis que l'industrie est fortement influencée par les commandes mondiales et les chaînes d'approvisionnement. En période d'instabilité économique, ces secteurs peuvent subir des variations importantes dans leur performance.
- Secteurs à faible volatilité : en revanche, les secteurs agro-alimentaire et santé présentent les bêtas les plus bas, confirmant leur statut de secteurs défensifs. Ces industries, qui fournissent des produits et services essentiels, sont moins affectées par les crises économiques. La demande pour les produits alimentaires et les soins de santé reste généralement stable, même en période de récession. Par conséquent, ces secteurs offrent une plus grande stabilité aux investisseurs qui cherchent à protéger leur capital contre la volatilité du marché.
- Secteur de la finance et de l'assurance : le secteur de la finance & assurance se positionne également parmi les secteurs les plus volatils, avec des bêtas relativement élevés. Cette volatilité est principalement due à la sensibilité de ce secteur aux conditions monétaires et à l'évolution des politiques économiques. Les variations des taux d'intérêt, des régulations bancaires, et des crises financières peuvent avoir un impact significatif sur les performances des entreprises de ce secteur, accentuant la volatilité de leurs actions.

- Score ESG faible (< 15) : Des entreprises comme Vivendi, Publicis Groupe, et Danone ont des scores ESG faibles, ce qui signifie qu'elles gèrent relativement bien leurs risques ESG selon les critères de Sustainalytics.

Une analyse combinée des deux axes :

- Secteur de l'énergie : TotalEnergies affiche un bêta supérieur à 1 et un score ESG élevé. Le secteur de l'énergie, en particulier les entreprises liées aux énergies fossiles, est souvent perçu comme plus risqué en matière de gestion des enjeux ESG en raison des émissions de gaz à effet de serre et des pressions pour la transition vers des énergies renouvelables.
- Secteur bancaire et financier : Société Générale, BNP Paribas, et Crédit Agricole ont des bêtas relativement élevés (autour de 1,2 à 1,4), ce qui est typique des banques, souvent exposées aux risques économiques et à la volatilité des marchés financiers. Leurs scores ESG modérés montrent qu'elles sont confrontées à des défis dans la gestion des risques sociaux (relations avec les clients, protection des données) et de gouvernance.
- Secteur de la consommation : Des entreprises comme Danone, Pernod Ricard, et L'Oréal sont des exemples d'entreprises avec des bêtas faibles, mais une bonne gestion ESG. Ces sociétés, spécialisées dans les produits de consommation courante, ont des revenus relativement stables et gèrent bien les risques ESG, en particulier dans des domaines tels que la durabilité des produits et l'approvisionnement responsable.
- Secteur industriel et technologique : Airbus, STMicroelectronics, et Renault montrent des bêtas supérieurs à 1, reflétant la nature cyclique de leurs industries (aéronautique, semi-conducteurs et automobile). Leur score ESG varie, mais ils sont généralement plus exposés aux risques liés à l'innovation technologique, aux chaînes d'approvisionnement mondiales, et à l'impact environnemental.

Rating ESG

Le tableau suivant classe les actifs par classe de risque ESG et fournit les statistiques descriptives de leurs rendements par classe de risque.

Classe de risque	N	μ	σ	μ/σ	P(25)	Médiane	P(75)
Négligeable 0-10	1	-0,049%	3,212%	-1,531%			
Faible 10-20	20	0,054%	1,970%	2,765%	-0,84%	0,037%	0,96%
Moyen 20-30	17	0,038%	2,106%	1,790%	-0,84%	0,055%	0,99%
Elevé 30-40	2	0,032%	2,431%	1,312%	-0,80%	0,140%	1,00%
Sévère 40+	0						

Tableau 20 Statistiques descriptives des actifs par classe de risque

Il en ressort que la moitié des actifs appartient à la classe de risque « faible » (avec score ESG entre 10 et 20) et 42% des actifs appartiennent à la classe de risque « Moyen » avec des scores ESG entre 20 et 30.

Il y a une seule observation dans la classe de risque « Négligeable » (0-10) et deux observations sont enregistrées dans la classe de risque « Elevé » (30-40).

Aucune observation dans l'échantillon n'appartient à la classe de risque « sévère » (+40), indiquant une absence de données dans cette catégorie de risque.

Dans la classe « Faible » (10-20), 20 observations ont été notées avec une moyenne de 0,054% et un écart-type de 1,970%, indiquant une certaine variation dans les données. Le ratio μ/σ est de 2,765%, tandis que la médiane est de 0,084%, légèrement plus élevée que le 25e percentile à -0,48% et plus basse que le 75e percentile à 0,96%.

La classe « Moyen » (20-30) comporte 17 observations avec une moyenne de 0,038% et un écart-type de 2,106%. La distribution est légèrement plus étroite que dans la classe « Faible », comme le montre le ratio μ/σ de 1,790%.

3.5 Détermination de la composition optimale du portefeuille durable

a. Portefeuille durable optimal de la méthode du GRG

Le portefeuille durable optimal est déterminé dans un premier temps grâce à la méthode de programmation non linéaire (GRG Non linear). Il s'agit d'une technique d'optimisation itérative utilisée pour résoudre des problèmes non linéaires. Elle repose sur l'utilisation des gradients des fonctions d'objectif et des contraintes pour déterminer la direction optimale de recherche à chaque itération.

La méthode GRG Nonlinear est particulièrement efficace pour résoudre les problèmes d'optimisation de portefeuille impliquant des fonctions d'objectif et des contraintes non linéaires. Elle permet de minimiser le risque ou maximiser le rendement attendu tout en respectant les contraintes spécifiques des investisseurs.

Cette méthode a permis de calculer le portefeuille optimal de référence dont la fonction objectif est la suivante :

$$\begin{aligned} \min_w \quad & \frac{1}{2} w^T V w \\ \text{s. c.} \quad & w^T \mathbf{1} = 1 \\ & w^T \mu \geq \mu_m^* \\ & w^T \theta = \theta_p^* \end{aligned}$$

Avec,

θ_p^* représente le rating ESG du portefeuille optimal.

μ_m^* représente le rendement espéré du marché. Il est basé sur l'historique des rendements de l'indice du CAC 40 sur la même période d'étude

V représente la matrice de covariance du portefeuille

w représente un vecteur des poids des actifs composant le portefeuille optimal

L'objectif de ce système d'optimisation sous contrainte est de trouver le w optimal qui minimise la volatilité du portefeuille optimal tout en offrant un rendement espéré supérieur à celui du marché et selon les préférences de l'investisseur en termes de critères ESG (à travers la fixation du score ESG du portefeuille optimal).

Etape de détermination du portefeuille de référence :

Les différentes étapes de détermination du portefeuille de référence sont :

- Détermination de la matrice variance covariance
- Définition de la composition initiale du portefeuille qui permet de calculer la variance du portefeuille. (à ce stade la variance n'est pas minimale et la composition du portefeuille n'est pas optimale)
- Détermination de la composition optimale du portefeuille qui permet de minimiser la variance du portefeuille.

Les critères à entrer comme input sont les suivants :

	Cas 1	Cas 2
Score ESG	10	20
Rendement	>= rendement du marché	
Poids total	100%	

Tableau 21 Définition des inputs de l'algorithme GRG non linéaire

- Une solution optimale proposée par le solveur est la suivante (pour le cas 1):

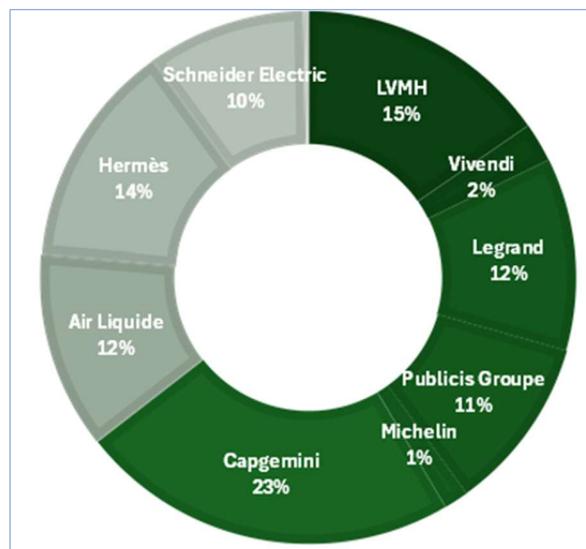


Figure 20 Composition du portefeuille optimal selon GRG Non Linéaire

Le portefeuille durable optimal obtenu avec la méthode GRG non linéaire est assez peu diversifié. En effet, l'algorithme d'optimisation attribue le quart de l'allocation à un seul actif Capgemini (secteur des services informatiques et de la transformation digitale). De plus 7 titres représentent à eux seuls plus de 95% de la composition du portefeuille.

b. Portefeuille durable optimal du modèle alternatif

L'application du modèle présenté nécessite le choix des caractéristiques suivantes à prendre en compte lors de la constitution du portefeuille optimal. Le choix de ces caractéristiques reste à la discrétion de l'investisseur et traduit son aversion au risque de marché et son degré d'engagement ESG.

$$b = [1, \beta_p^*, \theta_p^*]^T$$

- β_p^* représente le bêta souhaité du portefeuille optimal. Il traduit la tolérance de l'investisseur au risque :
 - Tolérance Faible : Un bêta inférieur à 1 (comme 0,8 : 20% moins volatil que le CAC 40) indique que le portefeuille est moins volatil que le marché. Cela peut être approprié pour une faible tolérance au risque et une préférence pour des investissements plus stables.
 - Tolérance Élevée : Si l'investisseur est prêt à prendre plus de risques pour obtenir potentiellement des rendements plus élevés, un bêta supérieur à 1 pourrait être plus approprié (comme 1,2 : 20% plus volatil que le CAC 40).
- θ_p^* est le rating ESG du portefeuille optimal. D'après ce qui précède, 50% des actifs sont affectés à une classe de risque ESG faible et ont un rating entre 10 et 20.

Les 4 cas suivants présentent l'impact de la tolérance au risque de l'investisseur et son exigence ESG sur la composition du portefeuille optimal :

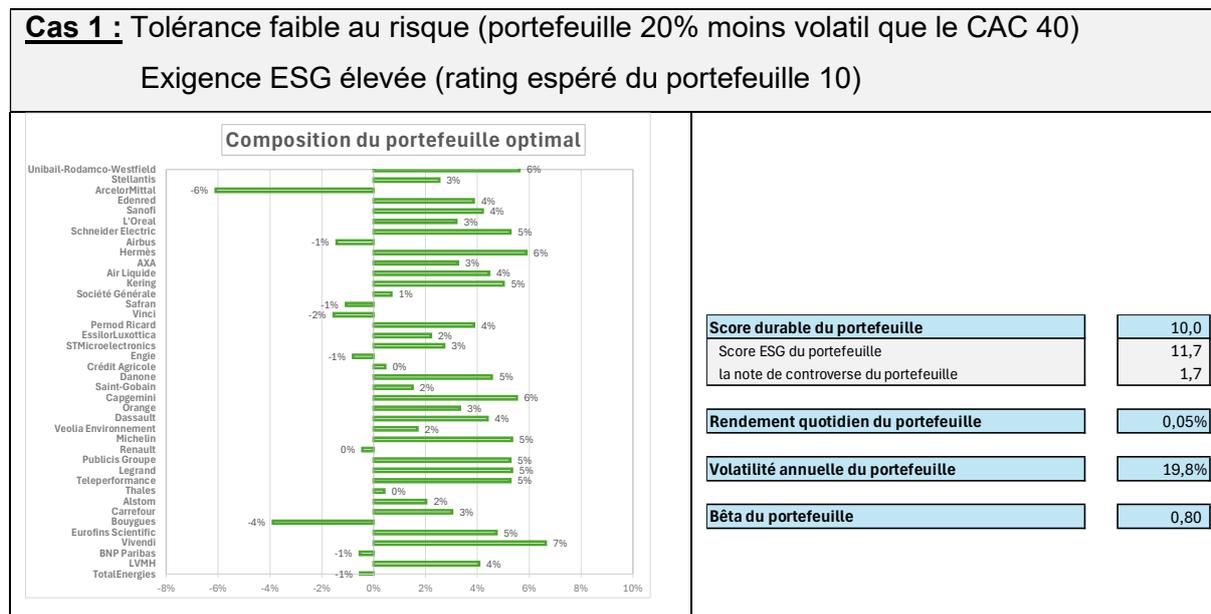


Figure 21 Composition du portefeuille optimal (score ESG 10 et bêta 0,8)

Le portefeuille optimal dans le Cas 1 est bien diversifié, incluant une large variété de secteurs tels que les médias & communication (Vivendi 7%), la santé (Eurofins Scientific 5% et Sanofi, 4%), la technologie (STMicroelectronics, 3%, Capgemini, 6%), et la consommation (L'Oreal, 3%, Carrefour, 3%).

Il est également relativement bien équilibré, avec des positions longues diversifiées et quelques positions courtes pour couvrir les risques ou profiter des anticipations de baisse.

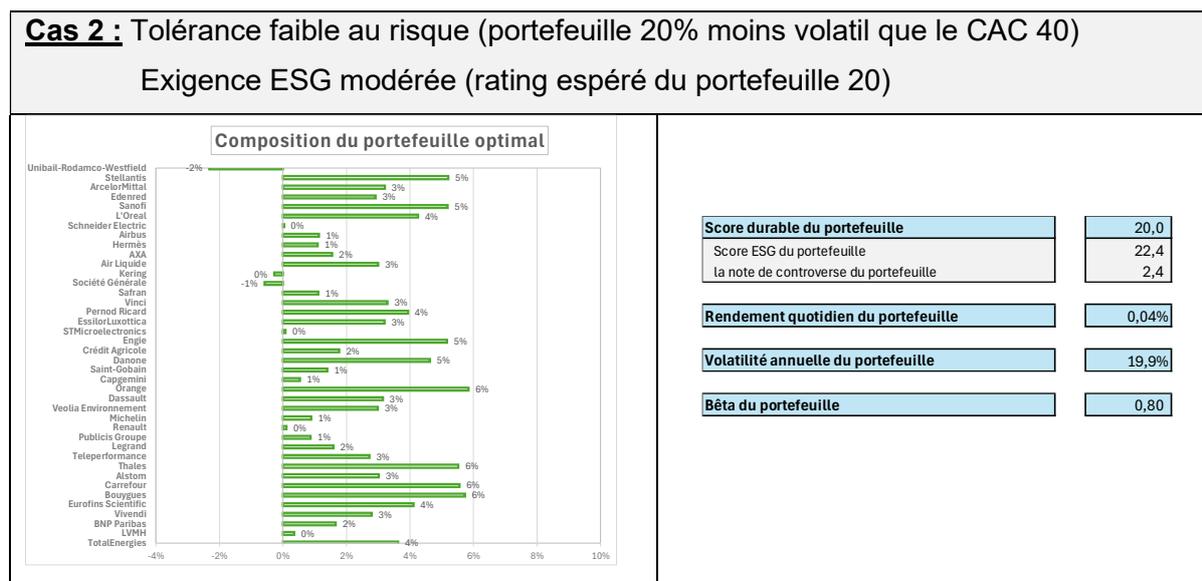


Figure 22 Composition du portefeuille optimal (score ESG 20 et bêta 0,8)

Le portefeuille optimal présenté dans le Cas 2 est caractérisé par une tolérance faible au risque (portefeuille 20% moins volatil que le CAC 40) et une exigence ESG modérée (rating espéré du portefeuille 20).

Dans ce cas, le modèle privilégie les secteurs de l'énergie, de la consommation et de l'industrie. En effet, on constate que les entreprises leaders dans ces secteurs ont bénéficié des pondérations les plus élevées tels que TotalEnergies (4%), Bouygues (6%), Carrefour (6%), Thales (6%), Orange (6%) et Engie (5%).

En revanche, les secteurs du luxe et de la finance sont moins représentés dans le portefeuille optimal avec des positions nulles ou parfois courtes telles que LVMH (0%), Kering (0%), Société Générale (-1%), et Unibail-Rodamco-Westfield (-2%).

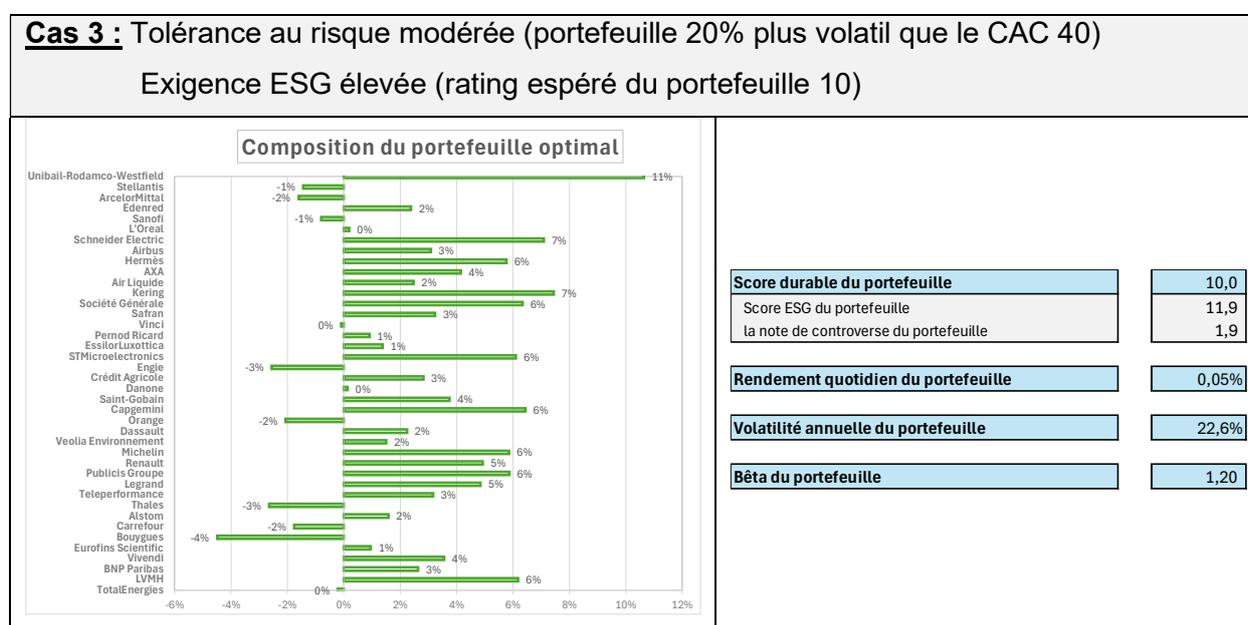


Figure 23 Composition du portefeuille optimal (score ESG 10 et bêta 1,2)

Le portefeuille optimal dans le cas 3 présente une volatilité de 20% plus importante que celle du marché (indice du CAC 40) et un rating ESG fixé à 10.

Dans ce cas 3, le modèle a privilégié les sociétés leaders dans les secteurs de l'immobilier, la technologique, le luxe et la santé pour la composition du portefeuille optimal. En effet, ces entreprises ont bénéficié d'allocations élevées telles que Unibail-Rodamco-Westfield (11%), Schneider Electric (7%), Hermès (6%) et Sanofi (7%).

Les entreprises opérant dans les secteurs de l'Energie, de la Consommation et des Télécoms n'ont pas été retenues dans la composition du portefeuille optimal. En fait des positions vendeuses ont même été affectées pour certaines d'entre elles telles que Bouygues (-4%), Orange (-2%) et Engie (-3%).

Cas 4 : Tolérance au risque modérée (portefeuille 20% plus volatil que le CAC 40)

Exigence ESG modérée (rating espéré du portefeuille 20)

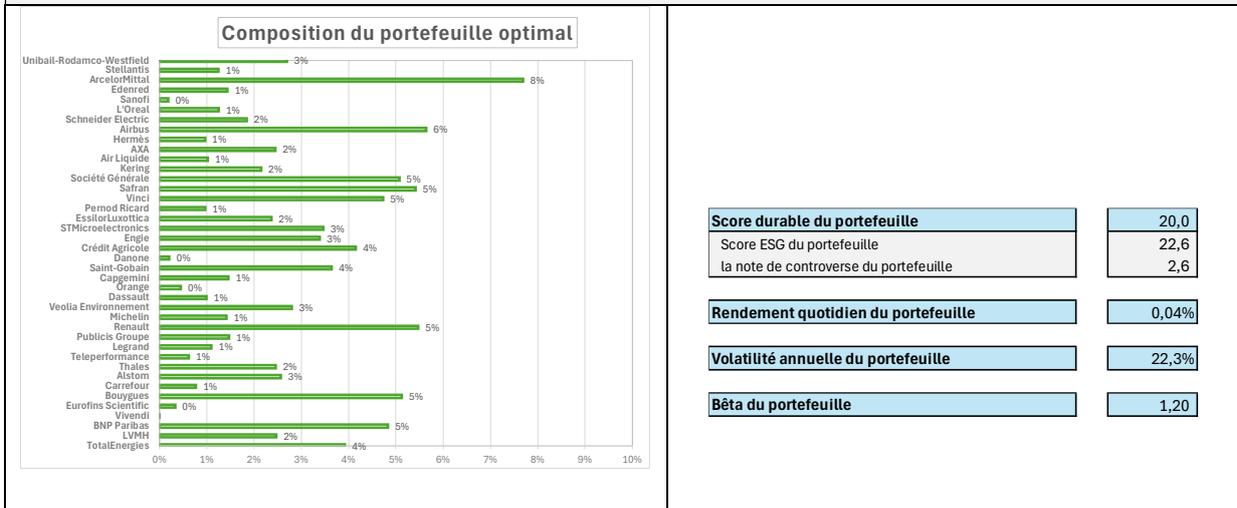


Figure 24 Composition du portefeuille optimal (score ESG 20 et bêta 1,2)

Le portefeuille optimal présenté dans le cas 4 est 20% plus volatil que le marché (indice CAC 40) et a un rating ESG fixé à 20.

La stratégie adoptée dans ce cas ne privilégie aucun secteur sur les autres. En effet, il est intéressant de noter que contrairement aux cas traités précédemment, des positions longues sont prises sur quasiment toutes les entreprises. Même si certaines d'entre elles sont un peu plus représentées que d'autres, le portefeuille reste globalement assez équilibré.

Les entreprises les plus représentées dans ce cas opèrent dans les secteurs de l'industrie et la construction ainsi que dans les biens de consommation. Ces entreprises ont une allocation dans le portefeuille relativement significative telles que Saint-Gobain (5%), Pernod Ricard (5%) et Dassault (4%).

Les secteurs de la technologie et des services, l'énergie, la santé ainsi que de la finance, sont également représentés avec des entreprises telles que Capgemini (2%), Teleperformance (3%), TotalEnergies (5%), Sanofi (4%), BNP Paribas (2%) et Société Générale (3%).

c. Comparaison des résultats

Le graphique suivant montre la relation entre le rendement et la volatilité des portefeuilles optimaux pour différents cas étudiés, comparés à l'indice CAC40 (marché) et au portefeuille de référence obtenu à l'aide de la méthode d'optimisation non linéaire (GRG non linear).

Les actions individuelles de LVMH (secteur du luxe), BNP Paribas (Secteur bancaire), TotalEnergies et Sanofi (Secteur de la Santé) ont été ajoutés au graphique à titre indicatif.

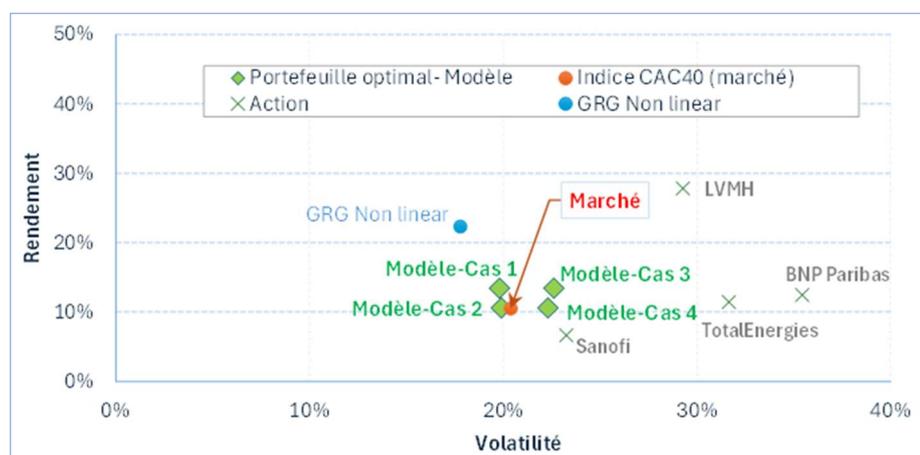


Figure 25 Analyse de la performance du portefeuille optimal des différents cas étudiés

L'indice du CAC40 est représenté par un point rouge. Il a une volatilité annuelle d'environ 20% et un rendement espéré annuel d'environ 10%.

Les points du modèle étudié (Cas 1 à 4 représentés par des points verts) sont assez proches de la performance du marché, notamment les cas 1 (rating ESG= 10) et le cas 2 (rating ESG = 20). En effet, ces portefeuilles présentent une volatilité similaire, autour de 20%, mais avec un rendement espéré légèrement supérieur à celui du marché. Cela est en cohérence avec la stratégie de tolérance au risque modérée (par construction le bêta des deux portefeuilles est défini à 0,8).

Les Cas 3 (rating ESG= 10) et Cas 4 (rating ESG= 20) ont, par construction, une volatilité légèrement supérieure à celle du marché (bêta défini à 1,2), proche de 23%, avec un rendement légèrement supérieur aux Cas 1 et 2.

Il est également intéressant de noter que les portefeuilles avec une exigence en ESG plus stricte offrent un meilleur rendement espéré (cas1&3 vs Cas2&4).

Le graphique révèle que les portefeuilles optimaux pour les différents cas étudiés sont conçus pour offrir des rendements stables avec une volatilité contrôlée. Les Cas 1, 2 et 4 montrent une tolérance au risque modérée, tandis que le Cas 3 accepte une volatilité légèrement plus élevée pour un rendement potentiellement plus élevé.

Le modèle GRG Non Linear, représenté par un point bleu, présente une volatilité plus faible et un rendement plus modéré. Comparé au marché et aux 4 portefeuilles du modèle étudié, il offre le meilleur couple rendement/risque avec un critère ESG défini à 10.

Les actions individuelles comme LVMH et BNP Paribas montrent des rendements élevés mais avec une volatilité accrue, reflétant leur risque plus élevé (LVMH : Avec une volatilité d'environ 29% et BNP PARIBAS à 35%).

3.6 Etude de sensibilité au choix des paramètres

On se place maintenant dans le cas 1 avec un bêta de 0,8 et un rating ESG de 10 et on souhaite analyser la sensibilité du modèle aux petites variations (+/- 5%) des paramètres autour de leur valeur actuelle.

On fixe dans un premier temps la rating ESG à 10 et on fait varier de +/-5% la valeur du bêta.

	Bêta initial	Bêta*(1+5%)	variation
Score durable du portefeuille	10	10	0%
Bêta du portefeuille	0,80	0,84	5%
Volatilité annuelle du portefeuille	19,8%	20,0%	1%
Rendement annuel du portefeuille	13%	13%	0%

	Bêta initial	Bêta*(1-5%)	variation
Score durable du portefeuille	10	10	0%
Bêta du portefeuille	0,80	0,76	-5%
Volatilité annuelle du portefeuille	19,8%	19,6%	-1%
Rendement annuel du portefeuille	13%	13%	0%

Tableau 22 Etude de sensibilité au choix du bêta

Il en ressort qu'une variation de +/-5% du bêta affecte légèrement la volatilité du portefeuille (augmentation ou diminution de 1%) mais n'affecte pas le rendement annuel. On en déduit que le rendement du modèle est insensible à des variations mineures du bêta et que la volatilité y est légèrement sensible.

Dans un second temps on fixe le bêta et on fait évoluer le rating ESG de +/-5%

	Rating initial	Rating*(1+5%)	variation
Score durable du portefeuille	10,0	10,5	5%
Bêta du portefeuille	0,8	0,8	0%
Volatilité annuelle du portefeuille	19,8%	19,8%	0%
Rendement annuel du portefeuille	12,8%	12,8%	-1%

	Rating initial	Rating*(1-5%)	variation
Score durable du portefeuille	10,0	9,5	-5%
Bêta du portefeuille	0,8	0,8	0%
Volatilité annuelle du portefeuille	19,8%	19,9%	0%
Rendement annuel du portefeuille	12,8%	12,9%	1%

Tableau 23 Etude de sensibilité au choix du rating ESG

Il en ressort qu'une légère variation de la note ESG n'a pas d'impact significatif sur la sensibilité du portefeuille suite aux variations du marché.

Par contre on constate une légère détérioration du rendement lorsqu'on augmente la note ESG (on rappelle que pour Sustainalytics plus la note est élevée plus l'entreprise a des risques ESG non gérés) et inversement lorsque la note baisse.

A l'issu de cette analyse de sensibilité on peut conclure que le modèle étudié est peu sensible à une légère variation de ses paramètres.

3.7 Proposition d'un modèle alternatif boosté par la méthode GRG non linéaire

Après l'étude des deux méthodes : le GRG non linéaire et le modèle alternatif de Varmaz, Fieberg et Poddig, on dresse ci-après une synthèse des principaux résultats et limites de chaque méthode et modèle d'optimisation :

	Méthode GRG non linéaire	Modèle alternatif de Varmaz, Fieberg et Poddig
Limites	<ul style="list-style-type: none"> - La méthode peut converger vers un optima local plutôt que vers un optima global. - La performance de l'algorithme dépend du choix du point initial x_0. Un mauvais choix peut ralentir la convergence ou conduire à une solution non optimale. - Cette méthode itérative peut être très coûteuse en termes de calculs notamment pour des problèmes de grande taille ou très complexes. 	<ul style="list-style-type: none"> - La difficulté liée au choix des paramètres du modèle β_p^* et θ_p^* respectivement le bêta et score ESG souhaité du portefeuille
Principales conclusions de l'étude empirique	<ul style="list-style-type: none"> - Le portefeuille optimal offre de meilleures performances en termes de couple rendement/volatilité - Le portefeuille est très concentré et n'est pas assez diversifié - Le portefeuille optimal est sensible à des chocs extrêmes 	<ul style="list-style-type: none"> - Les performances des différents cas analysés en termes de couple rendement/volatilité sont très proches de celles de l'indice de référence du marché CAC 40 - Le portefeuille est assez bien diversifié - Globalement, le portefeuille présente une meilleure résistance face à un choc extrême

Tableau 24 Principaux résultats et limites de la méthode GRG non linéaire et du modèle alternatif

L'objectif, maintenant, est d'essayer de restreindre les limites de chaque modèle/méthode en combinant les deux. Ainsi on propose d'étudier un modèle « boosté » qui est la combinaison de la méthode d'optimisation GRG non linéaire et le modèle alternatif étudié.

La démarche à suivre pour construire ce modèle « boosté » est la suivante :

Etape préliminaire : Définition de la zone d'investissement prioritaire

- Définir la zone prioritaire d'investissement : sur la base d'une analyse préliminaire du nuage de points des bêtas et des scores des différents actifs composants le portefeuille.
- L'étendue de cette zone dépend de l'aversion de l'investisseur au risque et du degré d'importance qu'il accorde aux critères ESG

Etape 1 : Lancement du modèle alternatif de Varmaz, Fieberg et Poddig

- Sélectionner les cas à étudier à l'aide de plusieurs combinaisons des paramètres β_p^* et θ_p^* tout en restant dans la zone d'investissement prioritaire définie dans l'étape préliminaire.
- Choisir un ou deux cas qui donnent le meilleur couple (rendement, volatilité)

Sur la base du résultat de l'étude empirique, cette étape nous permet d'avoir un portefeuille durable optimal assez diversifié mais dont les performances en termes de couple rendement, volatilité restent relativement proche de ceux de l'indice du marché CAC 40 ou présentent une légère amélioration.

A cet effet, on va essayer d'optimiser au mieux cette composition optimale avec l'algorithme d'optimisation GRG non linéaire

Etape 2 : Lancer l'algorithme GRG non linéaire

- Définir le portefeuille optimal de l'étape 1 comme étant point initial à l'algorithme de la méthode du GRG non linéaire.
- Lancer le calcul en gardant les mêmes contraintes.

L'algorithme devrait proposer un meilleur portefeuille en termes de performances. Les solutions possibles qui peuvent être envisagées sont:

- o Solution 1 (souhaitée) : partant d'un portefeuille initial assez bien diversifié l'algorithme devrait converger vers une composition optimale moins concentrée que celle utilisée dans la méthode GRG non linéaire. Dans cette solution l'algorithme pourrait offrir un portefeuille durable avec des performances bien meilleures que celles portefeuille initial. Cette solution suppose que le GRG non linéaire non boosté a convergé vers un optima local.
- o Solution 2 : Pas d'amélioration car la méthode GRG non boosté a déjà convergé vers un optima global. Il n'y a donc pas d'amélioration possible même en changeant le point initial de l'algorithme.

Modèle « Boosté » combinaison: Modèle alternatif et méthode GRG non linéaire

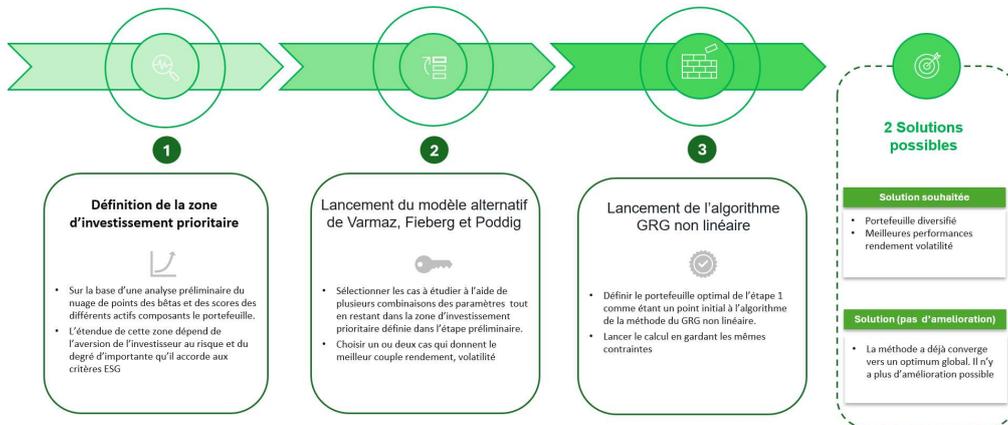


Figure 26 Etape de constitution du modèle « Boosté »

Sur la base du résultat de l'étude empirique, une des limites de la méthode GRG non linéaire est qu'elle n'est pas optimale en termes de diversification ; le portefeuille optimal de cette méthode est très concentré et donc très sensible à un choc baissier extrême du marché.

Le portefeuille optimal du modèle alternatif de Varmaz, Fieberg et Poddig quant à lui est bien diversifié mais les performances des différents cas analysés en termes de couple rendement/volatilité sont très proches de celles de l'indice de référence du marché CAC 40.

L'idée est d'utiliser le portefeuille optimal obtenu avec le modèle alternatif de Varmaz, Fieberg et Poddig comme point initial et d'essayer d'améliorer (ou booster) ses performances à l'aide de l'algorithme de la méthode du GRG non linéaire.

L'application du modèle boosté sur les données donne un résultat presque identique à celui de la méthode GRG non linéaire seule. Ce résultat suggère que la méthode GRG a déjà convergé vers un optima global. Il n'y a donc pas d'amélioration possible même en changeant le point initial de l'algorithme.

Modèle boosté		
Cas étudié ==>	Cas 1	Cas 2
Score durable du portefeuille	10	20
Bêta du portefeuille		
Volatilité annuelle du portefeuille	18%	14%
Rendement annuel du portefeuille	23%	15%
VaR Paramétrique	5,8%	4,7%
VaR level	95%	95%
horizon en jours	10	10

Choc baissier de : 50%

Modèle boosté		
Cas étudié ==>	Cas 1	Cas 2
Score durable du portefeuille	10	20
Bêta du portefeuille		
Perte subie par le portefeuille	49%	46%
Perte par classe de risque ESG		
Négligeable	0%	0%
Faible	49%	8%
Moyen	0%	36%
Élevé	0%	3%

Tableau 25 Présentation du résultat du modèle boosté

Une solution pourrait être de ne pas aller au bout de l'algorithme d'optimisation : en effet, on rappelle que l'algorithme de la méthode GRG non linéaire procède par itération et améliore la solution à chaque itération. Ainsi, si on part d'un point initial x_0 , la solution suivante x_1 de la première itération est meilleure que x_0 mais pas optimale.

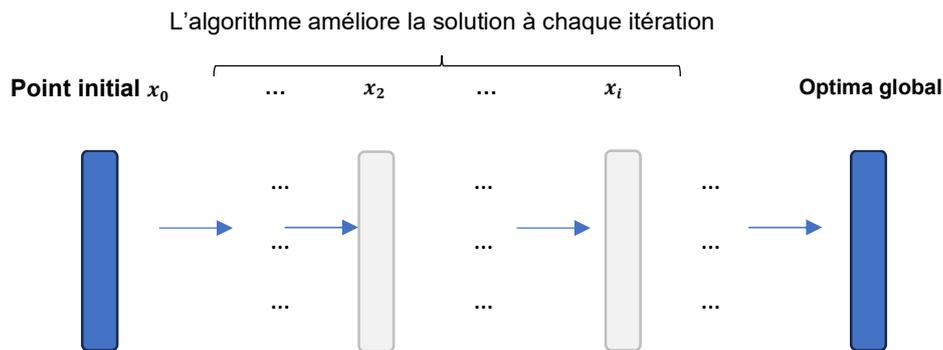
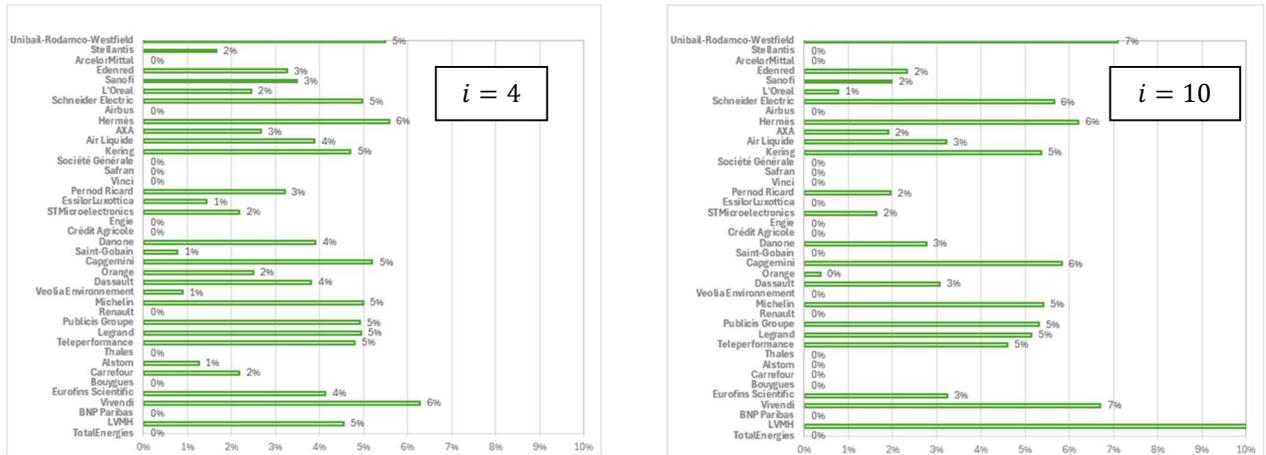


Figure 27 Description simplifiée de la méthode d'optimisation itérative

Pour chaque itération i avec $1 \leq i \leq n$ et n le nombre d'itérations, le point x_{i+1} offre une composition du portefeuille qui apporte une meilleure réponse au problème d'optimisation que la composition du portefeuille au point x_i .

Par exemple si on s'arrête à l'itération $i = 4$ et $i = 10$, on constate que le portefeuille est diversifié avec une tendance à se concentrer en comparant les deux graphiques suivants :



		Modèle boosté	
		i=4	i=10
itération ==>			
Score durable du portefeuille		12	11
Volatilité annuelle du portefeuille		20%	20%
Rendement annuel du portefeuille		13%	15%
VaR Paramétrique		6,6%	6,6%
VaR level		95%	95%
horizon en jours		10	10

Choc baissier de : 50%

		Modèle boosté	
		i=4	i=10
itération ==>			
Score durable du portefeuille		12	11
Perte subie par le portefeuille		44%	49%
Perte par classe de risque ESG			
Négligeable		4%	5%
Faible		36%	43%
Moyen		5%	1%
Elevé		0%	0%

Figure 28 Impact d'un choc baissier sur le modèle boosté

Dans le graphique suivant on présente le modèle boosté arrêté à l'itération $i = 10$. Le modèle offre une performance légèrement meilleure que celle du modèle alternatif non boosté.

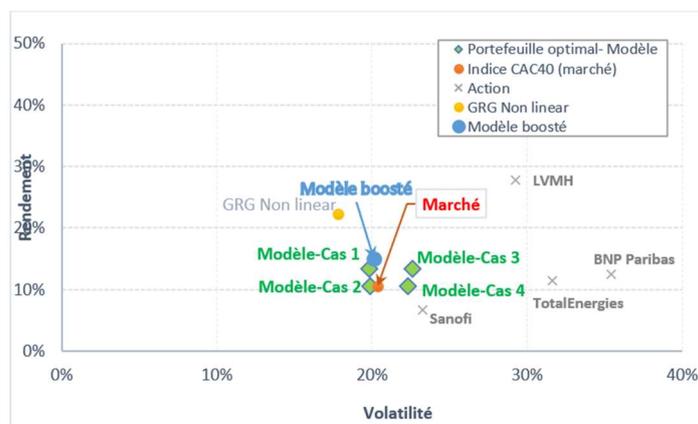


Figure 29 Comparaison de la performance du modèle boosté par rapport autres modèles

3.8 Limites de l'étude

Bien que cette étude ait permis d'apporter des réponses à certaines problématiques dont fait face l'investisseur pour construire un portefeuille durable, certaines limites doivent être soulignées afin de mieux situer les résultats dans leur contexte.

Tout d'abord, il est important de signaler que l'échantillon étudié pour analyser le résultat des deux méthodes est limité aux titres des entreprises du CAC 40.

Bien que ces entreprises soient des acteurs majeurs de l'économie française, elles ne reflètent pas nécessairement la réalité des entreprises de taille intermédiaire ni celles d'autres secteurs ou régions géographiques. En se concentrant uniquement sur les entreprises du CAC 40, les résultats obtenus risquent d'être biaisés par les spécificités propres à ces grandes entreprises. Par conséquent, élargir l'échantillon permettrait d'accroître la robustesse des conclusions.

De plus, la période étudiée allant de janvier 2019 jusqu'à février 2024 comporte plusieurs limites qui peuvent influencer les résultats obtenus pour les deux méthodes. En effet, cette période a connu des crises économiques exceptionnels (la pandémie du COVID 19, une inflation élevée et des tensions géopolitiques en Ukraine et au Moyen- Orient).

Etant donné que le comportement des entreprises peut varier en fonction du contexte macroéconomique ou des événements spécifiques ; changer de période pourrait produire des

résultats différents et offrir une perspective complémentaire pour valider ou affiner les conclusions.

Ensuite, le modèle alternatif repose sur des hypothèses qui permettent de simplifier la complexité des risques étudiés sur les marchés financiers.

Parmi ces hypothèses, il y a le concept fondamental du modèle de Markowitz de la rationalité des investisseurs, c'est-à-dire que ces derniers cherchent à maximiser leur rendement espéré tout en minimisant le risque de leur portefeuille.

Cette hypothèse facilite la modélisation mais ne reflète pas toujours le comportement des investisseurs notamment en situation de crise ou face à des situations où les informations sur le marché sont incomplètes ou indisponibles.

Le modèle suppose aussi que les rendements des actifs sont normalement distribués. Or les distributions empiriques des rendements présentent souvent des caractéristiques spécifiques telles qu'une asymétrie (skewness) et des queues épaisses (kurtosis). Appliquer cette hypothèse sur l'échantillon du CAC 40 peut donc biaiser les résultats en sous-estimant la volatilité ce qui pourrait affecter l'évaluation des risques et des performances du portefeuille.

Quant à la dimension ESG, le choix de l'agence de notation présente aussi des limites et pourrait influencer significativement le résultat. En effet, comme cela a été présenté dans le chapitre 2 de ce mémoire, la méthode de notation et le rating peuvent significativement différer d'une agence à une autre. Ainsi, si une autre agence avait été choisie pour l'étude de cas, les résultats et les conclusions des deux méthodes auraient potentiellement été différents de ceux obtenus avec l'agence Sustainalytics.

Une autre limite consiste à la non prise en compte de la fiscalité en lien avec les critères ESG. En effet, les entreprises ne respectant pas les critères ESG peuvent être soumises à des réglementations plus strictes où à des taxes spécifiques telles que des taxes carbone ou des pénalités financières. Cela aurait un impact non négligeable sur leur rentabilité et par extension sur leur attractivité pour les investisseurs.

De plus, les politiques fiscales favorisant les entreprises « durables » (via des crédits d'impôt, ou des avantages fiscaux) pourraient créer un avantage compétitif pour ces entreprises rendant les critères ESG plus déterminant dans l'évaluation des performances. Ignorer ces aspects dans le modèle pourrait donc restreindre sa capacité à refléter les interactions entre performances financières et critère ESG.

Chapitre 4 : Résilience d'un portefeuille durable

Pour rappel, dans le chapitre précédent plusieurs scénarii ont été testés pour évaluer l'impact des critères ESG sur la composition du portefeuille ainsi que sur sa performance en termes de rendement et de risque.

Les scénarii ont été définis en faisant varier le score ESG souhaité par l'investisseur ainsi que le niveau de risque toléré. Ces différentes configurations ont permis de mieux comprendre les interactions entre le rendement, le risque et le rating ESG du portefeuille optimal.

Dans ce dernier chapitre, la résilience du portefeuille d'investissement durable face aux fluctuations du marché est étudiée. Une analyse approfondie a été faite sur les différents portefeuilles optimaux pour les divers cas étudiés dans la partie empirique du chapitre précédent.

A cet effet, des indicateurs de risque de marché, tels que la VaR (Value at Risk) et le Max Drawdown, ont été calculés pour chaque cas afin d'évaluer la perte maximale qu'un

portefeuille durable optimal peut subir face à différents chocs financiers (inflation, hausse des taux, pandémie du COVID, guerre en Ukraine...).

4.1 Mesure du risque de marché: la Value at Risk (VaR)

La Value at Risk (VaR), est un outil financier utilisé pour estimer le risque de perte sur un portefeuille d'investissements.

La VaR mesure le risque de perte potentielle dans un portefeuille d'investissements, sur une période donnée, pour un niveau de confiance spécifié.

La VaR est généralement calculée en utilisant l'une des trois méthodes principales :

✓ Approche Paramétrique (Modèle de Variance-Covariance)

Soit le vecteur $M = (m_1, \dots, m_4)^T$ qui correspond à la composition du portefeuille et V la matrice variance-covariance. La VaR du portefeuille à un horizon T et au seuil α est donnée par :

$$VaR_{\alpha} = \underbrace{-\phi^{-1}(1 - \alpha)}_{2.33 \text{ si } \alpha = 99\%} \sqrt{T} \sqrt{M^T V M}$$

La VaR 1 jour à 99% s'obtient en multipliant l'écart type par 2,33 et celle à 95% par 1,64.

La VaR 10 jours s'obtient en appliquant $\sqrt{10}$ à la VaR 1 jour.

Le tableau suivant présente une comparaison des résultats de la Value at Risk (VaR) paramétrique obtenue par deux méthodes différentes : le modèle étudié et la méthode «GRG non linear». Voici une analyse de chaque élément de ce tableau :

	Modèle étudié				GRG Non linear	
Cas étudié ==>	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4	Cas 1	Cas 2
Score durable du portefeuille	10	20	10	20	10	20
Bêta du portefeuille	0,8	0,8	1,2	1,2		
Volatilité annuelle du portefeuille	19,8%	19,9%	22,6%	22,3%	18%	14%
Rendement annuel du portefeuille	13%	11%	13%	11%	23%	15%
VaR Paramétrique	6,5%	6,5%	7,4%	7,3%	5,8%	4,7%
VaR level	95%	95%	95%	95%	95%	95%
horizon en jours	10	10	10	10	10	10

Tableau 26 Comparaison des résultats de la Value at Risk paramétrique

La VaR paramétrique est une méthode pour estimer la perte potentielle maximale d'un portefeuille d'investissements pour un horizon de temps donné et un niveau de confiance spécifique. Ces chiffres représentent donc la perte maximale attendue pour chaque méthode, exprimée en pourcentage du portefeuille.

Le niveau de confiance pour chaque méthode est de 95%. Cela signifie que la probabilité que la perte sur l'horizon spécifié soit inférieure ou égale aux valeurs de VaR données (~6%, ~5%, ~7%) est de 95%. L'horizon de temps pour l'estimation de la VaR est de 10 jours pour toutes les méthodes. Cela signifie que les valeurs de VaR sont calculées sur la base des pertes potentielles sur une période de 10 jours.

Le modèle étudié donne une VaR plus élevée (>6%) comparé à la méthode GRG non linéaire (5%), ce qui peut indiquer une approche plus conservatrice ou une différence dans la modélisation des risques.

Limites de la technique paramétrique de calcul de la VaR

- Les paramètres sont évalués sur la base de valeurs historiques qui peuvent ne pas refléter les évolutions futures du portefeuille
- La VaR paramétrique repose sur l'hypothèse que le modèle est gaussien donc ne prend pas en compte la présence de queue épaisse
- En cas de crise les corrélations se renforcent.

✓ Approche Historique

La VaR historique utilise des données historiques réelles sur les rendements d'un portefeuille pour estimer la perte potentielle maximale.

Elle ne repose sur aucun modèle théorique ou distribution statistique pour prédire les pertes futures.

Cette méthode implique de trier les rendements historiques du portefeuille, puis de déterminer la perte potentielle qui ne sera pas dépassée avec le niveau de confiance spécifié.

On commence par calculer la valeur journalière du portefeuille et récupérer le quantile correspondant à 95% ou 99% (selon le cas).

Pour retrouver la VaR à un horizon T donné il suffit de multiplier par \sqrt{T}

	Modèle étudié				GRG Non linear	
Cas étudié ==>	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4	Cas 1	Cas 2
Score durable du portefeuille	10	20	10	20	10	20
Bêta du portefeuille	0,80	0,8	1,2	1,2		
Volatilité annuelle du portefeuille	19,8%	19,9%	22,6%	22,3%	18%	14%
Rendement annuel du portefeuille	13%	11%	13%	11%	23%	15%
VaR historique	5,5%	4,9%	7,5%	7,1%	6,7%	5,7%
VaR level	95%	95%	95%	95%	95%	95%
horizon en jours	10	10	10	10	10	10

Tableau 27 Comparaison des résultats de la Value at Risk historique

Selon le tableau ci-dessus, un meilleur Rating ESG (ESG 10) semble généralement offrir une meilleure gestion des risques, avec des VaR plus basses, sauf dans le modèle GRG Non Linear où un rating ESG moins bon (20) montre également des performances positives en termes de réduction des risques.

Les portefeuilles avec un bêta modéré à faible (0,8) et un meilleur rating ESG faible (10) offrent les meilleures performances en termes de gestion du risque.

Par ailleurs, en comparant la VaR historique obtenue avec la vaR paramétrique on constate que la VaR paramétrique est légèrement plus élevée.

Limites du calcul de la VaR historique

- Dépendante des périodes historiques choisies ; les périodes de calme peuvent sous-estimer le risque et les périodes de crise peuvent le surestimer.
- Moins réactive aux changements structurels récents dans les données du marché.

4.2 Mesure du risque de marché :Maximum Drawdown

Le Maximum Drawdown (MaxDD) est une mesure statistique utilisée pour évaluer la baisse maximale ou la perte maximale qu'un investissement a subi sur une période spécifique. Cette mesure est largement utilisée par les gestionnaires de fonds et les investisseurs car elle fournit une perspective sur le risque potentiel de pertes dans les pires scénarios.

Le Maximum Drawdown est défini comme la différence maximale entre un pic et un creux consécutif dans la valeur d'un portefeuille ou d'un actif, avant qu'un nouveau pic ne soit atteint. Il est généralement exprimé en pourcentage et peut être calculé comme suit :

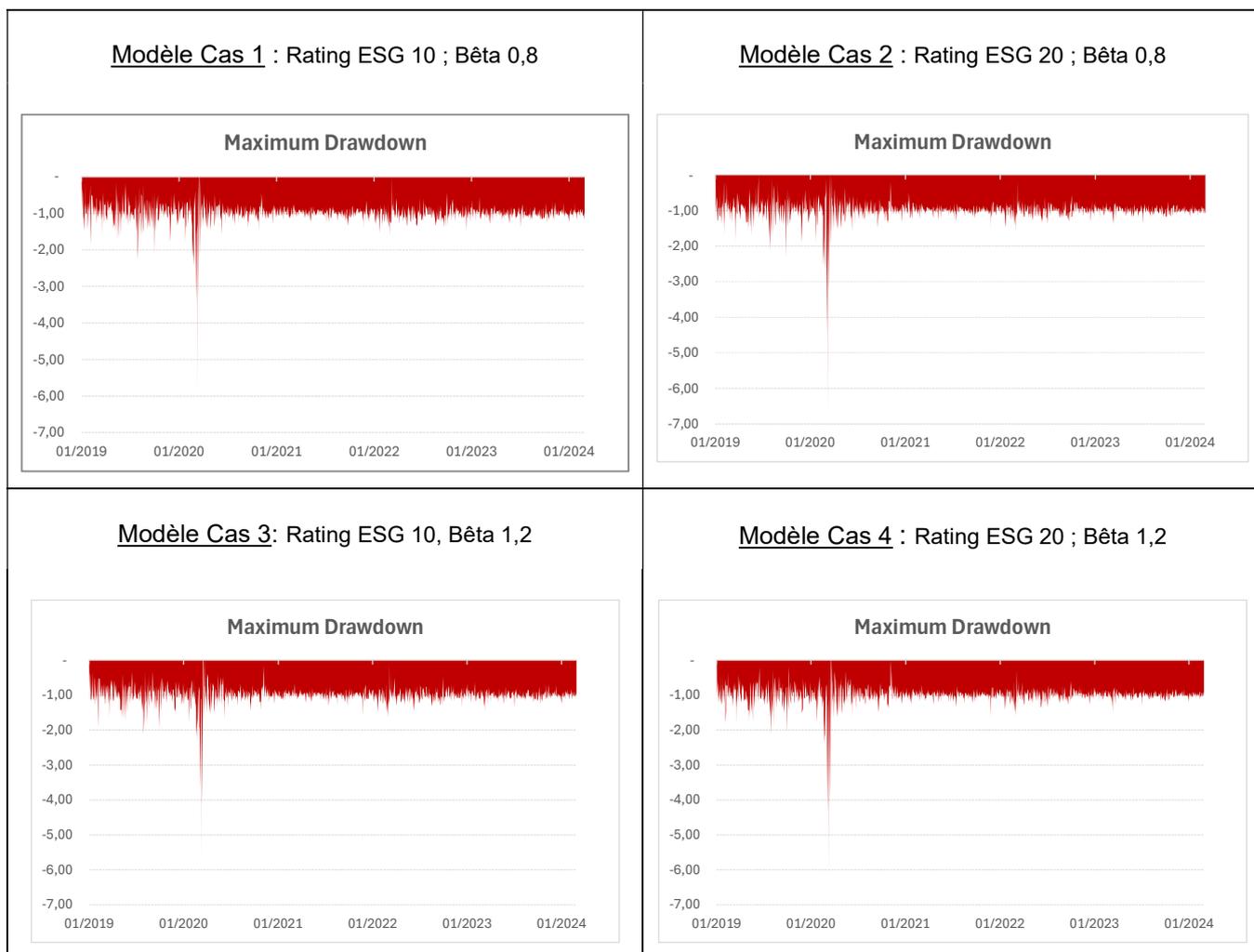
$$\text{Maximum Drawdown} = \frac{(P_{max} - P_{min})}{P_{max}}$$

où P_{max} est le pic avant le plus grand creux, et P_{min} est le creux le plus bas avant que le pic suivant ne soit atteint.

Le MaxDD est particulièrement important dans le domaine de la gestion de risques et de l'investissement pour plusieurs raisons :

- Il fournit une mesure claire du pire scénario de perte qu'un investisseur pourrait avoir subi pendant une période donnée.
- Les investisseurs l'utilisent pour comparer la performance de différents fonds ou portefeuilles, en prenant en compte non seulement les rendements, mais aussi les risques encourus pour atteindre ces rendements.
- Il aide à ajuster les stratégies d'investissement en fonction du seuil de tolérance au risque de l'investisseur.

Les graphiques suivants représentent l'évolution du Maximum Drawdown (perte maximale cumulée) pour les différents scénarios de portefeuilles d'investissement en fonction de deux paramètres : le Rating ESG (10 ou 20) et le Bêta (0,8 ou 1,2) sur une période allant de janvier 2019 à janvier 2024.



La valeur la plus basse atteinte dans les différents cas étudiés du modèle se situe entre -5% et -7%, indiquant une période où le portefeuille (pour tous les scénarii étudiés) a subi une baisse très significative par rapport à son pic précédent. Des drawdowns aussi profonds peuvent indiquer des périodes de haute volatilité ou des événements ayant un impact négatif sur le marché.

Les drawdowns importants semblent plus fréquents et plus prononcés au début de la période observée, surtout autour de janvier 2020, qui correspond à la crise de marché liée à la

pandémie de COVID-19. Au fil du temps, bien que les drawdowns continuent d'apparaître, leur amplitude semble se stabiliser à des niveaux moins extrêmes.

Le graphique montre que chaque drawdown significatif est suivi d'une période de récupération, bien que l'amplitude et la durée de ces récupérations varient.

Cela peut être indicatif de la capacité du portefeuille à se remettre des baisses de valeur et à retourner vers des niveaux de prix plus stables.

Le même observation ressort en analysant les deux graphiques suivants qui montrent l'évolution du Maximum Drawdown d'un portefeuille d'investissement défini grâce à la méthode GRG non linéaire.

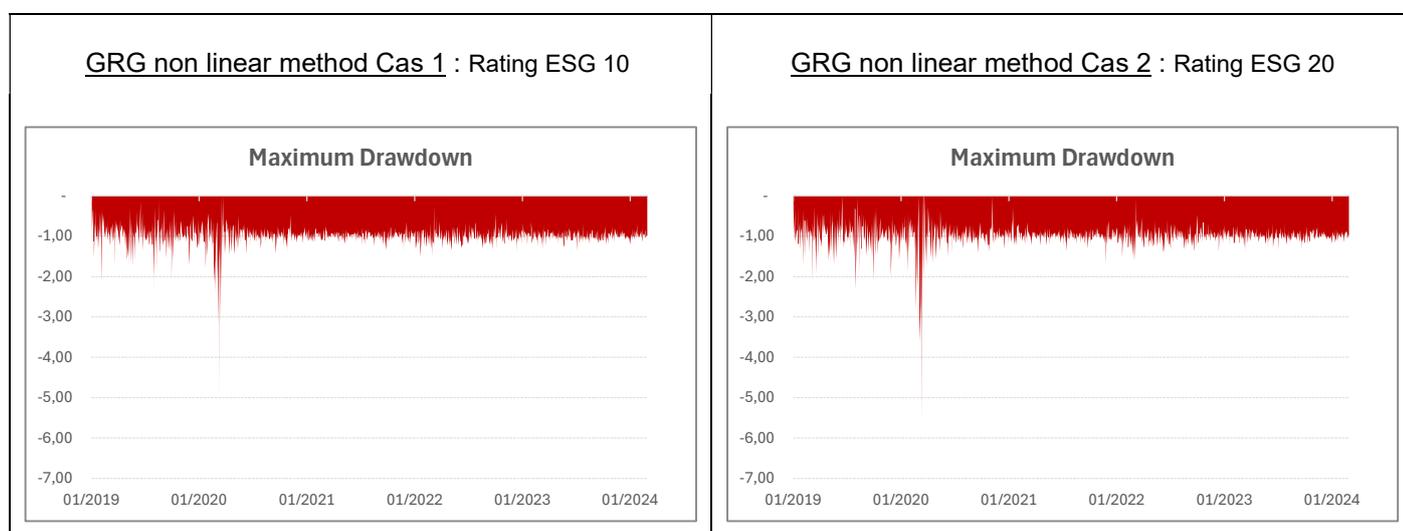


Figure 31 Evolution du MaxDD du portefeuille défini grâce à GRG non linéaire

Le tableau suivant compare les pertes maximales du portefeuille d'investissement pour les différents scénarii basés sur les différents ratings ESG (10 ou 20) et des bêtas (0,8 ou 1,2).

Le tableau compare également les performances du modèle étudié par rapport à la méthode GRG non linéaire.

Cas étudié ==>	Modèle étudié				GRG Non linear	
	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4	Cas 1	Cas 2
Score durable du portefeuille	10	20	10	20	10	20
Bêta du portefeuille	0,8	0,8	1,2	1,2		
Max Drawdown	- 5,98	- 6,71	- 5,69	- 6,16	- 5,06	- 5,58

Tableau 28 Performances du modèle étudié par rapport à la méthode GRG non linéaire

Il en ressort que, les pertes maximales (Max Drawdown) varient entre les différents cas étudiés. Le modèle GRG Non linear semble montrer une performance légèrement meilleure en termes de réduction de la perte maximale, notamment avec une perte maximale de 5,06 % pour le Cas 1, par rapport à 5,98 % dans le modèle initial.

Il en ressort également que les portefeuilles avec un meilleur rating ESG (10) ont globalement mieux résisté aux crises, indépendamment du niveau de volatilité (Bêta). En revanche, les portefeuilles avec un Rating ESG moins bon (20) semblent avoir subi des pertes plus importantes, particulièrement lorsqu'ils ont un Bêta élevé (1,2).

Le Bêta joue un rôle dans la volatilité du portefeuille, mais un rating ESG relativement bon au alentour de 10 semble compenser l'impact d'un bêta élevé en termes de résistance aux baisses de marché.

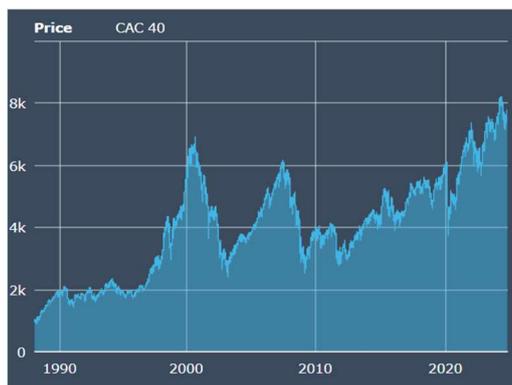
4.3 Stress test : chocs financiers baissiers

Après avoir calculé la composition du portefeuille optimal, l'étude doit être renforcée par l'analyse de sa résilience face à des variations extrêmes de certaines variables financières au moyen d'un stress test. Ce dernier consiste à simuler des conditions de marché extrêmes mais qui restent réalistes. Il permet d'étudier l'effet d'un choc financier sur la valorisation d'un portefeuille d'investissement.

Pour ce faire, différents chocs (sévère, moyen et extrême) seront appliqués aux différents cas des portefeuilles optimaux obtenus avec la méthode GRG et le modèle alternatif afin d'étudier leur résilience.

Certains scénarii vont s'inspirer de l'évolution historique de l'indice du CAC 40 (ce sont des chocs modérés) et d'autres plus hypothétiques qui vont simuler des baisses très importantes (chocs évères et extrêmes).

Le graphique suivant présente l'évolution de l'indice des prix du CAC 40 sur plus de 30 ans. L'analyse de ce graphique permet de définir les scénarii extrêmes tout en restant réaliste sur leur probabilité d'occurrence.



Source :Euronext

- Choc modéré : Une baisse du marché de 20%. Ce scénario représente une variation « habituelle » de l'indice du CAC 40 qui peut survenir sur un marché volatile.

		Choc baissier de : 20%					
		Méthode GRG		Modèle alternatif			
Cas étudié ==>		Cas 1	Cas 2	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4
Score durable du portefeuille		10	20	10	20	10	20
Bêta du portefeuille				0,8	0,8	1,2	1,2
Perte subie par le portefeuille		20%	19%	16%	16%	24%	24%
Perte par classe de risque ESG							
Négligeable		0%	0%	2%	-1%	3%	1%
Faible		20%	3%	16%	5%	17%	7%
Moyen		0%	14%	1%	9%	5%	13%
Elevé		0%	1%	-3%	2%	-1%	3%

Tableau 29 Impact choc baissier du marché de 20%

- Choc sévère : Une baisse de 30% (similaire à une crise financière importante). Elle est souvent associée à une panique sur le marché telle que le début de la crise du COVID en 2019

		Choc baissier de : 30%					
		Méthode GRG		Modèle alternatif			
Cas étudié ==>		Cas 1	Cas 2	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4
Score durable du portefeuille		10	20	10	20	10	20
Bêta du portefeuille				0,8	0,8	1,2	1,2
Perte subie par le portefeuille		30%	28%	24%	24%	36%	36%
Perte par classe de risque ESG							
Négligeable		0%	0%	2%	-1%	5%	1%
Faible		30%	5%	24%	8%	26%	10%
Moyen		0%	21%	2%	14%	8%	19%
Elevé		0%	2%	-4%	3%	-2%	5%

Tableau 30 Impact baissier du marché de 30%

- Choc extrême (Black Swan): Une baisse de 50%. Ce scénario représente un choc extrême, imprévu, peu probable et qui induit des conséquences dévastatrices sur les marchés comme lors d'une crise majeure, par exemple la crise de 2008.

		Choc baissier de : 50%					
		Méthode GRG		Modèle alternatif			
Cas étudié ==>		Cas 1	Cas 2	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4
Score durable du portefeuille		10	20	10	20	10	20
Bêta du portefeuille				0,8	0,8	1,2	1,2
Perte subie par le portefeuille		49%	46%	40%	40%	60%	60%
Perte par classe de risque ESG							
Négligeable		0%	0%	4%	-2%	8%	2%
Faible		49%	8%	40%	13%	43%	17%
Moyen		0%	36%	3%	23%	13%	32%
Elevé		0%	3%	-7%	5%	-4%	9%

Tableau 31 Impact baissier du marché de 50%

L'analyse des trois scénarii de choc baissier montre que les portefeuilles optimaux de la méthode GRG ont une meilleure résilience face aux chocs extrêmes notamment dans le cas 2 avec un rating ESG plus élevé (traduisant un risque ESG plus élevé).

Le modèle alternatif semble être très sensible à des chocs extrêmes notamment dans le cas 3 & 4 avec des bêtas de 1,2 bien que le portefeuille soit plus diversifié.

Conclusion

La finance durable attire de plus en plus les investisseurs à la recherche d'opportunités de rendement et de stratégies de diversification permettant de réduire leur risque sur le long terme et de prendre en compte leurs préférences en matière de durabilité. Le développement du contexte réglementaire européen depuis l'Accord de Paris de 2015 et la promulgation de plusieurs textes réglementaires pour encourager les investissements dans une économie plus verte ont également fait accroître l'intérêt pour la finance durable.

La difficulté qui se pose aux investisseurs est d'avoir un système de notation fiable et standardisé permettant d'identifier convenablement les actifs durables et comparer leurs rendements et leur risque. Malgré l'évolution qu'a connu le cadre réglementaire durant ces dernières années, l'harmonisation des méthodologies de notation reste encore un défi majeur pour permettre la création d'un cadre global cohérent qui assure la comparabilité et la transparence de la notation durable.

S'ajoute à cela, le choix du modèle à utiliser pour construire le portefeuille d'investissement durable optimal. En effet, face à la demande croissante des acteurs de la finance et à l'engouement grandissant pour la finance durable, plusieurs articles et recherches académiques proposent une multitude d'approches et de modèles. Cette diversité, bien que riche, risque de compliquer la prise de décision des investisseurs pour identifier la méthode qui répondra au mieux à leurs objectifs.

Ainsi, une revue a été faite des principaux méthodes et modèles d'optimisation avec une analyse approfondie sur la méthode du GRG non linéaire et l'extension du modèle de Markowitz proposée par Varmaz, Fieberg et Poddig.

La pertinence du choix de ces modèles pour construire le portefeuille durable optimal a été étudiée grâce notamment à une analyse de portefeuilles composés uniquement d'entreprises du CAC40. Cette analyse a montré que le portefeuille obtenu avec l'algorithme de la méthode du gradient réduit généralisé GRG n'est pas optimal en termes de diversification et reste très sensible à un choc baissier extrême du marché.

Les portefeuilles optimaux du modèle alternatif de de Varmaz, Fieberg et Poddig quant à eux sont assez bien diversifiés mais présentent des rendements très proches de celui de l'indice de référence du marché (CAC 40).

Afin de pallier à ces limites identifiées pour chacun des modèles étudiés, ce mémoire a proposé un modèle alternatif « boosté » composé d'une combinaison de deux modèles : la méthode d'optimisation GRG non linéaire et l'extension du modèle de Markowitz de Varmaz, Fieberg et Poddig. Ce modèle a permis d'avoir un portefeuille diversifié avec une légère amélioration du couple rendement/volatilité.

Une piste d'amélioration du modèle alternatif boosté serait d'ajouter une contrainte sur les poids des actifs au sein du portefeuille durable afin d'éviter d'avoir un portefeuille concentré (par exemple : le poids de chaque actif dans le portefeuille optimal ne doit pas dépasser un seuil à définir)

Table des figures

Figure 1 Problématique liée à la construction d'un portefeuille durable optimal.....	10
Figure 2 Reformulation de l'extension du modèle de Markowitz.....	13
Figure 3 Répartition des différents actifs en fonction de leur bêta et du leur rating ESG.....	14
Figure 4 Etape de constitution du modèle « Boosté ».....	16
Figure 5 Description simplifiée de la méthode d'optimisation itérative.....	17
Figure 6 Analyse de la performance du portefeuille optimal des différents cas étudiés.....	18
Figure 7 An extension of the Markowitz model proposed by Varmaz, Fieberg, and Poddig.....	22
Figure 8 Distribution of the different assets based on their Beta and ESG Rating.....	23
Figure 9 Simplified description of the iterative optimization method.....	26
Figure 10 Performance analysis of the optimal Portfolios for various cases studied.....	27
Figure 11 Répartition des actifs durables.....	30
Figure 12 Les enjeux ESG environnementaux, sociaux et de gouvernance.....	31
Figure 13 Evolution du prix de l'indice du CAC40 entre 2017 et 2023.....	35
Figure 14 Chronogramme des textes législatifs et réglementaires européens et français.....	38
Figure 15 Scores ESG attribués à Total Energie par les principales agences de notation.....	52
Figure 16 Répartition des différents actifs en fonction de leur bêta et du leur rating ESG.....	76
Figure 17 Rendements quotidiens des titres.....	82
Figure 18 Distribution du Béta par secteur d'activité.....	85
Figure 19 Graphique des bêta & score ESG des entreprises du CAC 40.....	87
Figure 20 Composition du portefeuille optimal selon GRG Non Linéaire.....	91
Figure 21 Composition du portefeuille optimal (score ESG 10 et bêta 0,8).....	93
Figure 22 Composition du portefeuille optimal (score ESG 20 et bêta 0,8).....	93
Figure 23 Composition du portefeuille optimal (score ESG 10 et bêta 1,2).....	94
Figure 24 Composition du portefeuille optimal (score ESG 20 et bêta 1,2).....	95
Figure 25 Analyse de la performance du portefeuille optimal des différents cas étudiés.....	96
Figure 26 Etape de constitution du modèle « Boosté ».....	101
Figure 28 Description simplifiée de la méthode d'optimisation itérative.....	102
Figure 29 Impact d'un choc baissier sur le modèle boosté.....	103
Figure 30 Comparaison de la performance du modèle boosté par rapport autres modèles.....	104
Figure 30 Evolution du MaxDD pour les différents scénarios de portefeuilles d'investissement.....	111
Figure 31 Evolution du MaxDD du portefeuille défini grâce à GRG non linéaire.....	112

Table des tableaux

Tableau 1 Cas étudiés du modèle alternatif.....	15
Tableau 2 Principaux résultats et limites de la méthode GRG non linéaire et du modèle alternatif ...	15
Tableau 3 Mesures du risque (vaR et Max Drawdown) pour chaque cas étudié	19
Tableau 4 Impact d'un choc baissier du marché de 50%	19
Tableau 5 the different scenarios selected to study the alternatif model.....	24
Tableau 6 Main results and limitations of the GRG nonlinear and the Varmaz-Feerg-Poddig model..	25
Tableau 7 Risk Measures (VaR and Max Drawdown) for each studied case.....	28
Tableau 8 The impact of a shock of 50% on the market	28
Tableau 9 Aperçu des actifs mondiaux.....	30
Tableau 10 Liste des critères pour définir les activités économiques éligibles.....	42
Tableau 11 Résumé du calendrier de l'implémentation de la taxonomie	44
Tableau 12 Détail des grands axes du Pacte vert pour l'Europe	45
Tableau 13 Impact du nombre de controverses sur le score ESG.....	56
Tableau 14 Définition des différents scénarii.....	77
Tableau 15 Liste des actifs composant le portefeuille d'investissement.....	77
Tableau 16 Rating ESG selon la classe de risque	79
Tableau 17 Ratings ESG normalisés.....	80
Tableau 18 Matrice de corrélations entre les 40 actifs	81
Tableau 19 Volatilité annuelle des actifs du portefeuille.....	83
Tableau 20 Statistiques descriptives des actifs par classe de risque	89
Tableau 21 Définition des inputs de l'algorithme GRG non linéaire	91
Tableau 22 Etude de sensibilité au choix du bêta	97
Tableau 23 Etude de sensibilité au choix du rating ESG.....	98
Tableau 24 Principaux résultats et limites de la méthode GRG non linéaire et du modèle alternatif .	99
Tableau 25 Présentation du résultat du modèle boosté.....	102
Tableau 26 Comparaison des résultats de la Value at Risk paramétrique	108
Tableau 27 Comparaison des résultats de la Value at Risk historique.....	109
Tableau 28 Performances du modèle étudié par rapport à la méthode GRG non linéaire	112
Tableau 29 Impact choc baissier du marché de 20%	114
Tableau 30 Impact baissier du marché de 30%.....	114
Tableau 31 Impact baissier du marché de 50%.....	115

Bibliographie

- [1] Observatoire de la responsabilité sociétale des entreprises et *pwc*. « Guide de la Finance durable » (2022)
- [2] Institut des Actuaire français. « Guide réglementaire durabilité » (2022)
- [3] Paul Justice et Jon Hale. «Morningstar Sustainability Rating» (2016)
- [4] The High-Level Expert Group on Sustainable Finance, European Commission. «Financing a Sustainable European Economy» (2018)
- [5] Armin Varmaz. «Portfolio optimization for sustainable investments» (2022)
- [6] Sebastian Utz, Maximilian Wimmer, Markus Hirschberger et Ralph E. Steuer . «Tri-criterion inverse portfolio optimization with application to socially responsible mutual funds» (European Journal of Operational Research, 2013)
- [7] Stephan M. Gasser, Margarethe Rammerstorfer et Karl Weinmayer « DEA Portfolio Modeling, The Case of Socially Responsible Investing» (2018)
- [8] PORTAIT Patrice, PONCET et Roland. La théorie moderne du portefeuille : théorie et applications. 2009
- [9] Global Sustainable Investment Alliance. Global sustainable investment review 2020. 2020
- [10] Sustainalytics. The esg risk rating: Frequently asked questions- for companies. (August), 2020
- [11] L. Renneboog, J. Ter Horst, and C. Zhang. Socially responsible investments: Institutional aspects, performance, and investor behavior. Journal of Banking and Finance, 2008
- [12] H. Naffa and M. Fain. A factor approach to the performance of ESG leaders and laggards. Finance Research Letters, 2021

[13] Mozaffar Khan, George Serafeim, and Aaron Yoon. Corporate sustainability : First evidence on materiality. The accounting review, 2016

[14] Commission Européenne. Responsible investing : The esg-efficient frontier. 2018

[15] Tristan Sydor. La value at risk. 2007

[16] J. ABADIE, G. GUERRERO. Méthode du GRG, méthode de Newton globale et application à la programmation mathématique. 1984