

Mémoire présenté le : 05/07/2022

**pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA
et l'admission à l'Institut des Actuaires**

Par : BLANC Charles
Titre Modèle Interne Partiel de RC Médicale : Calcul d'un $SCR_{\text{subséquent}}$ dans le
cadre du risque de primes
Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

*Membre présents du jury de l'Institut
des Actuaires*

Pierre CORREGÉ

signature

Entreprise :

Nom : RELYENS

Signature :

Membres présents du jury de l'ISFA
Diana DOROBANTU

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : PASCAL Christophe

Signature :

Invité :

Nom :

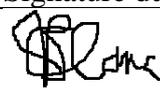
Signature :

**Autorisation de publication et de mise
en ligne sur un site de diffusion de
documents actuariels (après expiration
de l'éventuel délai de confidentialité)**

Signature du responsable entreprise



Signature du candidat



Mémoire d'actuariat :
« Modèle interne partiel de RC médicale :
Calcul d'un $SCR_{subséquent}$ dans le cadre
du risque de primes »

Auteur :
Charles BLANC

Tuteur Pédagogique :
Anne EYRAUD-LOISEL
Tuteur Entreprise :
Christophe PASCAL

Année universitaire 2020 - 2021

Remerciements

Je tiens à remercier l'ensemble de l'équipe du Risk Management pour leur accueil et mon intégration au sein de l'équipe. Ils ont tous toujours été à l'écoute, disponibles pour m'aider, et ce sont tous réellement des personnes que j'apprécie beaucoup.

En particulier, j'aimerais remercier les deux personnes qui m'ont le plus accompagné pendant la réalisation ce mémoire :

- Christophe PASCAL, mon tuteur en entreprise, qui m'a formé, accompagné tout au long de l'alternance sur des missions variées, et qui continue de me former au quotidien sur les nouvelles missions qui me sont confiées
- Jérôme VUARIER, manager de l'équipe, qui, bien que supporter de l'OM, m'a accompagné et aidé également sur mes différentes missions et a suivi également l'évolution des travaux réalisés.

Une mention spéciale pour les autres membres de l'équipe RM :

- Carolina, qui est la première personne avec qui j'ai travaillé en tant que stagiaire et grâce à qui j'ai pu rapidement me sentir intégré
- Simon, qui a également participé à mon intégration avec les sorties qu'on a faites cette année
- Florian, avec qui on a des passions communes

Je tiens également à remercier sincèrement Mme. Anne EYRAUD-LOISEL, pour son écoute, ses conseils, et sa disponibilité.

Je tenais également à remercier sincèrement ma famille et mes amis pour leur présence et leur soutien au quotidien.

Résumé

Mots Clés : SCR, Solvabilité II, subséquent, responsabilité civile médicale, risque de primes, modèle interne partiel

La directive Solvabilité II impose aux compagnies d'assurances d'évaluer et de quantifier les risques auxquels elles sont confrontées, notamment à l'aide du calcul d'un *Solvency Capital Ratio* (SCR), compartimenté en différents sous-risques/SCR à agréger. Le calcul des SCR est effectué à l'aide d'une formule standard, mais peut-être dérogé par une modélisation spécifique, comme le modèle interne par exemple.

A ce sujet, Sham utilise un modèle interne partiel pour calculer son risque de primes, mais utilise des ajustements pour certaines parties du risque. L'objet du mémoire est de tester la cohérence de cet ajustement sur une partie spécifique à la responsabilité civile médicale : la subséquent.

Celle-ci correspond, dans le cadre de garanties d'un contrat d'assurance couvrant des risques de responsabilité civile médicale, à une garantie permettant à l'assuré d'être indemnisé plusieurs années après la résiliation de son contrat pour un sinistre survenu en cours d'exécution de ce dernier, que la résiliation soit commerciale ou due à une cessation partielle ou totale d'activité. Ses caractéristiques particulières, et notamment le fait qu'elle porte sur des contrats résiliés, font que Sham ne disposait pas d'un historique suffisamment robuste pour évaluer la volatilité de cette subséquent et a décidé de se baser sur un ajustement lors du dépôt initial du modèle interne partiel. L'objet ici est de questionner cet ajustement et de tenter d'évaluer un $SCR_{\text{subséquent}}$, basé sur un échantillon plus large, en choisissant une méthodologie comparable à celle du reste du SCR_{primes} .

Abstract

Keywords : *SCR, Solvency II, subsequent, medical liability, premium risk, partial internal model*

The Solvency II Directive requires insurance companies to assess and quantify the risks they face, in particular through the calculation of a Solvency Capital Ratio (SCR), divided into different sub-risks/SCRs to be aggregated. The calculation of SCRs is carried out using a standard formula, but can be overridden by specific modelling, such as the internal model for example.

In this respect, Sham uses a partial internal model to calculate its premium risk, but uses adjustments for certain parts of the risk. The purpose of this paper is to test the consistency of this adjustment on a part specific to medical liability : the subsequent.

This corresponds, in the context of the guarantees of an insurance contract covering medical civil liability risks, to a guarantee allowing the insured to be compensated several years after the cancellation of his contract for a claim which occurred during the execution of the latter, whether the cancellation was commercial or due to a partial or total cessation of activity.

Due to its particular characteristics, and in particular the fact that it concerns terminated contracts, Sham did not have a sufficiently robust history to assess the volatility of this subsequent and decided to rely on an adjustment when the partial internal model was initially filed. The purpose here is to question this adjustment and to try to evaluate a $SCR_{subsequent}$, based on a larger sample, by choosing a methodology comparable to that of the rest of the $SCR_{premium}$.

Table des matières

1	Contextualisation du sujet	8
1.1	La Responsabilité Civile Médicale	8
1.1.1	Sham, entreprise spécialisée dans la Responsabilité Civile Médicale	8
1.1.2	Généralités liées à la Responsabilité Civile Médicale	8
1.1.3	Risques couverts par Sham en Responsabilité Civile Médicale	10
1.2	Présentation de la garantie subséquente	11
1.2.1	Historique de la garantie subséquente	11
1.2.1.1	Le cadre juridique	11
1.2.1.2	Historique de la subséquente à Sham	11
1.2.2	Particularités de la subséquente limitée	12
1.2.2.1	Délais de garantie	12
1.2.2.2	Passé connu et passé inconnu	13
1.2.3	Évaluation de la subséquente à Sham	13
1.2.3.1	Provisions techniques et Best Estimate	13
1.2.3.2	Le BE de subséquente	14
1.2.3.3	Application de la réassurance	17
1.3	Le Modèle Interne Partiel (MIP) en Responsabilité Civile Médicale	19
1.3.1	La directive Solvabilité II	19
1.3.1.1	Présentation du cadre	19
1.3.1.2	Les différentes méthodes de calcul de SCR	20
1.3.2	Le MIP de Sham	21
1.3.2.1	Approche modulaire	21
1.3.2.2	Périmètre et objectifs du MIP	21
1.3.3	Le calcul du risque de primes (dans le MIP)	22
1.3.3.1	Formule et méthode de calcul du SCR primes	22
1.3.3.2	La segmentation des contrats	24
1.3.3.3	Evaluation de la subséquente dans le risque de primes	26
2	Modélisation du SCR de subséquente dans le modèle interne	30
2.1	Données utilisées	31
2.2	Présentation générale	32
2.2.1	Hypothèses et notations	32
2.2.2	Modèle général	32
2.2.3	Modèle d'évaluation des coûts	34
2.2.3.1	Comparabilité des subséquents et des sinistres hors subséquents	34
2.2.3.2	Modélisation du coût moyen	35
2.2.4	Modèle d'évaluation des fréquences	36
2.3	Etude et choix des paramètres du modèle	39
2.3.1	Taux de résiliation moyen h	39
2.3.2	Variable d'intérêt par segment	40

2.3.3	Historique des sinistres subséquents : retraitement, remarques, regroupements	42
2.3.4	Cadence de déclaration	47
2.3.5	Modèles linéaires généralisés	54
2.3.5.1	Généralités	54
2.3.5.2	Modèle initial et estimateur de β	54
2.3.5.3	Qualité d'ajustement du modèle	56
2.3.6	Ajustements : applications des conditions de réassurance	57
2.3.7	Résultats du modèle	59
2.3.7.1	Analyse globale	59
2.3.7.2	Volatilité des résultats	60
2.3.7.3	Comparaison des prédictions à la réalité	62
2.3.7.4	Comparaison du BE du modèle avec le BE du DA	64
3	Stress-tests et limites du modèle	67
3.1	Fiabilisation des résultats	67
3.1.1	Simulations de Monte-Carlo : théorie	67
3.1.2	Simulations de Monte-Carlo : application	68
3.2	Regroupement de fréquences	70
3.2.1	Observation et regroupement effectué	70
3.3	Modifications de paramètres supplémentaires	73
3.3.1	Taux de résiliation	73
3.3.2	Test de surdispersion des données	73

Introduction

La réglementation Solvabilité II entrée en vigueur en 2016 a pour objectif d'assurer la solvabilité et la continuité d'activité des entreprises exerçant une activité d'assurance, ou de réassurance. Dans ce cadre, ces entreprises sont tenues de détenir un montant de fonds propres minimum qui tient compte à la fois de la taille de l'entreprise mais aussi de son activité et des risques auxquels elle fait face. Pour les évaluer, l'assureur peut utiliser une formule standard qui consiste en une approche normative des risques, mais qui ne permet pas de tenir compte des spécificités de l'entité, ou d'utiliser d'autres méthodologies pour en tenir compte : le modèle interne (partiel ou total), et les Undertaking Specific Parameters (USP).

Ce mémoire a été réalisé dans le cadre de ma formation à l'ISFA (Institut des Sciences Financières et d'Assurances), au sein de l'équipe Risk Management de SHAM, acteur principal en **Responsabilité Civile Médicale** (RCM). Il s'agit d'une garantie obligatoire concernant toute entité, praticien, agent, effectuant une activité en lien avec la santé. Cette garantie couvre les établissements et praticiens contre les conséquences financières de la responsabilité encourue à l'égard des tiers et représente 80% du chiffre d'affaires de Sham. Enfin, une des spécificités de la RCM est que la garantie peut courir sous certaines conditions pendant plusieurs années après la fin du contrat avec le client : c'est **la subséquent**.

Du fait des spécificités du risque RCM et de la possibilité dans Solvabilité II de réaliser une modélisation spécifique, Sham a développé un modèle interne partiel pour le risque de souscription non-vie, ce qui a permis à l'entreprise de tenir compte davantage de ses spécificités. L'étude sur laquelle porte ce mémoire est sur le risque de souscription non-vie, et plus précisément sur le risque de primes.

L'objectif principal de l'étude est de travailler sur l'amélioration continue du modèle interne partiel, en challengeant certaines hypothèses (en l'espèce, la manière dont la garantie subséquent est comptabilisée).

La problématique est la suivante : comment évaluer la garantie subséquent dans le risque de primes ?

Dans un premier temps, le sujet sera contextualisé. Autrement dit, la RCM, la subséquent, le modèle interne, la modélisation actuelle du Best Estimate (BE) de subséquent, la frontière des contrats associée à la garantie subséquent, et l'intégration actuelle de la subséquent dans le risque de primes seront définis.

Dans un second temps, un modèle d'évaluation de la subséquent tenant compte de ses caractéristiques sera mis en place. Celui-ci sera construit de manière à être cohérent avec l'évaluation de la sinistralité de RCM « classique », modélisée dans le cadre du risque de primes. Ce modèle sera comparé à la fois à la mesure du risque utilisée aujourd'hui pour intégrer les subséquents au risque de primes (taux d'ajustement), mais aussi aux données à notre disposition qui permettront de se faire une idée de la pertinence de ce qui a été modélisé.

Enfin, la stabilité du modèle et sa sensibilité à l'évolution des paramètres seront mesurées, ainsi que l'identification des principales limites du modèle.

Chapitre 1

Contextualisation du sujet

1.1 La Responsabilité Civile Médicale

1.1.1 Sham, entreprise spécialisée dans la Responsabilité Civile Médicale

La Société Hospitalière d'Assurance Mutuelle (Sham) a été fondée en 1927 par des directeurs d'hôpitaux. Elle est spécialisée dans la gestion des risques des différents acteurs du soin. Elle couvre notamment :

- les établissements publics de santé (centres hospitaliers universitaires, centres hospitaliers régionaux,...)
- les établissements privés (cliniques privées, établissements de santé privés à but non-lucratif [ESPIC])
- les praticiens, avec une prépondérance d'assurés exerçant en plateaux techniques lourds (PTL : chirurgien, obstétricien, cardiologue...). Les praticiens sont assurés quel que soit leur statut (salarié, médecin libéral), et leur lieu d'activité (en cabinet, au sein d'une clinique, d'un CHU...).
- les filières et coopérations du secteur de la santé et du médico-social (groupements de coopération sanitaire,...)

L'offre de Sham à ses sociétaires ne se limite pas à de la responsabilité civile médicale mais cela reste son activité principale. En effet, bien que l'activité de Sham soit située sur différentes branches (RC, dommages aux biens, auto, assurance de personnes, construction), 80% du chiffre d'affaires annuel de Sham provient de la branche responsabilité civile et plus précisément de la responsabilité civile médicale.

Aujourd'hui, Sham est implanté dans 4 pays européens (France, Espagne, Italie, Allemagne) et est devenu une référence en Responsabilité Civile Médicale (RCM). En effet, Sham est leader sur cette branche à la fois en France, en Espagne et en Italie du nord. Enfin, Sham a été renommé Relyens afin d'affirmer son identité Européenne (l'association de « Rely on » et « Ensemble » a donné Relyens). Bien que Sham couvre les établissements et professionnels de santé sur divers risques en Europe, on s'intéressera dans l'étude uniquement au segment de la RCM en France.

1.1.2 Généralités liées à la Responsabilité Civile Médicale

La Responsabilité Civile Médicale est une garantie obligatoire depuis la loi du 4 mars 2002 relative aux droits des malades et à la qualité du système de soins (article L1142-2 du code

de la santé public). Cette garantie permet de couvrir toute personne physique ou morale ayant une activité en lien avec la santé, comme par exemple :

- les établissements publics comme privés
- les professionnels/praticiens exerçant à titre libéral
- les producteurs, les fournisseurs, les exploitants de produits de santé.

L'objectif de la garantie de RCM est de protéger l'établissement ou le professionnel de santé contre les conséquences monétaires de sa responsabilité encourue à l'égard de tiers lors de l'exercice de son activité. Cette garantie couvre les dommages résultant de l'atteinte à la personne, c'est à dire les dommages corporels qui arrivent dans le cadre des activités de soin, de diagnostic ou encore de prévention. Il convient alors de se demander quand la garantie peut être déclenchée, et donc s'intéresser à la relation liant patient et établissement ou médecin. D'après l'arrêt Mercier du 20 mai 1936, la relation médecin-patient est contractuelle. En effet, d'après cet arrêt : « *il se forme entre le médecin et son client un véritable contrat comportant, pour le praticien, l'engagement, sinon, bien évidemment, de guérir le malade, [...] du moins de lui donner des soins, non pas quelconques, [...] mais consciencieux, attentifs et, réserve faite de circonstances exceptionnelles, conformes aux données acquises de la science* »¹. Le médecin a alors une obligation de moyen et non de résultat. Dans le cas général, la responsabilité du praticien ou de l'établissement est retenue en cas de faute. On distingue cependant deux types de responsabilité que peut rechercher un patient (ou bien ses ayants-droits s'il est décédé) :

- **La responsabilité pénale**, dans le but de punir le comportement fautif à l'origine du dommage et d'obtenir des sanctions (peine d'emprisonnement, amende). Dans ce cas-là, la victime porte plainte auprès des services de police.
- **La responsabilité civile** de la personne « civilement responsable » (qu'il s'agisse d'une personne physique ou d'une personne morale). Dans ce cas-là, la victime va user des voies de recours disponibles : il peut s'agir d'un remboursement à l'amiable, de la saisine d'une CCI (Commission de Conciliation et d'Indemnisation) ou encore saisine des tribunaux administratifs ou judiciaires si aucun accord n'est trouvé entre les différents partis)

Contrairement à la responsabilité pénale qui atteint chacune des personnes fautives directement (chacun doit répondre des conséquences des dommages qu'il cause), la responsabilité civile n'atteint que la personne « civilement responsable » de la personne fautive. En cas de fait dommageable, la personne (physique/morale) responsable civilement du dommage dépendra du type d'établissement/statut du professionnel de santé :

- S'agissant des **établissements publics de santé**, comme par exemple les centres hospitaliers universitaires ou régionaux, les agents publics et salariés ne sont pas responsables civilement des dommages qu'ils causent, sauf en cas de faute personnelle. La faute est dite personnelle si elle révèle « un manquement volontaire et inexcusable à des obligations d'ordre professionnel ou déontologique ». Voici quelques exemples de faute personnelle : un médecin fuyant un hôpital en feu laissant une patiente anesthésiée sur une table d'opération, ou encore un chef de service gardant son silence concernant une erreur d'injection d'un autre médecin ayant provoqué un choc septique. Hormis les cas de faute personnelle, l'agent qui commet une erreur dans le cadre de ses fonctions engage la responsabilité civile de l'établissement.
- Concernant les **établissements de santé privés**, on distingue deux cas :
 - **les praticiens salariés de l'établissement** n'encourent leur responsabilité individuelle que s'ils commettent un abus de fonction, c'est à dire un acte commis hors de leurs attributions/fonctions et sans autorisation de l'employeur. Dans le cas où le sinistre serait causé par un acte légitime effectué par le praticien dans le cadre

1. [3] : Arrêt Mercier du 20 mai 1936

de ses fonctions, ce n'est pas sa responsabilité civile qui est engagée mais celle de l'employeur, au titre de la responsabilité des commettants du fait de leur préposé. Cette dernière est fondée sur l'existence d'un lien de subordination entre le praticien salarié et l'établissement employeur.

- **les praticiens libéraux** engagent leur responsabilité civile, l'établissement n'étant civilement responsable que de l'organisation des soins.

Aussi, le contrat de responsabilité civile médicale est un contrat en base réclamation, ce qui signifie que les sinistres sont rattachés à l'année de réclamation du sinistre et non à l'année de survenance. La RCM possède également d'autres caractéristiques :

- Le déroulement des sinistres est long en RCM : il faut la plupart du temps attendre un jugement ou plusieurs
- les sinistres peuvent être très coûteux
- il y a un important potentiel de sinistres sériels

Ces trois points peuvent être illustrés par l'exemple des surirradiés d'Epinal : suite à un mauvais réglage d'une machine de radiothérapie en 2005, de nombreux patients atteints de cancer traités par cette machine sont décédés ou ont eu de graves séquelles. Les sinistres liés à cet événement ont coûté à Sham plusieurs dizaines de millions d'euros en brut à l'heure actuelle et ne sont pas tous clos. Ceci montre bien qu'en RCM les sinistres durent dans le temps, peuvent coûter cher et être provoqués par une cause commune.

1.1.3 Risques couverts par Sham en Responsabilité Civile Médicale

Le contrat de RCM a pour but de couvrir l'ensemble des dommages corporels, matériels, immatériels que l'assuré peut causer à des tiers. Il peut intégrer différents risques. En France, les risques principaux couverts sont :

- La responsabilité civile hospitalière
- La responsabilité civile des cliniques/établissements privés
- La responsabilité civile des praticiens/professionnels
- La responsabilité civile psychiatrique
- La responsabilité civile des établissements hospitaliers pour personnes âgées
- La responsabilité civile des dirigeants

1.2 Présentation de la garantie subséquente

La présentation précédente a permis d'introduire les contrats indemnisant les sinistres au titre des garanties de RCM pendant la période de couverture « classique » de validité d'un contrat. Ces mêmes contrats sont associés à une garantie subséquente, qui va être définie et explicitée davantage ici.

1.2.1 Historique de la garantie subséquente

1.2.1.1 Le cadre juridique

La loi About est venue modifier le fonctionnement de la responsabilité civile médicale, en introduisant deux éléments :

- **la base déclaration** pour les sinistres de RCM.

En effet, avant 2002, il n'y avait pas de spécificité légale qui obligeait les assureurs à définir un type de déclencheur de garanties spécifiques. C'est grâce à la loi About du 30 décembre 2002 que la « première déclaration » est définie comme déclencheur obligatoire des couvertures dans le domaine de la RCM.

- **La garantie subséquente.**

Elle est définie à l'article L251.2 du code des assurances, de la manière suivante : « *Le contrat d'assurance garantit également les sinistres dont la première réclamation est formulée pendant un délai fixé par le contrat, à partir de la date d'expiration ou de résiliation de tout ou partie des garanties, dès lors que le fait dommageable est survenu pendant la période de validité du contrat et dans le cadre des activités garanties à la date de résiliation ou d'expiration des garanties, quelle que soit la date des autres éléments constitutifs du sinistre. Ce délai ne peut être inférieur à cinq ans.* »

Autrement dit, un sinistre survenu au cours du contrat d'assurance peut être déclaré après résiliation du contrat ou d'une partie des garanties et devra être indemnisé par l'assureur, bien qu'aucun contrat ne le lie encore à l'assuré. Il y a ici un lien notable entre la base déclaration et la mise en place de la loi concernant l'obligation de garantie subséquente. En effet, si l'on prend l'exemple d'un cardiologue qui part en retraite et qui aurait mal opéré un patient qui présente des séquelles de l'opération deux ans après le départ en retraite de ce dernier, il y a une double nécessité :

- le préjudice subi par le patient doit être réparé
- le praticien doit être couvert pour la faute commise dans le cadre de ses fonctions

D'où la mise en place de la garantie subséquente.

1.2.1.2 Historique de la subséquente à Sham

Pour comprendre les différentes phases de gestion de la subséquente à Sham, il est nécessaire de définir trois notions :

- une assurance en **base survenance** couvre les dommages corporels ou matériels survenus au cours de la période d'assurance, sans tenir compte de la date à laquelle la réclamation est formulée.
- une assurance en **base déclaration** couvre uniquement les réclamations présentées au cours de la période d'assurance. Une réclamation présentée après l'expiration du contrat d'assurance ne sera pas prise au compte, sauf s'il y a une **garantie subséquente** liée au contrat.
- le fait générateur est un événement qui est à l'origine du dommage/sinistre. Un lien de causalité doit être établi entre le sinistre et ce fait générateur pour engager la responsabilité civile.

	Phase I (<1996)	Phase II (1996 - 2002)	Phase III (2003 - ...)
Déclencheur Sham	Fait Générateur	1 ^{ère} Déclaration	1 ^{ère} Déclaration
Déclencheur légal	-	-	1 ^{ère} Déclaration
Subséquente Sham	« Illimitée »	Absente	5 ou 10 ans minimum
Subséquente légale	-	-	5 ou 10 ans minimum

FIGURE 1.1 – Gestion de la subséquente dans le temps à Sham

Le schéma ci-dessus décrit le fonctionnement de la subséquente à Sham, en trois phases, que nous allons expliciter :

- Phase 1 : avant 1996, aucune disposition légale n'imposait l'utilisation d'un déclencheur de sinistre particulier de la part des assureurs. Sham fonctionnait à cette époque en base survenance et pas en base déclaration, comme la plupart des acteurs du marché. De ce fait, toute réclamation portant sur des sinistres survenus avant 1996 doit être prise en compte . Cette garantie est appelée la **subséquente illimitée**.
- Phase 2 : La période entre 1996 et 2002 est de nature hybride. En 1996, Sham change son déclencheur de polices de RCM en introduisant la première réclamation, bien qu'il n'y ait pas d'obligation légale. En théorie, cette période ne garantit pas de couverture pour les contrats résiliés, comme ils sont résiliés avant la loi About. Cependant, ces contrats résiliés entre 1996 et 2002 seront traités comme des contrats étant sous l'effet de la loi About.
- Phase 3 : à partir de 2002 suite à la loi About, il y a une garantie subséquente d'une durée minimale légale de 5 à 10 ans à compter de la résiliation du contrat. Cette durée est limitée dans le temps, d'où le nom de **subséquente limitée**.

En pratique, pour les sinistres de subséquente limitée seules les phases 2 et 3 seront considérées.

1.2.2 Particularités de la subséquente limitée

1.2.2.1 Délais de garantie

Comme vu dans le tableau précédent, la garantie subséquente en RCM suite à la loi About a une durée minimale de 5 à 10 ans, selon le type d'établissement/professionnel concerné. On distingue donc :

- la garantie subséquente avec **délai de 10 ans pour les praticiens exerçant à titre libéral**. Pour ces derniers, le paragraphe 5 de l'article L251-2 du code des assurances dit que : « *Le dernier contrat conclu, avant sa cessation d'activité professionnelle ou son décès, par un professionnel de santé mentionné à la quatrième partie du code de la santé publique exerçant à titre libéral, garantit également les sinistres pour lesquels la première réclamation est formulée pendant un délai fixé par le contrat, à partir de la date de résiliation ou d'expiration de tout ou partie des garanties, dès lors que le fait dommageable est survenu pendant la période de validité du contrat ou antérieurement à cette période dans le cadre des activités de l'assuré garanties à la date de résiliation ou d'expiration des garanties, quelle que soit la date des autres éléments constitutifs du sinistre. Ce délai ne peut être inférieur à dix ans. Cette garantie ne couvre pas les sinistres dont la première réclamation est postérieure à une éventuelle reprise d'activité. Le contrat ne peut prévoir pour cette garantie un plafond inférieur à celui de l'année*

précédant la fin du contrat. ». En résumé, le délai minimal légal est de 10 ans si les conditions suivantes sont réunies : l'assuré est un **professionnel de santé exerçant à titre libéral**, il s'agit du **dernier contrat conclu** par le praticien (pas en date mais dans l'absolu), le praticien **cesse son activité ou décède**. La garantie subséquente **s'arrête si le praticien reprend son activité**. C'est un cas bien particulier et limité qui expose le dernier assureur en date à potentiellement devoir indemniser tout sinistre relatif à une quelconque réclamation lui parvenant dans les 10 ans après l'arrêt du contrat, sans perception de cotisation supplémentaire.

- la garantie subséquente avec **délai de 5 ans** pour l'ensemble des contrats de RCM n'entrant pas dans le premier cas. (donc, en guise d'exemples, les établissements sanitaires privés, les établissements publics comme les CHU, les CH...)

1.2.2.2 Passé connu et passé inconnu

En cas de changement d'assureur, en base réclamation, le dernier assureur en date ne couvre pas forcément tous les sinistres liés aux réclamations qu'il reçoit. En effet, l'assureur base réclamation « *ne peut se prévaloir de l'exclusion du passé connu que s'il apporte la preuve que l'assuré avait connaissance, avant la prise d'effet du contrat, de faits de nature à supprimer ce caractère aléatoire de réclamation de la victime ou de ses ayants droit.* »²

La situation d'un sinistre correspondant au passé connu de l'assuré peut être illustrée avec le schéma suivant :

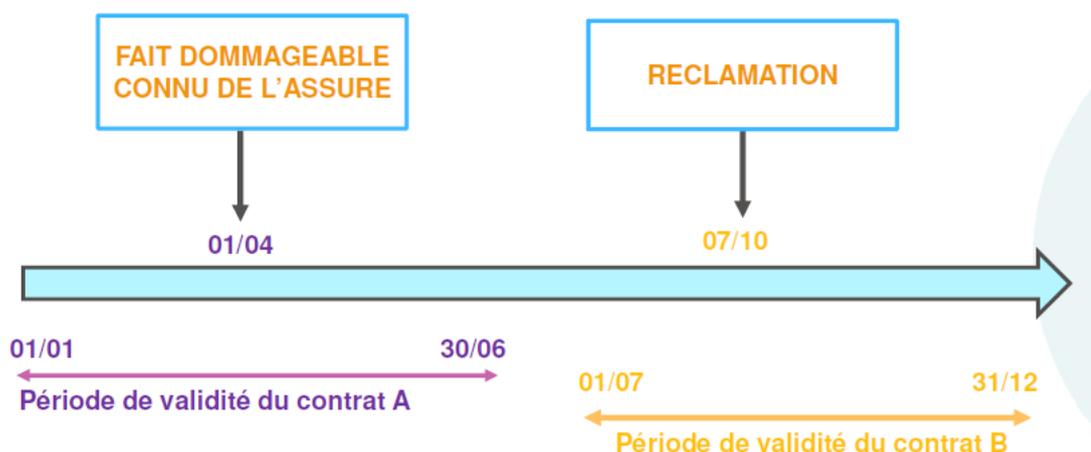


FIGURE 1.2 – Illustration : sinistre en passé connu

Deux cas sont à prendre en compte :

- Si le sinistre est connu de l'assuré à date de résiliation du contrat A, comme présenté dans le schéma, le contrat d'assurance étant caractérisé par le **caractère aléatoire du risque**, l'assureur B ne prendra pas en charge le sinistre. C'est alors **l'assureur A qui sera en charge du sinistre, au titre de sa garantie subséquente**.
- si le sinistre était **inconnu de l'assuré au moment de la résiliation**, la **garantie subséquente n'entre pas en jeu**, l'assureur B indemnise le sinistre.

1.2.3 Évaluation de la subséquente à Sham

1.2.3.1 Provisions techniques et Best Estimate

Afin d'expliquer l'évaluation de la subséquente, deux notions sont à définir au préalable : les provisions techniques et le Best Estimate. Le passif d'un assureur est en partie composé

2. mémoire Youcef Fatima : <http://ial.univ-lyon3.fr/wp-content/uploads/2018/12/YOUCF-F..pdf>

de **provisions techniques**, qui correspondent aux engagements pris par l'assureur envers les assurés. Ces provisions techniques seront évaluées différemment selon qu'elles correspondent à des passifs répliquables ou non. Un passif est dit :

- **répliquable** si les flux qu'il génère peuvent être répliqués au moyen d'instruments financiers. Dans ce cas-là, ce passif sera directement évalué à sa valeur sur le marché.
- **non répliquable** s'il n'existe pas de valeur de marché correspondante. Le passif non-répliquable sera alors évalué en sommant une provision **Best Estimate** et une Risk Margin.

Le **Best Estimate** (*BE*) est défini comme : « la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle attendue des flux de trésorerie futurs), estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinents. » (Solvabilité II - Article 77). Il correspond à la valeur la plus probable des engagements de l'assuré et de l'assureur.

Le « Best Estimate de primes » se définit comme les provisions à effectuer en lien avec des sinistres postérieurs à la date d'évaluation et relatifs à des contrats existants à cette date. L'appartenance des différents engagements futurs de l'assureur au Best Estimate de primes dépend de la notion de frontière des contrats. Cette frontière est définie à l'article 18 des actes délégués de Solvabilité II : « Les engagements relatifs à une couverture d'assurance ou de réassurance fournie par l'entreprise d'assurance ou de réassurance après l'une des dates suivantes ne font pas partie du contrat[...] :

- la date future à laquelle l'entreprise d'assurance ou de réassurance a un droit unilatéral de résilier le contrat ;
- la date future à laquelle l'entreprise d'assurance ou de réassurance a un droit unilatéral de rejeter les primes à recevoir au titre du contrat
- la date future à laquelle l'entreprise d'assurance ou de réassurance a un droit unilatéral de modifier les primes ou les prestations à payer au titre du contrat, de manière à ce que les primes reflètent pleinement les risques.

Appliquer cet article dans le cadre de la subséquente donne le périmètre suivant :

- s'agissant des contrats résiliés, l'entreprise ne peut se désister de ses engagements futurs basés sur la durée légale de la période subséquente. Alors les contrats résiliés appartiennent au périmètre de calcul.
- S'agissant des contrats en cours, la compagnie d'assurance touche les primes en début d'année pour couvrir l'année civile et peut résilier en fin d'année unilatéralement. De ce fait, on considèrera les contrats $N+1$ dans le BE dans la frontière des contrats et les engagements qui y seront associés en subséquente, en fonction de la résiliation au cours de cette année-là, ou non.

1.2.3.2 Le BE de subséquente

Il faut maintenant expliquer la manière dont les contrats sont comptabilisés dans le *BE* de subséquente, noté : $BE_{subs}^{31/12/N}$. Le $BE_{subs}^{31/12/N}$ correspond à l'estimation moyenne des coûts des déclarations futures de sinistres, ces déclarations étant issues de contrats :

- soit résiliés antérieurement au 31/12/N
- soit résiliés potentiellement en $N+1$. Les résiliations potentielles de l'année $N+1$ utilisées dans le calcul du $sBE_{subs}^{31/12/N}$ sont considérées comme survenant en fin d'année, soit au 31/12/ $N+1$.

Pour les exemples à venir, **le cadre considéré sera toujours une garantie de subséquente de période 5 ans, afin de simplifier schémas et explications. Tous les raisonnements**

pourront être menés de manière analogue sur les praticiens (subséquence : 10 ans).

Pour l'exemple suivant, la date d'évaluation considérée est le 31/12/2019. Le tableau ci-dessous présente un portefeuille d'établissements, résiliés ou non :

N = 2019
Date: 31/12/2019

Établissement	Exercice de compétence	Date résil	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	N+6
CHU Marseille	2017	01/06/2017	subséquence			pas de subséquence		
CHU Marseille	2016	01/06/2017						
CHU Marseille	2015	01/06/2017						
CHU Marseille	2014	01/06/2017						
CHU Marseille	2013	01/06/2017						
CHU Marseille	2012	01/06/2017						
CHU Marseille	2011	01/06/2017	pas de subséquence					
CHU Lille	2009	31/10/2010						
CHU Lille	2010	31/10/2010	pas de subséquence					
CHU Nice	2019	Non résilié au 31/12/19	pas de subs	subséquence				
CHU Nice	2020	Non résilié au 31/12/19						

résiliation simulée au
31/12/N+1

FIGURE 1.3 – Exemple fictif de résiliation prises en compte dans le BE

En considérant les trois établissements un par un, les observations suivantes peuvent être faites :

- Marseille : D'après le tableau, le CHU de Marseille a été présent en portefeuille de 2011 à 2017 puis résilié en 01/06/2017. Alors, par application du délai de garantie subséquence des CHU, l'établissement est couvert jusqu'à 5 ans après résiliation, soit jusqu'au 01/06/2022. Ainsi, si le CHU de Marseille déclare un sinistre survenu pendant la période de couverture du contrat (c'est-à-dire survenu entre 2011 et le 01/06/2017) entre le 31/12/2019 et le 01/06/2022, Sham sera tenu d'indemniser le sinistre au titre de la garantie subséquence. Enfin, de 2023 à 2025, la garantie subséquence n'est plus due, car les cinq années à compter de la résiliation sont révolues. Par conséquent, les déclarations futures de 2023, 2024 et 2025 relatives à des sinistres survenus pendant la période du contrat résilié au 01/06/17 n'entrent pas dans le $BE_{subs}^{31/12/N}$. Ainsi, le $BE_{subs}^{31/12/N}$ pour cet exemple évalue les montants moyens des sinistres déclarés par le CHU de Marseille entre le 01/01/2020 et 01/06/2022 pour tout exercice de compétence (somme des cases de la zone bleue).
- Lille : Le CHU de Lille a été résilié au 31/10/2010. La garantie subséquence couvre alors les déclarations liées aux sinistres survenus pendant la période de couverture du contrat et ce jusqu'au 31/10/2015 (5 ans après résiliation). Par conséquent, à la date où l'on se place, c'est à dire au 31/12/2019 (=31/12/N), le délai légal de subséquence est passé. Donc en $N + 1, \dots, N + 5$, aucun sinistre du CHU de Lille ne sera déclaré au titre de la subséquence. Cet établissement n'entre pas dans le périmètre du calcul du $BE_{subs}^{31/12/N}$.
- Enfin, les flux de subséquence liés aux éventuelles résiliations futures sont pris en compte également dans le $BE_{subs}^{31/12/N}$ de la manière suivante : des résiliations sont simulées au 31/12/N + 1, et ces nouvelles résiliations génèrent des déclarations de subséquents jusqu'au 31/12/N + 6, prises en compte dans le $BE_{subs}^{31/12/N}$. C'est le cas du CHU de Nice présenté ci-dessus. Ces flux associés aux éventuelles résiliations futures ne sont pris en compte dans le $BE_{subs}^{31/12/N}$ que si la résiliation a lieu dans l'année, du fait de la frontière des contrats vue précédemment.

Toujours en prenant pour exemple le cas des établissements ayant une garantie subséquence

de cinq ans, il est possible de formaliser les éléments précédents et déterminer sur quelles années les contrats présents dans le $BE_{subs}^{31/12/N}$ génèrent de la subséquente. Pour qu'un contrat soit présent dans ce $BE_{subs}^{31/12/N}$, la condition est que la garantie subséquente ne soit pas épuisée à la date du 31/12/N. Les différents cas sont présentés sur le schéma suivant :

Date: 31/12/N

Date de résiliation du client	Année R de résiliation	Fin de période subséquente	Dans le BE 31/12/N	Déclarations futures de subséquents les années
31/12/N-5	N-5	31/12/N	Non	/
31/12/N-4	N-4	31/12/N+1	Oui	N+1
31/12/N-3	N-3	31/12/N+2	Oui	N+1 ; N+2
31/12/N-2	N-2	31/12/N+3	Oui	N+1 ; N+2 ; N+3
31/12/N-1	N-1	31/12/N+4	Oui	N+1 ; N+2 ; N+3 ; N+4
31/12/N	N	31/12/N+5	Oui	N+1 ; N+2 ; N+3 ; N+4 ; N+5
31/12/N+1 (simulée*)	N+1 (simulée*)	31/12/N+6	Oui	N+2 ; N+3 ; N+4 ; N+5 ; N+6

FIGURE 1.4 – Cas général

Trois cas peuvent être distingués :

- Si la résiliation est survenue en $N - 5$ ou avant, le contrat associé n'est pas pris en compte dans le BE car la garantie est expirée au 31/12/N.
- Si la résiliation est survenue en $N - 4$ ou après, alors des déclarations futures pourront avoir lieu au titre de la subséquente. De ce fait, ces résiliations passées entrent en jeu dans le $BE_{subs}^{31/12/N}$.
- Si la résiliation est simulée au 31/12/N + 1, il y aura également des déclarations futures de subséquent entre les années $N + 2$ et $N + 6$ (comme vu précédemment avec le cas de Nice).

En joignant ces cas, il vient qu'à la date du 31/12/N, un contrat résilié l'année R ($R > N - 5$) génèrera de la subséquente future, sur les années $[max(N + 1, R + 1), R + 5]$.

Détaillons un peu plus le calcul effectué aujourd'hui à Sham pour déterminer la valeur du $BE_{subs}^{31/12/N}$. Ce calcul permet de déterminer le montant de la garantie subséquente par contrat, à la fois pour les contrats réellement résiliés au 31/12/N mais aussi pour les résiliations futures de l'année $N + 1$. Ce calcul permettant d'établir le BE de subséquente future est effectué en quatre étapes, qui sont les suivantes :

- Etape A : un taux de résiliation à horizon 1 an des contrats en cours au 1er janvier N+1 est estimé
- Etape B : un ratio S/P à l'ultime unique est estimé. Il est basé sur la moyenne des S/P historiques ultimes déterminés par exercice de survenance. Pour ce faire, un triangle des coûts en base survenance est utilisé. Chaque case $C_{(i,j)}$ du triangle contient le coût total de l'exercice de survenance i , vu en j . Ces coûts sont projetés par la méthode de Chain-Ladder pour obtenir une charge ultime, qu'il faut rapporter au montant de primes encaissé lors de l'exercice de compétence i . De ces modèles peuvent être déduites des estimations de S/P par année de survenance et un scénario central pour le S/P unique, en calculant la moyenne.
- Etape C : Les cadences de réclamation des sinistres sont calculées. Pour ce faire, un modèle de Mack est appliqué au triangle des charges cumulées en base survenance. Ce triangle prend en compte uniquement les établissements continûment présents en portefeuille de l'année N-22 à l'année N. Une fois les hypothèses du modèle de Mack vérifiées, cela permet ensuite d'utiliser le Bootstrap pour rendre stochastiques ces cadences de déclaration.

- Etape D : le niveau de rétention du passé connu est estimé. Pour ce faire, un échantillon de sinistres survenus avant l'entrée des clients dans le portefeuille est utilisé en input. L'étude consiste ici à regarder pour quels clients Sham a indemnisé et pour quels clients Sham n'a pas indemnisé, afin de déterminer un coefficient de passé connu/inconnu. Ensuite, une loi normale est utilisée pour simuler ces coefficients.

Une fois ces étapes répétées, la moyenne des simulations correspond au $BE_{subs}^{31/12/N}$. On peut résumer le calcul du BE dans le schéma ci-dessous :

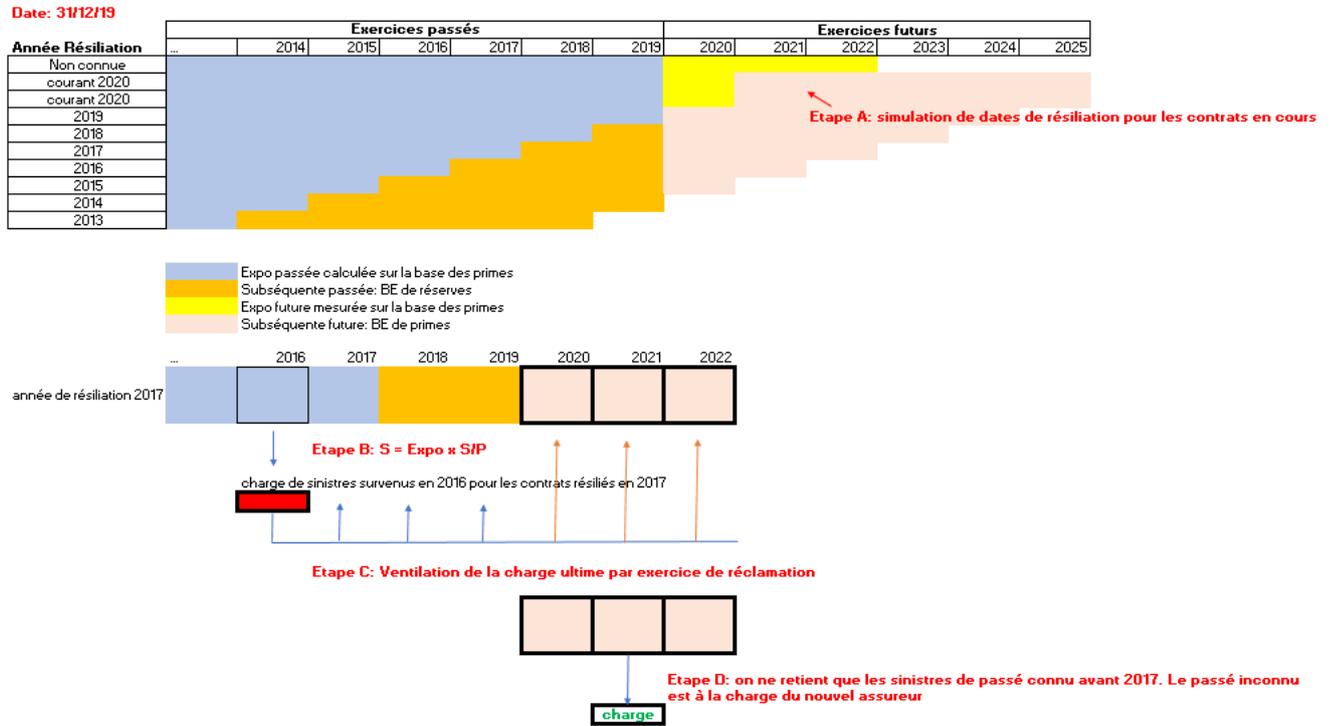


FIGURE 1.5 – Schéma général de l'estimation du BE

Sur l'exemple, après la simulation des dates de résiliations des contrats en cours au 31/12/19, les étapes B,C, et D sont appliquées aux contrats :

- déjà résiliés mais dont la période de garantie subséquente n'est pas terminée
- résiliés en $(N+1)$.

Au 31/12/2019, le $BE_{subs}^{31/12/2019}$ estimé par cette méthode est de plus de 30M. Ce montant pourra être comparé au montant simulé dans le modèle mis en place par la suite. Enfin, on peut noter l'évolution au cours du temps du $BE_{subs}^{31/12/2019}$. Au 31/12/19, il s'agit d'un BE de primes, c'est à dire la meilleure estimation pour couvrir les coûts de déclarations futures. Au 31/12/2020, le $BE_{subs}^{31/12/2019}$ a évolué en :

- un BE de réserves, c'est à dire une provision sur le stock de sinistres, pour ceux déclarés dans l'année 2020 et liés à des résiliations antérieures au 31/12/19
- des règlements associés aux subséquents déclarés en 2020
- un BE de primes pour les sinistres qui seront déclarés au sens strict après 2020.

1.2.3.3 Application de la réassurance

L'évaluation de la subséquente faite par le département actuariat (DA) tient également compte de la réassurance. Deux types de contrats de réassurance peuvent être définis :

- les contrats de réassurance proportionnelle : le réassureur indemnise un pourcentage des sinistres en échange d'un pourcentage équivalent de la prime perçue par l'assureur.

- les contrats de réassurance non proportionnelle : l'assureur évalue le montant maximal qu'il est prêt à payer soit par rapport à sa charge de sinistre, soit par rapport à sa perte globale. L'excédent que l'assureur n'est pas prêt à payer est confié au réassureur.

Sham est assurée par plusieurs contrats pour les risques de RCM :

- des **traités en quote-part**, pour lesquels le réassureur prend en charge $x\%$ des sinistres, en échange de $x\%$ des primes. Il s'agit de réassurance proportionnelle.
- des **traités en excédent de sinistres, ou traités XS** : pour ces traités, le réassureur intervient à partir d'un certain seuil de pertes pour la cédante, la priorité. Il ne rembourse pas au-delà d'un certain montant de sinistres, la portée. Il s'agit de contrats de réassurance non-proportionnelle.

A Sham, les traités en quote-part sont basés sur l'année de déclaration des sinistres tandis que les contrats XS sont basés sur l'année de résiliation du contrat. Du fait de la frontière des contrats, il faut alors déterminer sur les contrats résiliés si les des engagements courent sur une ou plusieurs années, pour l'application des bonnes conditions de réassurance. Enfin, le fait que le BE soit calculé sans modéliser de sinistres entraîne une difficulté de modélisation du XS, liée au fait que l'XS s'évalue normalement sinistre par sinistre. Par conséquent, le choix a été fait de calculer un taux moyen d'XS par année de résiliation, et de minorer ce taux d'XS pour les années futures afin de conserver une vision prudente.

1.3 Le Modèle Interne Partiel (MIP) en Responsabilité Civile Médicale

Dans un premier temps, les différents risques couverts par les contrats en RCM ont été détaillés. Après résiliation d'un contrat de RCM ou cessation définitive d'activité si l'assuré est un praticien, la garantie subséquente intervient. L'objectif de l'étude étant de déterminer un SCR de subséquente dans le cadre du modèle interne partiel, il est alors nécessaire de définir plus précisément ce modèle.

1.3.1 La directive Solvabilité II

1.3.1.1 Présentation du cadre

Adoptée par le parlement européen en 2009, la directive Solvabilité 2 vient pallier les manques de Solvabilité 1 et a plusieurs objectifs :

- Renforcer la solidité des assureurs et la sécurité des assurés
- Homogénéiser la mesure de fonds propres et le capital requis à leur niveau économique entre les différents pays
- Inciter les assureurs à contrôler et mesurer leurs risques au travers les fonctions de risk management, de contrôle interne

La directive est structurée autour de 3 piliers que nous pouvons résumer sur le schéma ci-dessous :

Pilier 1 Exigences quantitatives	Pilier 2 Evaluation Interne des risques de l'entreprise	Pilier 3 Information du public/du superviseur
<p>Définition des provisions techniques</p> <p>Définition de la marge de solvabilité(MCR et SCR)</p> <p>Choix des modalités de calcul des risques(formule standard, modèle interne)</p>	<p>Système de gouvernance</p> <p>Evaluation interne des risques: ORSA</p> <p>Fonctions clés</p> <p>Politiques écrites</p>	<p>Discipline de marché</p> <p>Transparence</p> <p>Réconciliation des reportings comptables / Prudentiels</p>

FIGURE 1.6 – Présentation des trois piliers de Solvabilité 2

Dans le cadre de l'étude consistant à calculer un SCR de subséquente limitée, nous nous limiterons au pilier 1 de la directive. Ce pilier définit les exigences quantitatives. Ces dernières sont fondées sur le principe de « fair value », c'est à dire une évaluation de l'actif et du passif dans une vision économique. Le bilan est alors construit de sorte à représenter à leur valeur réelle les actifs ainsi que les engagements portés par l'assureur. Dans ce but, les provisions techniques, définies précédemment, seront évaluées grâce à la meilleure estimation possible des flux de trésorerie qu'elles génèrent, le *BestEstimate*, auquel on va ajouter une *RiskMargin*, ou marge pour risque. Cette dernière est déterminée de sorte à ce que la valeur des provisions de la compagnie soit égale au montant nécessaire pour racheter le portefeuille et honorer les engagements qui y sont associés.

Aussi, le pilier 1 de la directive impose aux assureurs de calculer deux capitaux réglementaires distincts :

- le **MCR** (Minimum Capital Requirement) qui correspond à l'exigence de fonds propres minimale en dessous de laquelle la compagnie d'assurance subit un retrait d'agrément.
- le **SCR** (Solvency Capital Requirement), qui correspond à une exigence de fonds propres que l'assureur doit respecter. Il s'agit du niveau de fonds propres éligibles nécessaire pour limiter la probabilité de défaillance de l'entreprise à 0,5%. Autrement dit, le capital doit être suffisant pour que les prestations soient intégralement payées avec une probabilité de 99,5% à horizon 1 an.

Dans le cadre de l'étude, on se concentrera sur le calcul du SCR. Ce dernier est fondé sur l'exposition au risque, et tient compte de l'ensemble des risques supportés par la compagnie : le risque de souscription, le risque opérationnel, le risque de marché, le risque opérationnel, le risque de contrepartie, le risque lié aux actifs incorporels... C'est sur cet indicateur principalement qu'est basée la solvabilité des assureurs. Aussi, ce SCR est utilisé notamment dans le calcul du ratio de solvabilité, où l'on compare les fonds propres éligibles et le SCR pour évaluer la capacité de l'entreprise à faire face à ses engagements à horizon 1 an. Ce ratio doit être au moins supérieur à 100% pour remplir l'objectif fixé par Solvabilité II. A la clôture 2019, le ratio de solvabilité Sham était de 154%, dépassant alors les 100% requis. Ce ratio de solvabilité a été calculé à partir du modèle interne partiel utilisé par Sham.

1.3.1.2 Les différentes méthodes de calcul de SCR

Comme nous l'avons vu précédemment, le calcul du SCR représente des enjeux importants. De ce fait, la directive Solvabilité 2 met à disposition plusieurs méthodes pour calculer son SCR :

- la **Formule Standard (FS)** est une formule fermée/déterministe, qui a été calibrée à partir des données de l'ensemble du marché Européen, et qui donc ne permet pas de prendre pleinement en compte les spécificités propres à chaque assureur. De ce fait, les compagnies d'assurance peuvent évaluer les risques auxquels elles sont confrontées d'une autre manière (USP, MI, MIP).
- les **Undertaking Specific Parameters (USP)** : cela revient à calculer avec la formule standard mais à fixer au préalable certains paramètres déterministes de la formule en fonction des données historiques de l'entreprise pour adapter le calcul de SCR au profil de risque de l'entreprise.
- le **Modèle Interne Partiel (MIP)** : certaines compagnies d'assurance développent un modèle interne pour quelques risques seulement pour lesquels la formule standard n'est pas adaptée. Pour les autres risques, les SCR sont calculés grâce à la formule standard. Le MIP est un compromis entre le modèle interne et la formule standard, dans le sens où il permet de prendre en compte les spécificités de la compagnie face à certains risques tout en calculant les autres grâce à la formule standard. Aussi, là où le développement d'un modèle interne total est très long, le développement d'un MIP est plus court car seuls quelques risques sont modélisés. C'est ce dernier choix que Sham a fait.
- le **Modèle Interne Total** : il s'agit là de développer sa propre méthode de modélisation des différents risques, en fonction des données de l'entreprise. Calculer le SCR avec un modèle interne permet de s'affranchir de la formule standard et d'avoir un modèle en adéquation avec son profil de risque. Développer un modèle interne est coûteux, long, et ce dernier est soumis à l'approbation des autorités de contrôle.

Dans les trois derniers cas, l'assureur doit demander l'autorisation au régulateur (ACPR en France) afin de s'affranchir de l'utilisation la formule standard.

1.3.2 Le MIP de Sham

1.3.2.1 Approche modulaire

En formule standard, le SCR est calculé de façon modulaire, comme présenté sur le schéma suivant :

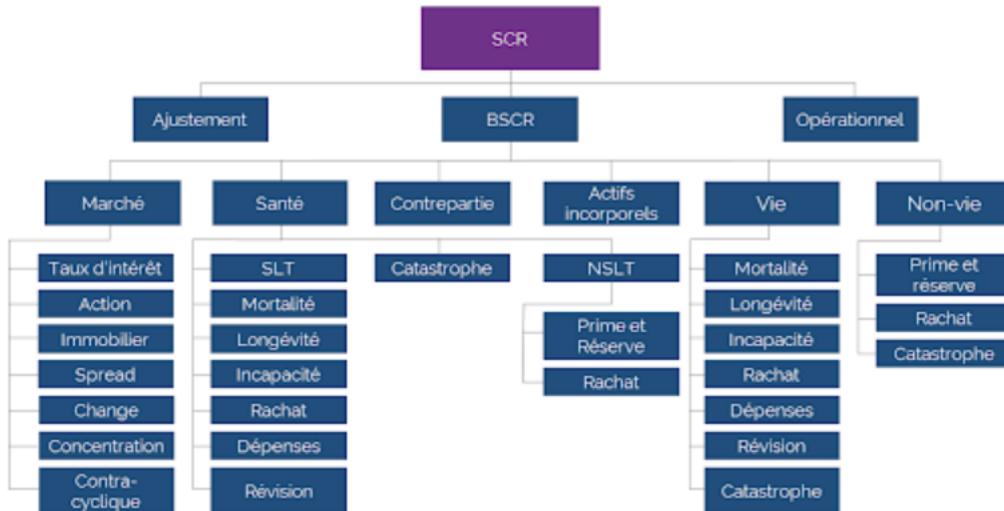


FIGURE 1.7 – Approche modulaire de calcul des SCR en formule standard

Sur ce schéma, le **BSCR** est issu de l'aggrégation des SCR des différents modules (marché, santé, contrepartie, non-vie, vie...) au moyen de matrices de corrélation. Pour calculer le SCR d'un sous-module, par exemple le $SCR_{marché}$, on procède de la même manière, c'est à dire qu'on doit calculer chaque sous-SCR, donc pour l'exemple le SCR_{taux} , SCR_{action} , SCR_{spread} , ..., et les agréger au moyen de matrices de corrélation fournies dans les actes délégués de Solvabilité II pour former le $SCR_{marché}$. Pour le calcul du **SCR**, on ajoute deux éléments au BSCR :

- le SCR opérationnel, noté SCR_{op} , qui correspond au capital requis pour couvrir le risque opérationnel, c'est à dire le risque de pertes issues de processus défaillants, de personnes, de systèmes, d'événements externes
- un ajustement lié à la capacité d'absorption des pertes par les provisions techniques et les impôts différés

Alors, le calcul du SCR est donné par la formule suivante :

$$SCR = BSCR + Ajustement + SCR_{op} \quad (1.1)$$

1.3.2.2 Périmètre et objectifs du MIP

Concernant l'approche modulaire de Sham, le schéma suivant présente les SCR calculés par Sham en formule standard et ceux calculés grâce au modèle interne partiel :

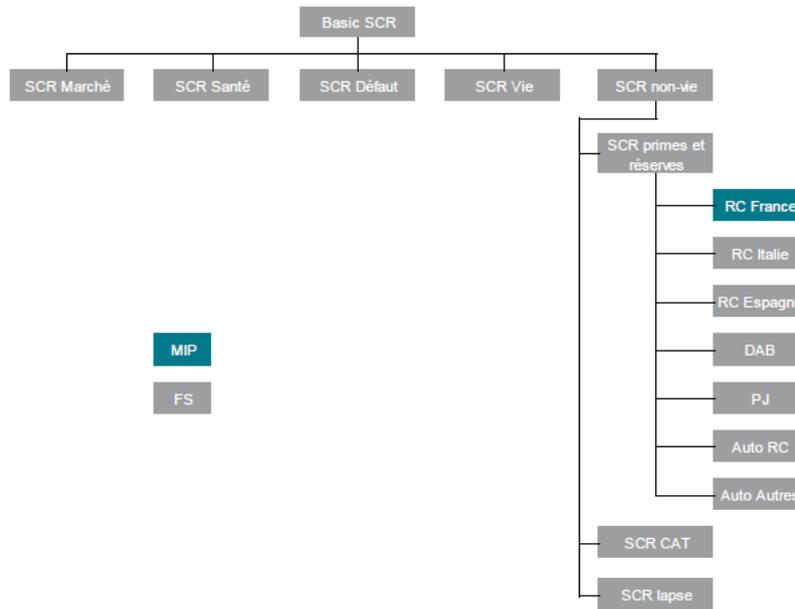


FIGURE 1.8 – Approche modulaire de calcul des SCR de SHAM

Le périmètre du modèle interne ne concerne que le **risque de souscription non-vie**. Ce dernier résulte des contrats d'assurances et a trait aux incertitudes relatives aux résultats des souscriptions de l'assureur. Dans le module du risque de souscription non-vie, le modèle interne n'est utilisé que pour les calculs du risque de primes et du risque de réserves et uniquement pour la branche de responsabilité civile en France. Le **risque de primes** correspond au risque lié aux déclarations futures :

- s'agissant des contrats souscrits dans le futur, c'est le risque que les coûts des futurs sinistres soient supérieurs aux primes perçues.
- s'agissant des contrats résiliés dans le futur ou dans le passé, c'est le risque de déclaration de subséquents futurs

Le **risque de réserves** est lui lié aux exercices passés : il s'agit du risque lié à la mauvaise estimation des sinistres passés. Ce modèle interne partiel a été mis en place pour ces deux risques pour la branche RC France. Il a été validé par l'ACPR en janvier 2016 et mis en pratique par la suite, suite à son approbation. Les raisons de la mise en place d'un tel modèle sont diverses :

- la volatilité du ratio de solvabilité pour les risques longs, moins adaptés à la formule standard, a été identifiée rapidement. Des études ont montré que cette volatilité du ratio de solvabilité portait sur des éléments de SCR directement liés à la responsabilité civile
- la formule standard n'est pas adaptée à Sham à cause des caractéristiques propres de la RC médicale : branche longue, risque très spécifique en raison de la nature des assurés, des garanties, et du contexte juridique.

1.3.3 Le calcul du risque de primes (dans le MIP)

1.3.3.1 Formule et méthode de calcul du SCR primes

Le modèle interne appréhende les risques liés aux contrats de RCM. Seule la modélisation du SCR_{primes} dans le modèle interne sera détaillée davantage, car les risques de sinistres subséquents correspondent à des risques de primes (les sinistres ne sont pas encore déclarés donc relatifs à des années futures). Comme évoqué précédemment, le risque de primes correspond au risque que les coûts des futurs sinistres soient supérieures aux primes perçues pour couvrir

ces sinistres. Ce risque de primes est calculé à la clôture de l'année en cours, c'est à dire au 31/12/N pour l'exercice de souscription (N+1), et en accord avec les principes de la directive : « Le capital de solvabilité requis correspond à la valeur en risque des fonds propres de base de l'entreprise d'assurance ou de réassurance, avec un niveau de confiance de 99,5 % à l'horizon d'un an ». (article R352-2 du code des assurances).

Pour le calcul du risque de primes, Sham a choisi d'utiliser un modèle *coût moyen* \times *fréquence*,

c'est à dire que la charge ultime de l'exercice (N+1) en vision Best Estimate est estimée à partir du **nombre de sinistres simulé pour l'exercice de souscription (N+1) multiplié par le coût moyen des sinistres**.

Le $SCR_{primes}^{31/12/N}$ est donné par la formule (simplifiée) suivante :

$$SCR_{primes}^{31/12/N} = VaR_{99,5\%}(CU_{nette}^{exN+1})(1 + \text{taux}_{ajustt}) + FG_{exN+1} - \text{cotisations}_{nettes}^{exN+1} - BE_{primes} \quad (1.2)$$

avec :

- FG_{N+1} : frais de gestion de l'exercice (N + 1)
- $VaR_{99,5\%}(CU_{nette}^{exN+1})$ correspond à la Value-at-Risk de la charge ultime (CU) de l'exercice de souscription (N + 1)
- $BE_{N+1} = E[CU_{nette}^{exN+1} + FG_{N+1} - \text{cotisations}_{nettes}^{N+1}]$. Le BE_{N+1} correspond au résultat moyen économique lié aux primes RC à recevoir en année de souscription (N+1).
- $BE_{primes} = BE_{N+1} + BE_{PPNA} + BE_{subsequente}$
- taux_{ajustt} : est un taux d'ajustement lié à la subséquente limitée et au BE PPNA

Aussi, la procédure de calcul du SCR primes au 31/12/N peut être résumée dans le schéma ci-dessous :

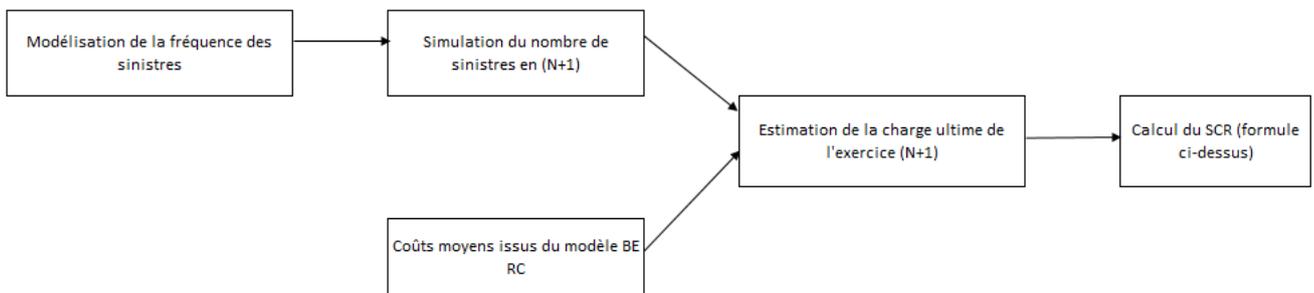


FIGURE 1.9 – Schéma de calcul du risque de primes dans le MIP

Dans l'étude de la sinistralité future, seuls seront comptabilisés les sinistres corporels, car bien que la RC matérielle représente un nombre de sinistres important, le coût des sinistres est très faible. Ainsi, la charge sinistre modélisée, bien qu'elle ne tienne compte que de la RC corporelle, correspondra à peu près à la charge sinistre totale RC de Sham. Pour appuyer ces faits et justifier le retraitement, voici la répartition en coût et en nombre des sinistres RC à Sham sur les quatre dernières années :

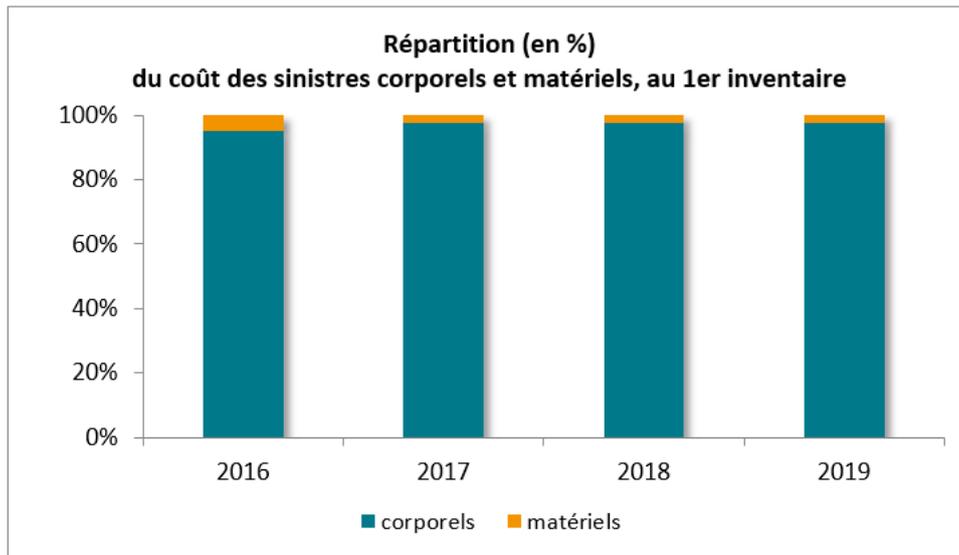


FIGURE 1.10 – Répartition du coût des sinistres en fin de premier inventaire

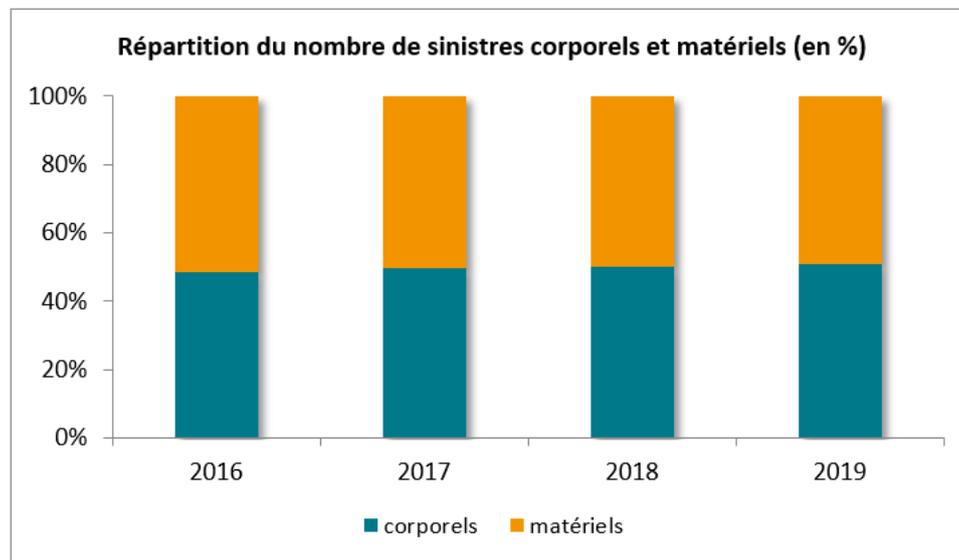


FIGURE 1.11 – Répartition du nombre de sinistres par année

Enfin, dans l'étude, nous allons estimer un modèle de type coût*fréquence également pour évaluer la sinistralité de subséquente. Alors, l'un des enjeux sera de modéliser la fréquence des sinistres de subséquente. Pour ce faire, la méthodologie proposée sera analogue à celle actuellement en vigueur dans le modèle interne d'évaluation du risque de primes. Il est donc nécessaire d'expliquer dans un premier temps la manière dont la fréquence des sinistres est estimée dans le cadre des sinistres classiques du risque de primes. Cette dernière est estimée après segmentation des contrats.

1.3.3.2 La segmentation des contrats

Dans le cadre du modèle, le portefeuille est segmenté afin d'avoir des données les plus homogènes possibles dans chaque classe de contrat. Une fréquence de sinistres est ensuite estimée pour chaque type d'établissement présent dans la classe de contrat pour l'année (N+1). Le choix de segmentation qui a été effectué sépare les contrats en 5 segments/classes, parfois-divisés en sous-classes. Les classes de contrat sont présentées sur le schéma suivant :

Contrats	Exposition (variable liée au nombre de sinistres)
Sanitaire public	Budgets
Sanitaire privé	Nombre de contrats
RCP	Nombre de praticiens
RC Psy	Budgets
RC Autre	Nombre de contrats

FIGURE 1.12 – Segmentation des contrats à Sham

Chaque segment va ensuite être associé à une exposition, c'est à dire une variable fortement liée au nombre de sinistres annuel. Pour les établissements sanitaires publics et les établissements psychiatriques, la variable jouant le rôle d'exposition est le budget. Il est alors nécessaire de définir ce qu'est le **budget** d'un établissement :³

- Chaque année, l'assemblée nationale vote l'Objectif National des Dépenses d'Assurance Maladie (ONDAM). Ce dernier est un montant prévisionnel pour les dépenses de l'assurance maladie en France. Il est décomposé en sept sous-objectifs, qui correspondent chacun à des catégories de dépense particulière. L'assemblée nationale vote également la répartition de l'ONDAM Hospitalier (83 milliards d'euros en 2020).
- L'assurance maladie distribue cette enveloppe aux 17 agences régionales de santé (ARS).
- l'ARS finance les hôpitaux de sa région sous forme de dotations régionales et leur attribue un budget de fonctionnement. Ce budget dépend à la fois du nombre et du type de soins pratiqué dans l'hôpital.

Les 5 segments sont présentés dans le tableau ci-dessous :

Enfin, la fréquence des sinistres du type d'établissement j l'année N est donnée par :

$$freq_{j,N} = \frac{Nombre\ des\ sinistres_{j,N}}{Exposition_{j,N}} \quad (1.3)$$

Prenons un exemple de la modélisation des fréquences pour un type d'établissement, par exemple les établissements PSY. On se place dans un calcul du SCR_{primes} au 31/12/19. A cette date, les données connues/inconnues et modélisées dans le cadre du modèle sont présentées dans le tableau suivant :

31/12/2019									
Exercice de souscription (X)	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	
Fréquence historique (Y)	freq(2013,psy)	freq(2014,psy)	freq(2015,psy)	freq(2016,psy)	freq(2017,psy)	freq(2018,psy)	freq(2019,psy)	freq(2020,psy)	
Exposition (offset)	connue								
Nombre de sinistres	connu	inconnu							

Estimé par GLM
Date du jour
connu

FIGURE 1.13 – Un exemple de modélisation pour la RC Psy

Au 31/12/19, les données suivantes sont disponibles :

- les fréquences historiques jusqu'en 2019 (du fait que soient connus les expositions et nombres de sinistres passés)
- l'exposition 2020 en RC Psy.

3. cf. article [5]

Ces données permettent ensuite de :

- sélectionner un historique pour lequel on observe une tendance linéaire entre fréquence et année
- faire une régression type GLM pour estimer la fréquence en RC Psy en 2020. (on rentrera dans les détails des GLM lorsqu'on modélisera la fréquence pour la subséquente)
- estimer un paramètre de Poisson et un nombre de sinistres moyens à partir de cette fréquence projetée et de l'exposition 2020.
- procéder à des simulations de nombre de sinistres

Cette démarche est effectuée pour chaque segment/sous-segment. En couplant cette méthodologie (simulations du nombre de sinistres) avec les coûts des sinistres issus du BE RC fournis par le DA (département actuariat), on obtient notre modèle *coût* \times *fréquence*, qui permet alors de déterminer la charge ultime, et la Value-At-Risk. Cette démarche de calcul du risque de primes a été expliquée car c'est le même genre de modèle qui va être mis en place pour la subséquente, bien que le modèle sera nécessairement plus complexe du fait d'un nombre de paramètres plus important.

1.3.3.3 Evaluation de la subséquente dans le risque de primes

Reprenons la formule du risque de primes, donnée par :

$$SCR_{primes}^{31/12/N} = VaR_{99,5\%}(CU_{nette}^{exN+1})(1+taux_{ajustt}) + FG_{N+1} - cotisations_{nettes}^{N+1} - BE_{primes} \quad (1.4)$$

Le but dans le risque de primes est de calculer une charge ultime pour l'exercice $N + 1$, tenant compte de la subséquente. Le taux d'ajustement lié à la subséquente (et à la PPNA) est calculé de la manière suivante :

$$1 + taux_{ajustt} = \frac{(BE_{yc.sublimitée}^{N+1} + BE_{sublimitée}^{31/12/N} + BE_{PPNA}^{N+1})}{BE_{horssubs}^{N+1}} \quad (1.5)$$

En pratique, le numérateur contient le Best Estimate de primes comprenant la subséquente et la PPNA, et le dénominateur comprend la charge ultime de l'exercice $N+1$ hors subséquente, hors PPNA. C'est à travers ce ratio que se fait l'ajustement lié à la subséquente. On peut également écrire :

$$BE_{yc.sublimitée}^{N+1} = \frac{BE_{horssubs}^{N+1}}{BE_{horssubs}^N} \times (BE_{horssubs}^N + BE_{sublimitée}^N) \quad (1.6)$$

$$= BE_{horssubs}^{N+1} \times \left(1 + \frac{BE_{sublimitée}^N}{BE_{horssubs}^N}\right) \quad (1.7)$$

Les notations sont les suivantes :

- $BE_{sublimitée}^{31/12/N}$ correspond au $BE_{subs}^{31/12/N}$ tel que défini précédemment (cf. sous-partie BE de subséquente)
- $BE_{sublimitée}^N$ désigne l'évaluation de la subséquente limitée générée par l'exercice de compétence N . On évalue la subséquente des contrats résiliés en N . Ce BE tient également compte de résiliations simulées pour l'année $N + 1$.
- $BE_{horssubs}^N$ correspond à l'évaluation des sinistres de l'exercice de réclamation N , hors sinistres de subséquente, prise en compte dans le risque de primes. Plus globalement, le $BE_{horssubs}$ désigne le BE RC fourni par l'équipe DA et qui sert d'input pour la partie coût du risque de primes.

Il est possible d'interpréter différemment les formules 1.6 et 1.7 :

- Pour l'expression 1.6 : le facteur de droite correspond au BE « total » pour l'exercice N . Il tient compte de deux éléments :

- l'évaluation des sinistres RC au titre de l'exercice $N BE_{horssubs}^N$,
- l'évaluation de la subséquente liée à l'exercice de compétence $N BE_{sublimitée}^N$, définie précédemment.

Le rapport de gauche modélise l'évolution de la sinistralité d'une année sur l'autre. C'est un facteur de vieillissement/d'actualisation, appliqué à la fois aux sinistres RC des contrats en cours, mais aussi aux sinistres de subséquente. Cet ajustement suppose alors que la volatilité des subséquents est la même que celle des autres sinistres.

- Pour l'écriture 1.7, l'interprétation suivante peut être donnée : l'effet de la garantie subséquente pour l'exercice de réclamation (N+1) est proportionnel au poids qu'elle représentait dans la sinistralité l'année précédente.

Aussi, l'observation de l'évolution des taux d'ajustement de subséquente depuis la mise en place du modèle interne a montré que ce taux a augmenté significativement et dépasse 30% en 2019, ce qui fait que la pertinence de cet ajustement devient plus relative et nécessite donc une méthodologie alternative. Cette valeur peut être interprétée comme le fait qu'on considère ainsi que la charge des subséquents "futurs" est évaluée à 30% de la charge des sinistres pris en compte dans le risque de primes au 31/12/19.

Aussi, ce taux semble élevé, car l'observation de la proportion de subséquents sur l'historique a permis de constater qu'en moyenne 1% des sinistres annuels déclarés de RCM sont des subséquents. Cette proportion faible des subséquents dans l'historique peut être observée sur le schéma suivant :

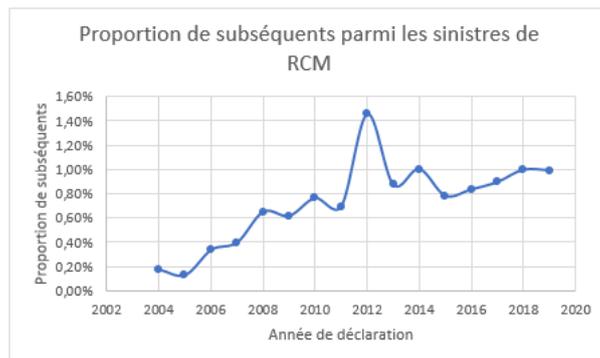


FIGURE 1.14 – Proportion des subséquents parmi les sinistres de RCM

De plus, étant donné que les subséquents sont différenciés des autres sinistres seulement par la simple existence d'une résiliation associée au client, leur évaluation doit être comparable à celle des autres sinistres. Donc ceci laisse planer un doute supplémentaire sur l'ajustement effectué afin de calculer le risque relatif à la garantie subséquente.

Enfin, du fait que le modèle doit prédire seulement une faible partie des subséquents sur 10 ans compte tenu de la frontière des contrats (c.f. 1.2.3.1), les taux supérieurs à 30% semblent être sur-évalués. Le tableau suivant présente le pourcentage de subséquents déclarés au maximum 2 ans après résiliation sur l'historique, selon le fait que la durée de la garantie dure 5 ou 10 ans :

	part des sinistres déclarés max. 2 ans après résil.	part des sinistres déclarés au-delà de 2 ans
établissements: subs 5 ans	88%	12%
praticiens: subs 10 ans	80%	20%

FIGURE 1.15 – Proportion des subséquents dans les 2 années suivant la résiliation selon le type d'établissement

Sur l'historique, et pour chaque classe de contrat, l'immense majorité des subséquents sont déclarés dans les 2 années suivant la résiliation : 80% pour les praticiens et 88% pour les autres établissements. Compte tenu de cette observation, les sinistres subséquents déclarés en 2023,...,2030 seront dans la majorité des cas des sinistres associés à des résiliations postérieures à 2021 et donc ces sinistres seront **non comptabilisés dans le cadre de la frontière des contrats au 31/12/19.** Ceci informe donc également sur une sur-évaluation de l'ajustement.

Pour conclure, La garantie subséquente est une garantie impliquant l'indemnisation de sinistres déclarés par des clients dont les contrats de RCM sont résiliés, sous conditions. Elle a été rendue obligatoire dès 2003 pour les contrats de responsabilité civile médicale suite à la loi About. Elle présente un enjeu important pour Sham car l'activité principale de l'entreprise est d'assurer les établissements et praticiens face aux risques de RCM. Elle présente des caractéristiques particulières qui rendent difficile son évaluation (durée de la garantie dans le temps, évaluation de sinistralité associée à des contrats résiliés, aléa concernant les résiliations futures, frontière des contrats,...).

Dans le modèle actuel, le risque associé aux subséquents futurs semble sur-évalué et son impact sur le risque de primes calculé est élevé. En effet, le taux d'ajustement appliqué au risque de primes pour garantie subséquente est supérieur à 30%. A titre d'exemple, en 2019, l'ajustement considéré pour la garantie subséquente est de 37,5%. Il est calculé en rapportant la charge ultime moyenne des sinistres futurs subséquents compris (124,4M€) à la charge ultime moyenne estimée des sinistres futurs hors subséquents (90,4M€).

Or, l'étude de la frontière des contrats au 31/12/2019 permet de se rendre compte que les subséquents dont il faut tenir compte dans le cadre du risque de primes ne correspondent qu'en réalité à une infime partie des subséquents déclarés entre 2020 et 2030 (toutes les déclarations futures issues de résiliations antérieures au 31/12/2020). Compte tenu à la fois de ce fait, mais aussi de la comparabilité des sinistres subséquents et RC qu'on montrera (l'unique différence entre un sinistre RC et un subséquent étant la résiliation), et enfin de la proportion de subséquents déclarés annuellement en comparaison des sinistres RC, on juge le taux d'ajustement pour garantie subséquente comme étant sur-évalué. La suite de l'étude consistera en la modélisation de la garantie subséquente.

Chapitre 2

Modélisation du SCR de subséquent dans le modèle interne

Le choix effectué, pour évaluer le $SCR_{\text{subséquent}}$, a été de développer une méthode cohérente avec la méthode appliquée pour calculer le SCR_{primes} . La modélisation retenue est donc analogue, c'est à dire qu'un modèle *coût * fréquence* a été mis en place, tout en adaptant la méthode utilisée pour tenir compte des spécificités de la subséquent :

- de prime abord, il n'y a pas d'exposition face au nombre de sinistres car les contrats sont résiliés
- la garantie est de durée différente selon le type d'assuré
- le BE tient compte de résiliations futures, également inconnues.
- la réassurance ne s'applique pas de la même manière. En effet, dans le risque de primes, la sinistralité est évaluée sur une seule année (l'année $N+1$) donc aux conditions de réassurance de celle-ci. Pour la garantie subséquent, il est obligatoire de faire une distinction selon l'année de déclaration du sinistre, du fait que les traités en quote-part s'appliquent par exercice de déclaration, ainsi que sur l'année de résiliation pour l'application des traités XS.

Les données vont être brièvement présentées dans un premier temps, puis ensuite le modèle général et enfin les détails concernant les différents points de la modélisation

2.1 Données utilisées

Les données de Sham sont stockées sous forme de bases de données SAS. Elles sont mises en place par deux équipes : la Direction des Systèmes d'Information (DSI) et le Département Actuariat (DA).

Sham dispose aussi d'une plateforme en ligne, permettant de contrôler directement les informations relatives aux assurés (numéro de client, contrats souscrits, cotisation, garanties, conditions particulières) et leurs sinistres (date, montant, coût, provision, règlements,...). Les bases de données sont mises à jour mensuellement. Dans le cadre de l'étude au 31/12/19, de nombreuses bases de données ont été utilisées :

- **la Base Production** (BP) : elle contient tous les contrats qui rentrent dans le périmètre du calcul du risque de primes au 31/12/2019 et les données qui y sont associées. C'est à dire les contrats qui couvrent l'activité de responsabilité civile médicale corporelle en France. Les données disponibles sont par exemple : le numéro de client, la branche associée au contrat, la sous-branche associée au contrat, la situation du contrat, la cotisation associée au contrat...
- **la Base Sinistres** (BS) : c'est l'ensemble des informations relatives aux sinistres de RC Corporelle. (numéro de sinistre, date d'ouverture du sinistre, date de déclaration, client, état du dossier : en cours, clos, clôture provisoire...).
- **les Bases Annexes** (BA) : contiennent des informations sur : les types d'établissements (statut juridique, type d'établissement,...), les matières assurées, les budgets, les situations des différents contrats, les dates de résiliation.

2.2 Présentation générale

2.2.1 Hypothèses et notations

Afin d'illustrer la présentation du modèle, le cadre d'hypothèses retenu est le suivant : la date d'évaluation est le 31/12/19, c'est à dire $N = 2019$, l'établissement génère de la subséquente sur 5 années.

Pour la présentation du modèle, les notations suivantes sont utilisées :

- $D = (D_0, \dots, D_{22})$ le vecteur des cadences de déclaration
- R_X : l'ensemble des « clients » résiliés l'année X
- ρ_X : clients de la base continuent présents jusqu'au 31/12/ X (n'ont pas résilié)
- B_j : variable d'intérêt liée à l'exercice de compétence j . Le nombre de sinistres est lié à cette variable d'intérêt. Selon le segment choisi et la segmentation effectuée, différentes variables peuvent être choisies : le budget, le nombre de contrats d'un client, ... Cette variable est annuelle.
- B_j^* : même variable calculée au prorata de la présence de l'établissement en portefeuille l'année j . Par exemple, si en 2018 un établissement est assuré par Sham du premier juillet au 31 décembre, alors pour cet établissement $B_{2018}^* = \frac{B_{2018}}{2}$
- p : délai en années séparant résiliation de déclaration.
- E_p : Correspond à la fraction de l'année où court l'éventuelle subséquente l'année de réalisation du contrat i.e la fraction de l'année entre la date de résiliation et le 31/12/ R . Par exemple, un client résilié au 30/11/2015 peut générer potentiellement de la subséquente en 2015, mais uniquement entre sa date de résiliation et le 31/12 donc dans cet exemple entre le 01/12/15 et le 31/12/15. Néanmoins il générera de la subséquente tout au long des autres années. De ce fait, ce coefficient est tel que :
 - $E_0 \neq 0$
 - $E_1 = \dots = E_5 = 0$
- $NBSIN_X^k$: nombre de sinistres déclarés en $X + k$ pour les clients résiliés l'année X .
- i : utilisé pour désigner un client
- t_{i1} : réalisation d'une variable aléatoire uniforme sur $[0; 1]$: sert à simuler la résiliation du i -ème client en $(N+1)$
- t_{i2} : réalisation d'une variable aléatoire uniforme sur $[0; 1]$ sert à simuler la résiliation du i -ème client en $(N+2)$. Simulation effectuée si le client n'a pas déjà résilié en $(N+1)$.
- h : taux de résiliation moyen évalué sur l'historique. Ce taux est un seuil qu'on associe aux tirages de lois uniformes décrits précédemment. Pour le i -ème client non-résilié au 31/12/ N (ou $N+1$ selon la date de simulation), il faut comparer $t_{ik}(k \in [1; 2])$ à h pour simuler si le client résilie ou non.

2.2.2 Modèle général

Pour le calcul du $SCR_{subséquente}$, la formule suivante sera considérée :

$$SCR_{subs}^{31/12/N} = VaR_{99,5\%}[CU_{subs}^{\widetilde{31/12/N+1}}] - E[CU_{subs}^{31/12/N}] \quad (2.1)$$

La charge ultime liée aux subséquents futurs vue au 31/12/ N est notée $CU_{subs}^{31/12/N}$. Elle comprend les sinistres subséquents futurs :

- au titre des contrats résiliés au 31/12/ N qui causeront des subséquents à l'avenir
- au titre des résiliations de l'année suivante $(N+1)$.

La charge ultime prise en compte dans la Value-at-Risk $CU_{subs}^{\widetilde{31/12/N+1}}$ comprend la charge associée aux subséquents :

- futurs au titre des contrats résiliés au 31/12/N+1 qui causeront des subséquents à l'avenir
 - futurs au titre des résiliations de l'année suivante N+2
 - passés déclarés en N+1, tout exercice de résiliation confondu.
- Le schéma suivant permet de clarifier davantage le modèle :

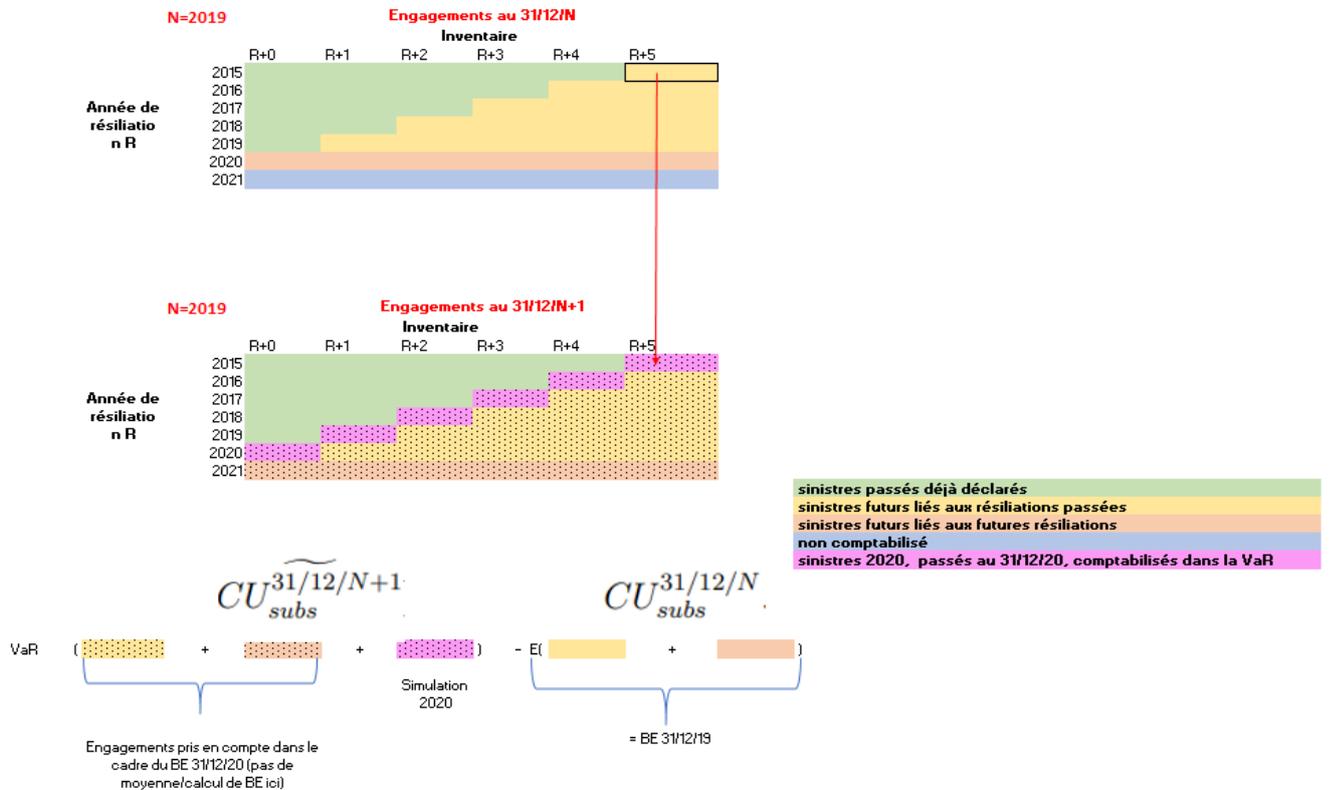


FIGURE 2.1 – schéma de modélisation des engagements de subséquent dans le modèle

La formule du $SCR_{subs}^{31/12/N}$ peut être donnée à partir du schéma par :

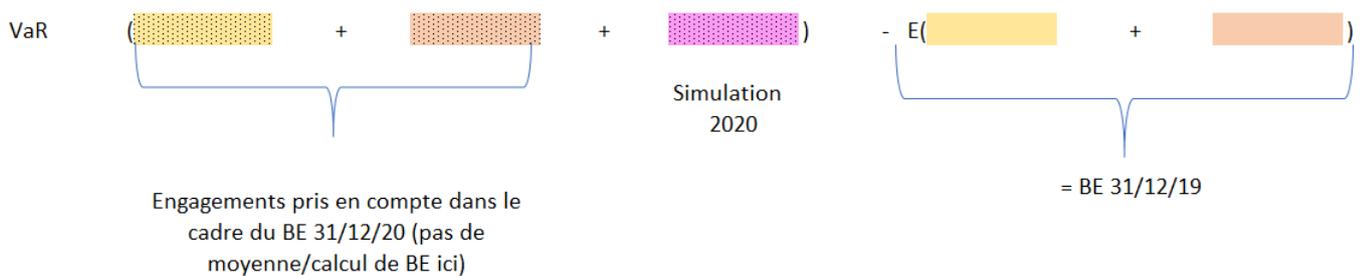


FIGURE 2.2 – Formule de calcul du SCR sous forme de schéma

Au 31/12/2019 (=31/12/N), la charge ultime $CU_{subs}^{31/12/19}$ contient à la fois les subséquents futurs :

- issus des résiliations passées (≥ 2015 ; zone jaune)
- issus des résiliations futures à horizon un an des contrats en cours, à simuler (2020 : zone orange)

Au 31/12/2020 (=31/12/N+1), la charge ultime $CU_{subs}^{31/12/20}$ comprend à la fois les subséquents :

- issus de résiliations passées (≥ 2016 ; zone jaune hachurée)

- issus des résiliations futures à simuler (2021 : zone orange hachurée).
- issus de la simulation de l'année 2020 passée à cette date (zone rose hachurée). Au 31/12/2020 (= 31/12/N+1), les sinistres subséquents passés de 2020 devraient être intégrés au *BE* de réserves. Ceci n'étant pas le cas, leur prise en compte doit être établie ici avec l'écart entre la simulation de 2020 et la moyenne de la charge déclarée en 2020. Aussi, d'autres différences de calcul entre les deux dates d'évaluation sont notables :
 - Concernant les engagements au 31/12/N, on connaît le stock de résiliations à cette date dans l'historique
 - S'agissant des engagements au 31/12/N+1, comme on travaille avec les données au 31/12/N, les résiliations de l'année N+1, supposées faire à cette date-là partie du stock de résiliations, sont inconnues.

2.2.3 Modèle d'évaluation des coûts

2.2.3.1 Comparabilité des subséquents et des sinistres hors subséquents

Le but ici est d'évaluer les coûts des subséquents de la même manière que les coûts des autres sinistres du modèle interne, du fait qu'une résiliation de contrat n'a à priori aucun impact sur le coût ou la nature d'un sinistre déclaré par un client résilié. Pour vérifier cela, une moyenne cumulée du coût des sinistres a été calculée entre 2000 et 2020, en distinguant les subséquents des autres sinistres. Le choix d'une moyenne cumulée a été fait afin d'agrèger les subséquents, trop peu nombreux chaque année pour qu'on observe une moyenne stable/fiable, contrairement aux sinistres classiques. Les coûts bruts des sinistres ont été évalués en euros constant de 2020, importés depuis la base sinistres, pour que le calcul de la moyenne cumulée ait un sens. Le graphique suivant présente ces moyennes cumulées des coûts des sinistres :

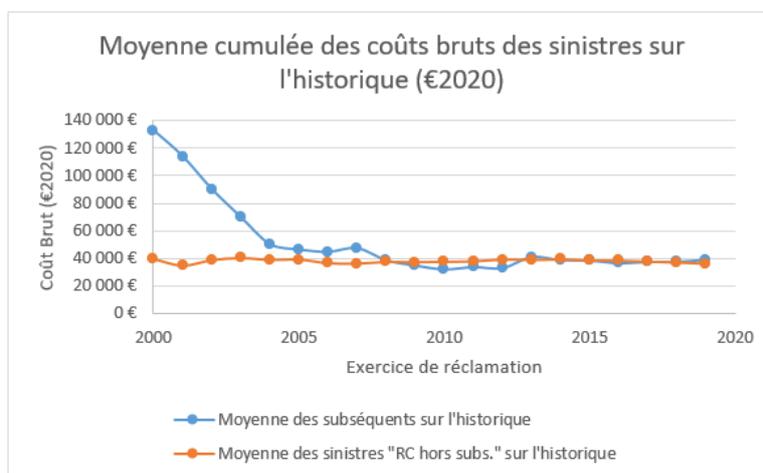


FIGURE 2.3 – Coût moyen des subséquents VS Coût moyen des autres sinistres

Il y a au début un fort écart entre les moyennes cumulées de 2000 à 2005. Ceci est dû principalement au fait qu'un sinistre CAT (catastrophe) en 2000 de plus de 5 millions d'euros ait eu lieu, mais aussi qu'on a peu de sinistres comptabilisés dans la moyenne. En effet, en 2000, seuls 70 sinistres sont comptabilisés dans le calcul de la moyenne cumulée contre plus de 10 fois plus en 2019. Il y a alors un effet volume. En effet, le nombre de subséquents comptabilisés dans la moyenne cumulée est important, plus la moyenne cumulée du coût des subséquents converge vers la moyenne cumulée du coût des sinistres RC hors subséquente, ces derniers étant utilisés dans le risque de primes. Ceci conforte l'hypothèse et le choix d'évaluer les coûts des

subséquents à partir d'une méthodologie analogue à celle utilisée actuellement dans le modèle interne pour évaluer le risque de primes.

2.2.3.2 Modélisation du coût moyen

Du fait que les coûts des sinistres subséquents soient proches du coût des sinistres non-subséquents, l'ensemble des sinistres RC sont utilisés pour évaluer le coût des subséquents ; et la méthode d'évaluation du coût moyen retenue dans le cadre du risque de primes est alors appliquée. Cette dernière repose sur une hypothèse de proportionnalité entre la charge ultime nette actualisée des sinistres et le nombre de sinistres corporels historiques. Cette hypothèse de proportionnalité permet d'obtenir des **simulations de coût moyen par exercice** en divisant charge ultime par nombre de sinistres historiques.

Pour l'explication de la méthodologie d'évaluation de la charge ultime et à fortiori du coût moyen, on se place au 31/12/ N , et le but ici est d'estimer le coût moyen des sinistres de l'année $(N + 1)$. La méthode comprend 3 étapes qui vont être détaillées. S'agissant des notations, $CU_{j,nette,chargée}^{i,t=1}$ désigne la charge ultime :

- associée à l'exercice de déclaration j
- en euros de l'année i
- actualisée en $t=1$ (premier règlement non-actualisé, second règlement actualisé à 1 an...)
- chargée des frais de gestion des sinistres

Les 3 étapes de la méthode sont les suivantes :

Première étape : Pour chacun des exercices $i = N - 3, \dots, N$, on calcule la charge ultime actualisée en $t = 1$, nette, chargée, en euros de l'exercice considéré. En considérant les notations précédentes, la formule suivante donne cette charge :

$$CU_{i,nette,chargée}^{i,t=1} = CU_{i,brute}^{i,t=1} (1 + \text{taux}) - CU_{i,cédée}^{i,t=1} \quad (2.2)$$

avec !

- $CU_{i,brute}^{i,N+1}$ la charge ultime brute : en euros de l'année i , actualisée en $t = 1$, associée à l'exercice de déclaration i , brute. C'est la somme des règlements historiques antérieurs au 31/12/ N et des règlements bruts incrémentaux issus des simulations du BEA 31/12/ N .
- taux : taux de chargement permettant de tenir compte des frais de gestion des sinistres, frais de gestion financière, autres charges techniques
- $CU_{i,cédée}^{i,N+1}$: charge ultime cédée, en euros de l'année i , actualisée en $T = N + 1$. Ce sont les cessions associées à l'exercice de déclaration i . Il s'agit la somme des cessions historiques antérieures au 31/12/ N et des cessions simulées lors du calcul du BEA 31/12/ N .

Deuxième étape : Les données sont mises en as-if, c'est à dire que les sinistres sont évalués aux conditions de réassurance $N+1$. En effet, le taux de quote-part des exercices $i = N - 3, \dots, N$ est retiré, et les cessions XS également pour mettre les données aux conditions de réassurance $N + 1$. Sont alors obtenues alors charges as-if, notées $CU_{i,nette,chargées,asif}^{i,t=1}$

Troisième étape : la charge ultime associée à chaque exercice est évaluée en euros constant de $N + 1$ afin de rendre les années comparables entre elles. Pour ce faire, chaque année, un jugement d'expert conjoint entre le RM et le DA permet de déterminer les facteurs d'inflation Ind_j^{j+1} à appliquer d'une année sur l'autre. Ces indices permettent de calculer les charges des exercices $i = N - 3, \dots, N$ en euros de l'année $N + 1$. Ils sont évalués partir des évaluations de l'indice des prix à la consommation (IPC) faites par la BCE et par l'Insee. Considérons l'exercice de déclaration i . Pour passer d'une évaluation de la charge ultime en euros de l'année i à une évaluation en euros de l'année $N + 1$, la formule suivante est utilisée :

$$CU_{i,nette,chargées,asif}^{N+1,t=1} = CU_{i,nette,chargées,asif}^{i,t=1} \times (1 + Ind_i^{i+1}) \times (1 + Ind_{i+1}^{i+2}) \times \dots \times (1 + Ind_N^{N+1})$$

Ceci permet de vérifier la linéarité entre charge ultime et nombre de sinistres avec les charges ultimes obtenues pour chaque exercice de déclaration. En utilisant des données issues du BE RC, il est possible de tracer un graphique des charges ultimes calculées au 31/12/19 en fonction des nombres de sinistres corporels réels. Les résultats sont présentés sur le graphique suivant :

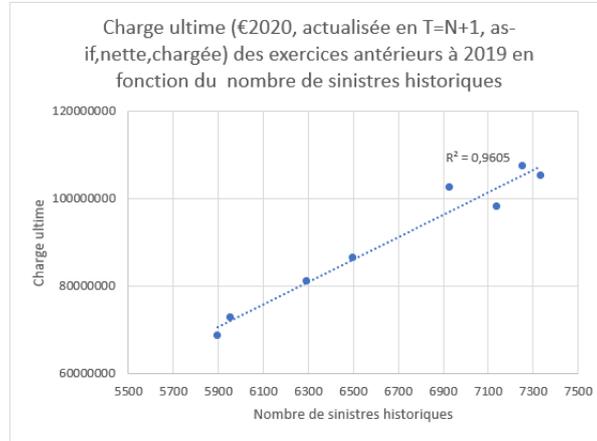


FIGURE 2.4 – Validation de l’hypothèse de linéarité entre charge ultime et nombre de sinistres

Au vu des résultats, l’hypothèse de linéarité de la charge ultime projetée (à l’aide du BE) en fonction du nombre de sinistres est considérée validée.

Enfin, du fait que cette hypothèse soit validée, il est possible de simuler le coût moyen des subséquents de l’année $N + 1$ en effectuant les opérations suivantes :

- simuler 10 000 charges ultimes pour chacun des exercices $N - 3, \dots, N$ (donc 40 000 simulations au total)
- appliquer la méthode de passage à l’exercice de déclaration $N + 1$ en trois étapes vue précédemment .
- diviser chaque simulation par le nombre de sinistres historiques de l’exercice $i = N - 3, \dots, N$ associé à la simulation pour obtenir une simulation de coût moyen.

Cette méthodologie d’évaluation sera également utilisée pour évaluer les coûts des subséquents les années suivantes. Il faudra cependant veiller à appliquer les bonnes conditions de réassurance.

2.2.4 Modèle d’évaluation des fréquences

Dans le but d’utiliser une méthode fidèle au calcul actuel du risque de primes, le modèle doit permettre de déterminer un nombre de sinistres moyens futurs, à partir d’une fréquence et d’une exposition. Si un client a résilié son contrat, alors dans l’exemple il sera exposé à des subséquents sur 5 ans et il est possible d’estimer son exposition à des subséquents chaque année à compter de sa résiliation. Cependant, il est impossible d’utiliser les variables de la même manière que dans le risque de primes pour évaluer l’exposition, du fait que l’on travaille sur des contrats résiliés. Il faut donc transformer les variables pour mesurer l’exposition au risque une année donnée, en tenant compte des éléments suivants :

- le délai de 5 ans concerne les déclarations et donc les établissements peuvent déclarer un sinistre associé à n’importe quel exercice de compétence pour lequel il était présent en portefeuille
- plus un exercice de compétence est éloigné de la date actuelle, moins il y a de chances qu’on déclare un sinistre associé à cet exercice de compétence
- l’établissement ou le praticien résiliant est sujet au risque de subséquents futurs entre la date de résiliation et le 31/12 (paramètre E_p défini précédemment)

— le niveau d'activité des établissements : le principe logique suivi est le suivant : plus d'activité entraîne nécessairement plus de sinistres, toutes choses égales par ailleurs.

Ainsi, si l'on considère le i -ème client résilié l'année X , p années après résiliation, son exposition sera donnée par avec :

$$Expo_i^p X = \sum_{s|s \leq X} B_s^* D_{X+p-s} (1 - E_p) \quad (\text{cf. notations paragraphe 2.2.1}) \quad (2.3)$$

Alors l'exposition globale pour chaque année de résiliation réelle (2019 étant la dernière année passée), et chaque inventaire est donnée par :

$$Expo_X^p = \sum_{(i \in R_X)} Expo_i^p X \quad (2.4)$$

A l'aide de cette formule, il est alors possible de déterminer les expositions au titre de toutes les résiliations passées. ($R \leq 2019$). En reprenant maintenant une présentation comparable à celle du schéma 2.4, les subséquents et expositions associés peuvent être présentés de la manière suivante :

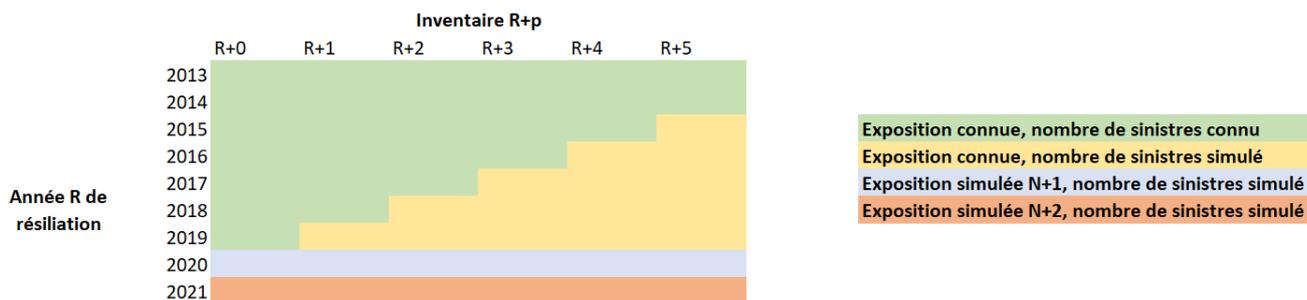


FIGURE 2.5 – Données connues VS Données simulées

Il ne reste alors qu'à déterminer les expositions au titre des résiliations futures (cases bleues et oranges). L'idée est simplement d'ajuster un taux de résiliation aux clients non résiliés respectivement au 31/12/N et au 31/12/N+1 pour déterminer les expositions au titre des résiliations futures (cases bleues et oranges). Autrement dit, il faut adapter la formule 2.4 pour prendre en compte l'événement : « le i -ème client résilie ». Autrement dit, on a, pour le i -ème client de Sham non résilié au 31/12/N :

$$Expo_i^p N+1 = 1_{t_{i1} \leq h} \sum_{(s \leq N+1)} B_s^* D_{N+1+p-s} * (1 - E_p) \quad (2.5)$$

Une simulation d'exposition pour l'année ($N + 1$) (ligne bleue) est alors donnée par :

$$Expo_{N+1}^p = \sum_{i \in \rho_N} Expo_i^p N+1 \quad (2.6)$$

L'exposition (N+2) est ensuite simulée conditionnellement à la simulation effectuée pour l'année (N+1). En effet, à chaque simulation d'exposition N+1 correspond des clients résiliés, qui ne peuvent donc pas à nouveau résilier en N+2. L'exposition en N+2 du i -ème établissement non résilié au 31/12/N est donnée par :

$$Expo_i^p N+2 = 1_{t_{i1} > h} 1_{t_{i2} \leq h} \sum_{(s \leq N+2)} B_s^* D_{N+2+p-s} * (1 - E_p) \quad (2.7)$$

En sommant les expositions, il vient une simulation de l'exposition liée aux résiliations N+2 (ligne orange) donnée par :

$$ExpO_{N+2}^p = \sum_{i \in \rho_{N+1}} ExpO_{iN+2}^p \quad (2.8)$$

Une fois l'ensemble de ces expositions déterminées, pour modéliser à la manière du risque de primes, il est nécessaire de déterminer des fréquences. La fréquence de sinistres des clients résiliés l'année X à l'inventaire X+p sera donnée par :

$$FQ_X^p = \frac{NBSIN_X^p}{ExpO_X^p} \quad (2.9)$$

A p fixé, une suite de fréquences historiques est donc obtenue., Par exemple, pour $p = 0$, ces fréquences connues sont données par, données par $(FQ_{2013}^0, FQ_{2014}^0, FQ_{2015}^0, \dots, FQ_{2019}^0)$ (y compris celles avant 2013, non représentées). Ces suites de fréquence seront projetées pour chaque délai de déclaration post-résiliation p . Grâce à la projection de ces fréquences en utilisant des modèles linéaires généralisés qu'on détaillera par la suite et aux expositions connues au titre des contrats résiliés avant le 31/12/N, il sera possible de simuler un nombre de subséquents à naître pour les contrats résiliés (cases jaunes). Concernant le nombre de sinistres au titre des résiliations à venir en N+1 et en N+2 (respectivement les cases bleues et oranges), les mêmes projections de fréquence seront utilisées. Elles seront simplement associées à des expositions simulées pour déterminer le nombre de sinistres futurs.

2.3 Etude et choix des paramètres du modèle

2.3.1 Taux de résiliation moyen h

Dans le modèle d'évaluation du BE de subséquente proposé actuellement, un taux de résiliation central à 5% a été évalué. De ce fait, et pour comparer ultérieurement nos résultats, il serait judicieux d'utiliser ce taux moyen $h = 5\%$ comme scénario central de l'étude, encore faut-il le justifier. Ce taux h pour 2019 a été déterminé dans le modèle du *BE* grâce à une étude annexe menée sur le portefeuille : elle avait pour but objectif d'estimer la cessation d'activité. Pour ce faire, les budgets résiliés d'une année sur l'autre ont été mesurés et un jugement d'expert a permis d'établir un taux moyen de 5%.

Cependant, du fait qu'il faille la liste précise des résiliants pour effectuer le calcul d'exposition présenté ci-dessus, la méthode du DA d'estimation des résiliations, qui consiste à mesurer l'évolution globale des budgets des établissements d'une année sur l'autre et à la transposer aux autres classes de contrat, ne semble pas adaptée. Le taux de résiliation a alors été calculé par segment, pour être cohérent avec le risque de primes. Il a été calculé à partir des clients quittant la base de données au moins une année. Ces taux tiennent compte des trous de garantie, c'est à dire lorsqu'un établissement résilie et réintègre le portefeuille. Les graphiques suivants ont été obtenus pour les CH et la RCP :

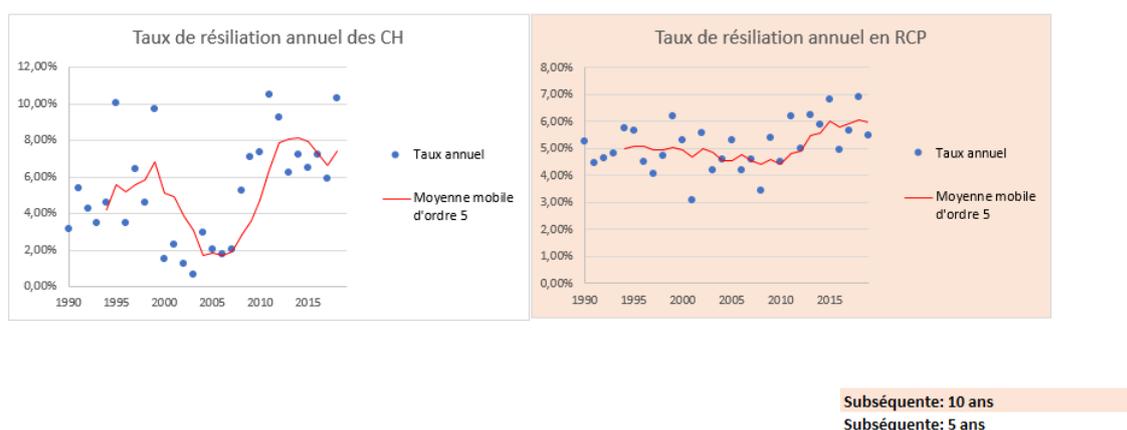


FIGURE 2.6 – Nouvelle évaluation des résiliations par segment à partir de la BP

Ces graphiques montrent une forte variabilité d'une année sur l'autre du taux de résiliation. Pour y pallier, il est envisageable de calculer un taux de résiliation global sur l'historique. Le calcul donne les éléments suivants :

type d'établissement	CHU	CH	Autre	Praticiens	Psy
taux de résiliation moyen cumulé	1,9%	5,9%	4,0%	5,5%	5,4%

FIGURE 2.7 – Taux de résiliation historique

Les taux de chaque catégorie sont relativement proches de 5%. Si on calcule un taux global tenant compte de l'ensemble des clients de la base de données résiliés jusqu'au 31/12/19 sans distinction de classe, le résultat est de 5,04%, ce qui permet de justifier et valider cette hypothèse centrale d'un taux de résiliation de 5% à 1 an. La variabilité autour de ce taux sera prise en compte dans un stress-test (10%).

2.3.2 Variable d'intérêt par segment

Dans le cadre du risque de primes, une variable est associée à un segment donné. (voir tableau 1.15). Cette variable a pour rôle d'aider à la prédiction du nombre de sinistres. Pour les CH, CHU et établissements psychiatriques, le budget alloué étant corrélé au niveau d'activité de l'établissement, il est nécessairement corrélé positivement au nombre de sinistres. Cette tendance est visible à deux niveaux : au sein d'une année, et également entre les années. Par exemple, sur l'année de déclaration 2019, le graphique liant le budget au nombre de sinistres par établissement donne les résultats suivants :

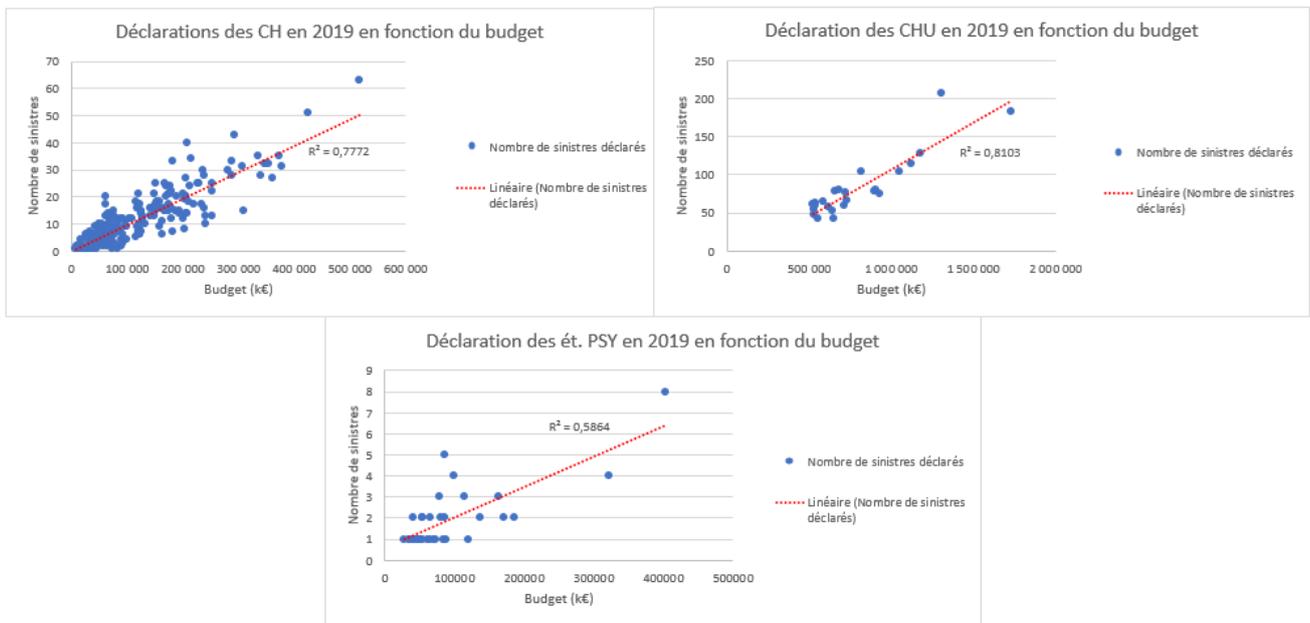


FIGURE 2.8 – Budgets 2019 et nombre de sinistres déclarés en 2019 par établissement

Le même graphique, effectué sur tout l'historique, avec les budgets annuels totaux des établissements en euros constant de 2020, et le nombre de sinistres annuels, donne les résultats suivants :

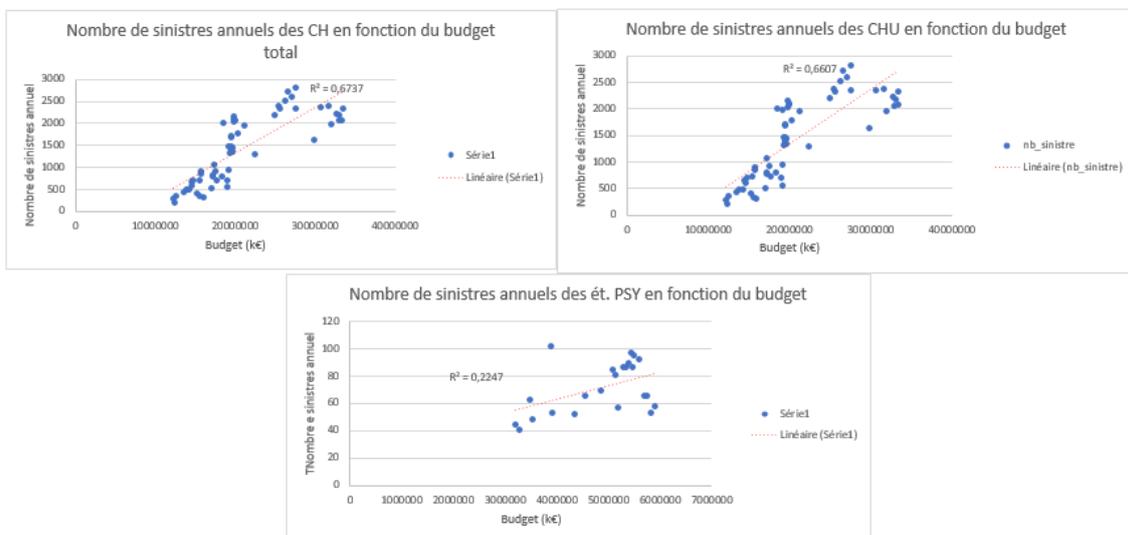


FIGURE 2.9 – Budgets et nombre de sinistres actuels sur tout l'historique (€2020)

Ces deux graphiques montrent la tendance croissante qu'il existe entre budget et nombre de sinistres. Le second appuie le fait que cette tendance peut s'observer d'une année sur l'autre. Néanmoins, ce lien semble moins marqué pour les établissements psychiatriques, mais cela vient probablement du fait que ces établissements présentent historiquement peu de sinistres. Ce lien moins clair pour la classe PSY, lié au peu de sinistres déclaré, ne remet pas en cause notre modélisation et le choix de la variable, compte tenu de l'impact relatif de cette classe dans le modèle. En effet, ne pas tenir compte du segment psy conduit à modéliser seulement 3 ou 4 sinistres subséquents de plus ou de moins que dans le modèle initial. Pour comparaison, deux modèles sont mis en place, l'un en incluant le psy dans l'évaluation et l'autre sans. On observe des écarts relatifs élevés et des écarts absolus faibles entre les sous-modèles lorsqu'ils prédisent un nombre faible de sinistres (R+3, R+4, R+5), et le phénomène inverse lorsque le modèle doit en prédire beaucoup (R+0 ; R+1 ; R+2). A titre d'exemple pour illustrer le propos, voici quelques résultats présentant les écarts faibles de nombre de sinistres estimés :

année de résiliation	délai (déclaration - résiliation)	sous modèle considéré (année;délai)	Nombre moyen simulé pour les établissements présentant un budget	écart relatif avec le nombre moyen simulé si l'on ne comptabilise pas le psy	écart absolu entre les nombres moyens simulés
2019		1 (2019;1)	51.7617	5%	2.66
2018		2 (2018;2)	2.9889	30%	0.69
2019		2 (2019;2)	7.5919	9%	0.62
2017		3 (2017;3)	2.7368	24%	0.54
2018		3 (2018;3)	4.8633	15%	0.64
2019		3 (2019;3)	12.2193	4%	0.48

FIGURE 2.10 – écart de nombre simulé selon l'inclusion du segment PSY ou non

De par ce tableau et les remarques précédentes, on justifie que le lien limité entre le budget des établissements psychiatriques et le nombre de sinistres de ces derniers n'aura que peu d'impact, au vu de l'importance relative de ces établissements dans le calcul.

Enfin, afin de réaliser les graphiques permettant de vérifier l'hypothèse liant budget au nombre de sinistres, les budgets ont été mis en euros constants de 2020. La démarche de mise en as-if des budgets expliquée ci-après sera réutilisée pour mettre les budgets en as-if lors de la mise en place du modèle. Pour chaque année N de souscription, on considère l'ensemble des établissements présents à la fois en N-1 et en N. Cet ensemble est noté $E_{(N-1,N)}$; L'évolution de budget de l'année N est donnée par :

$$Evol_{budget}^N = \sum_{i \in E_{(N-1,N)}} \frac{Budget_i^N}{Budget_i^{N-1}} - 1 \quad (2.10)$$

A partir de ces taux d'évolution de budget, il est possible de calculer un indice d'évolution (notation Ind_N), qui vaut 100 en 1990, et dont les termes suivants sont calculés grâce aux taux d'évolutions de budget. Les indices sont donnés par :

- $Ind_{1990} = 100$;
- $Ind_{N+1} = Ind_N \times (1 + Evol_{budget}^{N+1})$.

Une fois l'ensemble des indices calculés, un budget d'une année N peut être évalué en €2019 avec la formule suivante :

$$Budget_N^{2019} = Budget_N \times \frac{Ind_{2019}}{Ind_N} \quad (2.11)$$

A noter qu'hors de ce paragraphe, les notations du modèle général seront utilisées s'agissant de la variable d'intérêt. Ici, les notations différentes ont pour but d'expliquer la construction de l'indice. Aussi, sauf mention du contraire, tous les budgets utilisés dans la suite de l'étude seront en euros constants (€2019). Pour ne pas alourdir les notations du modèle général, ce ne sera pas précisé.

Enfin, les graphiques ci dessous présentent le lien qu'on peut observer pour ces 3 segments entre le budget (€2019) et le nombre de sinistres :

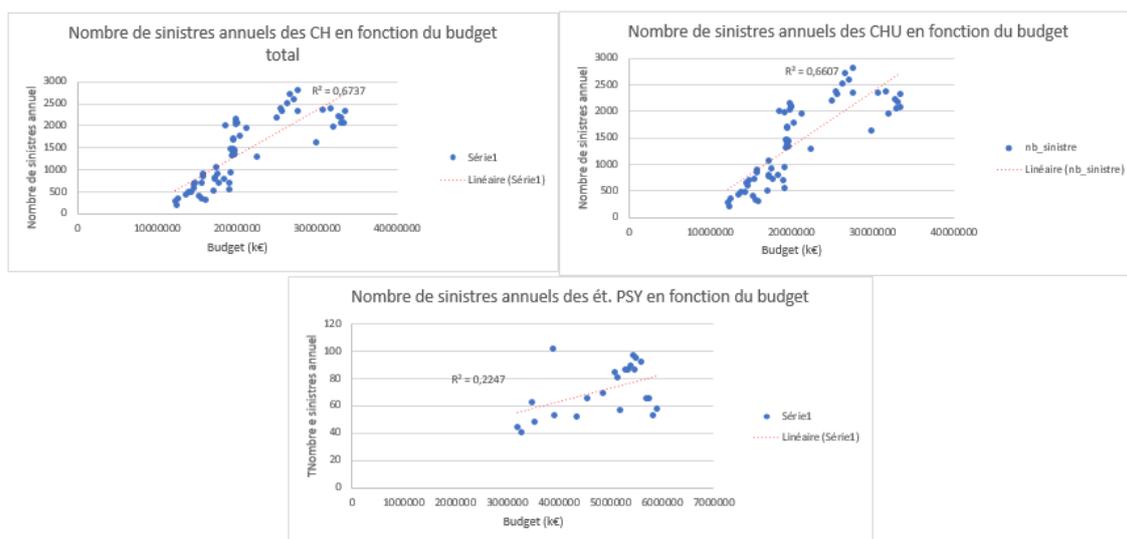


FIGURE 2.11 – Budgets annuels (€2019) et nombre de sinistres associés

Compte tenu de la relation croissante entre nombre de sinistres observé et budget, cette variable sera utilisée pour les segments PSY, CH, CHU.

Concernant la RC Autre, le sanitaire privé, les praticiens : des travaux annexes menés en amont de la mise en place du modèle interne ont pu déterminer les variables disponibles les plus à-même de représenter la fréquence de sinistres. Dans un souci de cohérence avec le modèle interne, les mêmes variables d'intérêt que celles utilisées pour le calcul du risque de primes seront utilisées.

2.3.3 Historique des sinistres subséquents : retraitement, remarques, regroupements

Comme vu dans la présentation du modèle, il a été nécessaire d'identifier précisément les sinistres subséquents à partir d'une pré-liste fournie lors d'une étude de 2019 qui comportait 1334 sinistres. En ajustant les dates de résiliations, calculées sur la résiliation réelle des clients, aux sinistres identifiés en 2019, il s'est avéré que pour 534 subséquents il y avait un mismatch entre date de résiliation associée au sinistre et date de résiliation réelle du client. Ces sinistres ont été isolés et plus de 100 sinistres ont été traités individuellement à l'aide de l'outil de gestion interne permettant d'accéder à l'ensemble des informations relatives à un sinistre : client, date d'ouverture, date de déclaration, date de survenance, décision judiciaire, recours, coassurance, informations de la victime, garantie(s) mise(s) en jeu... Pour ces sinistres pour lesquels un mismatch était présent, dans une immense majorité des cas il s'agissait de faux subséquents, qui vont être expliqués à l'aide du schéma suivant :

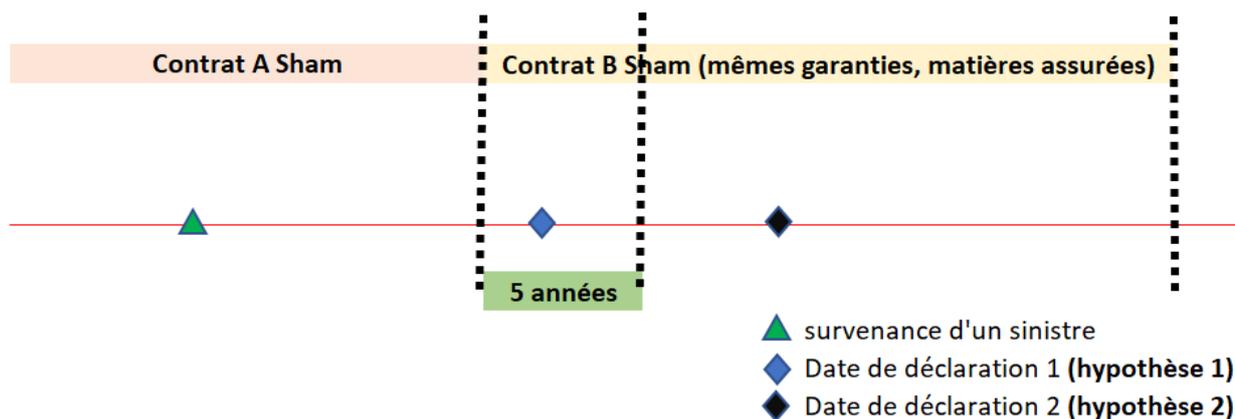


FIGURE 2.12 – Ancien traitement pour déterminer les sinistres subséquents

Supposons que les sinistres survenus pendant le contrat A et déclarés pendant la période de validité du contrat B soient associés au contrat A. Alors, si le sinistre est déclaré plus de 5 années après la résiliation du contrat A (date de déclaration correspondant à l’hypothèse 2), aucun assureur n’indemnise du fait que la garantie subséquente est passée, ce qui ne fait pas sens comme le client est assuré chez Sham.

Autrement dit, certains sinistres ont été renseignés comme subséquents dans les bases de données alors que ce n’en sont pas. En cas de changement de numéro de police d’un client, un sinistre déclaré a pu être rattaché à l’ancien contrat à tort. A titre d’exemple, ce sinistre-ci aurait dû être rattaché au contrat B du fait de la base déclaration, et du fait que les garanties et l’assureur n’aient pas changés.

Après avoir listé les sinistres posant problème quant à la définition de la subséquente, des gestionnaires et juristes ont été contactés afin de vérifier la correcte identification et les bons retraitements des faux subséquents. Une fois « faux subséquents » retirés, il a été possible de tracer l’historique des subséquents par exercice de réclamation, répartis de la manière suivante :

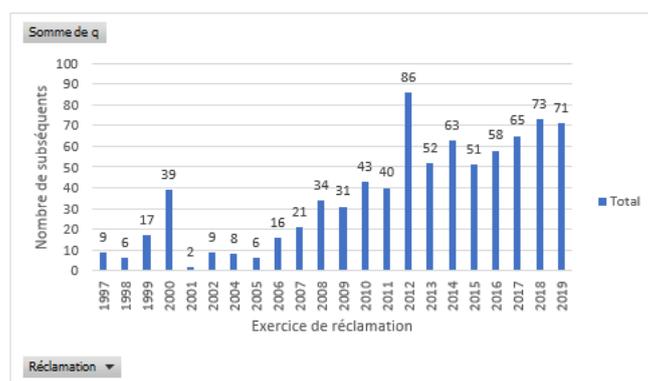


FIGURE 2.13 – Nombre de subséquents observés par exercice de réclamation

A noter 3 choses :

- les premiers subséquents sont enregistrés en 1997 dans les bases de données alors que l’obligation légale de garantie subséquente date de 2003 (c.f paragraphe 1.1)
- il y a très peu de subséquents dans l’historique complet, ce qui pose problème car il faut modéliser un nombre de subséquents par segment et par délai. (et donc modéliser à partir de sous-bases comportant peu de sinistres, la somme du nombre de sinistres de toutes les sous-bases en donnant 800 seulement sur l’historique complet)

- en calculant le rapport entre le nombre de subséquents obtenus ici au nombre de sinistres de RC Corporelle utilisés dans le cadre du risque de primes, il vient que la subséquence représente moins d'1% de la sinistralité annuelle des 5 dernières années, pour un maximum de 1,4% en 2012. Ceci également permet de mettre en doute la manière dont la subséquence est actuellement comptabilisée dans le risque de primes.

Concernant le dernier point mentionnant 1% de subséquents annuels qui justifie partiellement le non-ajustement (taux supérieur à 30% dans l'historique) de la subséquence, il peut être complété avec une vision au 31/12/N des engagements pris/non-pris en compte dans le BE :

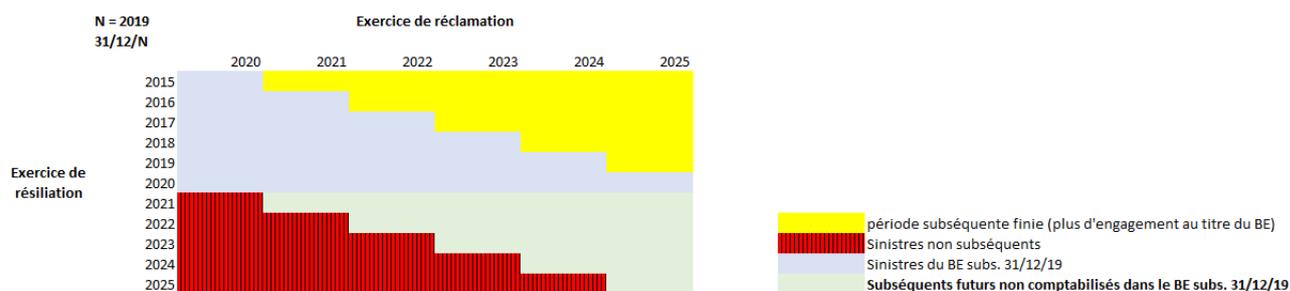


FIGURE 2.14 – Typologie des sinistres selon l'année de déclaration et l'année de résiliation

Le charge totale de subséquents par exercice de réclamation correspond à la somme des cases bleues et des cases vertes sur une colonne. Pour un exercice de réclamation futur donné, tous les subséquents ne sont pas comptabilisés dans le BE 31/12/N. En effet, s'agissant du hors-stock, plus l'année de déclaration avance, plus la proportion de subséquents déclarés cette année et comptabilisée dans le BE de subséquence 31/12/N est faible. A partir de cette vision au 31/12/19, il est envisageable de considérer **un jeu d'hypothèses très prudentes qui démontre une nouvelle fois la surestimation du taux :**

- 1,5% de subséquents annuels (supérieur au maximum observé sur tout l'historique)
- 500 sinistres de plus chaque année sur le risque de primes jusqu'en 2025 à partir de 8000 en 2021 (surestimation forte)
- tous les subséquents jusqu'en 2025 (les 1,5% annuels) sont dans le BE 31/12/19 (faux au vu du schéma précédent mais très prudent).
- 6 subséquents par an à partir de 2026. Justification de la prudence de l'hypothèse : on pourrait faire l'hypothèse de considérer comme négligeable la partie des subséquents déclarés en 2026 ou après, bien qu'il faille en tenir compte dans le *BE* de subséquence évalué au 31/12/2019. Elle est à priori très faible en nombre et en montant. En effet, à partir de 2026, seuls les praticiens (segment RCP) peuvent produire des subséquents au titre du $BE_{subs}^{31/12/19}$, la période de garantie étant terminée pour les autres établissements. Dans l'historique complet de Sham depuis 2000, les sinistres de RCP déclarés au delà de 6 années après résiliation sont au nombre de 6, et ne représentent que 0,5% de l'ensemble des subséquents et moins de 2% des sinistres de RCP. Pour être prudent, on considère 6 subséquents déclarés par an à partir de 2026. C'est autant que le nombre de sinistres total déclaré à (R+6,...,R+10) dans tout l'historique.

Ce qui est obtenu par le calcul en rapportant le nombre de subséquents ainsi considérés au 31/12/19 au nombre de sinistres estimé au titre du risque de primes au 31/12/19 est un ajustement de 10,3%, bien inférieur aux 30% envisagés à minima initialement, malgré la prudence des hypothèses.

Enfin, à partir de ces hypothèses déjà prudentes sur le nombre de sinistres, il est possible de calculer une estimation prudente du taux qui tienne aussi compte de la différence de coût entre les subséquents dont il faut tenir compte et les sinistres du BE RC de 2020.

En effet, le but est d'approximer un taux d'ajustement prudent, il doit tenir aussi compte du fait que les subséquents sont évalués sur 10 ans, y compris sur des années de déclaration où l'on a peu de réassurance, alors que les sinistres du BE de primes sont évalués aux conditions de réassurance 2020. Pour obtenir le poids des subséquents déclarés une année par rapport au poids des sinistres RC déclarés en 2020 de manière approximative, le choix fut fait de calculer le rapport par exercice de déclaration entre le coût des subséquents estimé et le coût des sinistres RC de 2020. Sur les données, il apparaît que le rapport des coûts entre les sinistres subséquents les moins bien réassurés et les sinistres dont il faut tenir compte dans le risque de primes est d'environ 2,2. Pour l'approximation, on multiplie alors tous les nombres de sinistres subséquents prudents déterminés chaque année de déclaration par 2,5 par prudence afin de tenir compte de l'écart "le plus important" de conditions de réassurance qu'il peut exister entre les subséquents futurs et les sinistres du risque de primes. En utilisant ces nouveaux résultats, le calcul donne un taux d'ajustement de 25,6%, encore inférieur au minimum des 30% obtenu sur les cinq dernières années.

Ainsi, en :

- sur-évaluant le nombre de subséquents futurs ;
- sur-estimant la proportion des subséquents futurs dont il faut tenir compte dans le BE ;
- sur-évaluant le poids des subséquents futurs (en coût) par rapport aux sinistres RC ;
- sur-estimant l'évolution de la sinistralité globale annuelle
- sur-évaluant la part (en nombre) de subséquents dans les années de déclaration futures ;
- sous-estimant la part des subséquents réassurés

le taux approximé est d'environ 25%, soit toujours inférieur au minimum obtenu sur les 5 dernières années.

Maintenant que les subséquents sont identifiés, il faut s'intéresser davantage à leur répartition par segment, car peu nombreux ils vont poser des problèmes pour modéliser un nombre de sinistres. La répartition de ces sinistres au préalable identifiés, donne les résultats suivant depuis 2004 :

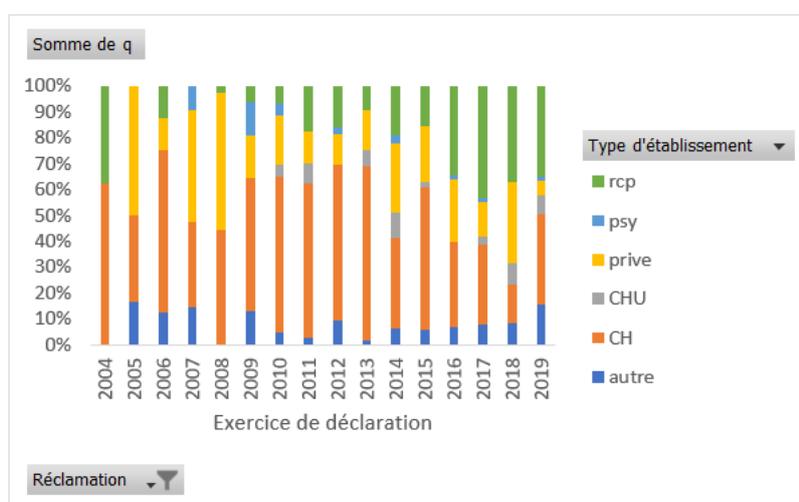


FIGURE 2.15 – Répartition des subséquents observés par segment

Globalement, on observe que les segments qui pèsent le plus dans la sinistralité sont : les CH, les établissements sanitaires privés, et la RCP, qui sur cet historique, représentent

respectivement 44%, 18%, et 24% des subséquents observés. Ceci est justifiable par un turnover plus important pour ces clients, plus nombreux dans le portefeuille. En contactant les gestionnaires, il ressort que Sham a tenu à maintenir une relation forte, de confiance avec les CHU, qui sont à l'origine de l'activité de Sham. L'accompagnement et l'expérience client sont plus valorisées sur les CHU ce qui entraîne moins de résiliations et donc moins de sinistres. Aussi, au delà de l'accompagnement des CHU, ces derniers de par leur niveau d'activité représentent un risque beaucoup plus important que les CH. Le niveau important de risque associé aux CHU rend difficile l'arrivée de nouveaux concurrents, là où les CH sont plus faciles à prendre en charge car plus petits. Ceci aussi peut expliquer la différence de sinistralité entre ces deux types d'établissement. La RC Autre, les CHU et le PSY représentent respectivement 8%, 4% et 2% du nombre de sinistres total.

Du fait que RC Autre, PSY et CHU présentent trop peu de subséquents au sein des classes, il faut donc les regrouper avec d'autres segments dans le cadre de la modélisation des fréquences FQ_X^p . Deux éléments sont pris en compte :

- la proximité de l'activité des établissements : par exemple, CH et CHU ont une activité comparable donc seront regroupés de ce fait
- la variable utilisée pour estimer le nombre de sinistres. A titre d'exemple, la RC Psy présente peu de sinistres et le budget de l'établissement sert à estimer la sinistralité de cette classe pour le risque de primes. Le PSY est alors agrégé avec les CH et les CHU.

Par ailleurs, calculer les fréquences de sinistres 3/4/5 années après résiliations par type d'établissement conduirait à estimer quasi-systématiquement 0 sinistres pour les types d'établissements sous-représentés.

Le détail des établissements PSY donne par exemple 17 sinistres au total, répartis de la manière suivante :

Année de Résiliation	NOMBRE DE SINISTRES PSY					
	NB R + 0	NB R + 1	NB R + 2	NB R + 3	NB R + 4	NB R + 5
1990	0	0	0	0	0	0
1991	0	0	0	0	0	0
1992	0	0	0	0	0	0
1993	0	0	0	0	0	0
1994	0	0	0	0	0	0
1995	0	0	0	0	0	0
1996	0	0	0	0	0	0
1997	0	0	0	0	0	0
1998	0	0	0	0	0	0
1999	0	2	0	0	0	0
2000	0	0	0	0	0	0
2001	0	0	0	0	0	0
2002	0	0	0	0	0	0
2003	0	0	0	0	0	0
2004	0	0	0	0	0	0
2005	0	0	1	0	0	0
2006	0	1	0	0	1	0
2007	0	0	2	0	0	0
2008	0	2	1	0	2	0
2009	0	0	0	0	0	0
2010	0	0	0	0	0	0
2011	0	0	0	0	0	0
2012	0	0	0	0	0	0
2013	0	2	0	0	0	0
2014	0	0	1	0	0	0
2015	0	0	0	0	0	0
2016	0	1	0	0	0	0
2017	0	0	1	0	0	0
2018	0	0	0	0	0	0
2019	0	0	0	0	0	0

FIGURE 2.16 – Répartition des subséquents observés en psy par année de résiliation, par délai

Ici, il n'y a aucun subséquent d'établissement psychiatrique déclaré à R+0, R+3, R+5 (quelle que soit l'année de résiliation) et par conséquent la modélisation de fréquences n'aurait pas de sens pour ces délais (elle ne donnerait que des 0). Cette remarque pourrait également être faite pour la RC Autre pour laquelle il n'y a aucun sinistre dans l'historique à R+4 ou R+5 par exemple. Pour pallier à ces catégories qui présentent trop peu de sinistres dans l'historique pour obtenir des fréquences et du fait des remarques précédentes sur les variables d'intérêt et la

proximité de l'activité, on procède au regroupement selon les 3 segments. Les fréquences seront alors estimées sur les segments distincts suivants :

- Un segment **public** composé de CH, CHU, Psy pour lequel le budget sera la variable d'intérêt liée au nombre de sinistres utilisée
- Un segment **privé** composé des établissements sanitaires privé et de la RC Autre pour lequel le nombre de contrats servira de variable d'intérêt
- un segment RCP, pour laquelle la garantie subséquente peut durer 10 ans, et pour laquelle le nombre de praticiens assuré sera la variable d'intérêt

Après regroupement, les répartitions de sinistres suivants par délai post-résiliation sont observables :

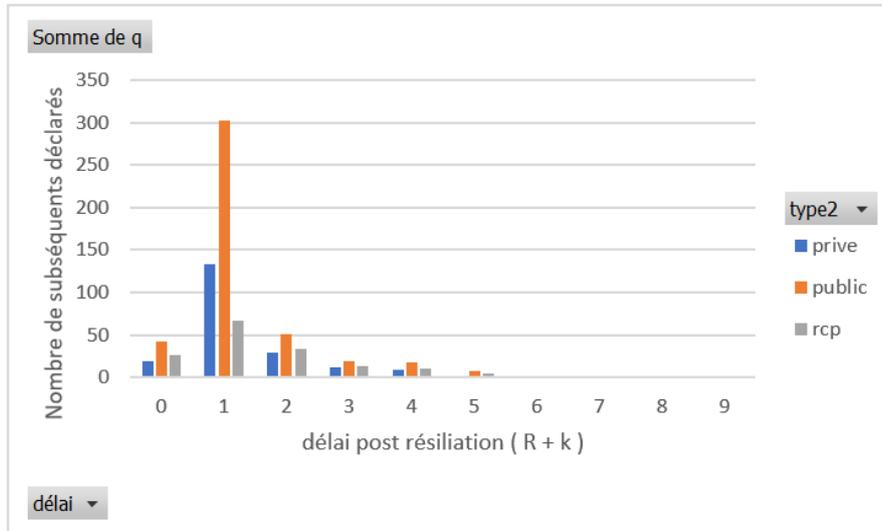


FIGURE 2.17 – Répartition des subséquents observés par délai de déclaration et nouveau segment

Une immense majorité des sinistres est déclaré dans les 2 ans après résiliations (87% des sinistres). Ce qui laisse présager que les modèles de fréquences à partir de R+3 seront moins précis. Aussi, pour la RCP, on peut noter que seuls 4 sinistres ont été déclarés dans tout l'historique entre l'année 6 et l'année 10.

2.3.4 Cadence de déclaration

Pour estimer les cadences de déclaration des sinistres, afin de ne pas biaiser les résultats, des retraitements ont été effectués :

- Seuls sont sélectionnés les établissements continûment présents dans le portefeuille Sham entre 1997 et 2019 (pour rappel, l'année 1997 correspond au début de la phase 2 de la subséquente à Sham, cf figure 1.1).
- Sont exclus de l'étude les sinistres matériels, car non pris en compte dans le périmètre du risque de primes (pour rappel, les sinistres matériels représentent un montant très faible des sinistres bien qu'étant aussi fréquents que les corporels.)

Pour la suite, nous utiliserons les notations suivantes :

- i correspond à l'année de survenance de sinistre, de 1997 à 2019.
- j correspond au délai de déclaration du sinistre. (j vaut de 0 à 22 et, si l'on considère une année de survenance i fixée, j correspond aux années $i + 0, \dots, i + 22$)
- $n_{i,j}$ correspond au nombre de sinistres survenus en i et déclarés en j

- $N_{i,j} = \sum_{k=0}^j n_{i,k}$ correspond au nombre de sinistres cumulés, c'est à dire le nombre des sinistres survenus en i et déclarés sur $[0; j]$
- f_j est le facteur de développement lié à l'année de déclaration j

Pour modéliser les cadences de déclaration des sinistres, le modèle de Mack sea utilisé. Ce dernier correspond à la version stochastique de la méthode Chain-Ladder, cette dernière étant la méthode de provisionnement la plus utilisée, du fait de sa simplicité de mise en oeuvre. C'est une méthode applicable à différents triangles (de charges cumulées, de nombre de sinistres cumulés...).

Le modèle de Mack repose sur la relation suivante :

$$E[N_{i,j+1}|N_{i,0}, \dots, N_{i,j}] = f_j E[N_{i,j}] \quad (2.12)$$

Ce modèle est basé sur plusieurs hypothèses :

- H_1 : indépendance entre les années de survenances, dit autrement : $N_{i,j}, N_{i',j}$ indépendantes dès lors que $i \neq i'$
- H_2 : $\forall i = 1997, \dots, 2019; \forall j = 0, \dots, 21, E[N_{i,j+1}|N_{i,1}, \dots, N_{i,j}] = \lambda_j C_{i,j}$. Il est possible de lier l'espérance conditionnelle de $N_{i,j+1}$ au passé, grâce à un facteur multiplicatif. Sous ces deux premières hypothèses, on obtient les mêmes résultats qu'avec Chain-Ladder.
- H_3 : $\forall j = 0, \dots, 21$, il existe une constante σ_j telle que $V(N_{i,j+1}|N_{i,0}, \dots, N_{i,j}) = \sigma_j^2 N_{i,j}$

Il faut alors vérifier ces hypothèses sur le jeu de données. On dispose du triangle en nombre suivant sur l'ensemble de l'historique :

$n_{i,j}$		Déclaration = Survenance + X																					
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1997	524	284	97	60	53	49	23	18	7	12	14	4	2	1	4	3	2	1	1	1	3	0	2
1998	508	294	113	54	57	40	23	14	8	5	8	5	7	4	6	1	3	2	3	1	1	0	
1999	504	286	124	89	76	33	20	16	18	7	10	7	5	4	5	2	1	2	5	1	1		
2000	563	334	159	102	71	39	25	23	18	12	10	11	5	4	4	7	3	1	1	3			
2001	601	366	169	110	65	45	25	27	14	15	23	15	7	2	3	6	5	2	1				
2002	740	465	226	155	91	41	36	27	26	19	20	16	10	6	6	4	6	1					
2003	622	520	249	118	72	47	24	21	20	14	24	14	10	1	2	5	3						
2004	582	461	245	137	77	41	38	29	28	18	25	7	8	8	4	3							
2005	545	502	264	132	73	50	26	21	27	19	25	2	8	6	12								
2006	537	556	251	126	89	47	38	37	25	16	30	11	5	5									
2007	614	520	193	154	82	54	32	30	24	27	23	9											
2008	574	544	268	139	79	67	46	41	29	26	29	9											
2009	567	593	303	149	99	53	52	24	26	34	25												
2010	573	582	288	155	107	75	44	37	35	20													
2011	587	598	282	136	107	75	40	42	32														
2012	587	638	279	148	137	79	45	38															
2013	619	624	339	198	126	68	50																
2014	631	671	350	180	105	77																	
2015	669	732	328	189	114																		
2016	696	735	381	201																			
2017	756	852	375																				
2018	715	751																					
2019	673																						

FIGURE 2.18 – Nombre de sinistres incrémentaux

A partir du triangle précédent contenant les sinistres survenus l'année i déclarés en j , le triangle de nombre de sinistres cumulés déclarés est formé :

$N_{i,j}$		Déclaration = Survenance + X																					
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1997	524	808	905	965	1018	1067	1090	1108	1115	1127	1141	1145	1147	1148	1152	1155	1157	1158	1159	1160	1163	1163	1165
1998	508	802	915	969	1026	1066	1089	1103	1111	1116	1124	1129	1136	1140	1146	1147	1150	1152	1155	1156	1157	1157	
1999	504	790	914	1003	1079	1112	1132	1148	1166	1173	1183	1190	1195	1199	1204	1206	1207	1209	1214	1215	1216		
2000	563	897	1056	1158	1229	1268	1293	1316	1334	1346	1356	1367	1372	1376	1380	1387	1390	1391	1392	1395			
2001	601	967	1136	1246	1311	1356	1381	1408	1422	1437	1460	1475	1482	1484	1487	1493	1498	1500	1501				
2002	740	1206	1432	1587	1668	1709	1745	1772	1798	1817	1837	1853	1863	1869	1875	1879	1885	1886					
2003	622	1142	1391	1509	1581	1628	1652	1673	1693	1707	1731	1745	1755	1756	1758	1763	1766						
2004	582	1043	1288	1425	1502	1543	1581	1610	1638	1656	1681	1688	1696	1704	1708	1711							
2005	545	1047	1311	1443	1516	1566	1592	1613	1640	1659	1684	1686	1694	1700	1712								
2006	537	1093	1344	1470	1559	1606	1644	1681	1706	1722	1752	1763	1768	1773									
2007	614	1134	1333	1487	1569	1623	1677	1709	1739	1763	1790	1813	1822										
2008	574	1118	1386	1525	1604	1671	1717	1758	1787	1813	1842	1851											
2009	567	1160	1463	1612	1711	1764	1816	1840	1866	1890	1900												
2010	573	1155	1443	1598	1705	1780	1824	1861	1896	1916													
2011	587	1185	1467	1603	1710	1785	1825	1867	1899														
2012	587	1225	1504	1652	1789	1868	1913	1951															
2013	619	1243	1582	1780	1906	1974	2024																
2014	631	1302	1652	1832	1937	2014																	
2015	669	1401	1729	1918	2032																		
2016	696	1431	1812	2013																			
2017	756	1608	1983																				
2018	715	1466																					
2019	673																						

FIGURE 2.19 – Nombre de sinistres cumulés

C'est pour ce triangle de coût de sinistres cumulés qu'il est nécessaire de vérifier les hypothèses du modèle de Mack H_1 , H_2 , et H_3 .

Hypothèse H_2 : Il est possible de donner une interprétation graphique à l'hypothèse H_2 . En effet, si elle est vérifiée, alors à j fixé, les couples $(N_{i,j-1}, N_{i,j})$ doivent être alignés sur une droite de pente \hat{f}_j passant par l'origine, \hat{f}_j étant l'estimateur des facteurs de développement, donné par :

$$\hat{f}_j = \sum_{i=1997}^{2019-j} \frac{N_{i,j}}{N_{i,j-1}} \forall j = 1, \dots, 22 \quad (2.13)$$

Cette hypothèse doit être vérifiée sur les premiers délais de déclaration, car à mesure que les années passent pour un exercice de survenance donné, le coût des déclarations liées à cet exercice de survenance devient très faible. Aussi, les régressions au-delà de $j=5$ présentent des coefficients de détermination $R^2 \approx 1$. Pour les premières années de déclaration, voici les résultats obtenus :

j	facteur de développement	coef reg	écart(%)	R ²
1	1,894471984	1,9036	0,48%	0,6793
2	1,22262912	1,2272	0,37%	0,977
3	1,100949636	1,025	-7,41%	0,997
4	1,060110863	1,0603	0,02%	0,998
5	1,035740336	1,0358	0,01%	0,999
6	1,023080421	1,0234	0,03%	0,999

FIGURE 2.20 – Résultats pour H_2

Les coefficients directeurs des régressions obtenus sont tous proches de la valeur du facteur de développement \hat{f}_j correspondant. Hormis un coefficient de détermination R^2 un peu faible pour $j=1$, les autres coefficients sont supérieurs à 0,95. Au global, il semble possible de valider l'hypothèse H_2 . Ces tendances linéaires sont notables graphiquement également ¹ :

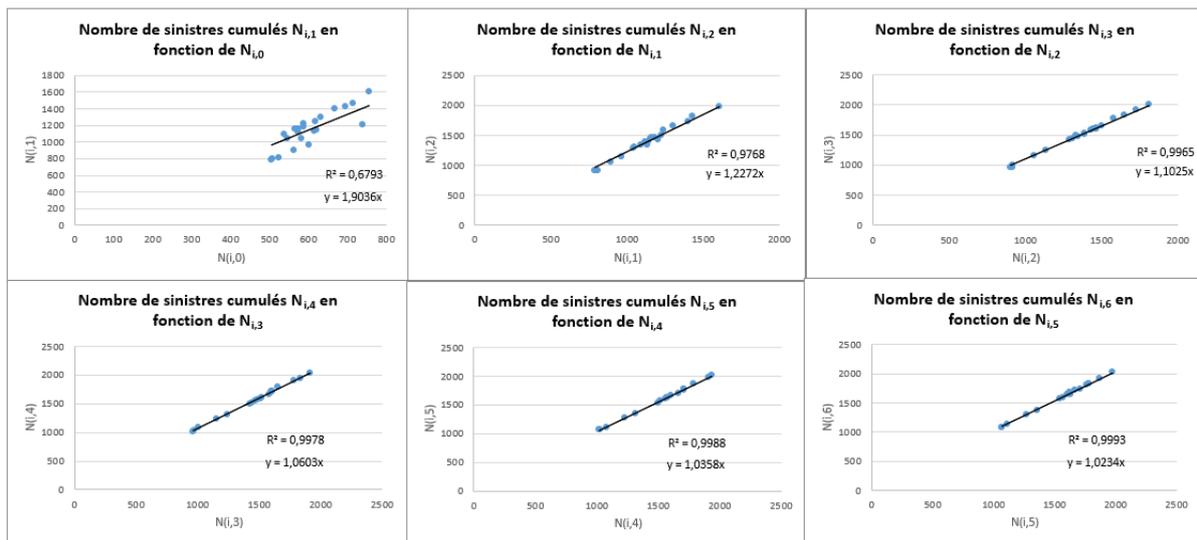


FIGURE 2.21 – Couples de points

Ici, les couples $(N_{i,j-1}, N_{i,j})$ sont alignés sur une droite de pente \hat{f}_j passant par l'origine. L'hypothèse H_2 est validée.

1. tests graphiques issus de travaux pratiques effectués en cours, cf. [8]

Vérifions maintenant l'hypothèse H_3 . Il est également possible d'en donner une interprétation graphique : si l'hypothèse H_3 est vérifiée, alors à j donné, les couples de points $(N_{i,j-1}, D_{i,j-1})$ doivent présenter une forme non structurée², avec les $D_{i,j-1}$ donnés par :

$$D_{i,j-1} = \frac{N_{i,j} - \hat{f}_j N_{i,j-1}}{\sqrt{N_{i,j-1}}} \quad (2.14)$$

Les graphiques des $(N_{i,j-1}, D_{i,j-1})$ donnent les résultats suivants :

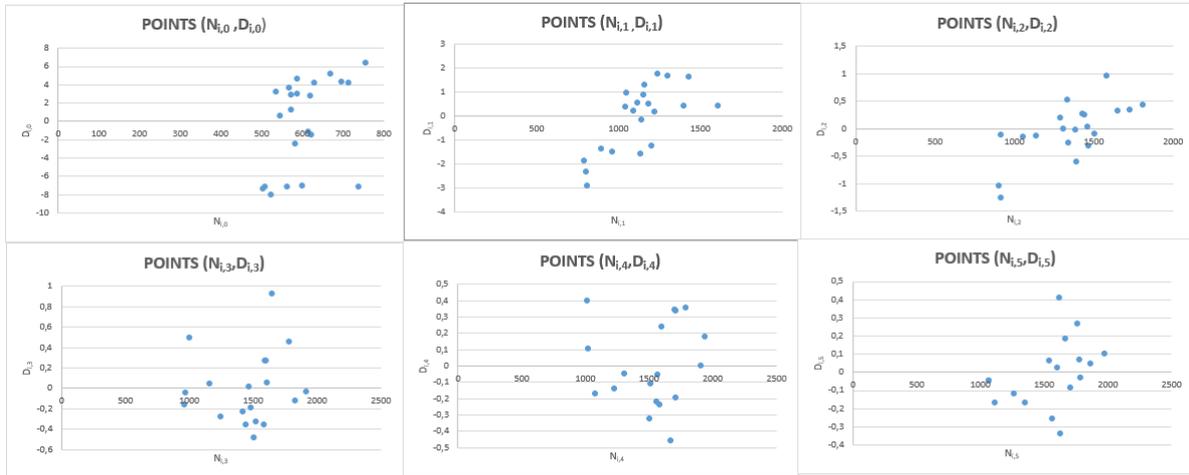


FIGURE 2.22 – Graphiques des $(N_{i,j-1}, D_{i,j-1})$

Pour $j = 0, 3, 4, 5$ le graphe ne présente pas de structure particulière. Pour $j = 1$ et $j = 2$, il existe une tendance linéaire croissante. La validation de l'hypothèse H_3 n'est pas pour autant remise en cause. Elle sera considérée validée dans le but d'estimer nos cadences, mais il est à noter que cette validation partielle d'hypothèse constitue une limite du modèle.

Il faut désormais traiter l'hypothèse H_1 , qui suppose l'indépendance des différentes années de survenance. Pour vérifier cette hypothèse, un test³ basé sur l'étude des facteurs de développement individuels a été effectué. Il permet de détecter l'existence de tendances sur ces facteurs pour chaque diagonale du triangle.

Le test consiste à classer les facteurs individuels de développement de chaque colonne (délai de déclaration) en 2 sous-groupes : les facteurs inférieurs à la médiane de la colonne, notés P , et les facteurs supérieurs à la médiane de la colonne, notés G . Pour valider qu'il n'y a pas d'effet calendaire (lié à l'inflation du nombre de sinistres), les coefficients P et G sur chaque diagonale doivent être proches, chaque facteur de développement ayant une probabilité identique d'être classé G ou P .

Aussi, lorsque le nombre d'éléments de la colonne est impair, alors l'un des facteurs de développement est égal à la médiane et ne sera classé dans aucun des groupes. Pour chaque diagonale, on définit la variable $Z_j = \min(G_j, P_j)$ où G_j et P_j sont les nombres d'éléments de la diagonale j respectivement classés en G ou en P .

Si l'hypothèse d'absence d'effet calendaire est vérifiée, alors Z_j suit une loi binomiale de

2. cf [1], p.363 : on a utilisé les mêmes notations et le même test que dans le livre, cependant attention à ne pas confondre $D_{i,j-1}$ résidu et D_k cadence de déclaration pour la suite

3. test de l'article de Mack, cf [7]

paramètre $n_j = G_j + P_j$ et $p = \frac{1}{2}$ et on peut noter :

$$E(Z_j) = \frac{n_j}{2} - \binom{n_j - 1}{m_j} \times \frac{n_j}{2^{n_j}}$$

$$Var(Z_j) = \frac{n_j(n_j - 1)}{4} - \binom{n_j - 1}{m_j} \times \frac{n_j(n_j - 1)}{2^{n_j}} + E[Z_j] - E[Z_j]^2$$

avec $m_j = \lfloor \frac{n_j - 1}{2} \rfloor$

Alors on pose :

$$H_0 : Z_j \sim Bin(n_j, p)$$

H_1 : il y a des effets calendaires.

On pose $Z = \sum Z_j$ Sous l'hypothèse d'indépendance, on a à la fois $E[Z] = \sum E[Z_j]$ et $Var[Z] = \sum Var[Z_j]$. On peut faire l'approximation de la normalité de la loi de Z , sous condition d'un nombre suffisant d'observations. Par conséquent, on peut valider l'hypothèse d'absence d'effets calendaires (sous l'hypothèse d'un intervalle de confiance à $1 - \alpha\%$) si :

$$Z \in [E[Z] - q_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{Var[Z]}; E[Z] + q_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{Var[Z]}]$$

On peut également noter que s'il n'y a pas d'effet calendaire, alors Z_j ne doit pas être significativement différent de $\frac{n_j}{2}$.

Le test sur les données a donné les résultats suivants :

diagonale	Gj	Pj	nj	Zj	mj	E(Zj)	Var(Zj)	Zj-0,5nj
1997	1	0	1	0	0	0	0	-0,5
1998	2	0	2	0	0,5	0,5	0,25	-1
1999	3	0	3	0	1	0,75	0,1875	-1,5
2000	4	0	4	0	1,5	1,25	0,4375	-2
2001	3	1	4	1	1,5	1,25	0,4375	-1
2002	4	2	6	2	2,5	2,0625	0,6210938	-1
2003	6	1	7	1	3	2,40625	0,5537109	-2,5
2004	7	1	8	1	3,5	2,90625	0,8037109	-3
2005	7	2	9	2	4	3,2695313	0,7359467	-2,5
2006	6	4	10	4	4,5	3,7695313	0,9859467	-1
2007	9	2	11	2	5	4,1464844	0,9179955	-3,5
2008	12	0	12	0	5,5	4,6464844	1,1679955	-6
2009	7	6	13	6	6	5,0336914	1,0999391	-0,5
2010	6	8	14	6	6,5	5,5336914	1,3499391	-1
2011	5	10	15	5	7	5,9289551	1,2818179	-2,5
2012	3	12	15	3	7	5,9289551	1,2818179	-4,5
2013	7	9	16	7	7,5	6,4289551	1,5318179	-1
2014	5	12	17	5	8	6,8307648	1,4636537	-3,5
2015	5	12	17	5	8	6,8307648	1,4636537	-3,5
2016	4	14	18	4	8,5	7,3307648	1,7136537	-5
2017	5	14	19	5	9	7,7380295	1,6454599	-4,5
2018	9	10	19	9	9	7,7380295	1,6454599	-0,5

Z	68
E(Z)	92,28
Var(Z)	21,58
alpha	5,00%
intervalle 95'	83,18 101,38
H0 est rejetée	

FIGURE 2.23 – Test d'indépendance des années de survivance

Ce test ne permet pas de valider l'hypothèse d'absence d'effet calendaire. En effet, il y a un effet pour les années 2008, 2012, 2016, et 2017. Il est notamment important en 2008, pour lequel l'intégralité des facteurs individuels de développement sont inférieurs à la médiane de la colonne dans laquelle ils sont situés.

Si ces quatre années ne sont pas prises en compte, le résultat du test est le suivant :

diagonale	G _i	P _i	n _i	Z _i	m _i	E(Z _i)	Var(Z _i)	Z _i -0,5n _i
1997	1	0	1	0	0	0	0	-0,5
1998	2	0	2	0	0,5	0,5	0,25	-1
1999	3	0	3	0	1	0,75	0,1875	-1,5
2000	4	0	4	0	1,5	1,25	0,4375	-2
2001	3	2	5	2	2	1,5625	0,3711	-0,5
2002	4	2	6	2	2,5	2,0625	0,6211	-1
2003	4	2	6	2	2,5	2,0625	0,6211	-1
2004	7	1	8	1	3,5	2,9063	0,8037	-3
2005	5	4	9	4	4	3,2695	0,7359	-0,5
2006	5	5	10	5	4,5	3,7695	0,9859	0
2007	7	3	10	3	4,5	3,7695	0,9859	-2
2008	0	0	0	0	0,5			
2009	4	6	10	4	4,5	3,7695	0,9859	-1
2010	5	7	12	5	5,5	4,6465	1,168	-1
2011	5	10	15	5	7	5,929	1,2818	-2,5
2012	0	0	0	0	0,5			
2013	6	10	16	6	7,5	6,429	1,5318	-2
2014	0	0	0	0	0,5			0
2015	6	12	18	6	8,5	7,3308	1,7137	-3
2016	0	0	0	0	0,5			
2017	0	0	0	0	0,5			
2018	5	13	18	5	8,5	7,3308	1,7137	-4

Z	50
E(Z)	57,34
Var(Z)	14,39
alpha	5,00%
intervalle 9	49,90 64,77
H0 est acceptée	

FIGURE 2.24 – Test d’indépendance des années de survenance n°2

En excluant ces 4 années, le test d’absence d’effet calendaire n’est pas rejeté avec un risque de 5% d’erreur. De ce fait, l’hypothèse est considérée validée pour les autres exercices de compétence.

Ainsi, la validation partielle de l’hypothèse d’absence d’effet calendaire permet de considérer les 3 hypothèses inhérentes au modèle de Mack comme validées.

Ces hypothèses étant considérées valides, les estimateurs f_j sont sans biais et non corrélés. Il est alors possible déterminer les cadences de déclaration des sinistres à partir de ces facteurs de développement sans biais, et du lien entre le modèle de Mack et le modèle de De Vylder⁴.

Ce dernier est présenté de la façon suivante :

$$Y_{i,j} = D_j p_i$$

avec :

- p_i le coût des sinistres survenus en i
- D_j la proportion du coût des sinistres p_i déclarés l’année j i.e. la cadence de déclaration des sinistres.

Le triangle s’écrit alors de la manière suivante :

		déclaration				
		$D_1 p_1$	$D_2 p_1$...	$D_{n-1} p_1$	$D_n p_1$
survenance	$D_1 p_2$...	$D_{n-1} p_2$	
		
	...					
	$D_1 p_{n-1}$		$D_2 p_{n-1}$			
	$D_1 p_n$					

FIGURE 2.25 – Triangle incrémental : modèle de De Vylder

Le modèle de Mack donné à l’équation 2.12 et le modèle de De Vylder sont équivalents dès lors que l’on pose :

$$\sum_j D_j = 1$$

$$Y_{i,j} = C_{i,j} - C_{i,j-1}$$

4. cf [1] ,pages 359-360

Alors les cadences de déclaration des sinistres sont données par :

$$D_0 = \frac{1}{\prod_{j=1}^{22} f_j} \quad (2.15)$$

$$D_j = \left(\prod_{k=j+1}^{22} f_k \right)^{-1} - \left(\prod_{k=j}^{22} f_k \right)^{-1} \quad \forall j = 1, \dots, 21 \quad (2.16)$$

$$D_{22} = 1 - \frac{1}{f_{22}} \quad (2.17)$$

Dans notre cas, les cadences de déclaration ont été calculées par cette méthode et donnent les résultats suivants :

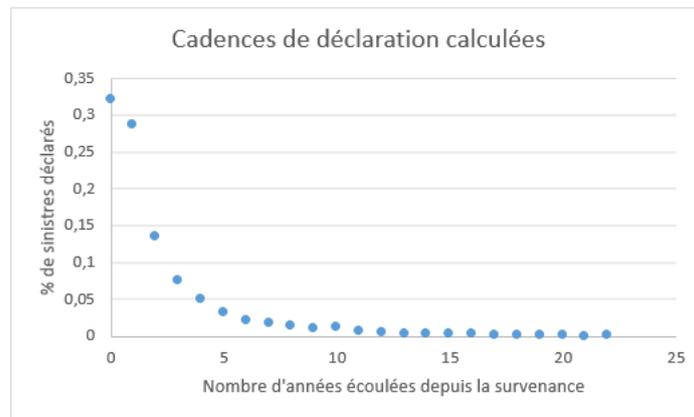


FIGURE 2.26 – Les sinistres sont déclarés rapidement après survenance

D'après les estimations effectuées : 32% des sinistres sont déclarés l'année de leur survenance et 28% l'année suivante. Aussi, les cadences de déclaration sont décroissantes. Pour la subséquent, ceci traduit le fait qu'après résiliation d'un contrat l'année R , ce contrat produira de moins en moins de sinistres en $R+1$, $R+2$, ..., $R+5$ dans la mesure où les sinistres sont déclarés relativement rapidement après survenance. D'après ces résultats, environ 10% des sinistres sont déclarés au-delà de $R+5$.

Enfin, peut noter que ce modèle mis en place présente des limites. D'une part, il ne vérifie pas parfaitement l'hypothèse d'absence d'effet calendaire du modèle. Mais surtout, l'estimation des coefficients a été faite à partir des années de déclaration et de survenance, et non à partir des dates réelles. Le travail fait sur les cadences a donc introduit un décalage donc un biais. En effet, si un sinistre survient au 31/12/1997 et est déclaré au 01/01/1998, le délai de déclaration considéré est d'un an. Cette première limite au modèle est importante à noter. Elle n'empêche toutefois pas de remarquer que les sinistres sont globalement déclarés rapidement après survenance, et de ce fait que la sinistralité estimée dans les années lointaines sera faible, du fait de la frontière des contrats qui prend en compte les résiliations passées et futures à un an. Ces clients résiliés seront associées à des coefficients (cadences) de plus en plus faibles au fur et à mesure que seront estimés des sinistres « sur le long terme ». (sinistralité 2019 des résiliations 2019, ...). Ceci semble globalement cohérent avec les observations faites.

2.3.5 Modèles linéaires généralisés

2.3.5.1 Généralités

Les modèles linéaires généralisés (ou GLM pour Generalized Linear Models) ont pour objectif de modéliser la relation entre une variable réponse et plusieurs variables explicatives. Ils ont pour but de compenser certaines limites du modèle gaussien classique :

- le caractère gaussien de la variable à expliquer
- la variance de la variable réponse constante
- l'impossibilité d'expliquer des variables qualitatives, à priori positives, ou encore entières

Les GLM présentent trois composantes distinctes :

- une **variable réponse** \mathbf{Y} , ou composante aléatoire, donc représentée par un vecteur d'observations; $Y = (Y_1, \dots, Y_n)$
- des **variables explicatives**, $X = (X_1, \dots, X_p)$, utilisées comme prédicteurs dans le modèle.
- une **fonction lien** g déterministe qui exprime la relation fonctionnelle entre l'espérance de la variable réponse et une combinaison linéaire des variables explicatives.

Le modèle peut se noter :

$$g(\mu) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_p X_p$$

avec $\mu = E[Y|X]$

Tout d'abord, l'hypothèse sous-jacente au GLM concerne la loi des variables à expliquer. En effet, elle doit appartenir à la famille exponentielle. Cela signifie que chaque composante Y_i a une densité de probabilité qui doit pouvoir s'écrire sous la forme

$$f(y; \theta; \phi) = \exp\left(\frac{y\theta - b(\theta)}{a(\phi)} + c(y, \phi)\right)$$

Par exemple, la loi de Poisson appartient à cette famille; en effet :

$$P(Y = y) = e^{-\mu} \frac{\mu^y}{y!} = e^{y \ln(\mu) - \mu - \ln(y!)} \quad (2.18)$$

On pose alors $\theta = \ln(\mu)$; $b(\theta) = e^\theta$; $c(k, \phi) = -\ln(k!)$; $a(\phi) = 1$ pour montrer l'appartenance.

2.3.5.2 Modèle initial et estimateur de β

Dans le modèle, l'objectif est de projeter nos fréquences historiques afin de simuler un nombre de sinistres subséquents, c'est à dire simuler une loi discrète positive. Cela peut par exemple être la loi de Poisson, mais le choix de la loi pour modéliser la fréquence dépend de la dispersion des données. Plusieurs modèles sont usuellement utilisés dans le cadre de l'estimation de données de comptage. On distingue par exemple la régression de Poisson et la régression binomiale négative, toutes deux fréquemment utilisées. Si la variable réponse est quantitative discrète positive, il y a plusieurs choix, notamment :

- Si $E(Y) = \text{Var}(Y)$, la régression de Poisson est adaptée, la loi présentant l'avantage d'avoir une espérance égale à sa moyenne
- si $E(Y) < \text{Var}(Y)$, une régression binomiale négative est à privilégier pour tenir compte de la sur-dispersion des données
- si $E(Y) > \text{Var}(Y)$, la régression binomiale est plus adaptée. Mais ce modèle étant moins prudent que la régression de Poisson, il n'est pas intéressant du point de vue de la prudence.

Dans le modèle est évaluée une fréquence moyenne à partir des fréquences historiques. Dans une volonté de cohérence avec le modèle interne du risque de primes, le choix fait est une régression de Poisson pour estimer les fréquences. Un stress-test portera sur le type de régression à effectuer en fonction des observations et résultats.

La régression consistera à projeter une fréquence moyenne, puis de simuler le nombre de sinistres correspondant. La régression retenue, comme pour le risque de primes, est de la forme suivante :

$$\ln(E(FREQ_{X,model}^k)) = \beta_{k,model} \quad (2.19)$$

Ce qui est équivalent à :

$$\ln(E(NBSIN_{X,model}^k)) = \ln(ExpO_X^P)_{model} + \beta_{k,model} \quad (2.20)$$

L'indice *model* ajouté aux notations vient préciser que les fréquences liées à chaque délai sont calculées par modèle :

- Modèle public (CH,CHU,PSY)
- Modèle privé (Sanitaire privé, RC Autre)
- Modèle RCP.

$\beta_{k,model}$ correspond au coefficient à estimer à l'aide du GLM pour le modèle *model* et le délai post-résiliation *k*. Le nombre moyen de sinistres simulés par chaque modèle $\hat{\mu}_{i,model}$ est alors donné par :

$$\hat{\mu}_{i,model} = \exp(\hat{\beta}_{k,model}) * (ExpO_X^P)_{model}$$

Pour la démonstration, on note $\beta = \beta_{k,model}$. La fréquence moyenne est alors donnée par $\exp(\beta)$ qu'on peut estimer par maximum de vraisemblance. La fonction lien du modèle étant canonique, il est possible de trouver une expression analytique de l'estimateur du maximum de vraisemblance.

Si $Y_i \sim P(\mu_i)$ alors la log-vraisemblance du modèle précédent est donnée par :

$$\begin{aligned} \ln(L(y_1, \dots, y_n, \beta)) &= \sum_{i=1}^n \ln(e^{y_i \ln(\mu_i) - \mu_i - \ln(y_i!)}) \\ \ln(L(y_1, \dots, y_n, \beta)) &= \sum_{i=1}^n y_i \ln(\mu_i) - \mu_i - \ln(y_i!) \end{aligned}$$

Par hypothèse, $\ln(\mu_i) = \beta + \ln(expo_i)$ et donc :

$$\ln(L(y_1, \dots, y_n, \beta)) = \sum_{i=1}^n y_i \ln(expo_i) + y_i \beta - \exp(\beta) expo_i - \ln(y_i!)$$

Il ne reste qu'à résoudre $\frac{d \ln L}{d \beta} = 0$ pour obtenir :

$$\exp(\hat{\beta}) = \frac{\sum y_i}{\sum expo_i} \quad (2.21)$$

$\exp(\hat{\beta}_{k,model})$ correspond à la fréquence moyenne évaluée avec le GLM, et dépend de l'historique qu'on sélectionne pour chaque sous-modèle. L'historique est choisi de sorte à présenter une certaine stabilité des fréquences. S'il y a peu de sinistres, il est choisi assez profond pour observer les subséquents de l'historique s'ils sont rares ou n'interviennent qu'une année par exemple, et donc théoriquement le modèle peut en prédire dans ce cas. (c'est le cas pour les fréquences R+5,...,R+10)

Par exemple, pour l'évaluation de $exp(\hat{\beta}_{public,1})$, une stabilité des fréquences de subséquents depuis 2011 est remarquable, et cet historique a été sélectionné pour la modélisation. L'estimateur de la fréquence moyenne et les fréquences sur cet historique peuvent être observés sur le schéma ci-dessous :

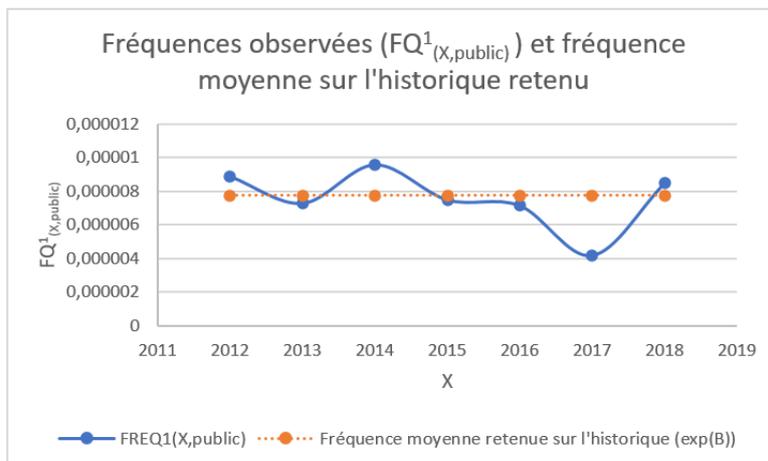


FIGURE 2.27 – Sélection d'un historique de fréquences et estimateur moyen associé à la régression

2.3.5.3 Qualité d'ajustement du modèle

La qualité d'ajustement du modèle peut être jaugée en utilisant différents tests. Pour juger l'ajustement global, la déviance se définit comme une mesure comparant le modèle mis en place au modèle saturé, c'est à dire un modèle comportant autant d'observations que de paramètres et qui fournit une description parfaite des données ($y_i = \hat{\mu}_i \forall i \in 1, \dots, n$). Pour chaque GLM, la déviance est donnée par :

$$D = 2[\ln(L_{sat}) - \ln(L)]$$

Pour évaluer l'ajustement de manière empirique, il est possible d'évaluer le rapport entre la déviance et le nombre de degrés de libertés ($ddl = n - p$ avec n nombre d'observations considérées dans le modèle et p nombre de paramètres estimés, donc un seul ici, β).

Les résultats suivants sont obtenus :

Modèle	DDL	Deviance	Deviance / DDL	Deviance/DDL < 1
public-0	5	19,7498	3,95	NON
public-1	6	4,1584	0,6931	OUI
public-2	2	0,4646	0,2323	OUI
public-3	2	0,1962	0,0981	OUI
public-4	4	2,5567	0,6392	OUI
public-5	5	6,3066	1,2613	NON
prive-0	5	14,3517	2,8703	NON
prive-1	4	8,9646	2,2411	NON
prive-2	6	14,1072	2,3512	NON
prive-3	8	5,9307	0,7413	OUI
prive-4	4	1,0349	0,2587	OUI
prive-5	10	0	0	/
rcp-0	9	9,5176	1,0575	NON
rcp-1	3	2,5895	0,8632	OUI
rcp-2	3	0,9316	0,3105	OUI
rcp-3	5	7,0044	1,4009	NON
rcp-4	5	20,44	4,088	NON
rcp-5	5	2,6291	0,5258	OUI
rcp-6	5	3,2302	0,646	OUI
rcp-7	5	2,5574	0,5115	OUI
rcp-8	5	0	0	/
rcp-9	5	4,4909	0,8982	OUI
rcp-10	5	0	0	/

Modèles dégénérés

Critère empirique OK

Critère empirique non validé

FIGURE 2.28 – Résultats empiriques Deviance/ddl

Le modèle ne peut que partiellement être validé :

- les modèles ne possédant pas de sinistres dans l'historique sont dégénérés et n'ont pas de sens prédictif (privé à 5 ans, RCP à 8 ans, RCP à 10 ans).
- environ un tiers des modèles restants semblent ne pas être bien ajustés, le critère empirique deviance/ddl étant supérieur à un.

Pour valider théoriquement le modèle, il est possible également d'utiliser le Khi-Deux de Pearson, donné par :

$$\chi^2_{Pearson} = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \hat{\mu}_i)^2}{V(\hat{\mu}_i)}$$

Le modèle est statistiquement valide sous l'hypothèse nulle. L'hypothèse nulle ne sera pas rejetée à condition que $\chi^2_{Pearson} < \chi^2(1 - \alpha, n - p)$ avec $\chi^2(1 - \alpha, n - p)$ le quantile de la table du Khi Deux à n-p degrés de liberté d'ordre $1 - \alpha$. Les statistiques du Khi-Deux calculées sur nos modèles donnent les résultats suivant :

Modèle	DDL	Khi² Pearson	Khi²/DDL	Stat X²	Test valide
prive-0	5	12,311	2,4622	11,0704977	NON
prive-1	4	8,3772	2,0943	9,48772904	OUI
prive-2	6	11,0962	1,8494	12,5915872	OUI
prive-3	8	3,8793	0,4849	15,5073131	OUI
prive-4	4	1,0196	0,2549	9,48772904	OUI
prive-5	10	0	0	18,3070381	
public-0	5	39,0747	7,8149	11,0704977	NON
public-1	6	3,7368	0,6228	12,5915872	OUI
public-2	2	0,4307	0,2154	5,99146455	OUI
public-3	2	0,1913	0,0956	5,99146455	OUI
public-4	4	2,4168	0,6042	9,48772904	OUI
public-5	5	4,22	0,844	11,0704977	OUI
rcp-0	9	7,1421	0,7936	16,9189776	OUI
rcp-1	3	2,7236	0,9079	7,8147279	OUI
rcp-2	3	0,8667	0,2889	7,8147279	OUI
rcp-3	5	6,0453	1,2091	11,0704977	OUI
rcp-4	5	21,0395	4,2079	11,0704977	NON
rcp-5	5	1,6924	0,3385	11,0704977	OUI
rcp-6	5	4,0285	0,8057	11,0704977	OUI
rcp-7	5	2,592	0,5184	11,0704977	OUI
rcp-8	5	0	0	11,0704977	
rcp-9	5	8,4446	1,6889	11,0704977	OUI
rcp-10	5	0	0	11,0704977	

modèles dégénérés (toutes fréquences nulles)
Test Khi Deux OK
Test Khi Deux non valide

FIGURE 2.29 – Chi-Deux de Pearson des modèles

Plusieurs modèles ne sont pas bien ajustés au vu de la statistique du chi-deux observée. Les modèles dégénérés sont les mêmes que les précédents. Afin de retirer les modèles dégénérés, un regroupement de fréquences sera testé en stress-test.

2.3.6 Ajustements : applications des conditions de réassurance

Quelques ajustements du modèle sont à prendre en compte et à évoquer avant l'analyse des résultats du modèle. Ces ajustements sont liés aux coûts des sinistres, plus précisément à la réassurance.

On considère dans un premier temps le **modèle central** dont les résultats du GLM ont été détaillés ci-avant. Les subséquents étant des sinistres n'ayant pas de typicité spécifique a priori (le fait de résilier n'impacte pas le montant d'un sinistre), et pour rester cohérent avec le risque de primes, on a utilisé les simulations de coût moyen effectuées dans le cadre du BE de primes. Cela a permis d'associer à chaque nombre de sinistre calculé (i.e chaque simulation d'une case) un coût différent. Cependant, il a fallu opérer à quelques changements. Dans le risque de primes, un coût moyen global est simulé pour l'exercice (N+1), de ce fait on applique par défaut un taux de quote-part égal au taux pour l'année de déclaration (N+1). Dans ce modèle d'évaluation des subséquents, en se plaçant au 31/12/N, les engagements liés à des sinistres subséquents futurs

sont sinistres sur (N+1),...(N+11) du fait de la frontière des contrats. Il faut alors se placer dans le cadre des contrats signés avec les réassureurs au 31/12/N pour évaluer les coûts des futurs sinistres subséquents. A cette date, deux contrats de réassurance en quote-part ont été signés, relatifs aux exercices de déclaration (N+1) et (N+2). De ce fait, il faut considérer ces conditions pour évaluer les coûts moyens annuels :

- quote-part 2020 : 61,5%
- quote-part 2021 : 20%
- quote-part 2022 et au de-là : 0%

Il est alors possible d'appliquer la quote-part au modèle de la façon suivante :

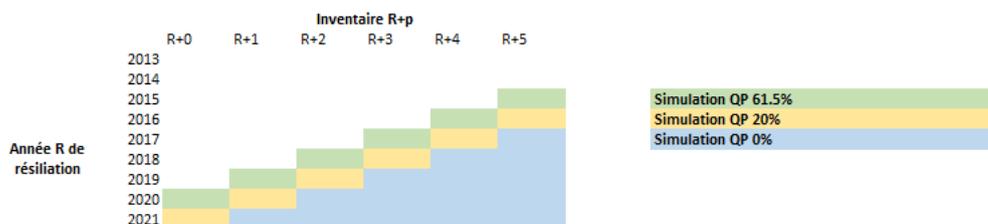


FIGURE 2.30 – Quote-part appliquée aux coûts simulés

S'agissant des traités XS signés, les réclamations formulées pendant le délai subséquent de garantie sont prises en charge par le traité XS en vigueur à la date du dernier jour de validité de la garantie dont la suppression a fait naître un sinistre subséquent. Ainsi, en utilisant l'évaluation du BE au 31/12/19, il est possible de déterminer un taux de cession XS par exercice en rapportant les cessions XS calculées par type de sinistre sur chacun des exercices au montant du BE RC brut de l'exercice concerné, et donc d'en déduire des taux de cession pour les contrats résiliés en 2010, 2011, etc...

Année de résiliation	Somme des flux inflatés (M €)	Cessions XS	Taux de cession XS
2019	387,99	114,10	29,4%
2018	378,22	107,91	28,5%
2017	358,06	107,90	30,1%
2016	313,22	94,34	30,1%
2015	226,43	68,83	30,4%

FIGURE 2.31 – Taux de cession XS calculés par exercice

Sur la base de l'historique, et compte tenu du fait que les traités XS n'ont pas évolué sur la période, un taux de cession XS à 25% a été choisi. Ceci permet ainsi de conserver une vision prudente. Ce taux moyen sur la période est d'autant plus prudent que les contrats XS n'ont pas évolué sur la période 2010-2019.

Il faut ensuite appliquer les taux de placement des différentes années pour obtenir des taux de cession finaux. Enfin, pour les années futures 2020 et 2021, le taux de cession final le plus bas de l'historique sera conservé, afin d'être prudents.

Les taux de cession finaux retenus sont alors les suivants :

année de résiliation	Taux de cession XS retenu après placement
2010	25%
2011	25%
2012	25%
2013	25%
2014	18%
2015	18%
2016	18%
2017	18%
2018	18%
2019	15%
2020	15%
2021	15%

FIGURE 2.32 – Taux de cession XS finaux retenus

2.3.7 Résultats du modèle

2.3.7.1 Analyse globale

Mille simulations de charge totale basée sur le modèle ont été calculées, le choix de mille étant fait en raison de la longueur des temps de calcul (chaque simulation nécessitant de déterminer une base d'établissement résiliés sur 2 ans et un calcul d'expositions sur les bases de résiliation ainsi créées). Un stress test nécessaire à effectuer consistera à reproduire plusieurs fois ce scénario de mille simulations pour obtenir une valeur stabilisée du SCR. Ceci permettra de converger vers un montant de SCR moyen. Les résultats obtenus pour mille simulations sont les suivants :

	BE 31/12/19	BE 31/12/20	Charge moyen	VaR 31/12/20	SCR
Fréquences non regroupées et simulations de coût	7,20	9,09	10,70	13,11	5,91

FIGURE 2.33 – Résultats nets du modèle central

Le BE 31/12/19 de 7,2M € calculé par le modèle constitue un élément central à analyser car il est également calculé par le DA. Le BE calculé par notre modèle se décompose au 31/12/19 de la manière suivante :

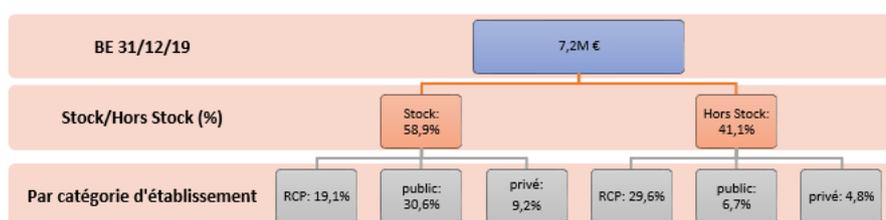


FIGURE 2.34 – Décomposition du BE de subséquent calculé au 31/12/19

59% de la charge globale future est associée aux résiliations déjà connues au 31/12/19. Les 41% de la charge globale restante sont liés à des sinistres d'établissements non-résiliés au 31/12/19 mais dont les résiliations sont simulées en 2020.

Il y a également des disparités au sein des classes : par exemple, les établissements publics déjà résiliés au 31/12/19 représentent plus de 30% du BE, tandis que ceux non résiliés au 31/12/19 ne représentent que 6,7% du BE. Cette disparité peut s'expliquer par le fait qu'en 2019 les expositions sont réelles et en 2020 elles sont simulées. En 2020, c'est l'homogénéité du portefeuille non résilié qui va jouer sur le niveau d'exposition mesuré et le nombre de sinistres simulé. En 2019, ce sont les résiliations réelles qui influent sur l'exposition et donc la sinistralité calculée. Or la base présente de gros CH résiliés en 2019, ce qui cause une forte hausse des expositions liées à l'exercice de résiliation 2019, et à fortiori une forte hausse du nombre de sinistres mesuré au titre du stock, et plus précisément des établissements résiliés en 2019.

L'observations des distributions d'expositions simulées pour le public à R+1 et R+2 sur l'exercice de résiliation 2020 peut justifier l'écart stock/hors stock du segment public sur le BE :

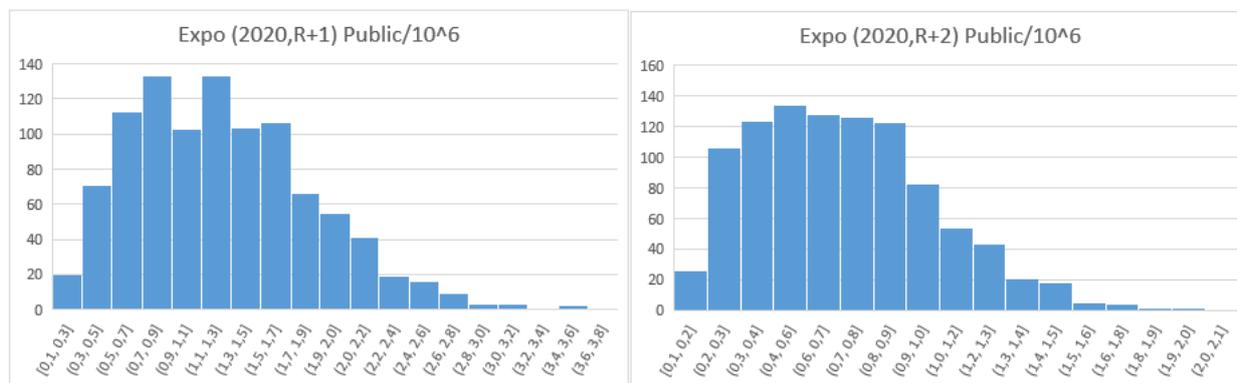


FIGURE 2.35 – Expositions R+1 et R+2 pour l'exercice de compétence 2020

L'exposition maximale simulée pour (2020,R+1) (resp. (2020,R+2)) vaut 3,6 (resp. 2). A noter que l'exposition réelle (2019,R+1) vaut 6,6 et l'exposition (2019,R+2) vaut 3,8, soit plus que le maximum obtenu lors des simulations d'exposition de l'exercice de résiliation 2020. D'où l'écart important stock hors stock qui est remarquable selon les différents segments.

Enfin, au global, 196 sinistres sont simulés au titre du stock (65%), et 103 au titre du hors stock (35%). Cependant la répartition en coût total est différente (59/41) et fait augmenter le poids du hors stock. Ceci est logique et bien expliqué par le modèle. En effet, le fait que le hors stock pèse plus en coût est simplement lié au fait que les sinistres hors-stock sont globalement moins bien réassurés que les sinistres du stock, comme ce peut être montré sur le schéma suivant :

	Stock	Hors Stock
NB de sinistres moyen au titre du BE	196	103
QP Maximale (2020)	54%	6%
QP Intermédiaire (2021)	18%	48%
QP Minimale (2022+)	28%	46%

FIGURE 2.36 – Répartition des sinistres en nombre par exercice de déclaration

2.3.7.2 Volatilité des résultats

Pour évaluer notre modèle, il faut aussi tenir compte de la volatilité des résultats que l'on mesure. Elle permet de mesurer la dispersion du risque autour de sa moyenne. Elle s'évalue en calculant l'écart-type du risque associé aux subséquents et à le diviser par sa moyenne.

On s'attend à ce que la volatilité du risque lié aux subséquents et celle liée au risque de primes soient proches, pour plusieurs raisons :

- des régressions de Poisson sont appliquées dans les deux cas pour déterminer les nombres de sinistres, et donc aucune variabilité supplémentaire n'est introduite dans un modèle comme dans l'autre avec un paramètre de dispersion supplémentaire
- les méthodes pour déterminer le coût des sinistres sont comparables
- les modèles sont, à l'exception de la construction de l'exposition, les mêmes (on détermine une fréquence moyenne).

Néanmoins la volatilité liée au subséquents a des chances d'être tout de même plus élevée :

- dans le risque de primes, on évalue un unique coût moyen qui multiplie un nombre de sinistres total pour chaque simulation. Ici, un coût moyen **par case** est évalué, ce dernier dépendant également de l'année de déclaration du sinistre. Ces coûts moyens sont multipliés par des nombres de sinistres différents et les totaux sont agrégés par la suite. De la volatilité ici est introduite, liée aux différents coûts associés à une même simulation
- le fait de simuler des résiliations et des expositions introduit un aléa supplémentaire

Finalement, la volatilité associée aux subséquents est de 25% et celle associée au risque de primes est de 22%, ce qui semble cohérent compte tenu des remarques précédentes.

Au sein des différentes cases, il serait logique que la volatilité de la charge soit plus importante qu'au global. En effet, sommer au sein d'une simulation les différentes charges des différents exercices de résiliations (i.e les différentes cases) au sein du stock/hors stock va atténuer la volatilité globale. Ces volatilités peuvent par exemple être visualisées sur le stock et le hors stock de la RCP :

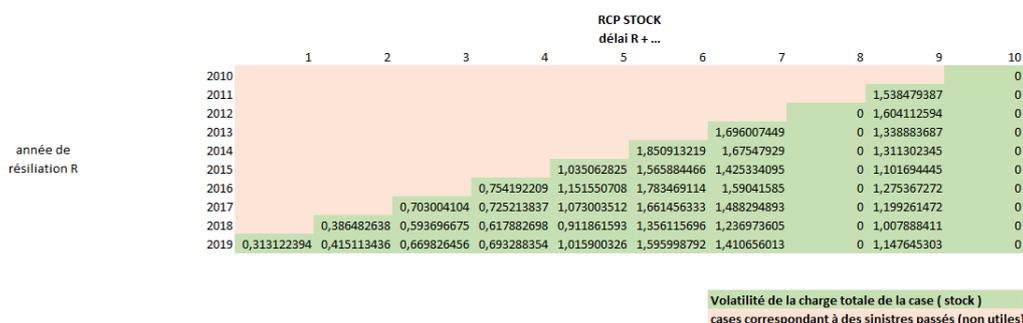


FIGURE 2.37 – Volatilité des charges associées au "stock" de résiliations RCP

Plus l'année de déclaration avance, (i.e plus on progresse dans les colonnes), plus la volatilité associée à chaque case a tendance à augmenter. (excepté les années 8 et 10 où on a pas de sinistre prédit car aucun dans l'historique). Cette augmentation est liée à la masse de cas où l'on prédit 0 sinistres dans le futur, qui va venir tirer la moyenne vers le bas, là où les écart-type pourra être élevé à cause de la présence des simulations comportant des sinistres.

Le même constat est faisable sur le hors stock, avec globalement une hausse de la volatilité de la charge par case au fur et à mesure que les années de déclaration avancent. Cependant, ceci est surtout vérifié les 5 premières années. Au delà, il y a si peu de sinistres dans l'historique permettant la modélisation que les résultats sont un peu moins stables.

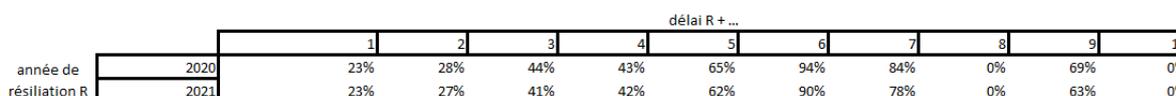


FIGURE 2.38 – Volatilité des charges associées au "hors-stock" de résiliations RCP

2.3.7.3 Comparaison des prédictions à la réalité

Les années 2020 et 2021 étant écoulées, il est possible de comparer le nombre moyen de subséquent prédits par le modèle avec le nombre de subséquents réels déclarés sur les 3 segments, dans le cadre du BE de subséquence au 31/12/19.

Traisons dans un premier temps le **stock de résiliations connues au 31/12/19**. Concernant le stock, la prédiction est assez satisfaisante pour la RCP :

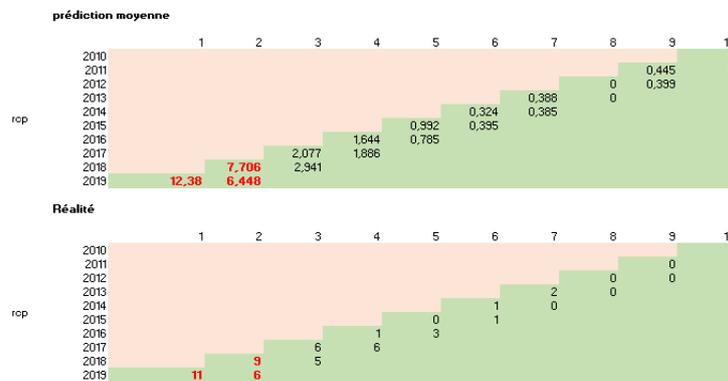


FIGURE 2.39 – Prédiction du nombre de sinistres stock RCP vs réalité

En effet, 50% des sinistres déclarés le sont à R+1 ou R+2 et on constate que le modèle prédit bien là où l'enjeu est le plus important.

En R+3 et R+4 le modèle sous estime le nombre de sinistres. Au vu du nombre de sinistres dans l'historique à R+3 et R+4 les fréquences sont très faibles et la sous-estimation est logique. Pour estimer correctement, il faudrait qu'une forte exposition liée à plus de résiliations compense le niveau des fréquences, mais ce n'est pas le cas ici, donc le modèle sous-estime.

De R+5 à R+10, l'enjeu est négligeable et le modèle ne prédit quasi-pas de sinistres car il y en a trop peu dans l'historique.

S'agissant du public, on obtient :

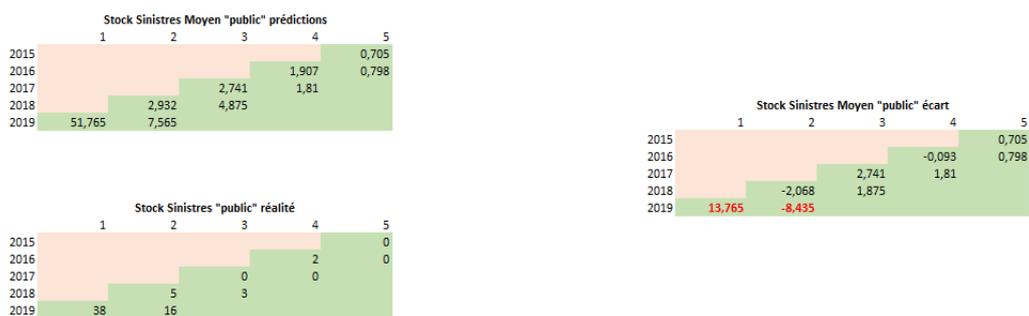


FIGURE 2.40 – Prédiction du nombre de sinistres stock public vs réalité

Un écart important est observable en 2019. Pour le nombre de sinistres importants lié à l'exercice de résiliation 2019, il est lié à un seul gros client public résilié en 2019 qui concentre plus d'un tiers des sinistres de R+1 et la moitié des sinistres de R+2. Notre modèle surprédit pour R+1 car l'exposition globale est très élevée compte tenu des clients résiliés. (à noter que par exemple l'exposition (2019,R+1) est plus de deux fois supérieure à l'exposition (2018,R+1). Par contre, l'exposition prise en compte au titre de l'année R+2 est associée à une fréquence moyenne faible du fait de l'historique (peu de sinistres à R+2) et donc le modèle ne prédit pas

une partie des sinistres de R+2. Au-delà de R+2, le modèle prédit trop de sinistres car il y en a peu dans l'historique mais l'intérêt de ces modèles est limité compte tenu de l'enjeu.

Concernant le privé :

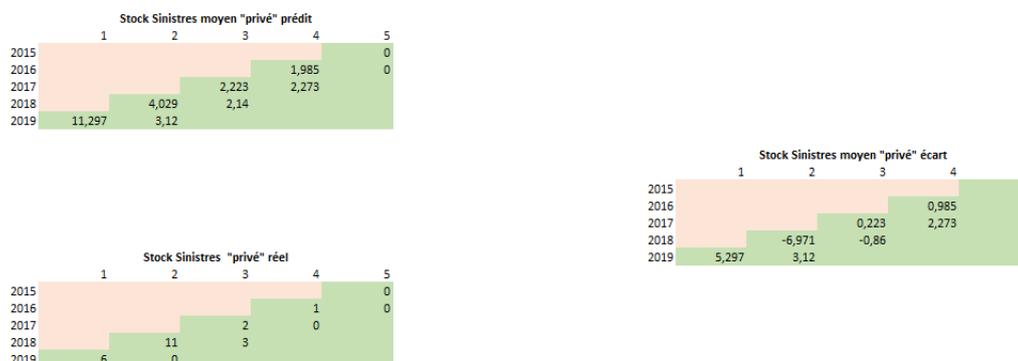


FIGURE 2.41 – Prédiction du nombre de sinistres stock privé vs réalité

Le profil des résiliants de 2018 (clients présentant peu de contrats) a conduit à calculer une exposition R+2 assez faible et à fortiori à diminuer le nombre de sinistres prédits, d'où l'écart. Hormis cette case, le modèle surprédit la sinistralité au titre du stock et est donc prudent.

S'agissant du hors stock, on peut résumer les résultats de la prédiction dans un tableau puis expliquer :

	RCP			BUDGET			PRIVE		
	(2020:R+0)	(2020:R+1)	(2021:R+0)	(2020:R+0)	(2020:R+1)	(2021:R+0)	(2020:R+0)	(2020:R+1)	(2021:R+0)
NB Prédit	2,887	32,558	3,222	2,332	9,627	2,549	0,65	7,545	0,802
NB Réel	22	30	8	9	17	6	8	7	2
NB "causé par un choc sur les résiliations"	20	16	0	9	3	0	6	1	2
Ecart en nombre sur le hors stock	-19,113	2,558	-4,778	-6,668	-7,373	-3,451	-7,35	0,545	-1,198
Ecart en nombre sur le hors stock "hors choc"	0,887	18,558	-4,778	2,332	-4,373	-3,451	-1,35	1,545	0,802

FIGURE 2.42 – Prédiction du nombre de sinistres hors stock de résiliations : prédiction VS réalité

La comparaison du modèle à la réalité donne des écarts très importants. Par exemple : en RCP, les clients résiliés en 2020 ont généré 22 sinistres à R+0 contre environ 3 prédits.

Les écarts peuvent être en partie expliqués par la typologie des clients réellement résiliés au cours des années 2020 et 2021. C'est ce que dans le tableau on appelle un "choc de résiliations". Pour rappel, les simulations d'expositions futures sont calculées à partir d'un taux de 5% global moyen. Or, s'agissant de la réalité, il a été constaté par exemple qu'en RCP 70% des sinistres hors stock sont déclarés par un unique praticien résilié par Sham.

S'agissant du privé, Sham dispose d'une liste de quelques gros établissements privés dont l'évolution dans le portefeuille est suivie d'une année sur l'autre, compte tenu de leur importance/taille. Deux de ces établissements ont résilié respectivement en 2020 et 2021 et sont en grande partie responsable de l'écart entre la prédiction et la réalité.

La même remarque de surconcentration des sinistres chez un seul client important pour les CHU peut être faite.

Une limite qu'on peut en déduire est que les expositions futures simulées dans le cadre du modèle ne prennent pas assez en compte la possibilité que de gros clients soient résiliés puisque

dans les 3 cas, on observe une sous-estimation liée à la sinistralité d'un client particulier.

Une autre limite notable vient du paramètre E_p , dont l'analyse n'a pas été détaillée précédemment car le paramètre, chargé de mesurer l'exposition moyenne des clients l'année de leur résiliation à des subséquents, a été majoré par rapport à ce que l'on observe sur l'historique. On observe sur l'historique une immense majorité de résiliations au 31/12 et donc une exposition R+0 quasi-inexistante. De fait, on a majoré l'exposition moyenne des clients à des subséquents l'année de résiliation par une valeur fixe (le choix de 5% a été fait étant donné l'historique). Cette valeur est certes supérieure à ce qu'on observe en moyenne, cependant, elle ne tient pas compte du fait que certains clients résilient en cours d'année. Or, il a été vu précédemment que les sinistres sont déclarés peu de temps après résiliation. Donc si une période subséquente court l'année de résiliation d'un client (par exemple : 9 mois de subséquente dans le cadre d'une résiliation au 31/03), le modèle aura du mal à détecter la masse des subséquents déclarés sur les 9 mois, bien qu'il surestime l'exposition des autres établissements, résiliés au 31/12. Par exemple, un CHU qui concentre les sinistres en 2020 a été résilié en milieu d'année, ce que ne permet pas de détecter le modèle.

D'autres travaux sont en cours pour rationaliser nos calculs et comprendre la manière de les adapter pour diminuer l'écart de prédiction. Une première idée évoquée, pour être plus prudent, est de considérer la Value-at-Risk(99.5%) des simulations sur le hors-stock plutôt que la moyenne, afin de tenir compte de cas associée à des résiliations importantes. En appliquant un calcul de la VaR aux exemples précédemment cités, il vient que le modèle prédit bien plus précisément la sinistralité à R+0, mais a tendance à surestimer la sinistralité à R+1. Un écart important de 14 sinistres subsiste sur la RCP à R+0.

2.3.7.4 Comparaison du BE du modèle avec le BE du DA

La comparaison entre le BE calculé par le DA et le nôtre a été défailante. En effet, il y a un écart entre les deux modèles du simple au double, du fait de l'importante différence de modélisation. Il a alors fallu mener une étude annexe afin de comparer les modèles et de soit appuyer les nouveaux résultats, soit changer de modélisation.

Pour ce faire, la moyenne de sinistres prédits au titre du stock de subséquents connues au 31/12/19 a été calculée. On note :

- $N_{(i,j)}$ le nombre de subséquents cumulés déclarés d'établissements résiliés l'année i sur l'intervalle $[i ; i+j]$.
- \hat{f}_j les facteurs de développement estimés par Chain-Ladder

La méthode de Chain-Ladder a alors été appliquée au nombre de subséquents historiques pour faire cette évaluation. Elle présente deux hypothèses :

- H_1 : les années de développement sont les variables explicatives du comportement du nombre de sinistres futurs
 - H_2 : indépendance de $N_{(i,j)}$ et $N_{(i',j)}$ $\forall i \neq i'$
- H_1 peut être évaluée de manière graphique (cf 2.3.4) :

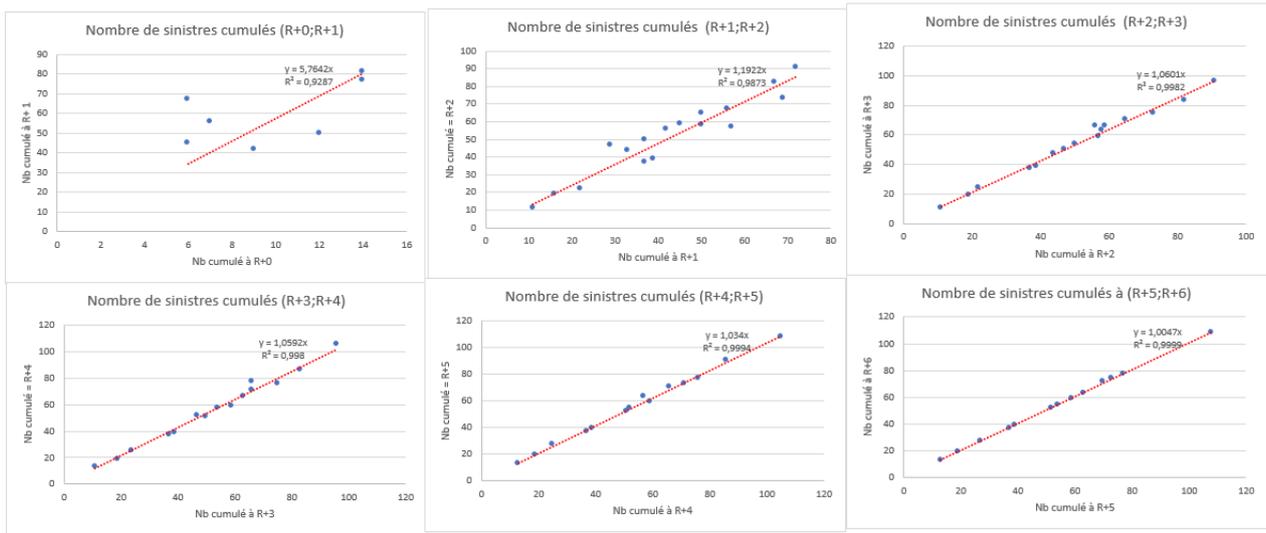


FIGURE 2.43 – Linéarité des coûts cumulés par délai

Les couples $(N_{(i,j)}, N_{i,j+1})$ sont à peu près alignés sur une droite passant par l'origine de coefficient directeur \hat{j} . Le plus grand écart mesuré entre une droite et le coefficient associé est de l'ordre de 5%, et en moyenne inférieur à 1%. L'hypothèse H_1 est validée.

L'Hypothèse H_2 est vérifiable partiellement ; en appliquant le test d'indépendance des années de survenance (cf 2.23 pour les explications et notations), on obtient que le test n'est valide que dès lors qu'on retire les exercices de déclaration 2004, 2013,2014 et 2017. Dans ce cas on obtient les résultats suivants :

diagonale	G _i	P _i	n _i	Z _i	m _i	E(Z _i)	Var(Z _i)	0,5*n _i	Z _i -0,5*n _i
2001	0	1	1	0	0	0	0	0,5	-0,5
2002	0	2	2	0	0,5	0,5	0,25	1	-1
2003	1	2	3	1	1	0,75	0,1875	1,5	-0,5
2004									
2005	0	4	4	0	1,5	1,25	0,4375	2	-2
2006	1	3	4	1	1,5	1,25	0,4375	2	-1
2007	1	3	4	1	1,5	1,25	0,4375	2	-1
2008	1	2	3	1	1	0,75	0,1875	1,5	-0,5
2009	0	4	4	0	1,5	1,25	0,4375	2	-2
2010	2	2	4	2	1,5	1,25	0,4375	2	0
2011	3	1	4	1	1,5	1,25	0,4375	2	-1
2012									
2013									
2014	4	1	5	1	2	1,5625	0,3710938	2,5	-1,5
2015	4	2	6	2	2,5	2,0625	0,6210938	3	-1
2016	4	1	5	1	2	1,5625	0,3710938	2,5	-1,5
2017									
2018	4	1	5	1	2	1,5625	0,3710938	2,5	-1,5

Z **12**

E(Z) 16,25

Var(Z) 4,98

alpha 5%

intervalle 0%: **11,87** **20,63**

H2 est acceptée

FIGURE 2.44 – Validation de l'hypothèse H_2

La méthode Chain-Ladder est globalement valide pour prédire le nombre de sinistres au titre du stock. A l'aide de ce modèle sont obtenues les évaluations du nombre de subséquents pour les contrats résiliés en 2010, 2011 . . . , 2019.

En comparant les résultats obtenus par l'utilisation d'une exposition pour déterminer les fréquences et les résultats obtenus par Chain-Ladder sur le stock, les résultats sont proches :

Année de résiliation	Nombre futur estimé (Chain Ladder)	Nombre futur estimé (GLM freq. non regroupées)	écart
2010	0	0	0
2011	0	0	0
2012	0	0	0
2013	1	0	-1
2014	1	1	0
2015	4	3	-1
2016	9	8	-1
2017	17	16	-2
2018	34	37	2
2019	124	126	2

FIGURE 2.45 – Comparabilité des 2 méthodes sur le stock de sinistres

L'écart entre la méthode mise en place et la méthode annexe est faible, ce qui conforte dans la validation de la modélisation. A noter que le choix a été fait de travailler sur un triangle en nombre, car la vision coût historique ne donne pas de résultat satisfaisant, du fait qu'il y ait une importante volatilité des coûts selon les années, des sinistres cumulés au coût très faible comme au coût très fort indépendamment du nombre de sinistres observés. Enfin, un recalcul approximatif du *BE* du *DA* uniquement sur la partie stock de résiliations a été effectué, pour le comparer à cette méthode annexe également.

Pour ce faire, le calcul s'est basé sur les différentes évaluations du *BE* brut que le *DA* calcule, pour des taux de résiliation respectivement de 1%, 5% et 10%. En comparant ces différents *BE* bruts, cela a permis de calculer l'impact marginal d'une évolution de 1% du taux de résiliation sur leur *BE*. Cela a donné une estimation de leur *BE* brut au titre du stock. En divisant l'estimation ainsi faite par le nombre de sinistres obtenus avec l'étude annexe (Chain-Ladder), l'évaluation moyenne des subséquents bruts au titre du stock est de plus de 150 000€, ce qui semble trop élevé à la fois compte tenu de l'historique mais aussi du risque de primes.

En effet, deux éléments supplémentaires appuyent la démarche : dans le risque de primes, un sinistre brut est évalué environ à 40 000€. On a pu également observer que dans l'historique de Sham, les sinistres de subséquente et les sinistres du risque de primes étaient comparables ; ils présentent respectivement des moyennes historiques de coût pour Sham de 29 000 et 25 000€. Alors une moyenne de 150 000€ par sinistre semble plus que surestimée.

Ainsi, cette comparabilité des subséquents et des sinistres "classiques" ainsi que l'étude annexe confortent dans la validation du modèle.

Chapitre 3

Stress-tests et limites du modèle

Après avoir évalué un premier montant de $SCR_{subs}^{31/12/19}$ à 5,91M €, il convient de tester l'impact de modifications de certains paramètres sur le modèle. Aussi, il faut s'assurer davantage de la fiabilité des chiffres.

3.1 Fiabilisation des résultats

3.1.1 Simulations de Monte-Carlo : théorie

Ici, le but est de s'intéresser à la variabilité des résultats obtenus pour le *BE* 31/12/19, la *VaR* 31/12/20 et donc le SCR calculé par le modèle.

Pour évaluer plus précisément le SCR, la méthode de Monte-Carlo simple a été choisie. Cette méthode est appliquée usuellement pour calculer les quantités prenant la forme :

$$I = E[\phi(X)] = \int \phi(x)f(x)dx$$

avec :

- X un vecteur aléatoire de R^D de densité f qu'on sait simuler
- $\phi : R^d \rightarrow R$ une fonction donnée.

Alors dans ce contexte, l'estimateur Monte-Carlo de I est donné par :

$$\hat{I}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \phi(X_i)$$

L'estimateur \hat{I}_n est sans biais et sa convergence est assurée par la loi forte des grands nombres, qui précise la convergence presque sûre de la moyenne empirique vers l'espérance.

Par ailleurs, le théorème central limite permet de construire un intervalle de confiance autour des estimations.

En effet, on sait qu'on a, pour une variable aléatoire X qui suit une d'espérance $E(X)$ et de variance σ^2 :

$$\sqrt{n} \frac{(X_n) - E(X)}{\sigma} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{Loi} N(0, 1)$$

Ceci permet d'estimer un intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha$ autour de l'espérance. On obtient la formule suivante :

$$IC_{1-\alpha} = \left[\bar{X}_n - \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \frac{\hat{\sigma}^2}{n}; \bar{X}_n + \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \frac{\hat{\sigma}^2}{n} \right] \quad (3.1)$$

avec $\Phi^{-1}(1 - \frac{\alpha}{2})$ le quantile de la loi normale centré réduite, $\hat{\sigma}_n$ l'estimateur sans biais de la variance. Dans la majorité des cas on ne connaît pas σ à priori et on utilise alors $\hat{\sigma}$ pour le calcul des intervalles de confiance.

3.1.2 Simulations de Monte-Carlo : application

Si on reprend la formule du SCR, les estimateurs dont on veut approcher sont la $VaR [CU_{subs}^{31/12/N+1}]$ et $E [CU_{subs}^{31/12/N}]$ afin de calculer le SCR, avec $N = 2019$. On choisit volontairement une fenêtre permettant d'assez rapidement stabiliser la VaR et le BE : on procède, pour chaque simulation de Value At Risk et une simulation de BE, à :

- 1000 simulations de fréquence sur chaque année de résiliation et chaque délai du stock
- 1000 simulations de résiliations à laquelle on associe une simulation de fréquence différente (ce qui équivaut à 1000 simulations de fréquence par année par délai également)

Ce scénario de 1000 simulations par modèle a été sélectionné de sorte à ce que la convergence avec la méthode soit plus rapide. Plus on simule de fréquences pour un modèle, plus on réduit la variabilité de la VaR et du BE entre un modèle et le suivant). Compte tenu de la complexité du modèle et des calculs intermédiaires liés à chaque simulation (calculs des résiliations $N+1$, construction d'une nouvelle base pour les résiliations $N+2$, calcul des expositions associées aux résiliations, ajout ligne à ligne d'une nouvelle simulation...), on se limite à la simulation de Monte-Carlo sur le modèle central : à noter par ailleurs qu'une première limite du modèle tient en la durée de la modélisation : 30 simulations de SCR, c'est à dire 30 000 simulations d'exposition, de fréquence et de coût ont pris une semaine d'exécution de code SAS.

On observe les résultats suivants :

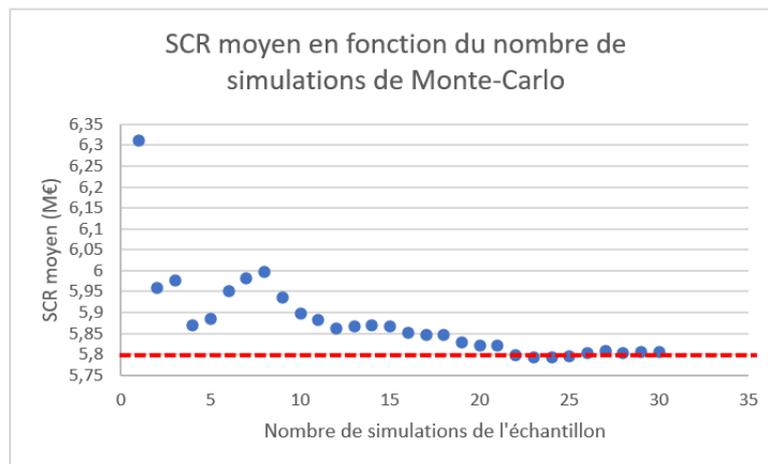


FIGURE 3.1 – Une stabilisation du SCR après environ 25 simulations

On constate une convergence de la moyenne cumulée des SCR à partir de la 20ème simulation environ. La convergence est rapide du fait que par simulation de Monte-Carlo on considère déjà de nombreuses simulations de fréquences et coûts par modèle (1000 de chaque). Ce graphique montre également que 1000 simulations ne sont pas suffisantes pour une évaluation robuste du SCR, car on peut observer que la moyenne après 1000 simulations du SCR est éloignée de la moyenne vers laquelle on converge. Enfin, on peut observer sur un même graphique les $VaR [CU_{subs}^{31/12/N+1}]$ et $E [CU_{subs}^{31/12/N}]$ observés pour chaque simulation de Monte-Carlo. On obtient :

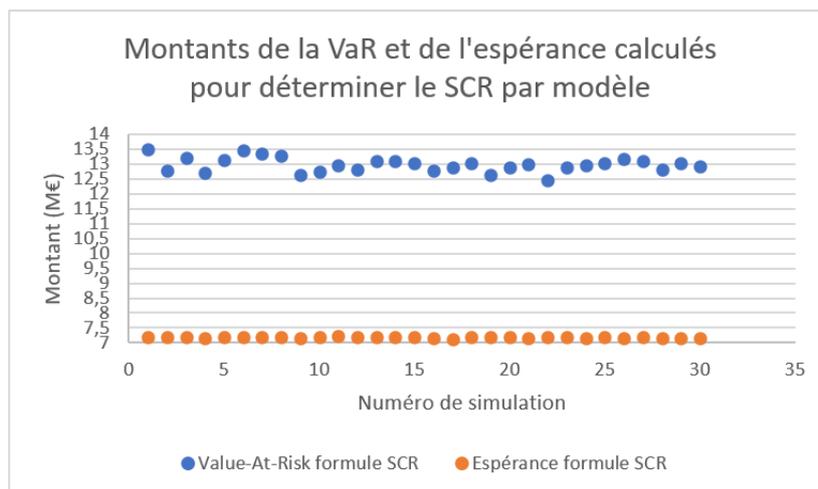


FIGURE 3.2 – Résultat obtenu pour les différents termes de calcul du SCR par simulation de Monte-Carlo

On peut noter une stabilité de la moyenne $E[CU_{subs}^{31/12/N}]$, indépendamment de la simulation de Monte-Carlo considérée. En revanche, on observe plus de variabilité sur le graphique pour la $VaR(CU_{subs}^{31/12/N+1})$. Cette différence peut être chiffrée :

- l'écart max entre les Value-At-Risk calculées entre 2 modèles est de 1 M€.
- l'écart max entre les espérances calculées entre 2 modèles est de 70 000€.

Cette différence peut également être expliquée : au sein de chaque simulation de Monte-Carlo (1 simulation de Monte-Carlo = 1000 simulations de fréquences/coûts), on ajuste de nombreux paramètres par simulation de charge ultime (un nombre de sinistres, un coût par case, des profils de clients résiliés différents par segment et par simulation) Ceci crée de fait beaucoup de possibilités pour les quantiles extrêmes par simulation de Monte-Carlo, qui peuvent être tirés vers le haut ou le bas à la fois par les interactions des facteurs cités précédemment. D'où la nécessité de répéter l'opération pour stabiliser, comme on peut le voir sur le graphique, la valeur de la Value-at-Risk ;

Après 30 simulations, on obtient que notre SCR moyen appartient à l'intervalle donné par : $IC_{1-\alpha} = [5,72M; 5,89M]$. La simulation utilisée pour calculer le modèle central et dont on a analysé les résultats précédemment est prudente car sur-évalue le montant de SCR (5,91 M€). Ce résultat est conservé car plus prudent que l'évaluation de l'IC, sans en être éloigné pour autant.

3.2 Regroupement de fréquences

Dans ce qui a été fait lors de l'évaluation de la qualité d'ajustement du modèle, on a pu remarquer entre autres que certains sous-modèles (exemple : privé à 5 ans, rcp à 8 ou 10 ans), étaient dégénérés. En effet, dans l'historique de Sham, on n'observait pas de sinistre (0 sinistre privé à R+5 depuis la création de la garantie), et donc on n'en prédit pas dans le futur quelle que soit l'exposition considérée. Alors, pour s'affranchir de ces sous-modèles problématiques, on propose une nouvelle évaluation du *SCR* une fois les fréquences regroupées.

3.2.1 Observation et regroupement effectué

Pour le regroupement, on peut tracer les sinistres observés par délai post-résiliation (aucun sinistre n'a été déclaré à R+10) :

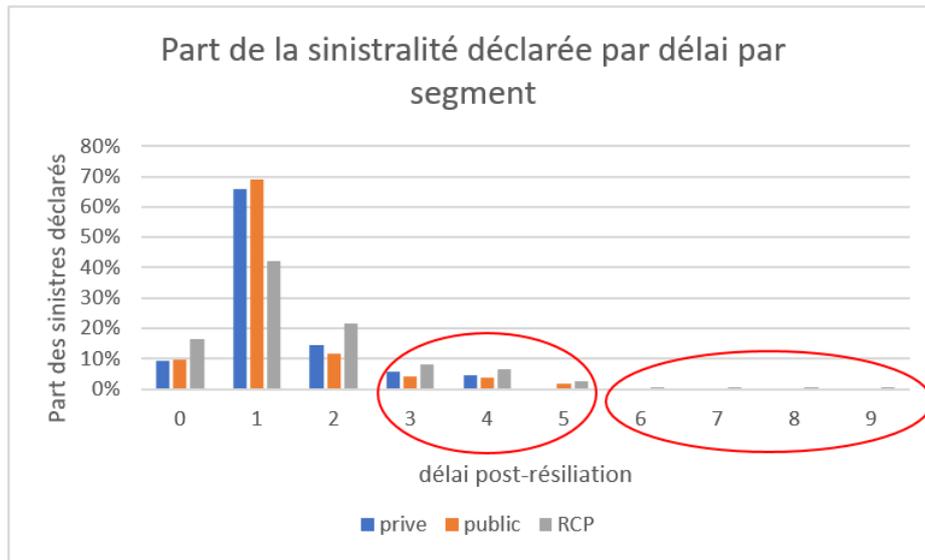


FIGURE 3.3 – Subséquents historiques par délai et par segment

On peut faire les observations suivantes :

- à partir de l'année 3, il ne reste que 10% des sinistres à déclarer pour les segments PUBLIC et PRIVE, contre 20% en RCP
- 4% des sinistres RCP sont déclarés à partir de l'année 6.
- les nombres de sinistres observés par catégorie pour les années 3 et 4 sont comparables. On regroupera ces années avec l'année 5 car elle ne comporte pas de sinistre privé, et trop peu dans les autres types d'établissement pour une estimation robuste.
- on regroupe les années 6 à 10 pour la RCP. On observe dans l'historique seulement 4 sinistres.

On définit :

$$FQ_X^{3'} = \frac{NBSIN_{X,model}^3 + NBSIN_{X,model}^4 + NBSIN_{X,model}^5}{Expo_{X,model}^3 + Expo_{X,model}^4 + Expo_{X,model}^5} \quad (3.2)$$

$$FQ_X^{4'} = \frac{NBSIN_{X,RCP}^6 + \dots + NBSIN_{X,RCP}^{10}}{Expo_{X,RCP}^6 + \dots + Expo_{X,RCP}^{10}} \quad (3.3)$$

Les résultats obtenus pour ce modèle plus cohérent donnent les résultats suivants, en terme de significativité du modèle global :

modèle	DDL	Khi ² Pearson	Khi ² /DDL	STAT X ²	TEST VALIDE
prive-0	5	12,4355	2,4871	11,070498	non
prive-1	4	8,6517	2,1629	9,487729	oui
prive-2	6	10,5533	1,7589	12,591587	oui
prive-3	10	16,1523	1,6152	18,307038	oui
public-0	5	39,0747	7,8149	11,070498	non
public-1	6	3,7368	0,6228	12,591587	oui
public-2	2	0,4307	0,2154	5,9914645	oui
public-3	10	8,9692	0,8969	18,307038	oui
rcp-0	9	7,1287	0,7921	16,918978	oui
rcp-1	3	2,7709	0,9236	7,8147279	oui
rcp-2	3	0,9293	0,3098	7,8147279	oui
rcp-3	15	23,0581	1,5372	24,99579	oui
rcp-4	10	11,2312	1,1231	18,307038	oui

FIGURE 3.4 – Chi-Deux de Pearson des modèles avec fréquences regroupées

On peut noter plusieurs choses : le modèle semble peu adapté pour la prédiction de l'année 0 et les statistiques $\text{Khi}^2/\text{ddl} \gg 1$ peuvent nous faire douter de la qualité de l'ajustement des différents sous modèles. Néanmoins, le regroupement des fréquences permet de s'affranchir de certains modèles non valides/dégénérés.

Pour juger de la qualité des modèles, on peut utiliser la statistique du Khi Deux, dont l'interprétation reste limitée, du fait du nombre de données dont on dispose pour la validation de chaque modèle. Néanmoins, utiliser la déviance ou les critères AIC/BIC ne semblent pas pertinents pour comparer les modèles car on ne compare pas des régressions prédisant la même variable à expliquer. On remplace ici 3 modèles d'évaluation de fréquences individuelles par un modèle les regroupant à chaque fois.

Enfin, pour ces modèles regroupés, on peut vérifier la significativité des coefficients. Pour ce faire, on applique le test de Wald dont l'hypothèse H_0 associée ici est la nullité statistique du coefficient $Beta$. Ce test de nullité des coefficients est rejeté pour chaque coefficient. Ce n'était pas le cas précédemment à cause des modèles dégénérés et sur certaines fréquences faibles (RCP R+9 par exemple). En effet, on peut l'observer sur le tableau suivant :

Parameter	DF	Estimate	Standard Error	95% Lower Confidence Limit	95% Lower Confidence Limit	Wald Chi-Square	Pr > ChiSq
constante	1	-11,2154	0,2132	-11,6332	-10,7975	2767,26	<0,0001
constante	1	-11,7692	0,1005	-11,9662	-11,5722	13712,9	<0,0001
constante	1	-13,1159	0,4472	-13,9924	-12,2394	860,13	<0,0001
constante	1	-12,6981	0,1644	-13,0204	-12,3759	5965,98	<0,0001
constante	1	-3,4603	0,3333	-4,1136	-2,807	107,76	<0,0001
constante	1	-3,054	0,1302	-3,3091	-2,7988	550,28	<0,0001
constante	1	-3,6452	0,2357	-4,1072	-3,1833	239,18	<0,0001
constante	1	-3,8323	0,2582	-4,3384	-3,3263	220,3	<0,0001
constante	1	-2,5611	0,1961	-2,9455	-2,1767	170,54	<0,0001
constante	1	-2,1172	0,1491	-2,4094	-1,825	201,71	<0,0001
constante	1	-2,1463	0,2182	-2,574	-1,7186	96,74	<0,0001
constante	1	-2,6611	0,2041	-3,0611	-2,261	169,95	<0,0001
constante	1	-3,7426	0,7071	-5,1285	-2,3567	28,01	<0,0001

FIGURE 3.5 – Test de Wald de nullité des coefficients sur chaque modèle

La faible p-value associée au test ($P\text{-Value} < 5\%$) indique une forte présomption contre H_0 et la validité des coefficients, donc que les fréquences moyennes mesurées sont significativement différentes de 0.

Finalement, après avoir calculé les éléments de calcul du SCR (Value At Risk et espérance) sur quelques simulations, il vient que le fait de regrouper les fréquences n'implique pas de changement dans les résultats. Après quelques simulations, on constate globalement qu'on a des résultats analogues et donc que regrouper les fréquences pour s'affranchir des modèles dégénérés ne modifie pas l'évaluation.

3.3 Modifications de paramètres supplémentaires

3.3.1 Taux de résiliation

On observe un taux de résiliation global de 5% sur l'historique, indépendamment du choix de la méthode utilisée. En effet, que l'on considère les résiliations par client comme on l'a fait ou bien si on les évalue comme le DA en calculant les budgets résiliés des différents établissements qui en possèdent un et en extrapolant les résultats, on tombe sur le même taux : 5%. On propose ici d'utiliser un taux de 10% pour le calcul.

En appliquant ce taux de résiliation au modèle, on observe une hausse du BE hors-stock de 80% et on détermine un SCR moyen de 7,7M €, loin des estimations à 5%. Cependant, le calcul de la VaR en nombre sur les différentes cases/modèles sur le hors-stock et la comparaison à la réalité des résultats montrent que ce modèle à taux plus élevé surestime le nombre de sinistres futurs.

3.3.2 Test de surdispersion des données

Le modèle central vu précédemment présente des statistiques Khi2/ddl et des deviances/ddl supérieures à un. Ceci peut être un indice de surdispersion des données. Dans ce cas, la régression de Poisson ne serait pas la plus adaptée pour répondre au problème. Cependant, on a choisi de l'utiliser pour être cohérent avec le modèle interne partiel et la modélisation du risque de primes. Aussi, il est difficile d'interpréter les valeurs Khi Deux/Ddl supérieures à un comme de la surdispersion au vu du peu de données à disposition chaque modèle.

Pour avoir une première idée de la surdispersion apparente ou non, on peut calculer les rapports Variance/Moyenne sur l'historique utilisé pour la modéliser et voir si les résultats khi2/ddl sont assez fiables pour nous permettre de la détecter.

Sur l'historique, on observe :

Modèle	(public,0)	(public,1)	(public,2)	(public,3)	(public,4)	(public,5)	(privé,0)	(privé,1)	(privé,2)	(privé,3)	(privé,4)	(rcp,0)	(rcp,1)	(rcp,2)	(rcp,3)	(rcp,4)	(rcp,5)
Variance/Moyenne	61%	221%	13%	8%	77%	100%	217%	212%	76%	89%	13%	132%	11%	13%	93%	252%	50%
Khi-Deux/ddl > 1	oui	oui	non	non	non	non	oui	oui	oui	non	non	non	non	non	oui	oui	non
cohérence modèle/formule	non	oui	oui	oui	oui	oui	oui	oui	non	oui	oui	non	oui	oui	non	oui	oui

FIGURE 3.6 – Rapports Variance/Moyenne sur l'historique ayant servi à modéliser

Dans l'ensemble il y a une cohérence. Dans la majorité des cas lorsqu'on observe Chi-Deux/ddl > 1, c'est bien qu'il y a une surdispersion du nombre de sinistres. Cependant, la robustesse des résultats est limitée du fait du peu de données.

Pour des résultats plus robustes, on a alors choisi d'effectuer faire un test de surdispersion qui porte sur le nombre de subséquents présents dans l'historique complet de Sham par délai et par segment. Un tel test sera plus robuste car portant sur plus de données, la statistique de test supposée être asymptotique sera déjà plus fiable que si l'on utilise les données utilisées pour modéliser qui sont parfois seulement les plus récentes.

on considère $(X_i)_{i=1,\dots,n}$ une suite de variables aléatoires entières, et on note :

$$\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

$$\bar{S}_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2$$

Brown et Zhao¹ proposent la statistique de test suivante :

$$T_F = \frac{n\bar{S}_n^2}{\bar{X}_n} \quad (3.4)$$

H_0 : pas de surdispersion. Rejet de H_0 si $T_F > \chi_{n-1,1-\alpha}^2$

H_1 : les données sont surdispersées.

On obtient comme résultat une surdispersion systématique pour les délais de réclamation les plus bas.

		(budget,0)	(budget,1)	(budget,2)	(public,3)	(public,4)	(public,5)	(privé,0)	(privé,1)	(privé,2)	(privé,3)	(privé,4)
subséquent: 5 ans	Modèle											
	Stat Khi-Deux	35,17246163	33,92443847	32,6705733	31,4104328	30,1435272	28,8692994	35,1724616	33,9244385	32,670573	31,410433	30,1435272
	Stat de test	50,57142857	202,4686469	82,2941176	32,9473684	38,2941176	25,25	60,5789474	151,12782	41,551724	26,5	15,4444444
	Résultat	H1	H1	H1	H1	H1	H0	H1	H1	H1	H0	H0

		(RCP;R+0)	(RCP;R+1)	(RCP;R+2)	(RCP;R+3)	(RCP;R+4)	(RCP;R+5)	(RCP;R+6)	(RCP;R+7)	(RCP;R+9)
subséquent: 10 ans	Modèle									
	Stat Khi-Deux	35,17246163	33,92443847	32,6705733	31,4104328	30,1435272	28,8692994	27,5871116	26,2962276	23,684791
	Stat de test	68,15384615	143,0909091	61,7647059	37,0769231	66	15	17	16	14
	Résultat	H1	H1	H1	H1	H1	H0	H0	H0	H0

FIGURE 3.7 – Résultat du test de surdispersion

Ce test confirme que bien que la loi de Poisson ait été utilisée par cohérence, elle n'est probablement pas la plus appropriée pour chaque sous-modèle. On observe une surdispersion du nombre de subséquents dans l'historique. On peut envisager plusieurs explications :

- la forte variabilité du nombre de subséquents est en partie due à l'aléa sur les résiliations (qui résilie, quelle est la taille de l'établissement résiliant)
- la variabilité en R+0 du nombre de sinistres est aussi liée à la date de résiliation des établissements au cours de l'année. Supposons qu'un établissement résilie au 15 décembre N, il n'aura probablement pas autant de subséquents enregistrés au cours de l'année N que s'il avait résilié le 15 mars de l'année N.

Ainsi, au vu de la surdispersion, une régression binomiale négative pour certains sous-modèles serait une piste envisageable afin de tenir compte de cette dernière.

1. cf. article de S.DOSSOU-GUETE et D.MIZERE pour la statistique de test [2]

Conclusion

La garantie subséquente présente un enjeu majeur pour Sham. En effet, cette dernière est obligatoire depuis 2003 dans le cadre des contrats de responsabilité civile médicale, activité principale de Sham (pour rappel, la branche représente plus de 80% du chiffre d'affaires). De ce fait, l'étude du risque associé à cette garantie doit être menée, et doit tenir compte de ses caractéristiques particulières : la garantie est due après la résiliation d'un contrat et sa durée dépend des caractéristiques du résiliant. Ces caractéristiques, en particulier les résiliations, rendent compliquée son évaluation et la mise en place d'un modèle robuste. En effet, déterminer l'exposition de clients résiliés à des déclarations de sinistres futurs représente une mission complexe. Enfin, l'absence de travaux précédents sur ce sujet très spécifique ont rendu d'autant plus complexe la mission.

Aujourd'hui, dans le modèle interne actuel qui évalue le SCR de primes au 31/12/N, un ajustement est actuellement fait au moyen d'un taux fixe calculé par le DA dont le but est d'intégrer au risque de prime les subséquents dont il faut tenir compte au titre de la frontière des contrats au 31/12/N.

Cependant, l'historique a montré un taux d'ajustement élevé, qui semblait sur-évaluer la part des subséquents au sein du SCR de primes. Les montants du BE de subséquente à l'origine de ce taux sont calculés à partir d'un modèle réalisé par l'actuariat et dont la méthodologie n'est pas comparable à l'évaluation faite des sinistres dans le cadre du risque de primes. Par conséquent, les travaux ont porté sur une alternative cohérente qui permettrait d'évaluer les subséquents d'une manière analogue à l'évaluation faite des sinistres de RCM hors subséquents au sein du modèle interne.

Un modèle coût \times fréquence a alors été choisi. La première question à laquelle il a fallu répondre ensuite était : quel risque doit être comptabilisé au titre de la frontière des contrats au 31/12/N et comment évaluer l'évolution à horizon un an de ce risque et a fortiori le capital requis ? La réponse à ces questions ont permis d'établir que le risque au 31/12/N comprend les clients résiliés qui peuvent déclarer de nouveaux subséquents dans le futur ainsi que les clients qui vont être résiliés courant N+1. Tenir compte de l'évolution du risque pour calculer le SCR, c'est tenir compte à la fois de la réalisation de l'année N+1 qui va amener à constituer de nouvelles réserves, mais aussi du risque au 31/12/N+1, qui correspond au risque au 31/12/N translaté d'une année.

Une fois la formule établie, il fallait déterminer l'exposition à mettre en place pour déterminer les fréquences de sinistres. Pour le risque de primes, on utilise par exemple le budget pour déterminer la sinistralité du segment public. Cependant, ici, l'une des caractéristiques de la subséquente est que les clients sont résiliés. Donc bien qu'il existe un lien entre les variables utilisées pour déterminer la fréquence dans le risque de primes et le nombre de sinistres, il n'était pas possible d'associer directement un nombre de subséquents à un budget. Aussi, dans le risque de primes, le budget 2019 est rattaché aux sinistres de l'année 2019 parce qu'on évalue la sinistralité de contrats en cours. S'agissant des subséquents, le subséquent futur déclaré a pu survenir sur n'importe quel exercice de compétence passé, même s'il ressort des travaux du mémoire que la très grande majorité des sinistres sont déclarés dans les 2 années après survenance. Une étude a été menée en survenance/déclaration sur le portefeuille complet afin de déterminer

une vitesse moyenne/cadence de déclaration des sinistres. Couplée à l'observation des subséquents dans le temps où il peut être remarqué qu'ils sont déclarés peu après résiliation, il était clair qu'il fallait associer des variables d'exposition (exemple : budget) éloignées dans le temps à des cadences faibles pour tenir compte du fait qu'à variable d'exposition égale, deux exercices de compétence n'ont pas le même impact sur la sinistralité d'une année donnée. L'ensemble de ces réflexions et la volonté d'être cohérent avec le risque de primes ont donc conduit à ces variables d'exposition calculées/simulées. S'agissant du choix de projection effectué, la fréquence moyenne semblait la plus appropriée : comme elle évaluée sur cinq ou dix ans, et que l'on n'a pas à priori d'information sur les résiliations futures, il est difficile d'anticiper une tendance sur une telle durée, du fait du manque de stabilité des fréquences historiques, et du peu de données disponibles dans l'historique pour la modélisation. Le choix de la fréquence moyenne semblait alors le plus adapté.

Une fois ces éléments-là déterminés, il ne restait qu'à calculer les expositions associées aux résiliations futures qui entrent dans le risque au 31/12/N. Pour rester cohérents, on a utilisé la même méthode que précédemment. Pour les calculer, il faut simplement déterminer qui les résiliants, les retirer de la base de donnée et calculer leur exposition. De ce fait, un taux de résiliation calculé sur le nombre de résiliants par année par segment plutôt que sur l'évolution des budgets était plus cohérent avec la modélisation retenue. Ce taux a permis de déterminer les résiliants, les dernières expositions et calculer le risque au 31/12/N (et au 31/12/N+1).

Une fois ce travail de modélisation fait, l'objectif était de comparer le BE 31/12/N net du modèle, avec le BE 31/12/N du modèle du DA, à l'origine du taux d'ajustement. Ayant peu de données à disposition pour rendre ces modèles très différents comparables, une étude a été faite sur le stock historique de subséquents afin de déterminer et comparer les analyses non pas entre elles directement qu'on pourrait faire des BE calculés compte tenu de la prédiction de mais avec la réalité, c'est à dire les subséquents observés. Il en est ressorti des évaluations proches entre la méthode annexe et la méthodologie mise en place dans le cadre de cette mission. La méthode du DA couplée à l'étude annexe donnait un résultat élevé de coût moyen des subséquents, ce qui serait envisageable sur une année au vu du peu de sinistres parfois et de leur volatilité mais inenvisageable sur le long terme avec plus d'observations. Cette sur-évaluation a pu être confirmée par deux éléments, tout d'abord un jeu d'hypothèses très prudentes a permis de montrer qu'un taux de 30% semblait fortement surestimer la réalité. D'autre part a été menée l'étude des coûts : à priori, la réflexion était qu'il n'y avait pas de différence notable entre un subséquent et un sinistre de RCM classique. Alors en considérant tous les sinistres de l'historique, il a été montré que les sinistres sont effectivement comparables en coût. Ceci a été un atout supplémentaire à la fois pour s'affranchir de l'ancien modèle, mais également pour évaluer les coûts des subséquents avec une méthode analogue à celle effectuée dans le cadre du modèle interne. In fine, le dernier avantage de cette méthode d'évaluation du coût, c'est qu'elle permet de lier l'évaluation du coût des subséquents de aux sinistres RC hors subséquents, bien plus nombreux. Et donc ensuite d'adapter la méthode d'évaluation des sinistres RC aux subséquents.

Une fois le modèle coût \times fréquence mis en place, il reste à intégrer les résultats calculés au risque de primes. Afin d'être prudents sur l'évaluation, on considère les SCR de primes et le SCR de subséquence séparément et on les additionne. Ceci permet de tenir compte des pires cas de l'un et de l'autre dans le risque global, en considérant le cas grave de leur réalisation commune.

Une fois la modélisation posée, il est néanmoins important de garder un oeil critique sur les résultats. Le modèle posé a eu vocation à être prudent et dispose de certaines forces :

- il tient compte des sinistres déclarés à R+0. Il a été remarqué que parmi toutes les résiliations annuelles, seuls quelques uns ne résiliaient pas au 31/12 et donc présentaient

- des subséquents. On en a tenu compte grâce à un paramètre fixé à 5% qui correspond à la durée moyenne entre la date de résiliation et le 31/12/R mesurée sur l'historique
- il considère la durée maximale de subséquente pour tous les praticiens (10 ans), indépendamment de leur reprise ou non d'activité
- il ne recalcule pas de taux de passé connu qui viendrait déprécier le SCR. Il est considéré comme une donnée implicite dans le modèle, dans la mesure où la fréquence de sinistres est calculée à partir de sinistres réellement pris en charge par Sham. (donc pas de taux de rétention pour passé connu à appliquer)
- il minore la réassurance XS future

Au delà de ses forces, la modélisation s'appuie sur des hypothèses plausibles :

- le fait de résilier est indépendant de la gravité des sinistres, et donc on peut évaluer de la même manière un subséquent et un sinistre RC
- à exposition égale sur deux années différentes, c'est à l'année de survenance la plus récente des deux qu'un sinistre a le plus de chance d'être déclaré
- pour une même année de survenance, le client avec l'exposition la plus importante devrait déclarer plus de sinistres que le client à l'exposition la moins importante

Cependant, bien que cohérent et logiquement construit, le modèle mis en place pour déterminer le montant de la garantie subséquente présente toutefois des faiblesses. Sa robustesse est limitée par la profondeur de l'historique dont on dispose et le nombre de subséquents historiques déclarés réels qui est faible. Une des conséquences de cela est que le modèle ne peut pas prédire certains subséquents sur certains délais (modèles dégénérés). Une autre faiblesse du modèle consiste en la méthode de calcul des cadences de déclaration : en effet, ces dernières sont approximatives car déterminées en année calendaire, ce qui induit un biais dans les résultats. Une autre limite du modèle se situe dans la surdispersion du nombre de sinistres, dont on ne tient pas compte avec la régression de Poisson. Enfin, la dernière limite du modèle tient dans le choix de la modélisation. Par exemple, bien qu'ayant eu une démarche logique pour construire les expositions comme expliqué précédemment, l'association des cadences de déclaration aux budgets en guise d'exposition n'est pas un résultat théorique et donc pourrait être remis en cause ou amélioré.

Enfin, s'agissant des prédictions, plusieurs éléments sont notables. Le modèle présente certaines limites en terme de capacités prédictives. Le fait d'utiliser un taux de résiliation par client ne permet pas forcément de considérer souvent les cas où les clients les plus importants résilient. Or, on a pu voir que pour la partie hors stock, une grande partie de la sous-estimation est liée à deux ou trois clients qui concentrent l'intégralité des sinistres.

On peut à ce stade proposer des pistes supplémentaires pour améliorer le modèle d'évaluation de la subséquente :

- reconsidérer différemment des cadences de déclarations et les baser sur le nombre de jours entre la déclaration et le règlement pour obtenir des valeurs plus précises
- utiliser des régressions binomiales négatives là où elles semblent plus adaptées (surdispersion)
- reprendre les études de resegmentation faite dans le cadre du risque de prime et les appliquer aux subséquents afin de tester de nouvelles variables
- considérer les résiliations différemment : des écarts importants ont été constatés notamment sur le hors-stock entre le modèle et la réalité, du fait notamment de clients qui engendraient de nombreux sinistres subséquents ou d'établissements présents en portefeuille et très exposés. Il aurait été possible, plutôt que d'évaluer les résiliations à l'aide de l'historique, de construire un modèle prédictif pour identifier les plus gros risques potentiels de résiliation. Pour ce faire, il faudrait réussir à identifier et à mesurer à l'aide de données différentes causes de résiliation, ce qui n'est pas simple. Une autre éventualité

envisagée est de considérer, pour davantage de prudence, que l'ensemble des résiliations ont lieu en cours d'année, ces établissements causant des subséquents à R+0 que l'on ne peut pas détecter.

Pour finir, ce mémoire constitue un point de passage entre l'ancien modèle d'évaluation et le nouveau modèle d'évaluation des subséquents que nous voudrions mettre en place. Confrontés à de nombreuses difficultés opérationnelles (retraitements, difficulté de modélisation, données manquantes, données fausses), nous avons tout de même voulu construire un premier modèle le plus cohérent possible. Le but à présent est désormais d'améliorer ce modèle, de travailler sur sa sensibilité et sa pertinence dans le temps, avant d'éventuellement le proposer à l'autorité de contrôle pour modifier l'évaluation actuelle.

Table des figures

1.1	Gestion de la subséquente dans le temps à Sham	12
1.2	Illustration : sinistre en passé connu	13
1.3	Exemple fictif de résiliation prises en compte dans le BE	15
1.4	Cas général	16
1.5	Schéma général de l'estimation du BE	17
1.6	Présentation des trois piliers de Solvabilité 2	19
1.7	Approche modulaire de calcul des SCR en formule standard	21
1.8	Approche modulaire de calcul des SCR de SHAM	22
1.9	Schéma de calcul du risque de primes dans le MIP	23
1.10	Répartition du coût des sinistres en fin de premier inventaire	24
1.11	Répartition du nombre de sinistres par année	24
1.12	Segmentation des contrats à Sham	25
1.13	Un exemple de modélisation pour la RC Psy	25
1.14	Proportion des subséquents parmi les sinistres de RCM	27
1.15	Proportion des subséquents dans les 2 années suivant la résiliation selon le type d'établissement	28
2.1	schéma de modélisation des engagements de subséquente dans le modèle	33
2.2	Formule de calcul du SCR sous forme de schéma	33
2.3	Coût moyen des subséquents VS Coût moyen des autres sinistres	34
2.4	Validation de l'hypothèse de linéarité entre charge ultime et nombre de sinistres	36
2.5	Données connues VS Données simulées	37
2.6	Nouvelle évaluation des résiliations par segment à partir de la BP	39
2.7	Taux de résiliation historique	39
2.8	Budgets 2019 et nombre de sinistres déclarés en 2019 par établissement	40
2.9	Budgets et nombre de sinistres actuels sur tout l'historique (€2020)	40
2.10	écart de nombre simulé selon l'inclusion du segment PSY ou non	41
2.11	Budgets annuels (€2019) et nombre de sinistres associés	42
2.12	Ancien traitement pour déterminer les sinistres subséquents	43
2.13	Nombre de subséquents observés par exercice de réclamation	43
2.14	Typologie des sinistres selon l'année de déclaration et l'année de résiliation	44
2.15	Répartition des subséquents observés par segment	45
2.16	Répartition des subséquents observés en psy par année de résiliation, par délai	46
2.17	Répartition des subséquents observés par délai de déclaration et nouveau segment	47
2.18	Nombre de sinistres incrémentaux	48
2.19	Nombre de sinistres cumulés	48
2.20	Résultats pour H_2	49
2.21	Couples de points	49
2.22	Graphiques des $(N_{i,j-1}, D_{i,j-1})$	50
2.23	Test d'indépendance des années de survenance	51
2.24	Test d'indépendance des années de survenance n°2	52

2.25	Triangle incrémental : modèle de De Vylder	52
2.26	Les sinistres sont déclarés rapidement après survenance	53
2.27	Sélection d'un historique de fréquences et estimateur moyen associé à la régression	56
2.28	Résultats empiriques Deviance/ddl	56
2.29	Chi-Deux de Pearson des modèles	57
2.30	Quote-part appliquée aux coûts simulés	58
2.31	Taux de cession XS calculés par exercice	58
2.32	Taux de cession XS finaux retenus	59
2.33	Résultats nets du modèle central	59
2.34	Décomposition du BE de subséquent calculé au 31/12/19	59
2.35	Expositions R+1 et R+2 pour l'exercice de compétence 2020	60
2.36	Répartition des sinistres en nombre par exercice de déclaration	60
2.37	Volatilité des charges associées au "stock" de résiliations RCP	61
2.38	Volatilité des charges associées au "hors-stock" de résiliations RCP	61
2.39	Prédiction du nombre de sinistres stock RCP vs réalité	62
2.40	Prédiction du nombre de sinistres stock public vs réalité	62
2.41	Prédiction du nombre de sinistres stock privé vs réalité	63
2.42	Prédiction du nombre de sinistres hors stock de résiliations : prédiction VS réalité	63
2.43	Linéarité des coûts cumulés par délai	65
2.44	Validation de l'hypothèse H_2	65
2.45	Comparabilité des 2 méthodes sur le stock de sinistres	65
3.1	Une stabilisation du SCR après environ 25 simulations	68
3.2	Résultat obtenu pour les différents termes de calcul du SCR par simulation de Monte-Carlo	69
3.3	Subséquents historiques par délai et par segment	70
3.4	Chi-Deux de Pearson des modèles avec fréquences regroupées	71
3.5	Test de Wald de nullité des coefficients sur chaque modèle	71
3.6	Rapports Variance/Moyenne sur l'historique ayant servi à modéliser	73
3.7	Résultat du test de surdispersion	74

Bibliographie

- [1] Michel Denuit / Arthur Charpentier. *Mathématiques de l'assurance non-vie - Tome 2 : Tarification et Provisionnement*. ECONOMICA, 2005. pages 355-363.
- [2] S. DOSSOU-GBETE D. MIZERE, C.C KOKONENDJI. Quelques tests de la loi de poisson contre des alternatives générales basées sur l'indice de dispersion de fisher. http://www.numdam.org/article/RSA_2006__54_4_61_0.pdf, 2006.
- [3] Cour de Cassation. Arrêt mercier du 20 mai 1936. <https://www.revuegeneraledudroit.eu/blog/decisions/cour-de-cassation-civ-20-mai-1936-mercier/>.
- [4] Fanta Dieng. *Modèle interne partiel en RC médicale : revue de la segmentation dans le calcul du SCR primes*. Mémoire ISFA 2021.
- [5] Cathy Dogon. Dans les entrailles budgétaires de l'hôpital public. <https://www.pourleco.com/politique-economique/dans-les-entrailles-budgetaires-de-lhopital-public>, 2020.
- [6] Parlement Européen. Solvabilité 2. <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/FR/TXT/PDF/?uri=CELEX:32015R0035&from=EN/>.
- [7] Thomas Mack. Measuring the variability of chain ladder reserve estimates. https://www.casact.org/sites/default/files/2021-02/pubs_forum_94spforum_94spf101.pdf, 1993. Pages 162-168.
- [8] Esterina Masiello. *cours de Provisionnement Non-Vie*. M1 Actuariat ISFA.