

**Mémoire présenté devant l'Université de Paris-Dauphine
pour l'obtention du Certificat d'Actuaire de Paris-Dauphine
et l'admission à l'Institut des Actuaires
le 25 Mars 2024**

Par : Alva LE DOUSSAL

Titre : Intégration des critères ESG pour l'allocation d'actifs d'un assureur santé

Confidentialité : Non Oui (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité ci-dessus

*Membres présents du jury de l'Institut
des Actuaires :*

Entreprise :
Nom : Prim'Act
Signature :

*Membres présents du Jury du Certificat
d'Actuaire de Paris-Dauphine :*

Directeur de Mémoire en entreprise :
Nom : Frédéric PLANCHET
Signature :



*Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents
actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)*

Secrétariat :

Signature du responsable entreprise

Bibliothèque :

Signature du candidat

Résumé

Ces dernières années, les critères ESG ont connu un essor considérable. Ils jouent désormais un rôle significatif dans les prises de décision financière des investisseurs. Cette montée en puissance des facteurs extra-financiers traduit un désir croissant de s'orienter vers une économie plus durable et socialement responsable. En particulier, l'Accord de Paris et les Objectifs de développement durable ont accéléré la nécessité d'agir en créant des objectifs globaux à atteindre. Le cadre réglementaire s'est notamment endurci afin de promouvoir davantage la transparence et la durabilité des investissements.

Ce mémoire propose donc une nouvelle approche de la recherche de l'allocation d'actifs. Il vise à définir une allocation d'actifs durable qui non seulement répartit les fonds entre les différentes classes d'actifs, mais également à l'intérieur de chacune d'entre elles en tenant compte des critères ESG. A cette fin, un algorithme génétique est utilisé afin d'optimiser le triplet rendement, ratio de solvabilité et risque ESG du portefeuille de l'assureur. Il permet de rechercher la frontière efficiente où sont situées les allocations qui correspondent aux meilleurs compromis entre ces trois critères. Ces allocations dites "durables" permettent à l'assureur de réduire l'exposition de ses actifs aux risques ESG tout en garantissant un niveau de rentabilité et de solvabilité afin de tenir ses engagements.

Mots-clés : Critères ESG, Algorithme génétique, Allocation d'actifs, Solvabilité II, Optimisation multiobjectif, Durabilité.

Abstract

In recent years, ESG criteria have gained considerable ground. They now play a significant role in investors' financial decision-making. This rise in extra-financial factors reflects a growing desire to move towards a more sustainable and socially responsible economy. In particular, the Paris Agreement and the Sustainable Development Goals have accelerated the need for action by creating global targets to be achieved. In particular, the regulatory framework has hardened to promote greater transparency and sustainability in investments.

This thesis therefore proposes a new approach to asset allocation research. It aims to define a sustainable asset allocation that not only allocates funds between different asset classes, but also within each of them, taking ESG criteria into account. To this end, a genetic algorithm is used to optimize the triplet of return, solvency ratio and ESG risk of the insurer's portfolio. It is used to find the efficient frontier where the allocations corresponding to the best compromises between these three criteria are located. These so-called "sustainable" allocations enable the insurer to reduce the exposure of its assets to ESG risks, while guaranteeing a level of profitability and solvency to meet its commitments.

Keywords : ESG criteria, Genetic algorithm, Asset allocation, Solvency II, Multi-objective optimization, Durability.

Note de Synthèse

Contexte et problématique

Les défis actuels mondiaux, environnementaux et sociaux, ont engendré de nouvelles attentes de la part des investisseurs et des clients en matière d'investissements. En particulier, des événements tels que l'Accord de Paris et l'établissement des Objectifs de Développement durable ont agi comme des catalyseurs dans l'émergence et le développement de la finance verte.

Les assureurs en sont des acteurs importants. Ils sont chargés de gérer les risques émergents liés à la durabilité et, en tant que principaux contributeurs au financement de l'économie, ils peuvent soutenir une croissance durable. Le secteur assurantiel s'est mobilisé pour faire face à ces nouvelles préoccupations notamment en prenant part à de nombreuses initiatives. Parallèlement, la réglementation s'est renforcée avec l'apparition de règlements et lois visant à accroître la transparence au sein du secteur financier quant à l'intégration de la durabilité. Ces mesures visent à orienter les investisseurs et les consommateurs vers des pratiques plus responsables.

C'est dans ce contexte, que les critères environnementaux, sociaux et de gouvernance connaissent un essor significatif. Ils constituent une mesure quantitative pour évaluer la démarche responsabilité sociale d'une entreprise. Bien qu'il subsiste encore un manque de normalisation de ces critères, ils permettent d'identifier les investissements plus durables et plus responsables. Déjà pris en compte lors de la prise de décisions d'investissement et notamment dans la sélection individuelle des titres, les critères ESG pourraient également être intégrés à d'autres niveaux au sein des compagnies d'assurance.

L'objectif de ce mémoire est d'intégrer la durabilité à la recherche de l'allocation d'actifs. Traditionnellement, l'allocation d'actifs consiste à répartir le montant des fonds à investir entre les différentes catégories d'actifs disponibles au sein du portefeuille. Ce mémoire propose d'en définir une durable qui non seulement répartit les fonds entre les différentes classes d'actifs, mais également à l'intérieur de chaque classe en tenant compte des critères ESG comme représenté sur la Figure 1. L'impact de la prise en compte ces critères dans cette recherche est étudié à travers les métriques de rendement, de solvabilité et de risque.

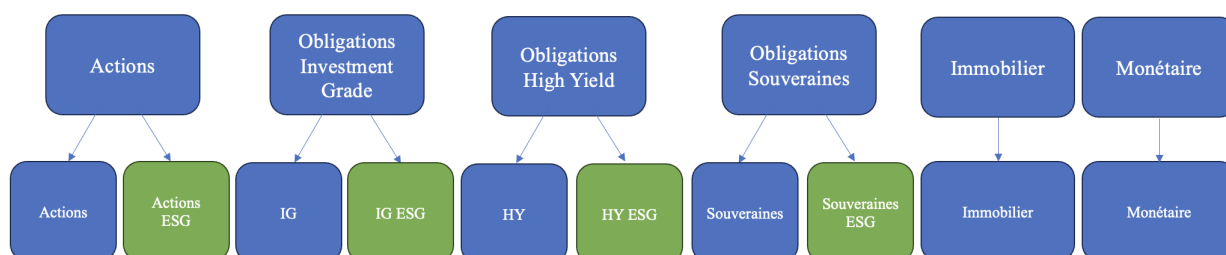


FIGURE 1 : Représentation d'une allocation "responsable"

Intégration des critères ESG dans la recherche de l'allocation d'actifs

L'intégration des critères ESG dans la recherche de l'allocation d'actifs optimale permet aux assureurs d'évaluer de potentielles opportunités d'investissements mais également de réduire l'exposition aux risques de durabilité des actifs détenus. Traditionnellement, l'assureur optimise le couple "rendement/risque" afin de trouver son allocation d'actifs. L'introduction du score de risque ESG à cette recherche rend le problème plus complexe en y ajoutant une troisième dimension.

Afin de valoriser les allocations et ainsi converger vers les plus optimales, un modèle a été créé. Il est composé des trois modules suivants :

- Un générateur de scénarios économiques qui permet la projection des classes d'actifs ;
- Un module de calcul qui valorise le bilan sous Solvabilité II pour chacune des allocations testées ;
- Un algorithme génétique qui permet de faire converger les allocations testées à chaque génération vers les allocations optimales selon les trois critères d'optimisation.

Le but de ce modèle est de prendre en compte le risque ESG des actifs dans le choix de l'allocation d'actifs de l'assureur. Pour ce faire, la démarche du modèle s'inspire de celle de l'ORSA.

Le problème d'optimisation à résoudre est défini par le problème multiobjectifs suivant.

$$\begin{aligned}
 F_1(\mathbf{X}) &= -\frac{NAV_j}{SCR_j} \\
 F_2(\mathbf{X}) &= -\sum_{i=1}^n w_i \mu_i, \forall j \\
 F_3(\mathbf{X}) &= \sum_{i=1}^n w_i s_i, \forall j \\
 h(\mathbf{X}) &= \sum_{i=1}^n w_i - 1 = 0, \forall j \\
 w_i^l &\leq w_i \leq w_i^u, \forall i
 \end{aligned} \tag{1}$$

où $X = (w_1, \dots, w_n)$ le vecteur représentant les poids des classes d'actifs au sein d'une allocation, w_i^l et w_i^u sont respectivement les bornes inférieures et supérieures associées à w_i dans lesquelles s'effectuent la recherche et $F_1(\mathbf{X})$ est la fonction objectif correspondant au ratio de solvabilité, $F_2(\mathbf{X})$ celle du rendement, $F_3(\mathbf{X})$ celle du score de risque ESG. NAV_j et SCR_j représentent respectivement les fonds propres et le capital de solvabilité requis associé à l'allocation j .

Pour résoudre ce problème d'optimisation multicritères, les algorithmes génétiques sont utilisés. L'algorithme démarre en générant une population initiale de N allocations de manière aléatoire tout en respectant les contraintes spécifiées. Pour chaque allocation, le SCR correspondant est calculé. Ensuite, le SCR ainsi que le Best Estimate sont projetés sur l'horizon d'étude. Cela permet d'obtenir le ratio de couverture, le rendement espéré, via le GSE, ainsi que le score de risque ESG associé à chaque allocation de la génération. Le score de risque ESG est calculé comme la moyenne pondérée des scores de risque ESG par sous-classe d'actifs.

Les allocations sont ensuite classées par la procédure de *non-dominated sorting* sur les différentes métriques d'optimisation, où la note la plus élevée correspondant à la meilleure allocation au sens des trois critères. La population d'allocations ainsi classée est ensuite traitée par les opérateurs génétiques,

de manière à générer une nouvelle population d’allocations à partir la précédente, améliorant les critères d’optimisation.

Ce processus est répété jusqu’à ce que le critère d’arrêt soit atteint, généralement défini par le nombre de générations souhaitées. Les allocations obtenues représentent alors les plus optimales selon le critère de Pareto. Ensuite, l’assureur devra sélectionner l’allocation qui correspond le mieux à ses besoins financiers et de gestion parmi celles obtenues.

Impact de l’intégration

L’impact de l’introduction des critères ESG dans l’allocation d’actifs est étudié sur une mutuelle soumise à Solvabilité II qui commercialise des contrats santé individuels et collectifs. Le bilan Solvabilité II de la mutuelle au 31/12/2022 est donnée par la Figure 2.

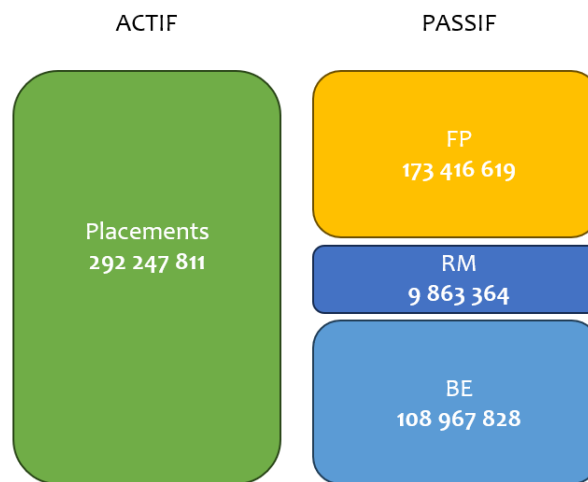


FIGURE 2 : Bilan de la mutuelle sous Solvabilité II au 31/12/2022

La durée du passif est de 1,28 à cette date et son actif peut être décomposé entre les macro-classes présentées dans le Tableau 1.

Placements (€)	Valeur de marché	% en Valeur de marché
Actions	43 837 172	15%
Immobilier	49 682 128	17%
Monétaire	20 457 347	7%
Obligations souveraines	37 992 215	13%
Obligations “High Yield”	29 224 781	10%
Obligations “Investment Grade”	111 054 168	38%
Total général	292 247 811	100%

TABLE 1 : Répartition des placements au 31/12/2022

Afin de reproduire le comportement de ses classes d’actifs, des indices de référence sont sélectionnés et présentés dans le Tableau 2.

Indices	Rendement moyen historique	Volatilité historique	Score de risque ESG
CAC 40	6,35 %	16,06 %	19,08
CAC 40 ESG	5,52 %	14,72 %	17,82
iBoxx € Eurozone	-2 %	6,07 %	14,7
iBoxx EUR Sovereigns ESG Tilted	-2,28 %	5,91 %	13,5
Markit iBoxx EUR High Yield Corporates BB Top 50	0,4 %	5,97 %	19,65
iBoxx MSCI ESG EUR High Yield Corporate TCA	-0,25 %	5,97 %	18,7
iBoxx € Corporates Senior	-1,86 %	5,31 %	19,53
iBoxx MSCI EUR Senior Corporates Investment Grade ESG Factor Weighted	-1,77 %	5,02 %	17,53

TABLE 2 : Rendement et volatilité des indices observés

Afin d'étudier l'impact de l'introduction des critères ESG, les allocations "responsables" obtenues sont comparées avec des allocations dites "classiques", qui aurait été faites uniquement sur les classes traditionnelles (représentées en bleu sur la Figure 1), c'est-à-dire celles usuellement utilisées dans l'allocation d'actifs, et des allocations "ESG", faites exclusivement sur les classes ESG (représentées en vert sur la Figure 1). Pour en rendre compte, cinq allocations sont analysées (A1, ..., A5). Elles correspondent aux quintiles des allocations obtenues suites à l'optimisation.

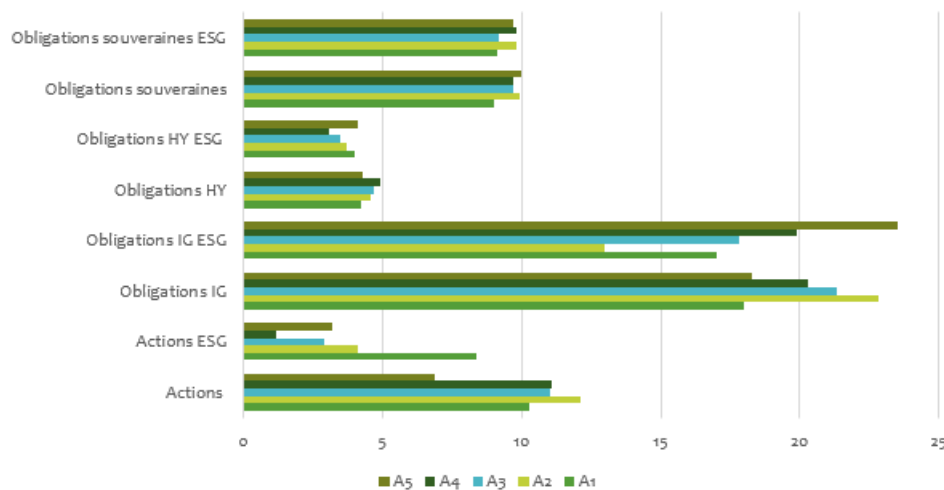


FIGURE 3 : Répartition des placements entre les différentes classes d'actifs des allocations retenues après l'optimisation

La répartition entre les classes ESG et celles traditionnelles n'est pas clairement distincte du fait des scores de risque ESG, des indices, proches. Seules les classes Actions et Investment grade semblent opérer une différence entre les actifs durables et classiques. La classe obligations souveraines se voit saturer du fait que les scores de risque ESG des pays sont relativement plus bas que ceux des entreprises, ce qui amène l'algorithme à favoriser cette classe (Figure 3).

Les allocations faites sur les classes traditionnelles ont un rendement plus élevé de 2,5% en moyenne par rapport aux allocations "responsables" tandis que les allocations faites uniquement sur les classes ESG ont un rendement moyen inférieur de 4,16% (Figure 4). En ce qui concerne le score de risque ESG, il augmente de 4% lorsque les actifs sont alloués uniquement sur les classes traditionnelles mais diminue de 4,86% lorsque l'allocation est faite sur les classes ESG (Figure 5).

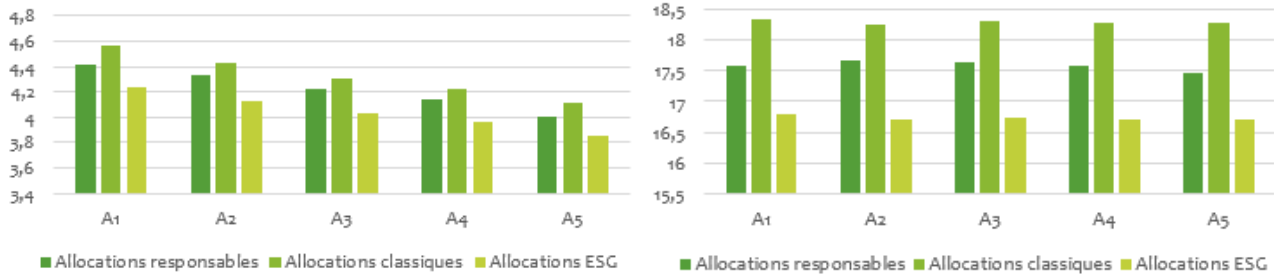


FIGURE 4 : Comparaison des rendements (en %) FIGURE 5 : Comparaison du score de risque ESG

Le fait de considérer les critères ESG peut être un outil d'aide à la décision en amont des investissements. Le score de risque ESG d'une classe peut être considéré comme un objectif fixé à atteindre. Pour cela, on abaisse le score de risque ESG de certaines classes (Tableau 3).

Indices	Score de risque ESG de l'indice	Ancien score de risque ESG de l'indice
Actions	19,08	19,08
Actions ESG	16,5	17,82
Obligations "Investment Grade"	19,53	19,53
Obligations "Investment Grade" ESG	15,3	17,53
Obligations "High Yield"	19,65	19,65
Obligations "High Yield" ESG	17,3	18,7
Obligations souveraines	14,7	14,7
Obligations souveraines ESG	13	13,5

TABLE 3 : Scores de risque ESG des indices retenus par classe d'actifs

En définissant des scores de risque ESG plus faible sur les classes ESG, l'algorithme favorise principalement ces classes notamment la classe Investment Grade ESG. La classe obligations souveraines reste saturée du fait de la différence de notation de score ESG entre les pays et les entreprises (Figure 6).

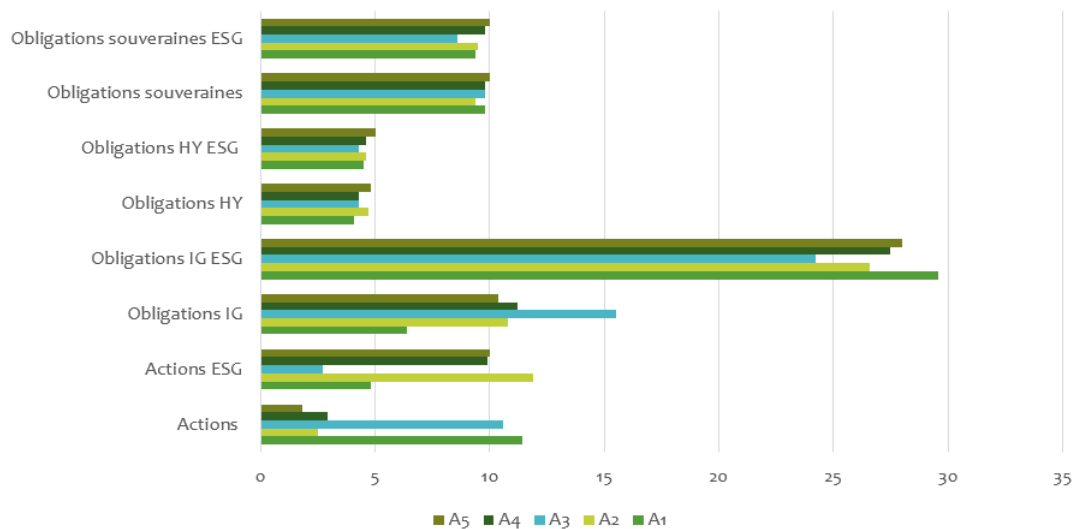


FIGURE 6 : Répartition des placements entre les différentes classes d'actif des allocations retenues après les changements d'objectifs

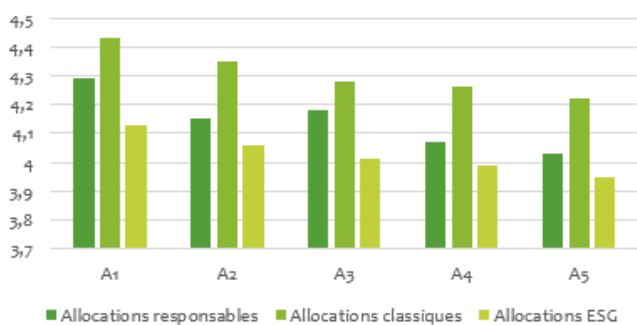


FIGURE 7 : Comparaison des rendements (en %)



FIGURE 8 : Comparaison du score de risque ESG

Les allocations effectuées sur les classes traditionnelles présentent, en moyenne, un rendement supérieur de 3,97% par rapport aux allocations "responsables", tandis que les allocations exclusivement faites sur les classes ESG affichent un rendement inférieur de 2,78% en moyenne (Figure 7). Le score de risque ESG augmente considérablement de 12,53% en moyenne pour les allocations classiques mais baisse de 6,69% pour les allocations ESG (Figure 8).

Conclusion

L'allocation d'actifs incorporant les critères extra-financiers permet de réduire significativement le risque ESG du portefeuille tout en minimisant la perte de rendement engendrée. Cependant, il est difficile de conclure quant à leur impact sur la solvabilité de l'assureur. Une étude similaire pourra être réalisée sur un produit d'assurance vie pour permettre de mieux mettre en lumière, leur impact aux travers des interactions actif-passif. Etant donné que les risques ESG sont des risques à long-terme, la prise en compte d'un horizon temporel plus long serait plus appropriée pour rendre compte de leurs effets.

Les résultats obtenus sont à regarder à la lumière des indices choisis. Une limitation majeure réside dans le fait que les indices ESG sont relativement récents donc leur historique très court rend discutable la prime de risque ajoutée. De plus, le GSE risque neutre utilisé comporte des simplifications ce qui fait que l'utilisation d'un GSE en probabilité historique pourrait conduire à des résultats sensiblement différents. Le choix d'utiliser un GSE risque neutre en rajoutant une prime de risque est liée au modèle disponible au sein de l'entreprise.

Cependant, une restriction significative à cette approche reste le fait que les notations ESG des entreprises et des pays sont difficilement comparables puisqu'elles ne sont pas établies selon les mêmes données et méthodologies. De plus, le manque de standardisation et de données fiables attrave d'attribuer des scores ESG. Bien que la réglementation ait beaucoup progressé, appelant à une transparence des activités en matière de durabilité, il reste tout de même difficile d'évaluer l'impact réel des entreprises et des pays sur ces problématiques.

Synthesis note

Context and issues

Today's global environmental and social challenges have given rise to new investment expectations on the part of investors and customers. In particular, events such as the Paris Agreement and the establishment of the Sustainable Development Goals have acted as catalysts for the emergence and development of green finance.

Insurers are key players. They are responsible for managing emerging sustainability risks, and as major contributors to financing the economy, they can support sustainable growth. The insurance industry has mobilized to address these new concerns, notably by taking part in numerous initiatives. At the same time, the regulatory environment has been strengthened with the introduction of regulations and laws designed to increase transparency within the financial sector with regard to the integration of sustainability. These measures aim to guide investors and consumers towards more responsible practices.

It is against this backdrop that environmental, social and governance criteria are enjoying significant growth. They provide a quantitative measure for evaluating a company's CSR approach. Although there is still a lack of standardization of these criteria, they can be used to identify more sustainable and responsible investments. Already taken into account when making investment decisions, particularly in individual stock selection, ESG criteria could also be integrated at other levels within insurance companies.

The aim of this thesis is to integrate sustainability into asset allocation research. Traditionally, asset allocation consists of dividing the amount of funds to be invested between the various asset classes available within the portfolio. This thesis proposes to define a sustainable one that not only distributes funds between the different asset classes, but also within each class, taking ESG criteria into account, as represented in Figure 1. The impact of taking these criteria into account in this research is studied through the metrics of return, solvency and risk.

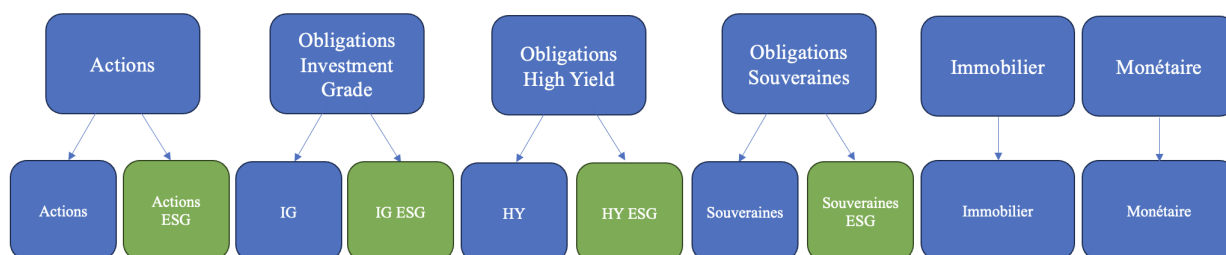


Figure 9: Representation of a "responsible" allocation

Integrating ESG criteria into asset allocation research

Integrating ESG criteria into the search for optimal asset allocation enables insurers to assess potential investment opportunities, but also to reduce exposure to the sustainability risks of the assets they hold.

Traditionally, insurers optimize the risk/return trade-off to determine their asset allocation. Introducing the ESG risk score to this search makes the problem more complex, by adding a third dimension.

A model has been created to evaluate allocations and converge towards the most optimal ones. It comprises the following three modules:

- An economic scenario generator for asset class projections;
- A calculation module that values the balance sheet under Solvency II for each of the tested allocations;
- A genetic algorithm that converges the tested allocations at each generation to the optimal allocations according to the three optimization criteria.

The aim of this model is to take into account the ESG risk of assets when selecting the insurer's asset allocation. To do this, the model's approach is inspired by that of ORSA.

The optimization problem to be solved is defined by the following multi-objective problem.

$$\begin{aligned}
 F_1(\mathbf{X}) &= -\frac{NAV_j}{SCR_j} \\
 F_2(\mathbf{X}) &= -\sum_{i=1}^n w_i \mu_i, \forall j \\
 F_3(\mathbf{X}) &= \sum_{i=1}^n w_i s_i, \forall j \\
 h(\mathbf{X}) &= \sum_{i=1}^n w_i - 1 = 0, \forall j \\
 w_i^l &\leq w_i \leq w_i^u, \forall i
 \end{aligned} \tag{2}$$

where $X = (w_1, \dots, w_n)$ the vector representing the weights of the asset classes within an allocation, w_i^l and w_i^u are respectively the lower and upper bounds associated with w_i in which the search is performed, and $F_1(\mathbf{X})$ is the objective function corresponding to the solvency ratio, $F_2(\mathbf{X})$ that of yield, $F_3(\mathbf{X})$ that of the ESG risk score. NAV_j and SCR_j respectively represent the own funds and the solvency capital requirement associated with allocation j .

Genetic algorithms are used to solve this multi-criteria optimization problem. The algorithm starts by randomly generating an initial population of N allocations while respecting the specified constraints. For each allocation, the corresponding SCR (Solvent Coverage Ratio) is calculated. The SCR and Best Estimate are then projected over the study horizon. This yields the coverage ratio, the expected return, via the GSE, and the ESG risk score associated with each generation allocation. The ESG risk score is calculated as the weighted average of the ESG risk scores by asset subclass.

The allocations are then ranked by the non-dominated sorting procedure on the different optimization metrics, with the highest score corresponding to the best allocation in terms of the three criteria.

The population of ranked allocations is then processed by genetic operators, so as to generate a new population of allocations from the previous one, improving the optimization criteria.

This process is repeated until the stopping criterion is reached, generally defined by the desired number of generations. The allocations obtained then represent the most optimal according to the Pareto criterion. The insurer then selects the allocation that best matches his financial and management needs from among those obtained.

Impact of integration

The impact of introducing ESG criteria into asset allocation is studied on a mutual subject to Solvency II that markets individual and group health contracts. The mutual's Solvency II balance sheet at 12/31/2022 is shown in Figure 10.

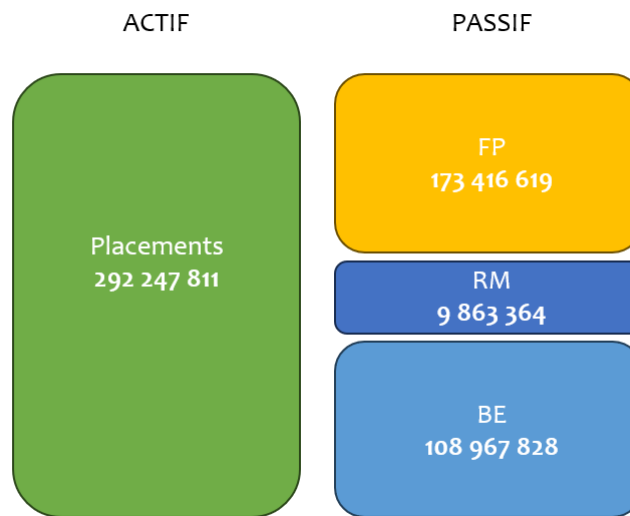


Figure 10: Solvency II balance sheet at 12/31/2022

The duration of the liabilities is 1.28 at this date, and the assets can be broken down into the macro-classes shown in Table 4.

Investments (€)	Market value	% in market value
Actions	43 837 172	15%
Real Estate	49 682 128	17%
Cash	20 457 347	7%
Sovereign bonds	37 992 215	13%
“High Yield” bonds	29 224 781	10%
“Investment Grade” bonds	111 054 168	38%
Total	292 247 811	100%

Table 4: Investments' distribution at 12/31/2022

With the intention of reproducing the behavior of its asset classes, benchmark indices are selected (Table 5).

Indices	Historical average yield	Historical volatility	ESG risk score
CAC 40	6,35 %	16,06 %	19,08
CAC 40 ESG	5,52 %	14,72 %	17,82
iBoxx € Eurozone	-2 %	6,07 %	14,7
iBoxx EUR Sovereigns ESG Tilted	-2,28 %	5,91 %	13,5
Markit iBoxx EUR High Yield Corporates BB Top 50	0,4 %	5,97 %	19,65
iBoxx MSCI ESG EUR High Yield Corporate TCA	-0,25 %	5,97 %	18,7
iBoxx € Corporates Senior	-1,86 %	5,31 %	19,53
iBoxx MSCI EUR Senior Corporates Investment Grade ESG Factor Weighted	-1,77 %	5,02 %	17,53

Table 5: Performance and volatility of observed indices

In order to study the impact of the introduction of ESG criteria, the "responsible" allocations obtained are compared with so-called "traditional" allocations, which would have been made solely on traditional classes (shown in blue in Figure 9), i.e. those usually used in asset allocation, and "ESG" allocations, made exclusively on ESG classes (shown in green in Figure 9). To reflect this, five allocations are analyzed (A1,..., A5). These correspond to the quintiles of allocations obtained following optimization.

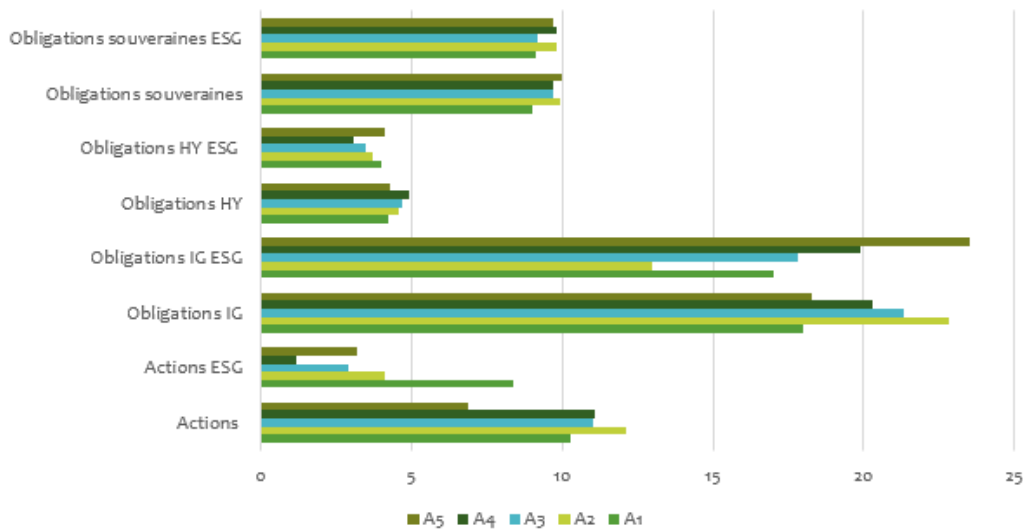


Figure 11: Investments' distribution between the different asset classes of the allocations retained after optimization

The distribution between ESG and traditional classes is not clearly distinct, as ESG risk scores and indices are similar. Only the equity and investment-grade classes seem to differentiate between sustainable and traditional assets. The sovereign bond class is saturated, as the ESG risk scores of countries are relatively lower than those of companies, leading the algorithm to favor this class (Figure 11).

Allocations made to traditional classes have a higher average return of 2.5% compared to "responsible" allocations, while allocations made solely to ESG classes have a lower average return of 4.16% (Figure 12). As for the ESG risk score, it increases by 4% when assets are allocated solely to traditional classes, but decreases by 4,86% when the allocation is made to ESG classes (Figure 13).

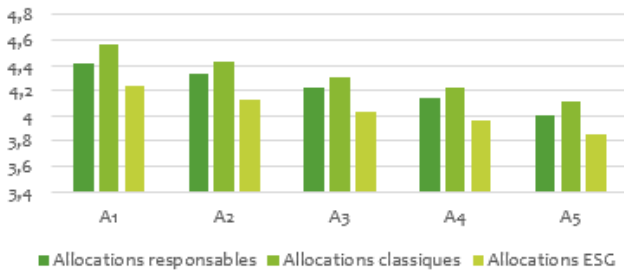


Figure 12: Yield comparison (in %)

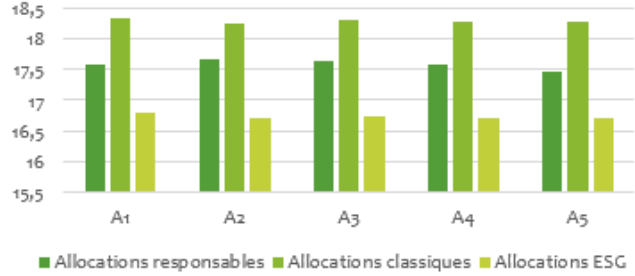


Figure 13: ESG risk score comparison

By defining lower ESG risk scores on ESG classes, the algorithm mainly favors these classes, notably the Investment Grade ESG class. The sovereign bond class remains saturated due to the difference in ESG scores between countries and companies (Table 6).

Indices	Index ESG risk score	Former index ESG risk score
Actions	19,08	19,08
Actions ESG	16,5	17,82
Obligations "Investment Grade"	19,53	19,53
Obligations "Investment Grade" ESG	15,3	17,53
Obligations "High Yield"	19,65	19,65
Obligations "High Yield" ESG	17,3	18,7
Obligations souveraines	14,7	14,7
Obligations souveraines ESG	13	13,5

Table 6: ESG risk scores of selected indices by asset class

When the ESG risk score is lowered on ESG classes, the algorithm mainly favors classes with low scores, notably the Investment Grade class. The sovereign bond class remains saturated due to the difference in ESG scores between countries and companies (Figure 14).

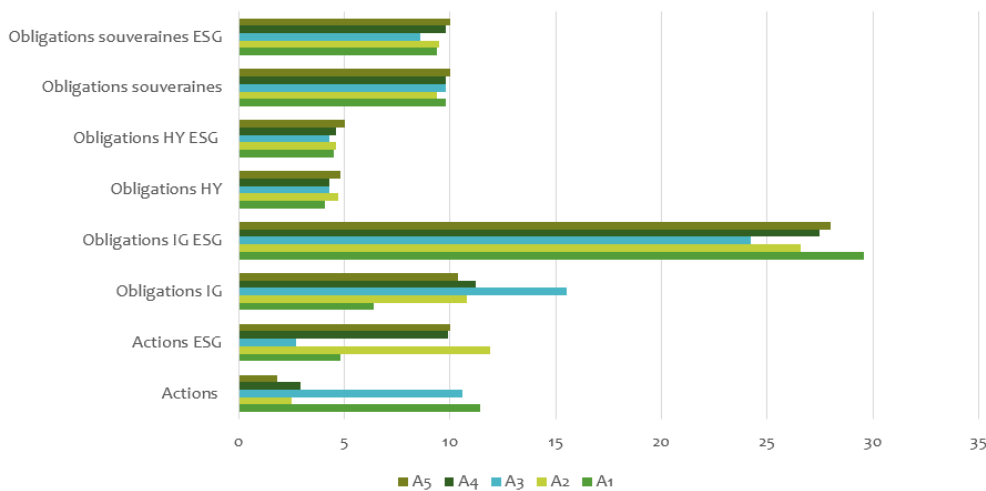


Figure 14: Investments' distribution between asset classes for allocations retained after changes in objectives



Figure 15: Yield comparison (in %)

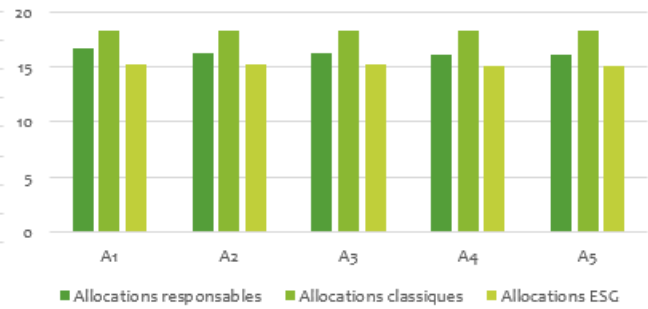


Figure 16: ESG risk score comparison

Allocations made to traditional classes show, on average, a 3.97% higher return than "responsible" allocations, while allocations made exclusively to ESG classes show a 2.78% lower return on average (Figure 15). The ESG risk score rises considerably, by 12.53% on average for conventional allocations, but falls by 6.69% for ESG allocations (Figure 16).

Conclusion

Asset allocation incorporating extra-financial criteria significantly reduces the portfolio's ESG risk, while minimizing the resulting loss of return. However, it is difficult to draw conclusions as to their impact on the insurer's solvency. A similar study could be carried out on a life insurance product to shed more light on their impact through asset-liability interactions. Given that ESG risks are long-term in nature, it would be more appropriate to take a longer timeframe into account when assessing their effects.

The results obtained should be viewed in the light of the indices chosen. A major limitation lies in the fact that ESG indices are relatively recent and therefore have a very short history, which makes the added risk premium questionable. What's more, using a historical probability GSE could lead to significantly different results than those obtained. The choice of using a risk-neutral GSE and adding a risk premium is linked to the model available within the company.

However, a significant limitation of this approach is that ESG ratings for companies and countries are difficult to compare, since they are not based on the same data and methodologies. Moreover, the lack of standardization and reliable data makes it difficult to assign ESG scores. Although regulations have made considerable progress, calling for greater transparency in sustainability activities, it remains difficult to assess the real impact of companies and countries on these issues.

Remerciements

Je tiens à remercier dans un premier temps mon tuteur d'entreprise Frédéric PLANCHET pour son accompagnement et ses précieux conseils.

Je souhaite adresser mes remerciements, également, à Pierre BRUGIERE, Maître de conférences à l'université Paris Dauphine-PSL, pour son suivi et son implication.

Je tiens particulièrement à remercier l'ensemble des consultants de Prim'Act pour leur accueil chaleureux et leur bonne humeur quotidienne. Je remercie aussi tous ceux qui ont pris le temps de répondre à mes nombreuses questions et qui ont participé à la relecture de ce mémoire (ils se reconnaîtront!).

Un grand merci également à mes proches qui m'ont encouragée et aidée tout au long de la rédaction de ce mémoire.

Acronymes

ACPR	Autorité de contrôle prudentiel et de résolution
ALM	Asset Liability Management
BE	Best Estimate
BREAM	Building Research Establishment Environmental Assessment Method
COP	Conference of the Parties
CSRD	Corporate Sustainability Reporting Directive
CTB	Climate Transition Benchmark
DDA	Directive sur la distribution d'assurances
ESG	Environnemental, Social et Gouvernance
ESRD	European Sustainability Reporting Standards
GSE	Générateur de scénarios économiques
GIEC	Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat
HQE	Haute Qualité Environnementale
ISR	Investissement Socialement Responsable
HQE	Haute Qualité Environnementale
HY	High Yield
IG	Investment Grade
ISR	Investissement Socialement Responsable
LEED	Leadership in Energy and Environmental Design
NFRD	Non Financial Reporting Directive
NZIA	Net-Zero Insurance Alliance
OCDE	Organisation de coopération et de développement économiques
ODD	Objectifs de développement durable
ONG	Organisation non gouvernementale
ONU	Organisation des Nations unies
ORSA	Own Risk and Solvency Assessment
PAB	Paris-Aligned Benchmark
PIB	Produit Intérieur Brut
PRI	Principles for Responsible Investment
PSI	Principles for Sustainable Insurance
RSE	Responsabilité sociétale des entreprises
SFDR	Sustainable Finance Disclosure Regulation
TEEC	Transition Energétique et Ecologique pour le Climat
UE	Union Européenne
UC	Unités de compte
UNEP FI	United Nations Environment Programme Finance Initiative

Table des matières

Résumé	3
Abstract	4
Note de Synthèse	5
Synthesis note	11
Remerciements	17
Acronymes	19
Table des matières	21
Introduction	23
1 Finance verte : Quels sont les enjeux pour les assureurs ?	25
1.1 Assurance et durabilité	25
1.2 Les critères ESG	33
1.3 Un cadre réglementaire qui s'endurcit	39
2 Prise en compte des critères ESG dans la recherche de l'allocation d'actifs optimale	47
2.1 Méthodes usuelles de modélisation ALM	47
2.2 Optimisation multicritères à l'aide d'un algorithme génétique	56
2.3 Modèle construit	67
3 Recherche de l'allocation d'actifs durable d'une mutuelle	77
3.1 Cadre de l'étude	78
3.2 Représentation des classes d'actifs	80

3.3	Analyse des allocations obtenues	86
3.4	Retour critique sur le modèle et ouvertures	96
	Conclusion	101
	Bibliographie	103
A	Compléments mathématiques	107
A.1	Absence d'actif sans risque	107
A.2	Présence d'un actif sans risque	108
A.3	Pederson	109
B	Graphiques complémentaires	111
B.1	Scores de risque ESG initiaux	111
B.2	Scores de risque ESG objectifs	112

Introduction

L'investissement socialement responsable est une approche consistant à intégrer de manière systématique les critères ESG à la gestion financière. Ce type d'investissement a connu un intérêt croissant ces dernières années. D'après l'AFG (2023), l'ISR représente en France, à la fin de l'année 2022, 2 240 milliards d'euros soit 6,9% de plus qu'en 2021.

Il se base principalement sur les notations ESG qui visent à évaluer le niveau de durabilité d'une entreprise ou d'un pays sur la base de trois critères : l'environnement, le social et la gouvernance. Il s'agit d'une conversion en mesure quantitative d'une politique d'investissement socialement responsable.

Ces dernières années ont vu naître une littérature florissante sur les critères ESG, dont une grande partie se concentre sur la performance des investissements ESG. GUNNAR FRIEDE et BASSEN (2015) ont regroupé plus de 2 000 études portant sur la corrélation entre critères ESG et performance financière. 90% de celles-ci concluent à une relation positive entre la prise en compte des critères ESG et la performance financière. BROOKS et OIKONOMOU (2018) obtiennent des conclusions similaires. D'autres affirment cependant que la prise en compte des considérations ESG entraînent des rendements espérés plus bas (HONG et KACPERCZYK (2009)).

La littérature scientifique s'est également intéressée à l'intégration de ces critères dans l'optimisation de portefeuille. L'approche traditionnelle de l'optimisation de portefeuille est basée sur deux mesures principales : le rendement financier et le risque. HIRSCHBERGER et al. (2013) et UTZ et al. (2015) adaptent cette méthode classique en intégrant la durabilité comme troisième critère de sélection. GASSER et al. (2017) introduisent le score ESG comme un terme linéaire dans l'optimisation du couple rendement/risque classique. PEDERSEN et al. (2021) et SCHMIDT (2020) modifient directement la fonction objectif en y intégrant respectivement les préférences ESG des investisseurs et la valeur ESG du portefeuille. Cependant, la grande majorité de ces études porte principalement sur des portefeuilles actions avec des applications financières, ne prenant pas un passif en compte.

L'objectif de ce mémoire est d'intégrer les considérations ESG des assureurs dans leur allocation d'actifs. L'enjeu est de savoir quelle proportion allouer au sein de chaque classe à des actifs ESG tout en garantissant les engagements pris vis-à-vis des assurés, afin de réduire les risques ESG pesant sur le portefeuille.

Le premier chapitre pose le contexte dans lequel s'est développé l'attention des acteurs financiers pour les critères ESG, et notamment, le rôle important que peuvent jouer ces derniers dans le secteur de l'Assurance. Cet intérêt grandissant pour les facteurs extra-financiers a également été accompagné, ces dernières années, d'une réglementation croissante en matière de durabilité.

Le second chapitre présente les méthodes usuelles utilisées pour déterminer l'allocation d'actif des

assureurs. Lesdites méthodes sont principalement concentrées sur une optimisation conjointe du rendement et du risque. Un modèle est développé pour intégrer à ce problème d'optimisation un troisième aspect : le score de risque ESG du portefeuille.

Le troisième chapitre met en application la recherche de l'allocation d'actifs en prenant en compte l'aspect durable des investissements. Une comparaison avec une allocation classique est opérée afin de rendre compte de l'impact de l'introduction des critères ESG sur le rendement, la volatilité et le ratio de couverture.

Chapitre 1

Finance verte : Quels sont les enjeux pour les assureurs ?

La finance verte rassemble l'ensemble des actions et des opérations financières visant à soutenir la transition énergétique et la lutte contre le réchauffement climatique. Les assureurs, en tant que financeurs majeurs de l'économie, en sont des acteurs principaux. Le présent chapitre a pour but d'expliquer l'essor considérable des critères ESG ces dernières années. Il aborde également la place prépondérante qu'ils occupent, aujourd'hui, dans les décisions d'investissement ainsi que dans la gestion des risques au sein du secteur de l'assurance. Il s'appuie, en partie, sur les travaux de RONCALLI (2022).

1.1 Assurance et durabilité

L'assurance joue un rôle important en matière de développement durable. Les assureurs en tant qu'investisseurs long-terme et experts de la gestion des risques sont des acteurs majeurs pour relever les défis actuels. Ils se mobilisent et s'engagent pour un monde plus responsable et durable. La contribution du secteur assurantiel à la durabilité introduit un nouveau concept : celui de l'assurance durable. L'UNEP FI (2012) le définit comme "une approche stratégique dans laquelle toutes les activités de la chaîne de valeur de l'assurance, y compris les interactions avec les parties prenantes, sont menées de manière responsable et prospective en identifiant, en évaluant, en gérant et en contrôlant les risques et les opportunités liés aux questions environnementales, sociales et de gouvernance. L'assurance durable vise à réduire les risques, à développer des solutions innovantes, à améliorer les performances des entreprises et à contribuer à la durabilité environnementale, sociale et économique".

1.1.1 Contexte international

A partir du XIX^{ème} siècle, les sociétés commencent à s'apercevoir qu'elles ont un impact à la fois sur l'environnement et sur l'équilibre social. Différentes crises telles que mai 68, les chocs pétroliers, la catastrophe de Seveso, l'explosion de Tchernobyl, les marées noires ont notamment contribué à cette prise de conscience. Le concept de développement durable a été introduit par le rapport de Brundland en 1987 comme "la satisfaction des besoins des générations présentes sans compromettre la capacité des générations futures à satisfaire leurs propres besoins" (INSEE (2016)). La COMMISSION EUROPÉENNE (2001) définit la responsabilité sociétale des entreprises dans son Livre vert comme "l'intégration volontaire, par les entreprises, de préoccupations sociales et environnementales à leurs activités commerciales et leurs relations avec les parties prenantes".

En adoptant des pratiques plus éthiques et plus durables dans leur mode de fonctionnement, elles contribuent à l'amélioration de la société et à la protection de l'environnement. Jusqu'à récemment,

la mobilisation autour de la responsabilité sociétale de l'entreprise et de l'investissement socialement responsable restait marginale. Mais deux phénomènes ont accéléré le développement de la RSE : le réchauffement climatique et les divers scandales financiers.

Les scandales financiers des années 1990 et 2000 (Enron, Worldcom, Parmalat...) ont provoqué une perte de confiance du public dans la gestion des entreprises. Mais cela a eu pour conséquence un renforcement par les entreprises de leurs mécanismes internes et externes de gouvernance et la mise en œuvre des politiques RSE pour s'engager vers des pratiques plus responsables. Selon une étude de McKinsey en 2002, les entreprises qui mettent en place les meilleures pratiques de gouvernance pourraient bénéficier d'une prime de 12 à 14% de la part des investisseurs institutionnels (BOULERNE et SAHUT (2010)). De plus, la crise des subprimes a montré que les mécanismes de gouvernance étaient encore imparfaits. Cette crise financière a été un catalyseur pour le développement de la RSE, en mettant en évidence les conséquences à long terme des pratiques irresponsables des entreprises. De plus, elle a suscité une prise de conscience accrue des risques systémiques.

Le réchauffement climatique est le défi majeur du XXI^{ème} siècle. Il fait référence à l'élévation de la température moyenne de la Terre à long terme. Ce dernier est principalement causé par l'accumulation de gaz à effet de serre dans l'atmosphère à cause des activités humaines. Il s'agit d'une inquiétude mondiale où gouvernements, entreprises et individus ont tous un rôle à jouer, que ce soit dans la réduction des émissions ou dans l'adaptation au changement climatique.

Ces préoccupations ont donc poussé les Etats à agir pour une société plus responsable et durable. Les enjeux liés à la RSE occupent une place croissante dans la stratégie et les politiques des entreprises. Cette tendance, initiée par l'Accord de Paris, a été accélérée par la Commission Européenne avec son plan d'action pour la finance durable, lancé en 2018. Deux initiatives majeures ont contribué à promouvoir le développement durable à l'échelle mondiale : les Objectifs de développement durable et l'Accord de Paris.

L'Accord de Paris

L'Accord de Paris est un traité international juridiquement contraignant sur le réchauffement climatique. Il a été adopté le 12 décembre 2015 lors de la COP 21 à Paris et est entré en vigueur le 4 novembre 2016. Son principal objectif est de maintenir l'augmentation de la température moyenne mondiale en-dessous de 2°C et de la limiter de préférence à 1.5°C par rapport aux niveaux préindustriels (Figure 1.1). L'Accord de Paris définit les engagements de tous les pays pour réduire leurs émissions de gaz à effet de serre et coopérer afin de s'adapter aux effets du changement climatique.

Tous les cinq ans, les pays doivent soumettre un plan d'action climatique, appelé "contributions nationales déterminées". Ils y communiquent les mesures climatiques prises. De plus, les pays développés s'engagent à fournir aux pays en développement des ressources financières pour atténuer les changements climatiques, renforcer leur résilience et accroître leurs capacités d'adaptation face aux effets qu'ils produisent. L'Accord de Paris encourage également le partage de connaissances et de technologies entre les pays pour soutenir les actions climatiques. Il marque le début de la transition vers un monde "zéro émission nette".

Maintenir la température en dessous de 2°C par rapport aux niveaux préindustriels signifie éviter un réchauffement climatique supérieur à 2°C par rapport à la période antérieure à la révolution industrielle c'est-à-dire la période 1850-1900. Cette température est considérée comme un seuil critique, dont le dépassement entraînerait des impacts désastreux (intensification des catastrophes naturelles,

altération des écosystèmes, stress hydrique...)). Cet objectif majeur de l'Accord de Paris n'est pas sans défi, et nécessite une action urgente et collective de la part des gouvernements ainsi que de tous secteurs d'activité.

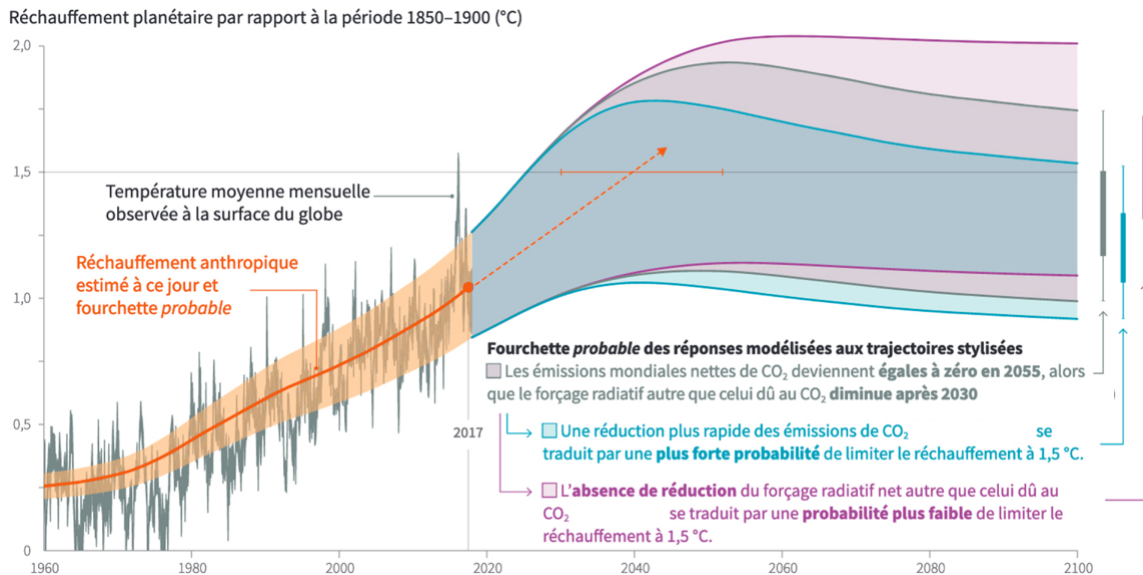


FIGURE 1.1 : Variation de la température mondiale observée et réponses modélisées à des trajectoires stylisées des émissions et du forçage anthropiques (GIEC (2018))

Les Objectifs de développement durable



FIGURE 1.2 : Les Objectifs de développement durables définis par les Nations Unies (UNESCO (s. d.))

Les Objectifs de développement durable ont été adoptés par les 193 Etats qui composent l'ONU en septembre 2015. Ces Objectifs sont au nombre de 17 (Figure 1.2) et les Etats signataires se sont engagés à les atteindre d'ici 2030. Ils ont pour but de répondre aux défis mondiaux et tiennent

compte équitablement de la dimension économique, sociale et environnementale : éradiquer la pauvreté, protéger la planète et garantir la prospérité. Un guide “SDG Compass” a été élaboré afin d’orienter les entreprises à aligner leur stratégie au regard des ODD ainsi qu’à mesurer et gérer leur contribution à leur réalisation.

1.1.2 Les initiatives volontaires

L’assurance et le développement durable sont interconnectés. Les assureurs sont parmi les premiers financeurs de l’économie de notre pays avec plus de 2 427 milliard d’euros de placements à l’actif de leur bilan à fin 2022, soit 92% du PIB français (FRANCE ASSUREURS (2023)). Ils jouent donc un rôle majeur pour soutenir une croissance durable. Ils se sont engagés à titre individuel et collectif depuis plusieurs années dans une démarche d’investissement responsable pour faire face aux défis actuels.

Les Principes de l’Assurance Durable

Lancés lors de la Conférence des Nations Unies sur le Développement Durable à Rio de Janeiro en juin 2012, les Principes de l’Assurance Durable servent de cadre au secteur de l’assurance pour prendre en compte les risques et les opportunités liés aux facteurs environnementaux, sociaux et de gouvernance. L’ambition de cette initiative est de réduire les risques pour assurer la viabilité de l’industrie sur le long terme ainsi que de développer des solutions innovantes, d’améliorer les résultats des acteurs et de contribuer au développement durable.

Les Principes pour l’Assurance Durable sont au nombre de quatre et sont définis comme suit (UNITED NATIONS ENVIRONMENT PROGRAMME FINANCE INITIATIVE (2019)) :

- Principe 1 : Intégrer “dans [les] prises de décision les enjeux ESG pertinents pour les métiers de l’Assurance” ;
- Principe 2 : Collaborer “avec [les] clients et [les] partenaires pour les sensibiliser aux enjeux ESG, et les inciter à mieux maîtriser les risques et à développer des solutions concrètes” ;
- Principe 3 : Coopérer “avec les gouvernements, les régulateurs, et les autres parties prenantes pour promouvoir au sein de la société une action globale répondant à ses enjeux ESG” ;
- Principe 4 : Rendre “compte de l’application des Principes et [faire] preuve de transparence en publiant régulièrement l’état d’avancement de leur mise en œuvre” .

Les signataires doivent publier chaque année les avancées réalisées dans la mise en oeuvre de ces principes.

Les Principes pour l’Investissement Responsable

Les Principes pour l’Investissement Responsable désignent 6 principes d’application volontaire élaborés par un groupe d’investisseurs institutionnels et d’experts pour promouvoir la prise en compte des facteurs environnementaux, sociaux et de gouvernance dans les décisions d’investissement. Ils ont été lancés par les Nations Unies en 2006. Les Principes pour l’Investissement Responsable sont les suivants (UNITED NATIONS ENVIRONMENT PROGRAMME FINANCE INITIATIVE (2006)) :

- Principe 1 : “Nous prendrons en compte les questions ESG dans les processus d’analyse et de décision en matière d’investissements” ;

- Principe 2 : “Nous serons des investisseurs actifs et prendrons en compte les questions ESG dans nos politiques et pratiques d’actionnaires” ;
- Principe 3 : “Nous demanderons aux entités dans lesquelles nous investissons de publier des informations appropriées sur les questions ESG” ;
- Principe 4 : “Nous favoriserons l’acceptation et l’application des Principes auprès des acteurs de la gestion d’actifs” ;
- Principe 5 : “Nous travaillerons ensemble pour accroître notre efficacité dans l’application des Principes” ;
- Principe 6 : “Nous rendrons compte individuellement de nos activités et de nos progrès dans l’application des Principes”.

Les signataires rendent compte chaque année de leurs actions d’investissement responsable. A la fin de l’année 2022, les PRI comptaient 5 319 signataires représentant 121 trillions d’actifs sous gestion.

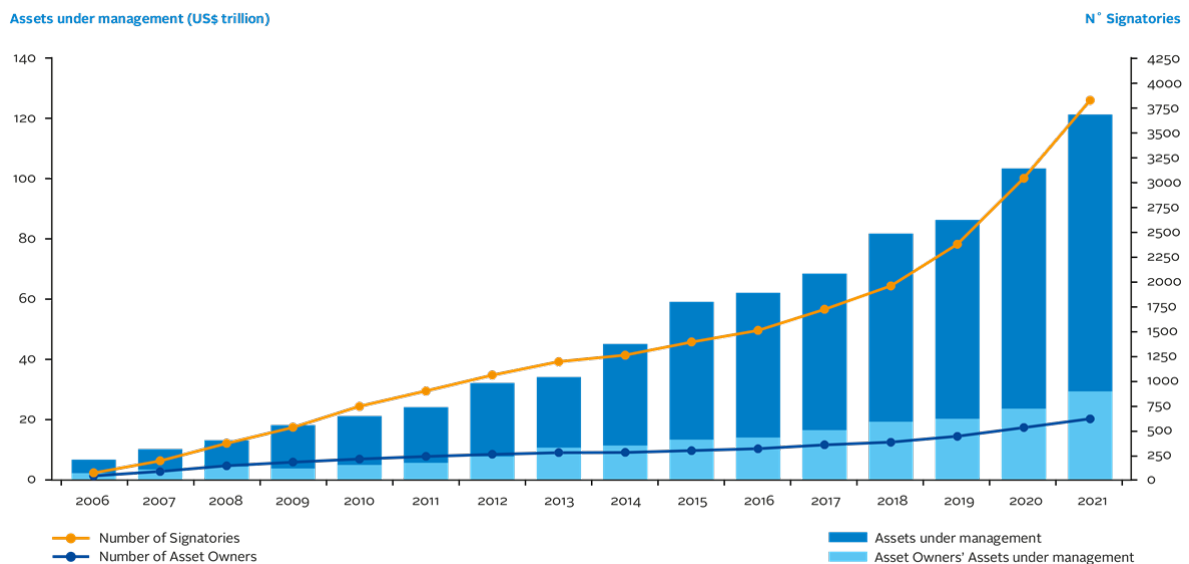


FIGURE 1.3 : Evolution du nombre de signataires des PRI et des actifs sous gestion (PRI (2022))

Ces dernières années ont vu une forte augmentation du nombre de signataires des PRI notamment à partir de 2019 (Figure 1.3). Cela traduit la prise de conscience générale des investisseurs de s’orienter vers la finance verte et leur envie d’agir.

Autres initiatives de la finance verte

D’après FRANCE ASSUREURS (2019), près de 90% des assureurs français ont adhéré à des chartes ou initiatives internationales en matière d’ESG (PRI, The Institutional Investors Group on Climate Change, Carbon Disclosure Project...) et 75% ont pris des engagements publics.

Une autre initiative prise par les assureurs se rapportant à l’environnement est la Net-Zero Insurance Alliance (NZIA). Elle a été créée par huit assureurs et réassureurs internationaux, le 11 juillet 2021. Cet engagement s’inscrit dans le cadre des PRI et la volonté de contribuer à l’Accord de Paris.

Les membres de la NZIA ont pris l'engagement de faire évoluer, d'ici 2050, leurs portefeuilles de souscription vers des émissions nettes de gaz à effet de serre nulles et compatibles avec une augmentation maximale de la température de 1,5°C par rapport aux niveaux préindustriels d'ici 2100.

Mais il existe d'autres initiatives regroupant l'ensemble du secteur financier auxquelles participent également les assureurs. On peut citer par exemple pour le pilier environnemental, Finance for Tomorrow ou bien the Net Zero Asset Owner Alliance, pour le pilier social, PRI Humain Rights Engagement ou enfin pour le pilier de la gouvernance, Say on Climate. . .

1.1.3 De nouveaux défis

Dans son discours "Breaking the Tragedy of the Horizon", le directeur de la Banque d'Angleterre, Mark Carney, met en garde le secteur financier contre la tragédie qui le menace si rien n'est mis en place pour maîtriser correctement le risque climatique. En effet, le devoir des assureurs face à des risques émergents est de les identifier, de les comprendre et de les évaluer afin de prévenir et de protéger leurs assurés. Leur implication est essentielle dans la gestion et la promotion du développement durable, en encourageant l'adoption de pratiques durables, en gérant les risques liés à la durabilité et en prônant les investissements plus durables.

Dans leur gestion des risques, les assureurs sont désormais confrontés à de nouveaux risques. Le risque de durabilité est défini comme "un événement ou une situation dans le domaine environnemental, social ou de la gouvernance qui, s'il survient, pourrait avoir une incidence négative importante, réelle ou potentielle, sur la valeur de l'investissement" (Article 2(22) du règlement SFDR (2019)). Cette notion regroupe trois grands risques explicités ci-après.

Le **risque environnemental** est principalement lié au changement climatique. Les risques associés au climat et à l'environnement sont généralement identifiés comme étant composés de trois principaux facteurs de risque suivants :

- Le *risque physique* fait référence aux conséquences économiques du changement climatique et de la dégradation de l'environnement. Il peut être qualifié d'"aigu" quand il découle d'événements extrêmes (sécheresse, inondations, tempêtes. . .) ou de "chronique" lorsqu'il résulte d'évolutions progressives (hausse de température, élévation du niveau de la mer, déclin de la biodiversité. . .).
- Le *risque de transition* se réfère aux pertes financières qu'une entreprise peut subir, directement ou indirectement, du fait du processus de transition vers une économie à faible émission de carbone.
- Le *risque de réputation* correspond au risque lié aux procès qui pourraient être intentés aux établissements pour leur responsabilité dans le changement climatique.

Le **risque social** découle de toute forme de discrimination sociale liée à l'activité d'une entreprise. Il englobe divers aspects, tels que la préservation de la santé et de la sécurité des employés, la promotion de leur bien-être, la lutte contre les discriminations, le respect des droits de l'homme dans la chaîne d'approvisionnement, l'engagement philanthropique de l'entreprise, les interactions avec les communautés locales et la satisfaction des clients.

Le **critère de gouvernance** vérifie l'indépendance du conseil d'administration, la diversité des genres au sein des équipes dirigeantes, la rémunération des dirigeants, la structure de gestion, l'existence de contre-pouvoirs, les politiques de prévention du risque de blanchiment d'argent ou de financement du terrorisme ou encore les politiques de prévention de la corruption.

Jusqu'à là, seul le risque climatique relatif aux catastrophes naturelles était pris en compte par les assureurs dans le calcul de l'exigence en capital. Le risque de durabilité était traité via la RSE et peu d'assureurs le prenaient en compte dans leur évaluation interne des risques. La réglementation a donc évolué vers une meilleure prise en compte des risques. Des amendements aux règlements délégués aux directives Solvabilité II et Distribution d'Assurance (DDA) sont rentrés en vigueur le 2 août 2022. Ils intègrent cette nouvelle catégorie de risques et cherchent à étendre l'horizon de prise en compte du risque.

Les organismes d'assurance doivent identifier et évaluer les risques en matière de durabilité afférents aux investissements, à la tarification et au provisionnement. Le principe de la personne prudente est aussi concerné car ces risques doivent être intégrés en prenant en compte les préférences des clients en matière de durabilité ainsi que l'incidence potentielle à long terme de la stratégie et des décisions d'investissement des organismes assureurs sur les facteurs de durabilité.

Désormais, les assureurs doivent intégrer la mesure ainsi que l'évaluation du risque de durabilité dans les politiques écrites relatives à leurs investissements, la souscription, le provisionnement, la rémunération et toute autre politique le justifiant. La politique de rémunération des dirigeants et du personnel des organismes d'assurance devra comporter des informations sur sa cohérence avec les risques de durabilité.

L'ORSA est renforcé par l'intégration de ces risques dans l'évaluation du besoin global de solvabilité. Ce dernier réfère à un besoin en capital déterminé sur un horizon temporel plus étendu que celui utilisé pour le calcul des exigences de capital annuelles, ce qui le rend plus adapté à la prise en compte des risques associés au changement climatique. Dans la distribution des produits, l'amendement introduit une référence claire aux considérations ESG dans les règles de DDA liées à la gouvernance des produits et à la gestion des conflits d'intérêts. (SIRY et ROCHER (2022))

1.1.4 Marché de l'assurance durable

Les investissements nécessaires pour réussir la transition écologique et atteindre l'Accord de Paris se chiffrent en milliers de milliards d'euros. Les assureurs se sont mobilisés pour contribuer au financement de la transition vers l'économie bas-carbone, réduire à zéro leurs investissements dans le charbon thermique ainsi que dans les énergies fossiles, évaluer et gérer les risques climatiques dans les portefeuilles d'investissements, accompagner la transformation des pratiques environnementales, sociales et de gouvernance des entreprises ainsi que proposer aux assurés des produits d'épargne responsables, verts et solidaires.

D'après FRANCE ASSUREURS (2019), à la fin de l'année 2021, les assureurs français ont enregistré une augmentation de 22,5 % de leurs placements verts, qui ont atteint 141 milliards d'euros. Ces investissements représentent 6,3 % du portefeuille global d'actifs sous gestion des assureurs, en excluant les Unités de Compte.

Ils maintiennent une exposition limitée au charbon thermique, qui ne correspond désormais plus que 0,6 % des actifs sous gestion à la fin de l'année 2021, représentant 14 milliards d'euros. Les assureurs poursuivent leur désinvestissement avec une réduction de 2,5 milliards d'euros en 2021. Le secteur de l'assurance en France évalue son exposition au pétrole et au gaz, qui s'élève à 1,2 % des actifs, soit 27 milliards d'euros à la fin 2021, équivalent à une baisse de 4 % par rapport à l'année précédente.

Les compagnies d'assurance développent une compréhension plus approfondie de l'incidence de

leurs actifs sur le climat, ainsi que de l'influence du climat sur la valeur de leurs actifs. À la fin 2021, une évaluation climatique était mise en œuvre pour 77 % de leur portefeuille, représentant un montant de 1 739 milliards d'euros. Cette proportion a augmenté de 5 % par rapport à 2020.

Ils soutiennent également la transition vers des pratiques ESG au sein des entreprises, en réalisant une analyse extrafinancière basée sur des critères ESG pour 82% de leurs actifs sous gestion, soit un total de 1 839 milliards d'euros, ce qui représente une augmentation de 6 % par rapport à l'année précédente. En 2020, cette proportion était de 74 %.

À fin 2021, les encours des UC responsables, vertes et solidaires souscrites par les assurés représentaient 128 milliards d'euros soit une augmentation de 37 % par rapport à 2020, correspondant à 25,2 % des UC.

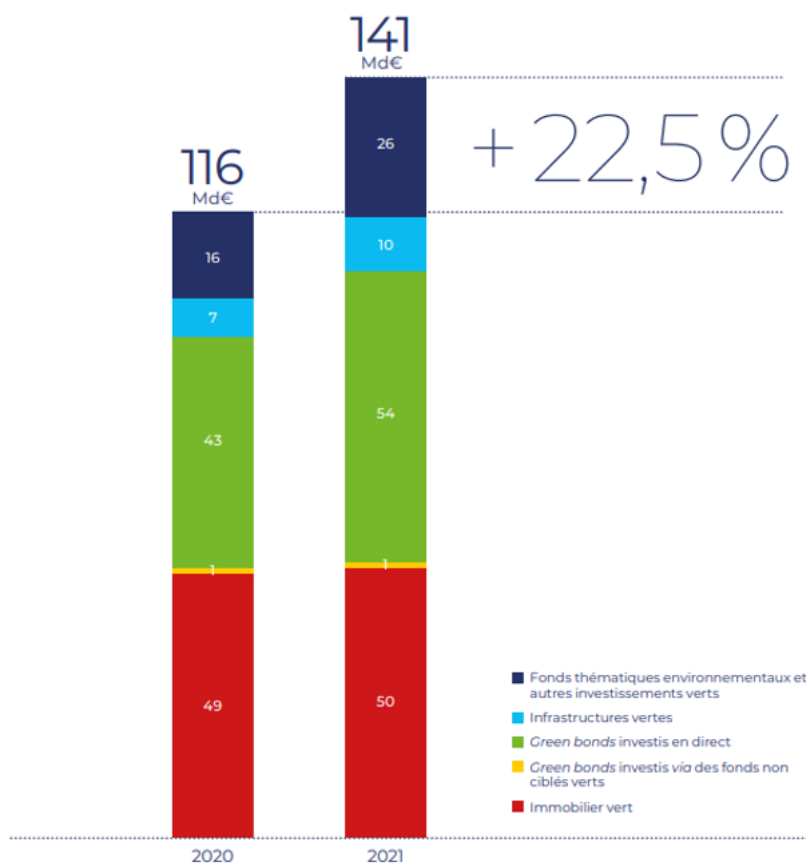


FIGURE 1.4 : Encours des investissements verts des assureurs français (FRANCE ASSUREURS (2019))

Une grande majorité des encours des assureurs concernent l'immobilier vert, c'est-à-dire l'immobilier bénéficiant de certifications environnementales comme les labels LEED (Leadership in Energy and Environmental Design), BREAM (Building Research Establishment Environmental Assessment Method), HQE (Haute Qualité Environnementale)... mais également les obligations vertes. Une obligation verte correspond à un emprunt émis par une entreprise ou une entité publique, sur le marché, afin de financer des projets favorisant la transition écologique. Elle diffère d'une obligation tradition-

nelle par un reporting détaillé sur les investissements financés ainsi que leur caractère vert.

Les assureurs font face à de nouveaux risques devenant de plus en plus préoccupants au fil des années. Pour tenter d'y faire face, ils s'engagent en participant à des initiatives ou bien en tant qu'investisseur dans la transition écologique. Cependant, ils ont besoin de repères pour identifier des investissements qui soient à la fois durables et rentables afin de pouvoir honorer leurs engagements envers leurs assurés.

1.2 Les critères ESG

Les défis environnementaux et sociaux actuels exigent de la part des entreprises de nouveaux comportements et impliquent de nouvelles attentes de la part des investisseurs. En effet, ces derniers souhaitent de plus en plus investir en accord avec leurs préoccupations. C'est ainsi que s'est développé l'investissement socialement responsable qui connaît un essor depuis quelques années.

L'investissement socialement responsable est une démarche d'investissement basée sur le long terme qui intègre systématiquement les considérations environnementales, sociales et de gouvernance dans le processus de sélection des titres du portefeuille. Les investisseurs n'intègrent plus seulement des critères financiers dans leurs décisions d'investissement mais s'intéressent davantage aux facteurs extra-financiers.

1.2.1 Les origines

L'investissement socialement responsable trouve ses racines au XVII^{ème} dans le mouvement religieux la "Société religieuse des Amis" dont les membres sont nommés les Quakers. Ce mouvement investissait selon sa foi et bannissait de ses investissements les entreprises dont les activités impliquaient de la souffrance humaine. Il faut attendre les années 1920 pour voir apparaître les premiers fonds d'investissements "éthiques" dont le premier est le Pionner Fund de Boston. Ces fonds excluent de leurs investissements les "industries du pêché" ("*sin stocks*") c'est-à-dire les industries moralement répréhensibles telles le tabac, l'alcool, les armes, les jeux... (REVELLI (2013))

Initialement basée sur des principes religieux, la logique exclusive se transforme progressivement en contestation politique visant à exercer une pression. L'intérêt pour l'ISR s'accroît à cette époque pour deux causes principales : l'arrêt de la guerre du Vietnam ainsi que l'apartheid en Afrique du Sud. Avec la crise du système fordiste, l'exclusion des entreprises impliquées dans la guerre du Vietnam, le mouvement des droits civiques lancé par Martin Luther King et l'élaboration des "Principes de Sullivan", les prises de position contestataires agitent le pays et la politique d'investissement devient un moyen de pression pour changer le monde. C'est en 1971 qu'est créé, par deux pasteurs, Pax World Fund qui est le premier fonds commun de placement socialement responsable. (ARJALIÈS (2010))

Dans les années 1980, apparaissent les premiers fonds éthiques en Europe principalement détenus par des organisations religieuses. Le mouvement ISR reste à l'époque très marginal avant de se développer fortement dans les années 1990 notamment avec l'introduction du concept de "développement durable" dans le rapport de Brundtland en 1987. L'acronyme ESG apparaît pour la première fois en 2004 dans un rapport des Nations Unies intitulé "Who cares wins". Kofi Annan, secrétaire général de l'ONU, invite les principales institutions financières à intégrer les critères environnementaux, sociaux et de gouvernance.

En 2006, les six Principes pour l'Investissement Responsable sont lancés par les principaux in-

vestisseurs mondiaux et ont pour objectif de favoriser la prise en compte des critères ESG dans les processus d'investissement afin d'aligner les pratiques de marché avec le développement durable. En 2015, l'Accord de Paris et la définition des 17 Objectifs du Développement Durable traduisent l'urgence de l'intégration de ces critères pour passer à une économie bas-carbone.

Ces dernières initiatives sont relancées en 2018 par le plan d'action pour une économie plus verte et plus propre de la Commission Européenne. Ce plan sert à soutenir l'engagement du secteur financier européen en matière de climat et de développement durable. La COMMISSION EUROPÉENNE (2018) publie trois recommandations pour que les acteurs financiers poursuivent leurs engagements :

- “Réorienter les flux de capitaux vers des investissements durables en vue de parvenir à une croissance durable et inclusive” ;
- “Gérer les risques financiers induits par le changement climatique, l'épuisement des ressources, la dégradation de l'environnement et des problématiques sociales” ;
- “Favoriser la transparence et une vision à long-terme dans les activités économiques et financières”.

La crise de la Covid 19 a également contribué à remettre en avant de la scène l'ISR. En effet, durant la pandémie, les investisseurs ont constaté une surperformance des fonds durables. Selon Morningstar, 62 % des fonds ESG ont enregistré de meilleures performances que l'indice boursier MSCI world, qui agglomère les plus grandes sociétés mondiales, au mois de mars 2020 (DUMAS (2020)). L'ISR apparaît comme une solution stable face aux différentes crises que le marché financier peut rencontrer.

1.2.2 Définition

Contrairement à l'investissement conventionnel, l'investissement socialement responsable ne prend pas uniquement en compte des critères financiers. Le but de l'ISR est de concilier à la fois un rendement financier et un impact. Pour cela, les investisseurs ont besoin de s'appuyer sur des critères extra-financiers : les critères ESG.

Les critères environnementaux, sociaux et de gouvernance (ESG) sont les trois piliers de l'analyse extra-financière des entreprises. Ils permettent d'évaluer de quelle manière le développement durable et les enjeux à long terme sont pris en compte dans la stratégie des acteurs économiques. Ils correspondent à des indicateurs permettant de guider les investisseurs qui cherchent à investir dans des entreprises plus durables et responsables. Ils se déclinent comme suit :

- Le critère environnemental recouvre de la gestion des déchets, la réduction des émissions de gaz à effet de serre, le respect de la biodiversité, la consommation d'électricité, la prévention des risques environnementaux. . .
- Le critère social prend en compte la prévention des accidents, la formation du personnel, la qualité du dialogue social au sein des entreprises, l'emploi des personnes handicapées, le respect du droit des employés et la chaîne de sous-traitance. . .
- Le critère de gouvernance vérifie, entre autres, l'indépendance du conseil d'administration, la transparence de la rémunération des dirigeants d'entreprise, la présence d'un comité de vérification des comptes. . .

1.2.3 Le système de notation

Avec l'accroissement des exigences réglementaires concernant la divulgation d'informations extra-financières, on assiste à une forte augmentation de la demande de données ESG.

Les dépenses pour l'acquisition de données extra-financières sont passées de 300 millions de dollars en 2016 à plus du double en 2019 (617 millions de dollars), selon la société de conseil Opimas (Figure 1.5). UBS estime le marché des données et services ESG à plus de 2 milliards de dollars. Ce montant pourrait, d'après leurs estimations, dépasser les 5 milliards d'euros de chiffre d'affaires mondial d'ici 2025. Le secteur de fourniture de données ESG est en pleine extension ces dernières années et s'est développé en réponse aux besoins des investisseurs de prendre en compte ces considérations (AMF (2020)).

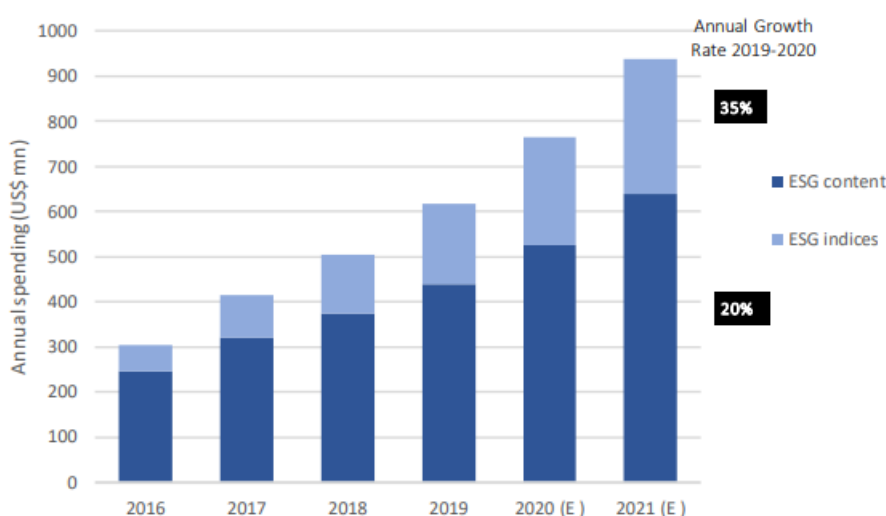


FIGURE 1.5 : Estimation des dépenses effectuées visant à l'acquisition de données ESG (AMF (2020))

Les agences de notation évaluent les entreprises selon les critères environnementaux, sociaux et de gouvernance afin de leur attribuer un score qui reflète leur politique et leur engagement. Ces notes sont importantes puisqu'elles influencent les choix des investisseurs mais aussi leurs décisions qui ont des effets potentiellement considérables sur le prix des actifs et la politique des entreprises. Elles s'appuient sur des données extra-financières provenant des entreprises, des reportings, des instituts scientifiques, des organismes internationaux... Aujourd'hui, les principales agences de notation ESG sur le marché sont ISS-Oekom, MSCI, Refinitiv, Reprisk, S&P Global, Sustainalytics et Moody's.

L'évaluation des critères ESG est complexe puisqu'il n'existe pas de standardisation de la notation. Chaque agence a sa propre méthodologie de notation qui peut être confidentielle. Les indicateurs des piliers sont propres à chaque agence, certaines mettant plus l'accent sur un pilier que d'autres. Ils peuvent également varier selon le secteur évalué. Les scores ESG peuvent donc différer d'une agence à l'autre, voire parfois être contradictoires. Les investisseurs doivent vérifier que l'approche adoptée par ces agences est cohérente avec leurs convictions afin de prendre en compte dans leurs décisions, la notation qui représente au mieux leurs engagements.

Par exemple, Moody's met l'accent davantage sur la politique RSE des entreprises. MSCI a davantage une démarche financière où l'objectif est de donner une note à une entreprise en fonction de

sa capacité à gérer des risques qui sont liés aux critères extra-financiers mais aussi à développer des produits qui répondent à des besoins actuels. Une agence de notation comme CDP va plutôt noter la transparence des entreprises.

Les notations peuvent se présenter sous diverses formes selon les agences. Certaines utilisent :

- des chiffres tels un score numérique allant de 0 à 100 par exemple chez Morningstar ;
- des lettres : “AAA” chez MSCI ;
- des symboles : “++” par exemple chez Moody’s ;
- des combinaisons : “A+” chez ISS-Oekom.

La technique de notation extra-financière la plus répandue parmi les agences est une évaluation globale d’une entreprise qui consiste à agréger les scores des différents indicateurs analysés. Mais il existe aussi d’autres méthodes telles que l’utilisation de moyennes pondérées ou bien d’écart types par rapport à la moyenne.

La notation ESG est basée sur le principe de l’“investisseur-payeur”, contrairement à celui de crédit. En effet, pour obtenir les notations ESG, les investisseurs doivent payer tandis que les entreprises n’ont, elles, pas besoin de payer pour être notées.

L’absence de standardisation des notations ESG rend les différents scores difficilement comparables. Comme les dimensions de la durabilité sont multiples et complexes, les agences de notation établissent des scores selon leur propre interprétation.

La disparité de l’activité économique des agences de notation peut également expliquer celle des scores finaux. On retrouve parmi les agences de notation :

- Des fournisseurs de données de marché comme Bloomberg ou Morningstar ;
- Des agences de notation financière : Moody’s ou S&P Global ;
- Des entreprises spécialisées ESG : Reprisk ou Sustainalytics ;
- Des start-ups technologiques qui commencent à utiliser l’intelligence artificielle pour fournir des notations ESG.

Certaines entreprises, comme Amundi ou bien la BNP, développent leur propre méthodologie de notation suivant des critères qu’ils ont eux-même sélectionné. Cela leur permet d’avoir des scores ESG plus en accord avec leurs convictions. Analyser les caractéristiques extra-financiers des entreprises selon leur propre point de vue leur permet de mieux intégrer leurs risques et leurs opportunités dans leurs processus de décisions.

La différence des notations peut s’expliquer également par les données brutes utilisées par les entreprises, puis par le traitement de ces données (indicateurs, scores, notations), la production d’indice ESG, le filtrage ESG, l’analyse des portefeuilles. . .

D’après BERG et al. (2022), la corrélation entre les scores ESG fournis par les six agences de notation les plus importantes varie de 0,38 à 0,71 (Figure 1.6). L’étude a été réalisée à partir des scores ESG de 924 entreprises. Le problème dans cette divergence de notation est qu’elle rend difficile l’évaluation de la performance ESG des entreprises, ce qui semble contradictoire puisqu’il s’agit de

son but initial. Elle fait diminuer les incitations des entreprises à améliorer leur performance ESG puisqu'elles reçoivent des signaux opposés quant aux critères attendus et évalués. Cela entraîne même de l'incertitude chez les investisseurs dans leur prise de décision et de manière plus globale, cette disparité de notation nuit à la fiabilité des investissements éthiques.

Agence	KLD	Sustainalytics	Moody's ESG	S&P Global	Refinitiv	MSCI
KLD	-	0,53	0,49	0,44	0,42	0,53
Sustainalytics	0,53	-	0,71	0,67	0,67	0,46
Moody's ESG	0,49	0,71	-	0,7	0,69	0,42
S&P Global	0,44	0,67	0,7	-	0,62	0,38
Refinitiv	0,42	0,67	0,69	0,62	-	0,38
MSCI	0,53	0,46	0,42	0,38	0,38	-

FIGURE 1.6 : Corrélations des notations ESG d'après l'étude de BERG et al. (2022)

Selon cette étude, trois axes seraient responsables de la disparité des notations. Le premier est dû à une différence de portée car les notations sont basées sur différents ensembles d'attributs. Par exemple, une agence pourrait inclure les activités de lobbying dans sa notation tandis qu'une autre non. Le second axe correspond à la différence de mesure. Deux agences peuvent mesurer les mêmes attributs mais selon des critères ou indicateurs différents. Finalement, le troisième est la différence de pondération car les agences de notation n'ont pas le même point de vue quant à l'importance relative d'un attribut. Ainsi, d'après BERG et al. (2022) la principale cause serait la divergence de mesure qui expliquerait à 56% les écarts de notation, suivie de la portée à 38% et finalement celle de poids à seulement 6%.

Score des risques ESG de Sustainalytics

Sustainalytics établit une notation des risques ESG. Elle évalue dans quelle mesure les questions ESG peuvent peser sur la valeur économique d'une entreprise ou d'un pays. Cette notation permet aux investisseurs d'identifier et de comprendre les risques ESG au niveau de leur portefeuille et comment ils peuvent affecter la performance à long-terme de leurs investissements.

Le score attribué se situe sur une échelle de 0 à 100 : les scores les plus faibles étant les meilleurs (0 indique qu'une entreprise n'a pas de risque ESG non gérés). La plupart des scores vont de 0 à 50, répartis en cinq catégories de risque, définies dans le Tableau 1.1. Chaque catégorie de risque correspond à un niveau d'impact financier significatif induit par les facteurs ESG. (SUSTAINALYTICS (s. d.))

Score ESG	Catégorie de risque ESG
0 - 9.9	Négligeable
10 - 19.9	Risque Faible
20 - 29.9	Risque Moyen
30 - 39.9	Risque Fort
40+	Risque Sévère

TABLE 1.1 : Scores de risques ESG de Sustainalytics

Méthodologie de notation pour les entreprises L'évaluation des risques ESG tient compte de l'exposition de l'entreprise à des risques ESG importants et spécifiques à son secteur, ainsi qu'à la gestion, mise en place par celle-ci, de ces derniers.

Dans un premier temps, Sustainalytics détermine l'exposition aux risques ESG de l'entreprise. Elle est évaluée à travers des indicateurs spécifiques à chaque sous-industrie. Puis, on détermine pour chaque entreprise, la part des risques ESG sous gestion. Le risque géré correspond à la proportion de l'exposition gérée par la politique et les programmes de l'entreprise. Le score de risque ESG d'une entreprise correspond donc la somme des risques non gérés pour chacun des indicateurs. Il fournit aux investisseurs une note globale de l'entreprise basée sur une évaluation de la part de l'exposition de l'entreprise aux risques ESG qui n'est pas gérée par l'entreprise.

Les notations ESG des entreprises sont établies annuellement par Sustainalytics. Pour établir ces notations, ils s'appuient sur les publications des entreprises, les rendus réglementaires, les médias, les rapports des ONG ainsi que des sources d'informations multisectorielles.

Méthodologie de notation pour les pays La notation des risques ESG pour les pays mesure le risque que la prospérité et le développement économique à long terme d'un pays soient impactés. Elle évalue le degré de durabilité dans la gestion du pays. Le risque est évalué en observant comment le pays répartit sa richesse de manière durable entre la nature, les humains et les institutions. Lorsque les investisseurs souhaitent investir dans des obligations souveraines, ils étudient les questions spécifiques à un pays qui affectent les décisions d'investissement notamment :

- Ils doivent avoir une vision à long terme de comment les problématiques ESG affectent la prospérité et le développement d'un pays ;
- Ils considèrent l'impact et les perspectives des actualités qui se produisent dans un pays.

En incorporant plus de 30 indicateurs, Sustainalytics fournit un score de risque ESG qui reflète le niveau d'intégration de la durabilité à la gestion du pays.

1.2.4 Les stratégies d'investissement

Il existe plusieurs stratégies d'investissement socialement responsables. Chaque investisseur choisit la stratégie qui correspond le mieux à ses attentes et à ses convictions. Sont présentées ci-dessous les stratégies d'investissement socialement responsables les plus fréquentes (AMF (2021)).

Les approches de type "Best" :

- L'approche *Best-in-class* consiste à choisir les entreprises qui obtiennent les meilleures notations extra-financières dans chaque secteur d'activité sans en exclure aucun.
- L'approche *Best-in-universe* sélectionne les entreprises les plus performantes en termes de critères extra-financiers, quel que soit leur secteur d'activité. Cependant, elle présente des biais : certains secteurs sont surreprésentés, comme par exemple le recyclage, par rapport à d'autres secteurs, comme c'est le cas pour le transport aérien.
- L'approche *Best-effort* repose sur l'évolution de la notation des entreprises dûe à leurs changements de pratiques. Elle vise à sélectionner les sociétés qui démontrent une amélioration ou qui affichent de bonnes perspectives de leurs pratiques et de leurs performances en matière d'ESG.

Les exclusions :

- L'exclusion *sectorielle* consiste à exclure les entreprises ayant des activités controversées comme les jeux d'argent, le tabac, l'armement, l'alcool. . .
- L'exclusion *normative* exclut quant à elle les entreprises ou les Etats qui ne respectent pas les conventions internationales comme par exemple, la Déclaration universelle des droits de l'homme ou la Déclaration de l'Organisation Internationale du Travail (relative aux principes et droits fondamentaux au travail).

L'engagement actionnarial :

Les investisseurs ont la possibilité d'orienter la politique de l'entreprise selon les valeurs qu'ils souhaitent promouvoir et défendre, soit en les interpellant directement soit par l'exercice de leur droit de vote en assemblée générale.

D'autres approches existent telles que les approches thématiques qui consistent à favoriser les investissements dans les secteurs d'activité liés au développement durable ou bien l'investissement à impact qui permet de choisir les entreprises qui, en plus du rendement financier, ont pour objectif de générer un impact social et environnemental positif.

Les critères ESG sont donc des données extra-financières sur lesquelles les assureurs peuvent s'appuyer pour choisir leurs placements. Un consensus existe quant au manque de standardisation de ces critères et à la complexité de leur utilisation. C'est pour cette raison que ces dernières années, les acteurs du secteur financier ont vu le cadre réglementaire s'étoffer de nombreux textes sur la divulgation des données extra-financières pour les aider à mieux se repérer.

1.3 Un cadre réglementaire qui s'endurcit

D'après le 6^{ème} rapport du GIEC (2023), les politiques mises en place fin 2020 conduiraient d'ici 2050 à un réchauffement de la planète de +2,4% à +3,5% par rapport aux niveaux préindustriels. Pour limiter la hausse de température à +1,5°C, les émissions devraient être réduites d'au moins 43% d'ici 2030. Cependant les investissements actuels ne sont pas suffisants pour y parvenir et il devient urgent d'agir.

De nombreux textes réglementaires ont vu le jour ces dernières années pour lutter contre le greenwashing, apporter de la transparence sur les marchés et favoriser les investissements dans des activités durables. On présente ici brièvement les principaux textes réglementaires en matière de durabilité qui concernent le secteur de l'assurance, en s'appuyant sur le Guide réglementaire Durabilité mis à disposition par l'INSTITUT DES ACTUAIRES (2023).

1.3.1 Le greenwashing

Le greenwashing est une stratégie de marketing frauduleuse qui implique la promotion d'arguments écologiques dans le but de créer une image de responsabilité environnementale auprès du public, même si la réalité ne concorde pas avec ces affirmations.

Dans le secteur de l'assurance, le greenwashing peut prendre plusieurs aspects (KERN CONSULTING (2023)) :

- En mettant en avant des produits d'assurance qui prétendent respectés l'environnement mais qui, en réalité, ne sont pas appuyés par des actions concrètes ;
- En faisant la promotion d'initiatives environnementales mineures pour créer une image d'entreprise responsable ;

- En ayant recourt à des termes flous et non réglementés pour présenter les produits ;
- En ne communiquant pas le réel impact sur l'environnement de l'entreprise.

C'est notamment les campagnes publicitaires dans le secteur de l'assurance vie qui promeuvent de plus en plus les caractéristiques extra-financières des contrats ou supports. L'analyse de ces publicités a permis d'identifier certaines pratiques susceptibles d'induire le client en erreur sur la réalité des caractéristiques ou des engagements extra-financiers mentionnés.

L'ACPR constate un risque d'exposition de la clientèle à des pratiques d'éco-blanchiment. Il impose aux organismes d'assurance de délivrer des informations claires, exactes et non trompeuses, permettant d'appréhender la composition réelle des produits et l'approche extra-financière utilisée à leurs clients.

Le superviseur vise à imposer des directives plus strictes quant à la manière dont les assureurs vie font la promotion de l'aspect écologique de leurs produits. Cette recommandation vient s'ajouter à celle du 19 décembre 2019 concernant la communication publicitaire des contrats d'assurance vie.

Il identifie trois catégories de publicités susceptibles de tromper le client (KERN CONSULTING (2023)) :

- Les publicités promouvant les caractéristiques extra-financières d'un contrat d'assurance vie ou de capitalisation, ainsi que des supports associés.
- Celles mettant en avant ces caractéristiques au sein de l'assurance vie sans faire pour autant référence à un contrat précis ;
- Celles faisant la promotion de l'engagement ou l'impact des actions entreprises par les parties impliquées sur les critères de durabilité tels que définis dans l'article 2 point 24 du règlement SFDR.

Le régulateur encourage les compagnies d'assurance vie à s'assurer que les affirmations présentées dans leurs publicités pour promouvoir la dimension écologique d'un produit sont fondées sur des éléments factuels et détaillés.

L'ACPR indique deux seuils minimaux à respecter pour faire la promotion du caractère durable du mode de gestion. Les caractéristiques extra-financières peuvent être mises en avant si au moins 80% des placements relèvent de l'article 8 de SFDR ou bien si 75% relèvent de l'article 9 et 25% de l'article 8. Entrée en vigueur le 1^{er} avril 2023, pour toute publicité diffusée à compter de cette date, cette recommandation couvre tous les médias de diffusion. (KERN CONSULTING (2023))

1.3.2 La taxonomie verte européenne

La taxonomie verte de l'Union Européenne est un système de classification des activités économiques permettant d'identifier celles qui sont durables sur le plan environnemental pour permettre aux investisseurs de déterminer le niveau de durabilité des investissements qu'ils réalisent. Elle a été introduite par la Commission européenne, afin de guider et mobiliser les investissements privés vers des actions favorables à la transition écologique et parvenir à la neutralité climatique en 2050.

Ce règlement a un double objectif : établir un cadre visant à favoriser les investissements durables en définissant les activités économiques éligibles et celles alignées selon des critères définis ainsi que fournir davantage de transparence sur les activités économiques durables sur le plan environnemental des entreprises.

Pour cela, le règlement crée une classification des activités économiques selon leur potentiel de contribution aux six objectifs environnementaux définis par l'Union Européenne présentés dans la Figure 1.7.

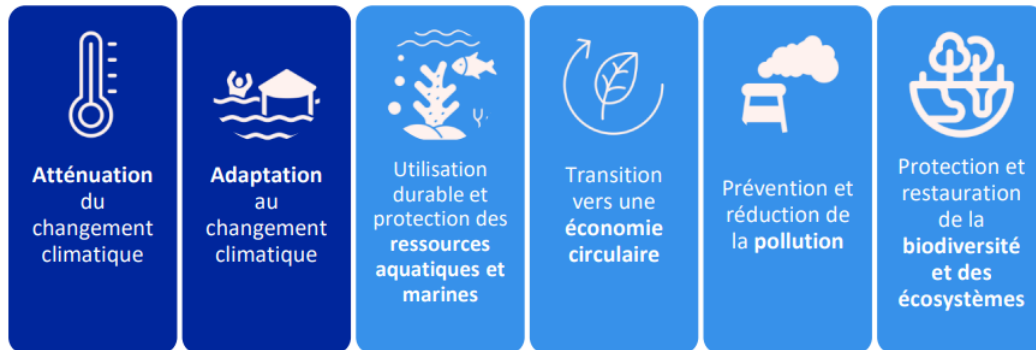


FIGURE 1.7 : Les six objectifs environnementaux de la Taxonomie

Une activité est alignée à la Taxonomie si :

- Elle est éligible, c'est-à-dire qu'elle est présente dans la liste exhaustive des activités figurant dans les actes délégués du Règlement Taxonomie ;
- Elle contribue à l'un ou plusieurs des six objectifs ;
- Elle ne cause pas de préjudices importants aux autres objectifs ;
- Elle respecte les garanties minimales sociales (OCDE, ONU, OIT...) en matière de gouvernance et du respect des droits de l'Homme.

Outre les activités durables qui contribuent directement à la réalisation d'au moins un des objectifs ci-dessus, la taxonomie comprend deux autres catégories d'activités :

- Les activités dites "**habilitantes**" sont des activités qui ne sont pas nécessairement durables mais qui permettent à d'autres activités de contribuer substantiellement à un ou plusieurs des six objectifs. La fabrication de panneaux photovoltaïques est un exemple d'activité habilitante au sens de la Taxonomie.
- Les activités dites "**transitoires**" englobent les activités pour lesquelles il n'existe pas actuellement d'alternative à faibles émissions carbone mais dont les niveaux d'émissions de gaz à effet de serre correspondent aux meilleures performances du secteur. La production d'aluminium en est notamment une.

Le règlement "Taxonomie" définit également des obligations de reporting aux sociétés. Elles doivent publier des indicateurs Clé de Performance (ICP) qui mesurent l'étendue des activités, investissements, et dépenses opérationnelles durables des sociétés selon la Taxonomie.

1.3.3 Le règlement SDFR

Mise en vigueur le 10 mars 2021, la réglementation Sustainable Finance Disclosure Regulation (SFDR) sur la publication d'information en matière de durabilité dans le secteur financier, s'inscrit dans le prolongement de l'Accord de Paris et du Pacte Vert. Elle a pour objectif d'établir des règles communes et harmonisées afin de réorienter les investissements vers des investissements durables,

intégrer les risques de durabilité à la gestion des risques et favoriser la transparence du secteur financier.

Le règlement SFDR crée des obligations d'information institutionnelles qui s'appliquent à deux types d'acteurs : aux acteurs des marchés financiers quant aux informations concernant leur processus d'investissement et aux conseillers financiers pour les informations liées à la fourniture de conseils. Il permet aux investisseurs de comprendre le degré d'intégration des facteurs environnementaux, sociaux et de gouvernance des produits.

Les acteurs financiers ont l'obligation de publier des informations concernant leurs politiques d'intégration des risques en matière de durabilité dans les processus décisionnels d'investissement ainsi que les principales incidences négatives. Le règlement SFDR adopte donc une approche dite de "double matérialité". Les acteurs doivent spécifier les impacts des événements extérieurs sur la valeur de l'entreprise (matérialité financière) ainsi que l'impact de l'entreprise sur la société ou l'environnement (matérialité d'impact).

Selon l'article 2(17) du règlement SFDR (2019), un investissement durable se réfère à un investissement qui :

- "contribue à un objectif environnemental ou social" ;
- "pour autant que ces investissements ne causent pas de préjudice important à aucun de ces objectifs" ;
- "et que les sociétés dans lesquelles les investissements sont réalisés appliquent des pratiques de bonne gouvernance".

Le règlement SFDR définit également trois types de produits en fonction de leur prise en compte des caractéristiques extra-financières :

- Les produits relevant de l'Article 6, dits produits "gris", qui ne mettent pas en avant des caractéristiques environnementales et ou sociales et qui ne poursuivent pas un objectif d'investissement durable ;
- Les produits relevant de l'Article 8, dits produits "vert clair", qui promeuvent des caractéristiques environnementales et/ou sociales pour autant que les sociétés dans lesquelles les investissements sont réalisés appliquent des pratiques de bonne gouvernance ;
- Les produits relevant de l'Article 9, dits produits "vert foncé", qui visent à atteindre l'un des 17 objectifs environnementaux et/ou sociaux.

L'entreprise qui gère le produit financier établit elle-même l'identification de ce produit comme Article 6, 8 ou 9. Par conséquent, cette nomenclature n'est pas un label.

1.3.4 Les labels

Les labels ont été mis en place pour réduire le risque de greenwashing ainsi que pour promouvoir le développement de la finance verte. Ils permettent de favoriser la transparence et d'offrir une meilleure visibilité aux fonds durables. En effet, ils orientent les investisseurs en fonction de leurs convictions vers des fonds responsables qui répondent à des exigences strictes.

Le label "Investissement Socialement Responsable" (Figure 1.8) a été créé en 2016 par le ministère de l'Economie et des Finances. Il permet aux épargnants ainsi qu'aux investisseurs d'identifier des

placements durables et responsables. Il distingue des supports d'investissement classiques, les fonds d'investissements financiers qui prennent en considération les trois piliers du développement durable. Il garantit aux investisseurs que le fonds a développé une méthodologie d'évaluation des acteurs financiers sur la base de critères ESG et qu'il les intègre à sa politique d'investissement.

Créé par le ministère de la Transition Ecologique et Solidaire à la suite de la COP 21, le label Greenfin (Figure 1.9), anciennement label Transition Energétique et Ecologique pour le Climat (TEEC), certifie la qualité "verte" des fonds d'investissement tout en ciblant les acteurs financiers engagés à promouvoir le bien commun grâce à des pratiques transparentes et durables. Il s'agit du premier label d'Etat dédié à la finance verte excluant les fonds qui investissent dans des entreprises liées au secteur nucléaire ou aux énergies fossiles. Il permet de garantir aux investisseurs que les produits financiers, auxquels il est attribué, contribuent effectivement au financement de la transition écologique et énergétique.

Créé en 1997, le Label Finansol (Figure 1.10) permet de distinguer les produits d'épargne solidaire des autres produits d'épargne. Il repose à la fois sur des critères de solidarité, de transparence et d'information. L'épargne est dédiée au financement d'entreprises solidaires œuvrant principalement dans les domaines suivants : accès à l'emploi et au logement, soutien d'activités écologiques et entrepreneuriat dans les pays en développement avec au moins 25% des rendements versés régulièrement par l'épargnant sous forme de dons à des organismes bénéficiaires.



FIGURE 1.8 : Label ISR (MINISTÈRE DE L'ÉCONOMIE DES FINANCES ET DE LA RELANCE (s. d.))



FIGURE 1.9 : Label Greenfin (MINISTÈRE DE LA TRANSITION ÉCOLOGIQUE ET DE LA COHÉSION DES TERRITOIRES (s. d.))



FIGURE 1.10 : Label Finansol (FAIR (s. d.))

1.3.5 Les indices

Le règlement Benchmark définit le cadre réglementaire applicable aux indices de référence dans l'Union Européenne. Un indice de référence est défini comme tout chiffre qui est publié ou mis à la disposition du public et régulièrement déterminé. Le règlement UE 2019/2089 du 27 novembre 2019 est venu modifier le règlement Benchmark en définissant deux nouvelles familles d'indices durables dits "bas carbone" : les indices de référence "transition climatique" CTB (Climate Transition Benchmark) et les indices de référence "Accord de Paris" PAB (Paris-Aligned Benchmark), et en intégrant des facteurs ESG dans la divulgation et la communication des indices de référence.

Les indices de référence pour la "transition climatique" intègrent des objectifs spécifiquement liés

à la réduction des émissions et à la transition vers une économie bas-carbone (sur la base du rapport du GIEC sur l'évolution du climat) par le biais de la sélection et de la pondération des sous-jacents. Ils requièrent une réduction d'au moins 30% des émissions carbone par rapport à l'univers investissable, et d'une trajectoire de décarbonisation de 7% d'une année sur l'autre. Ils excluent les actifs qui nuisent de manière significative aux objectifs ESG.

Les indices de référence "Accord de Paris" sont quant à eux spécifiquement alignés sur les objectifs de l'Accord de Paris qui vise à limiter la hausse des températures mondiales à moins de 2°C par rapport aux niveaux préindustriels, et à poursuivre les efforts pour maintenir la hausse à 1,5°C. Cela implique une réduction plus ambitieuse de 50% des émissions de carbone par rapport à l'univers investissable, et d'une décarbonisation de 7% par an. Les constituants devraient donc être en mesure d'atteindre cet objectif grâce à leurs efforts de décarbonisation.

1.3.6 Article 29 de la Loi Energie Climat

Publié le 27 mai 2021, le décret d'application de l'article 29 de la loi Energie Climat amende et complète l'article 173 VI de la Loi de la Transition Energétique pour la Croissance Verte. Elle s'applique à l'ensemble des acteurs financiers dont les actifs sous gestion dépassent 500 millions d'euros. Ce décret a pour objectif de clarifier et renforcer le cadre de transparence extra-financière des acteurs financiers en mettant davantage l'accent sur les risques climatiques et de biodiversité. Il impose aux acteurs de publier les impacts et la vulnérabilité de leur portefeuille sur le changement climatique et sur l'érosion de la biodiversité.

Concernant le climat, les acteurs financiers sont contraints de rendre compte de l'alignement de leurs portefeuilles avec les objectifs de l'Accord de Paris. Ils doivent mettre en place des objectifs de réduction d'émissions, aligner leurs portefeuilles avec la Taxonomie Européenne et communiquer la part des encours investis dans des entreprises actives dans le secteur des combustibles fossiles.

Sur le volet de la biodiversité, ils doivent mesurer l'impact de leurs portefeuilles ainsi que leur exposition aux risques pesant sur la biodiversité. Ils doivent également développer une stratégie d'alignement avec des objectifs à long-terme.

Les entreprises doivent donc communiquer sur leur prise en compte des critères ESG dans leurs procédures d'investissement et de gestion des risques ainsi qu'être transparentes quant à leur politique d'engagement en matière de vote chez les sociétés dans lesquelles elles investissent.

1.3.7 La loi Pacte

La loi Pacte ou "plan d'action relatif à la croissance et à la transformation des entreprises" a été mise en vigueur le 22 mai 2019. Cette loi vise à redéfinir la place des entreprises dans la société et plus particulièrement à renforcer la prise en considération des enjeux sociaux et environnementaux dans la stratégie et l'activité de ces dernières. La loi Pacte détermine trois mesures principales pour favoriser la prise en compte des préoccupations sociales et environnementales par les entreprises :

- L'obligation pour toute société d'être gérée dans son intérêt social en prenant en considération les enjeux sociaux et environnementaux liés à ses activités (article 1833) ;
- L'inscription facultative d'une "raison d'être" dans les statuts de la société (article 1835) ;
- La possibilité de devenir une société à mission (article 176).

Mais la loi Pacte vient aussi renforcer le rôle de l'assurance-vie dans la transition écologique et responsable. Elle stipule que, depuis le 1^{er} janvier 2020, tous les nouveaux contrats d'assurance-vie multi-supports doivent proposer une unité de compte ISR, solidaire ou Greenfin. Depuis le 1^{er} janvier 2022, ils doivent même proposer une unité de compte de chaque catégorie. Le développement de ces unités de comptes est la réponse à un besoin sociétal car les assurés sont à la recherche d'un sens pour leur épargne. De plus, toujours depuis le 1^{er} janvier 2022, l'information destinée aux épargnants doit être claire et facilement accessible en ce qui concerne l'engagement du fonds choisi dans la transition écologique.

En amont de chaque souscription, chaque contrat doit présenter clairement le pourcentage d'UC labellisé qu'il contient. Chaque année, les assurés se verront communiquer des informations sur la politique d'intégration des considérations environnementales et sociales dans la gestion du fonds en euro du contrat, ainsi que sur les montants investis dans des fonds labellisés. Le développement de ces unités de comptes est la réponse d'une demande croissante. Les assurés étant de plus en plus sensibles aux questions environnementales et sociales, ils cherchent à atteindre leur objectif financier tout en donnant un sens à leur épargne.

1.3.8 La CSRD

A partir de janvier 2024, la directive Corporate Sustainability Reporting Directive (CSRD) remplacera la Déclaration de Performance Extra-Financière (DPEF), qui encadre les déclarations de performance extra-financière des sociétés européennes. Elle vient renforcer les exigences de reporting de durabilité des entreprises. Son objectif principal est d'harmoniser les reportings et d'améliorer la disponibilité et la qualité des données ESG publiées.

La DPEF exige que les entreprises publient des informations sur la manière dont elles prennent en compte les conséquences de leur activité sur l'environnement, le social, le respect des droits de l'homme et la lutte contre la corruption et l'évasion fiscale. Le reporting comprend des informations concernant :

- Les conséquences de l'activité de l'entreprise sur le changement climatique ;
- Les poste d'émissions directes et indirectes de gaz à effet de serre ;
- Les engagements sociaux en faveur du développement durable, de l'économie circulaire, de la lutte contre le gaspillage alimentaire, de la lutte contre la précarité alimentaire, du respect du bien-être animal et d'une alimentation responsable, équitable et durable ;
- Les conditions de travail des salariés ;
- Les actions menées pour la lutte contre les discriminations ;
- Les actions prises par l'entreprise pour promouvoir la pratique d'activités sportives ou physiques ;
- Les mesures prises en faveur des personnes handicapées.

Les informations de la DPEF sont analysées par les agences de notations, les analystes extra-financier, les investisseurs, les établissements de crédit...

La CSRD modifie quatre textes européens déjà existants à savoir la Directive comptable, la Directive sur la transparence, la Directive sur l'audit et le règlement sur l'audit. Elle introduit de nouveaux changements :

- Un nombre plus important de sociétés sera concerné par les obligations de reporting, notamment toutes les entreprises cotées sur les marchés européens ;
- Un renforcement et une standardisation des exigences de reporting : les sociétés devront rendre publiques des informations approfondies concernant les risques, les opportunités, ainsi que les conséquences significatives liées aux questions environnementales, sociales et de gouvernance, en suivant le principe de la “double matérialité” ;
- Le rapport sur la durabilité sera présenté dans une partie spécifique du rapport de gestion et accessible sous forme numérique ;
- Une vérification de l’information par un commissaire aux comptes ou un organisme tiers indépendant impérative.

La CSRD prévoit la création de normes de reporting dites normes “ESRS” (European Sustainability Reporting Standards) permettant d’encadrer et d’harmoniser les publications des entreprises : des normes “transectorielles” mises en vigueur à partir de juin 2023 et des normes “sectorielles” à partir de juin 2024.

Elle concerne les sociétés financières et non-financières dans le champ d’application de la Directive comptable et de la Directive sur la transparence et qui correspondent aux catégories suivantes :

- Toutes les sociétés cotées sur les marchés réglementés européens, à l’exception des micro-entreprises ;
- Toutes les autres grandes entreprises européennes dépassant au moins deux des trois seuils suivants : 250 salariés, 40 millions € de chiffre d’affaires et 20 millions € de total au bilan ;
- Les sociétés non-européennes qui ont une filiale ou une succursale ayant un chiffre d’affaires réalisé dans l’UE supérieur à 150 millions €. Elles doivent uniquement fournir des informations relatives à leurs impacts socio-environnementaux.

Chapitre 2

Prise en compte des critères ESG dans la recherche de l'allocation d'actifs optimale

L'intégration des critères ESG dans la recherche de l'allocation d'actifs optimale permet aux assureurs d'évaluer de potentielles opportunités d'investissements mais également de réduire l'exposition aux risques de durabilité des actifs détenus.

Dans ce chapitre sont présentées les différentes méthodes de gestion actif-passif utilisées par les assureurs afin de trouver leur allocation d'actifs optimale. L'objectif est d'intégrer les critères ESG dans cette recherche afin de réduire l'exposition du portefeuille aux risques ESG. A cette fin, un modèle a été construit à l'aide d'un algorithme génétique. Il vise à trouver les allocations optimales qui répondent aux différents besoins de l'assureur tout en respectant les contraintes réglementaires. Dans la suite de ce mémoire, nous nous plaçons dans le cadre réglementaire de Solvabilité II, afin de valoriser l'actif et le passif, ainsi que pour définir les métriques d'optimisation de notre algorithme.

2.1 Méthodes usuelles de modélisation ALM

Une des spécificités du secteur de l'assurance est l'inversion du cycle de production. En effet, l'assureur perçoit des primes avant de devoir payer, en cas de survenance de sinistres, des prestations. Durant la période entre l'encaissement des primes et le paiement des prestations, l'assureur place les capitaux qui lui sont confiés par les souscripteurs dans le but de générer un rendement. Le secteur assurantiel étant fortement réglementé afin de protéger les clients, les assureurs doivent veiller à pouvoir respecter leurs engagements (garantir un niveau de fonds propres minimum, couvrir ses engagements par son actif. . .). La gestion financière d'une compagnie d'assurance nécessite par conséquent une vision prospective.

La gestion d'actifs d'une société d'assurance doit, en plus de prendre en considération la rentabilité et la sécurité des actifs, tenir compte de la solvabilité. C'est pour cette raison que les assureurs ont recours à la gestion actif-passif. Elle leur permet de gérer et d'équilibrer leurs actifs et leurs passifs dans le temps, de manière à minimiser les risques et à atteindre leurs objectifs.

L'allocation d'actifs est une étape de la gestion actif-passif. Son objectif principal est de vérifier si la structure actuelle des actifs est optimale ou d'en recommander une nouvelle qui permettra à la compagnie d'atteindre ses objectifs de performance financière tout en garantissant le respect de

ses engagements. Le terme “stratégique” vient à la fois de l’horizon temporel sur lequel les études d’allocation stratégique se concentrent et du nombre restreint de classes d’actifs prises en compte, habituellement compris trois et dix. (FALEH (2011))

Dans cette partie, les différents types de modélisation ALM utilisés en assurance sont rappelés.

2.1.1 Méthodes statiques

Adossement par duration

L’adossement par duration (ou *duration matching*) consiste à adosser la duration de l’actif à celle du passif afin de se prémunir contre le risque de taux. Elle revient à définir une stratégie d’investissement de sorte que la valeur de marché des actifs suive tout mouvement de la valeur actuelle des engagements.

Soit une série de flux fixes $(F_t)_t$ versés aux dates t_i , $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ et r le taux actuariel. La valeur actuelle de la série de flux est donnée par :

$$VA(r) = \sum_{i=1}^n \frac{F_{t_i}}{(1+r)^{t_i}}$$

La duration est définie par Macaulay comme :

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n t_i \frac{F_{t_i}}{(1+r)^{t_i}}}{VA(r)}$$

Elle peut s’interpréter comme la durée de vie moyenne des flux pondérée par leur valeur probable actualisée.

La variation de la valeur actuelle pour une petite variation du taux d’actualisation est donnée par :

$$\frac{dVA(r)}{dr} = \sum_{i=1}^n -t_i \frac{F_{t_i}}{(1+r)^{t_i+1}}$$

La sensibilité (ou duration modifiée) aux taux d’intérêt se définit donc comme :

$$S = \frac{1}{VA(r)} \frac{dVA(r)}{dr} = -\frac{1}{VA(r)} \sum_{i=1}^n t_i \frac{F_{t_i}}{(1+r)^{t_i+1}}$$

Par conséquent, on peut relier la duration à la sensibilité grâce à la relation suivante :

$$D = -(1+r) S$$

La duration des flux dépend du taux d’actualisation utilisé dans le calcul des valeurs actuelles des cash flows. La duration diminue avec l’augmentation du taux d’actualisation et inversement. Ainsi, pour faire un adossement par duration, l’investisseur doit acquérir des titres dont la duration moyenne est égale à la duration des flux de passif.

La notion de duration s’applique aussi bien à l’actif qu’au passif de l’assureur. Lors d’un adossement par duration, l’assureur cherche donc à minimiser le gap de duration.

$$Duration\ gap = Duration_{passif} - Duration_{actif}$$

Cependant cette approche possède des limites. Tout d'abord, elle repose sur l'hypothèse que seul le risque de taux d'intérêt affecte le portefeuille de l'assureur, négligeant ainsi d'autres facteurs de risque tels que le crédit ou l'inflation. De plus, elle suppose un mouvement de translation linéaire de la courbe de taux, ce qui ne représente pas forcément la réalité des marchés financiers, où les taux peuvent varier de manière non linéaire. Les calculs de la duration sont significatifs principalement pour des flux fixes et indépendants des taux de marché. Cependant, cette approche ne reflète pas fidèlement la nature du passif des assureurs. Enfin, l'adossement par duration nécessite un rebalancement périodique du portefeuille afin de le maintenir, ce qui peut être coûteux en termes de frais de transaction et de gestion.

Adossement des flux de trésorerie à ceux du passif

L'adossement des flux de trésorerie (ou *cash-flow matching*) consiste à investir dans des titres qui reproduisent exactement, et aux échéances prévues, les flux de passif. Généralement, les flux sont adossés par famille de contrats ayant des propriétés homogènes, les cantons. Pour que l'actif soit dit adossé au passif, il faut que les flux nets de trésorerie soient positifs ou nuls.

$$Flux\ nets = Total\ des\ flux\ entrants - Total\ des\ flux\ sortants \geq 0$$

Lorsque les flux nets sont positifs, le montant excédentaire lié aux actifs est considéré comme du surplus, et est alors réinvesti afin d'obtenir des rendements supplémentaires. Cependant, l'adossement par flux de trésorerie n'est valable qu'à très court terme car les flux d'actif et de passif sont influencés par des facteurs externes, notamment par les taux d'intérêt. Il convient donc de vérifier cet adossement régulièrement.

2.1.2 Méthodes déterministes

Les modèles déterministes permettent de tenir compte des risques liés aux événements futurs. Ces modèles ont recours à des hypothèses dynamiques qui permettent de modéliser l'évolution de l'actif (rendement des différentes classes...) et du passif (nouvelles souscriptions, table de mortalité, loi de rachat...). Ils testent l'évolution du bilan initial selon un scénario central et des scénarios de stress construits autour des risques principaux. Cependant, ils sont limités par leur caractère déterministe qui suppose un nombre restreint de simulations et l'omission de l'aspect aléatoire.

L'allocation stratégique d'actifs consiste à trouver la répartition optimale entre les différentes classes d'actifs que l'assureur doit détenir pour faire face à ses engagements. La prise de risque permet d'espérer de meilleurs rendements de la part des actifs. Cependant, en s'exposant à davantage de risques, l'assureur augmente sa probabilité de devenir insolvable. A l'inverse, le manque de prise de risque conduit à réduire le rendement des actifs. Il faut donc trouver un compromis entre le rendement souhaité et le niveau de risque maximal que l'assureur peut encourir.

Théorie moderne du portefeuille

La théorie moderne du portefeuille a été développée en 1952 par Markowitz. Il s'agit d'un modèle d'allocation d'actifs visant à optimiser le couple rendement/risque d'un portefeuille financier. Les actifs sont sélectionnés selon une optique de diversification, c'est-à-dire en tenant compte des différentes corrélations entre leurs variations. L'objectif est de minimiser le risque pour un niveau de rendement

donné ou maximiser le rendement pour un niveau de risque donné.

Markowitz montre, qu'uniquement en présence d'actifs risqués, il n'existe pas un seul portefeuille optimal mais un ensemble de portefeuilles, les portefeuilles efficients, qui forment la frontière efficiente. Au sens de ces deux seuls critères, tout autre portefeuille est sous-optimal : en termes de rendement et de volatilité, il ne sera pas possible de trouver un portefeuille "meilleur" que les portefeuilles situés sur la frontière efficiente.

En absence d'un actif sans risque

On considère un univers d'investissement composé de n actifs risqués dont les rendements, représentés par le vecteur $R = (R_1, \dots, R_n)$, sont modélisés par une loi gaussienne $\mathcal{N}(M, \Sigma)$.

Le vecteur $w = (w_1, \dots, w_n)$ correspond au portefeuille dont chaque composant est la valeur relative de chaque actif par rapport à la fortune initiale. On suppose le portefeuille entièrement investi c'est-à-dire $\sum_{i=1}^n w_i = w^\top \mathbf{1} = 1$ où $\mathbf{1}$ est un vecteur de \mathbb{R}^n dont les composantes sont égales à 1. Le rendement du portefeuille est égal à $R(w) = \sum_{i=1}^n w_i R_i = w^\top R$.

Le rendement espéré du portefeuille est donc $w^\top M$ et sa volatilité est définie par $\sigma^2(w) = w^\top \Sigma w$.

On peut formuler le problème d'optimisation de l'investisseur comme étant le suivant :

$$\begin{cases} \min_{w \in \mathbb{R}^n} & w^\top \Sigma w \\ \text{s.c} & w^\top M = m \\ & w^\top \mathbf{1} = 1 \end{cases}$$

Soit Ω l'ensemble des portefeuilles d'investissement solutions du problème d'optimisation pour toute valeur possible de m : $\Omega(\sigma, m) = \{(\sigma_w, m_w), w \in \Omega\}$.

En résolvant le problème, on trouve $\Omega = \{w_a + \lambda(m) \pi_{a,b}, \lambda \in \mathbb{R}\}$.

Avec :

$$\begin{aligned} a &= \mathbf{1}^\top \Sigma^{-1} \mathbf{1} \\ b &= \mathbf{1}^\top \Sigma^{-1} M \\ w_a &= \frac{1}{a} \Sigma^{-1} \mathbf{1} \\ \pi_{a,b} &= \frac{\Sigma^{-1} (M - \frac{b}{a} \mathbf{1})}{\|M - \frac{b}{a} \mathbf{1}\|_{\Sigma^{-1}}} \end{aligned}$$

Démonstration Cf Annexe A.1 (BRUGIÈRE (2020))

En présence d'un actif sans risque

Tobin (1958) montre que la frontière efficiente en présence d'un actif sans risque devient une ligne droite, la *Capital Market Line*. Dans ce cas, les portefeuilles optimaux correspondent à une combinaison de l'actif sans risque et d'un portefeuille risqué particulier, le portefeuille tangent.

Comme on ajoute un actif sans risque, le portefeuille est représenté par W , un vecteur de \mathbb{R}^{n+1} . La première composante de ce vecteur w_0 représente la proportion de fortune investie dans l'actif sans risque et le vecteur w de \mathbb{R}^n correspond à l'allocation de la fortune dans chacun des n actifs risqués.

On représente donc le portefeuille comme $W = \begin{pmatrix} w_0 \\ w \end{pmatrix}$ et l'actif sans risque de rendement r_f corres-

pond à $W_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Pour chaque portefeuille entièrement investi W , on doit avoir $w_0 + w^\top \mathbf{1} = 1 \Leftrightarrow w_0 = 1 - w^\top \mathbf{1}$.

En introduisant un actif sans risque, le problème d'optimisation devient le suivant :

$$\begin{cases} \min_{w \in \mathbb{R}^n} & w^\top \Sigma w \\ \text{s.c} & (1 - w^\top \mathbf{1})r_f + w^\top M = m \end{cases}$$

Les portefeuilles solutions sont de la forme $w = \lambda \Sigma^{-1}(M - r_f \mathbf{1})$. Afin de renormaliser le problème, on définit $w_T = \frac{1}{b - r_f a} \Sigma^{-1}(M - r_f \mathbf{1})$ en supposant que $b - r_f a \neq 0$.

Notons $W_T = \begin{pmatrix} 0 \\ w_T \end{pmatrix}$ un portefeuille entièrement investi tel que $w_T^\top \mathbf{1} = 1$.

Cependant, les portefeuilles solutions ont une allocation riquée de la forme βw_T et une allocation sans risque égale à $1 - \mathbf{1}(\beta w_T) = 1 - \beta$. Par conséquent, un tel portefeuille est de la forme $\beta W_T + (1 - \beta)W_0$ où le paramètre β peut être identifié avec la condition de la moyenne :

$$\begin{aligned} r_f + w^\top (M - r_f \mathbf{1}) &= m \\ \Leftrightarrow \beta m_T + (1 - \beta)r_f &= m \\ \Leftrightarrow \beta &= \frac{m - r_f}{m_T - r_f} \end{aligned}$$

où $m_T = r_f + \frac{1}{b - r_f a} \|M - r_f \mathbf{1}\|_{\Sigma^{-1}}^2$.

L'ensemble des portefeuilles solutions du problème d'optimisation présenté ci-dessous est $\mathcal{C} = \{\lambda W_T + (1 - \lambda)W_0, \lambda \in \mathbb{R}\}$ et $\mathcal{C}(\sigma, m) = \{(\sigma(W), m(W)), W \in \mathcal{C}\}$ correspond à leur représentation selon le couple rendement/risque.

Démonstration Cf Annexe A.2 (BRUGIÈRE (2020))

Intégration des critères ESG dans la recherche du portefeuille optimal

PEDERSEN et al. (2021) proposent une extension du modèle de Markowitz en considérant les préférences ESG des investisseurs. Ils s'intéressent à la construction d'une frontière efficiente qui prend en compte les scores ESG des actifs. La théorie de PEDERSEN et al. (2021) reprend l'optimisation classique du couple rendement/risque mais en y ajoutant une contrainte supplémentaire, celle du score ESG. L'idée est de transformer un problème complexe à 3 dimensions en un problème plus facilement résolvable à 2 dimensions. Pour cela, le ratio de Sharpe est utilisé pour résumer le couple rendement/risque. Le problème revient donc à trouver le ratio de Sharpe maximal pour chaque score ESG du portefeuille.

Soit un univers d'investissement composé de n actifs. Les rendements excédentaires des actifs sont représentés par le vecteur $\tilde{R} = R - r \mathbf{1}_n \sim \mathcal{N}(\pi, \Sigma)$ où r est le rendement sans risque. On suppose qu'un investisseur possède une fortune initiale W_0 et choisit un portefeuille $w = (w_1, \dots, w_n)^\top$ où w_i correspond au poids de l'actif i dans le portefeuille de l'investisseur. Les actifs ont un score ESG attribué $s = (s^1, \dots, s^n)^\top$. Le score global du portefeuille correspond à $s(w) = w^\top s$. Sa fortune finale est donc donnée par $W_f = W_0(1 + r + w^\top \tilde{R})$.

On suppose que la fonction d'utilité de l'investisseur est quadratique et qu'elle dépend également du score ESG du portefeuille. L'investisseur cherche à maximiser son utilité \mathcal{U} par rapport à sa richesse finale et au score ESG de son portefeuille :

$$\begin{aligned}\mathcal{U}(W_f, w) &= \mathbb{E}[W_f] - \frac{\gamma}{2} \text{Var}[W_f] + W_0 g(s(w)) \\ &= W_0 \left(1 + r + w^\top \pi - \frac{\gamma}{2} w^\top \Sigma w + g(w^\top s) \right)\end{aligned}$$

où γ représente l'aversion au risque et $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \cup \{-\infty\}$ est la fonction de préférence ESG de l'investisseur.

En enlevant les termes constants, maximiser l'utilité revient à résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$\max_w \left(w^\top \pi - \frac{\gamma}{2} w^\top \Sigma w + g(w^\top s) \right) \quad \text{s.c.} \quad w^\top \mathbf{1} = 1$$

Soient $\sigma(w) = \sqrt{w^\top \Sigma w}$ et $s(w) = w^\top s$. On peut décomposer le problème de maximisation de l'utilité de l'investisseur comme ci-dessous :

$$\max_{\bar{s}} \left\{ \max_{\bar{\sigma}} \left\{ \max_w (f(w; \pi, \Sigma, s)) \quad \text{s.c.} \quad w \in \Omega(\bar{\sigma}, \bar{s}) \right\} \right\}$$

où $f(w; \pi, \Sigma, s) = w^\top \pi - \frac{\gamma}{2} \sigma^2(w) + g(s(w))$ et $\Omega = \{w \in \mathbb{R}^n : w^\top \mathbf{1} = 1, \sigma(w) = \bar{\sigma}, s(w) = \bar{s}\}$.

On résout le premier sous-problème d'optimisation :

$$\max_w w^\top \pi \quad \text{s.c.} \quad \begin{cases} w^\top \mathbf{1} = 1 \\ \sigma(w) = \sqrt{w^\top \Sigma w} = \bar{\sigma} \\ s(w) = w^\top s = \bar{s} \end{cases}$$

On en déduit que le portefeuille optimal est donné par :

$$w^* = -\frac{1}{2\lambda_1} \Sigma^{-1} (\pi + \lambda_2 (s - \bar{s} \mathbf{1}))$$

avec $\lambda_1 = -\frac{1}{2\bar{\sigma}} \sqrt{C_{\pi, \pi} - \frac{(C_{s, \pi} - \bar{s} C_{\mathbf{1}, \pi})^2}{C_{s, s} - 2\bar{s} C_{\mathbf{1}, s} + \bar{s}^2 C_{\mathbf{1}, \mathbf{1}}}}$ et $\lambda_2 = \frac{\bar{s} C_{\mathbf{1}, \pi} - C_{s, \pi}}{C_{s, s} - 2\bar{s} C_{\mathbf{1}, s} + \bar{s}^2 C_{\mathbf{1}, \mathbf{1}}}$ où $C_{ab} = a' \Sigma^{-1} b$.
Démonstration Cf Annexe A.3

Si on réécrit la condition du premier ordre, on trouve :

$$\begin{aligned}\pi + 2\lambda_1 \Sigma w + \lambda_2 (s - \bar{s} \mathbf{1}) &= 0 \\ \Leftrightarrow w^\top \pi + 2\lambda_1 w^\top \Sigma w + \lambda_2 w^\top (s - \bar{s} \mathbf{1}) &= 0 \\ \Leftrightarrow w^\top \pi + 2\lambda_1 \bar{\sigma}^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \lambda_1 &= -\frac{1}{2} \frac{w^\top \pi}{\bar{\sigma}^2} \\ \Leftrightarrow \lambda_1 &= -\frac{1}{2} \frac{RS(w)}{\bar{\sigma}}\end{aligned}$$

On en déduit que le ratio de Sharpe du portefeuille optimal $w^*(\bar{\sigma}, \bar{s})$ est :

$$RS(w^*(\bar{\sigma}, \bar{s})) = \sqrt{C_{\pi, \pi} - \frac{(C_{s, \pi} - \bar{s} C_{\mathbf{1}, \pi})^2}{C_{s, s} - 2\bar{s} C_{\mathbf{1}, s} + \bar{s}^2 C_{\mathbf{1}, \mathbf{1}}}} = RS(\bar{s})$$

Le ratio de Sharpe dépend de l'objectif ESG de l'investisseur mais pas de la volatilité cible.

On peut donc réécrire ainsi la fonction objectif :

$$\begin{aligned} f(w^*(\bar{\sigma}, \bar{s})) &= \left(\frac{w^*(\bar{\sigma}, \bar{s})^\top \pi}{\bar{\sigma}} \right) \bar{\sigma} - \frac{\bar{\gamma}}{2} \bar{\sigma}^2 + g(\bar{s}) \\ &= RS(\bar{s}) \bar{\sigma} - \frac{\bar{\gamma}}{2} \bar{\sigma}^2 + g(\bar{s}) \end{aligned}$$

Le problème d'optimisation selon σ est le suivant :

$$\max_{\bar{\sigma}} \{ \max_w \{ f(w; \pi, \Sigma, s) \text{ s.c. } w \in \Omega(\bar{\sigma}, \bar{s}) \} \} = \max_{\bar{\sigma}} \{ RS(\bar{s}) \bar{\sigma} - \frac{\bar{\gamma}}{2} \bar{\sigma}^2 + g(\bar{s}) \}$$

En utilisant la condition du premier ordre $RS(\bar{s}) - \gamma \bar{\sigma} = 0$, on obtient donc $\bar{\sigma} = \gamma^{-1} RS(\bar{s})$.

$$\begin{aligned} f(w^*(\bar{\sigma}, \bar{s})) &= \gamma^{-1} RS^2(\bar{s}) - \frac{1}{2} \gamma^{-1} RS^2(\bar{s}) + g(\bar{s}) \\ &= \frac{1}{2} \gamma^{-1} (RS^2(\bar{s}) + 2\gamma g(\bar{s})) \end{aligned}$$

L'investisseur choisit le score ESG moyen de son portefeuille de façon à maximiser la fonction suivante composée du ratio de Sharpe et de sa fonction de préférence ESG :

$$s^* = \max_{\bar{s}} \{ RS^2(\bar{s}) + 2\gamma g(\bar{s}) \}$$

Ce dernier problème d'optimisation montre comment les investisseurs arbitrent de manière optimale entre le score ESG et le ratio de Sharpe.

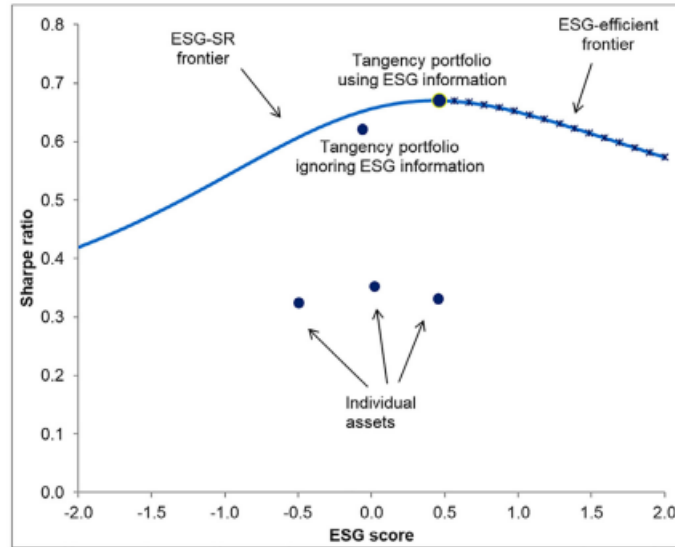


FIGURE 2.1 : Frontière efficiente ESG (PEDERSEN et al. (2021))

On constate, sur la Figure 2.1, que les investisseurs auront plus tendance à sélectionner les portefeuilles situés sur la partie droite de la frontière efficiente, car du fait de la forme bossue de cette dernière, ils possèdent un meilleur score ESG pour un ratio de Sharpe similaire à celui des portefeuilles plus à gauche. PEDERSEN et al. (2021) distinguent différents types d'investisseurs, notamment les investisseurs "ESG-conscients" qui utilisent les scores ESG pour actualiser leur vision du risque et qui auront plus tendance à sélectionner le portefeuille tangent ESG, et les investisseurs "ESG-motivés"

qui ont une préférence pour des portefeuilles ayant des scores ESG élevés et qui vont davantage sélectionner les portefeuilles situés sur la frontière efficiente ESG. Un dernier type d'investisseur, les "ESG-unaware", vont avoir tendance à choisir un portefeuille sous la frontière, car ils calculent le portefeuille tangent en ne tenant pas compte des informations sur les titres contenues dans les scores ESG (ils établissent leur choix à partir de moins d'informations).

2.1.3 Méthodes stochastiques

L'analyse des risques liés aux actifs financiers est devenue une composante essentielle, notamment en raison de l'application de nouvelles normes et réglementations telles que la MCEV et Solvabilité II. Ces règlements exigent la valorisation des risques associés aux actifs. Cependant, les méthodes de projection déterministes ne permettent pas d'évaluer de manière objective les risques asymétriques, tels que ceux liés aux garanties financières (taux technique, garantie plancher...). Par conséquent, il est nécessaire d'utiliser des générateurs de scénarios économiques pour explorer des scénarios aléatoires afin de mieux évaluer ces risques.

Cependant, la mise en place d'approches stochastiques introduit de nouvelles difficultés techniques :

- Les modèles nécessitent de définir des lois statistiques décrivant le comportement de chaque facteur de risque et les mécanismes de corrélation qui les lient ;
- Les tirages des scénarios doivent être cohérents ;
- L'interprétation des résultats ne porte plus sur un scénario particulier mais sur l'interprétation d'un quantile ou d'une moyenne statistique.

Univers réel et univers "risque neutre" Les projections stochastiques sont confrontées au choix de l'univers.

- *L'univers réel* : La calibration du modèle s'établit à partir de l'observation de variables de marché historiques. Générer des scénarios en univers réel nécessite de répliquer le comportement historique des données. Sous probabilité historique, les rendements tiennent compte d'une prime de risque qu'il convient de prendre en considération.
- *L'univers "risque neutre"* : Il s'agit d'un univers conceptuel dans lequel l'espérance du rendement de tout actif est le taux sans risque. Générer des scénarios risque neutre nécessite de répliquer des conditions de marché à un instant donné.

Il existe un lien entre la probabilité historique et la probabilité risque-neutre, démontré ci-dessous. L'actif risqué vérifie le comportement suivant :

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu_t dt + \sigma_t dW_t,$$

où μ_t est le drift et σ_t la volatilité à l'instant t .

L'actif sans risque évolue, quant à lui, selon le processus suivant : $\frac{dB_t}{B_t} = r_t dt$ où r_t est le taux sans risque.

Tous ces processus sont définis sur un espace probabilisé filtré $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ où \mathbb{P} est la probabilité historique.

On pose $\lambda_t = \frac{\mu_t - r_t}{\sigma_t}$ où λ_t représente l'excès de rendement par rapport au taux sans risque appelée prime de risque. L'équation différentielle stochastique de l'actif s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \frac{dS_t}{S_t} &= (r_t + \sigma_t \lambda_t) dt + \sigma_t dW_t \\ &= r_t dt + \sigma_t (dW_t + \lambda_t dt) \end{aligned}$$

On introduit alors un nouveau processus \tilde{W}_t défini par $d\tilde{W}_t = dW_t + \lambda_t dt$ et $\frac{dS_t}{S_t} = r_t dt + \sigma_t d\tilde{W}_t$. D'après le théorème de Girsanov, il existe une probabilité \mathbb{Q} équivalente à \mathbb{P} sous laquelle \tilde{W}_t est un mouvement brownien. Cette probabilité est appelée risque neutre car elle ne comporte plus de prime de risque, celle-ci ayant été incorporée au brownien.

En pratique, un portefeuille financier complexe ne peut pas être valorisé par formule fermée. Cette valorisation requiert un grand nombre de simulations de Monte-Carlo. En effet, on considère que la distribution empirique construite à partir de plusieurs simulations de Monte-Carlo est une approximation satisfaisante de la distribution réelle dès lors que le nombre de simulations est assez grand.

On part du bilan économique à $t = 0$. On effectue des simulations primaires des conditions de marché ainsi que des différents facteurs de risques jusqu'à $t = 1$ en monde réel. Puis, on valorise les différents postes du bilan en réalisant des scénarios secondaires en risque neutre, recalibrés pour tenir compte du réalisé de première période. (Figure 2.2)

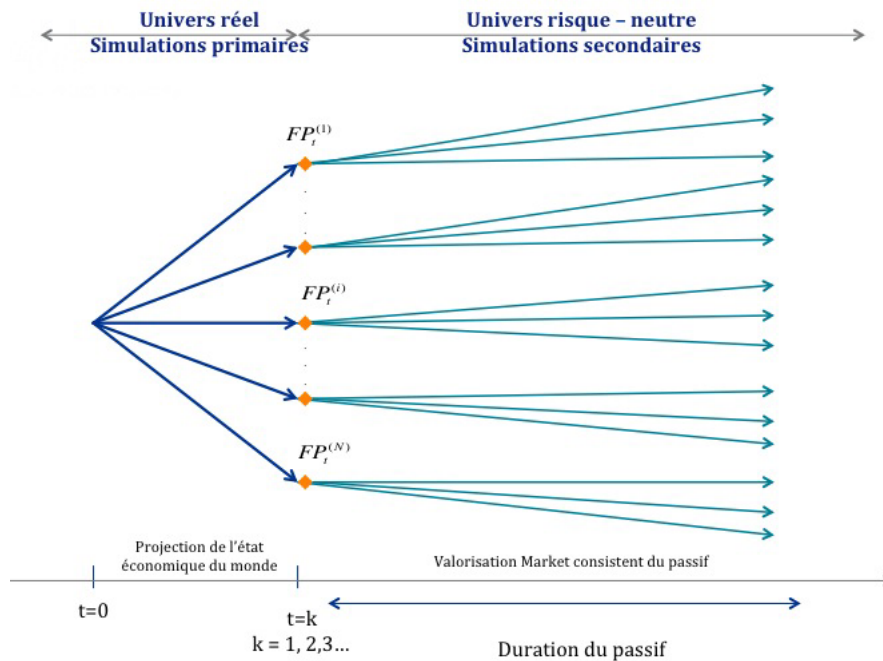


FIGURE 2.2 : Simulations dans les Simulations (RAMANAMPISOA (2012))

Ce type de problématique comportant des “Simulations dans les Simulations” est trop coûteux en temps de calcul pour être applicable en pratique. Dans un premier temps, on recourt donc à des simulations primaires des conditions de marché, puis on valorise les différents postes de bilan sous probabilité risque-neutre. Pour réduire le coût de calcul des simulations, il existe d'autres méthodes comme le Curve Fitting, le Least-Square Monte-Carlo ou le portefeuille répliquant.

Dans les problèmes d'optimisation déterministes, les paramètres ainsi que les coefficients sont connus. Cependant, dans les situations réelles, ces paramètres peuvent être soumis à de l'aléa. La programmation stochastique vise à fournir une solution optimale en tenant compte de la connaissance ou de l'estimation de la distribution de probabilité des données. Ici, une brève revue des méthodes de programmation stochastique utilisées pour l'ALM est présentée. Cependant, afin d'utiliser ces méthodes, il est nécessaire de connaître ou de pouvoir estimer la distribution de probabilité de l'incertitude et que les probabilités soient indépendantes des décisions à prendre.

Le modèle de Russel-Yasuda Kasai développé par CARIÑO et al. (1994) est un modèle ALM déterminant la stratégie d'investissement optimale incorporant une approche multi-périodique et qui permet au décideur de définir les risques. Il allie donc prise de décision et gestion des risques afin d'obtenir une analyse plus précise de la performance de l'entreprise vis-à-vis des risques auxquels elle s'expose.

DEMPSTER et CONSIGLI (1998) ont conçu le modèle CALM (*Computer-aided asset/liability management*) afin de gérer l'incertitude touchant à la fois les actifs, qu'ils soient dans le portefeuille ou sur le marché, et les passifs, sous forme de paiements liés à divers scénarios ou de coûts d'emprunt.

Les modèles de programmation stochastique les plus utilisés sont les programmes avec recours. Il s'agit d'une généralisation de l'optimisation stochastique supposant deux prises de décisions. Dans un premier temps, les variables initiales (dites de premier niveau) sont fixées avant que les paramètres aléatoires soient révélés. Puis, les variables (dites de second niveau ou de recours) permettent d'ajuster la solution une fois les événements aléatoires réalisés (SHAPIRO et PHILPOTT (2007)).

2.2 Optimisation multicritères à l'aide d'un algorithme génétique

Notre recherche d'allocation d'actifs est complexe. On cherche à optimiser les allocations selon plusieurs critères : le score de risque ESG du portefeuille, son rendement et son ratio de solvabilité. Pour ce faire, on a recours à des algorithmes d'optimisation multi-critères : les algorithmes génétiques. Cette partie, on présente leur fonctionnement et en particulier celui l'algorithme NSGA II qu'on utilisera dans la suite de ce mémoire.

2.2.1 Optimisation multiobjectifs

Problème d'optimisation multiobjectifs

La formulation mathématique d'un problème d'optimisation multiobjectifs avec n objectifs peut se formuler comme suit :

$$\begin{aligned} \min \mathbf{F}(\theta) &= \min [F_1(\mathbf{X}), F_2(\mathbf{X}), \dots, F_n(\mathbf{X})], \\ \text{s.c. :} & \\ g_q(\mathbf{X}) &\leq 0, & (1 \leq q \leq r), \\ h_k(\mathbf{X}) &= 0, & (1 \leq k \leq m), \\ x_{li} &\leq x_i \leq x_{ui}, & (1 \leq i \leq L), \end{aligned}$$

où $F_j(\mathbf{X})_{j=1}$ correspondent aux n objectifs, $g_q(\mathbf{X})$ et $h_k(\mathbf{X})$ sont respectivement les r inégalités et m égalités qui contraignent le problème. x_{li} et x_{ui} sont les bornes inférieures et supérieures qui contraignent chaque variable de $\mathbf{X} = (x_1, \dots, x_p)$.

L'optimisation multiobjectifs permet l'optimisation simultanée de plusieurs fonctions objectifs sujettes à des contraintes. Comme aucune solution ne peut atteindre tous les objectifs dans la plupart des problèmes, elle permet de trouver l'ensemble des solutions qui sont les meilleurs compromis entre

les différents critères à optimiser, les optimums de Pareto. Toute solution de cet ensemble est optimale dans le sens où aucune amélioration ne peut être faite sur un critère de cette solution sans dégrader la valeur d'au moins un autre critère.

Notion de dominance

Soit deux solutions réalisables, \mathbf{A} et \mathbf{B} , on dit que la solution \mathbf{A} domine la solution \mathbf{B} , noté $\mathbf{A} \prec \mathbf{B}$, si et seulement si :

$$\begin{aligned} \forall i \in 1, 2, \dots, n \quad \mathbf{F}_i(\mathbf{A}) &\leq \mathbf{F}_i(\mathbf{B}) \\ \exists j \in 1, 2, \dots, n \quad \mathbf{F}_j(\mathbf{A}) &< \mathbf{F}_j(\mathbf{B}) \end{aligned}$$

Solutions Pareto-optimales

L'ensemble des solutions Pareto-optimales X_p correspond aux solutions qui ne sont dominées par aucune autre solution.

$$X_p = \left\{ X \in D \mid \nexists \tilde{X} \in D : \tilde{X} \prec X \right\}$$

Les solutions "Pareto-optimales" sont aussi connues sous le nom de solutions "non dominées". La représentation de ces solutions non dominées dans l'espace des objectifs est appelé "front de Pareto" $\mathbf{F}(X_p)$ (Figure 2.3).

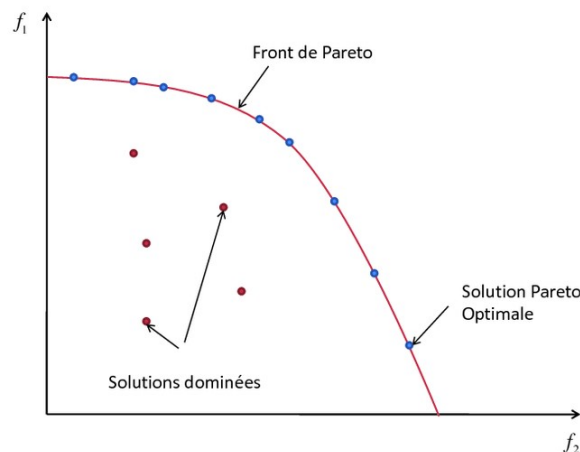


FIGURE 2.3 : Exemple de front de Pareto (FAKHFAKH (2016))

L'objectif des algorithmes génétiques est de trouver les solutions les plus proches possibles des vraies solutions Pareto-optimales, c'est-à-dire converger le plus possible vers le front de Pareto, ainsi que de trouver un ensemble de solutions très variées tout au long du front.

Revue des méthodes d'optimisation multiobjectifs

Dans la résolution d'un problème d'optimisation multiobjectifs, il est nécessaire de faire intervenir un décideur afin de sélectionner la solution finale. Il est donc question de savoir à quel moment celui-ci doit intervenir dans la recherche de la solution. On peut donc répertorier trois catégories de méthodes de résolution de problème d'optimisation multi-objectif :

- **Les méthodes d'optimisation a priori** : le compromis entre les objectifs est préétabli avant

l'exécution de la méthode d'optimisation. Cette approche est rapide, cependant, le décideur est supposé connaître le poids qu'il souhaite donner à chaque objectif afin de les agréger dans une unique fonction et transformer ainsi le problème en un problème monoobjectif.

- **Les méthodes d'optimisation progressives** : le décideur participe activement au processus de recherche de solutions en répondant à diverses questions pour guider la recherche. Cette méthode assure une prise en compte précise des préférences du décideur, mais exige également sa présence continue tout au long du processus de recherche.
- **Les méthodes d'optimisation a posteriori** : dans ce cas, l'optimisation est faite sans aucune classification des objectifs de la part du décideur. Le but est de présenter au décideur un ensemble de solutions, réparties de manière équilibrée. Le décideur pourra alors choisir parmi cet ensemble celle qui lui semble la plus adaptée. Cette approche dispense de la nécessité de modéliser les préférences du décideur, ce qui peut être ardu. Cependant, elle requiert en échange la production d'un ensemble de solutions bien diversifiées, une tâche également complexe et susceptible de demander un temps de calcul considérable. Cette méthode n'exige pas la présence continue du décideur.

Les méthodes les plus connues sont rapidement présentées mais cette revue n'est pas exhaustive, pour plus de précision se reporter à BOUHAUCHE et TOUNSI (2017).

Les approches non Pareto Les approches non Pareto ne traitent pas le problème comme un véritable problème multiobjectifs. On distingue deux familles d'approche : les approches scalaires qui ramènent le problème en un problème monoobjectif et les approches non scalaires qui traitent séparément chacun des objectifs.

Parmi les approches scalaires, on peut citer l'agrégation par pondération qui consiste à affecter des poids aux différents problèmes d'optimisation afin de les transformer en un seul monoobjectif. C'est une méthode simple et facile d'utilisation puisqu'elle permet d'utiliser les algorithmes classiques pour résoudre les problèmes monoobjectifs. Cependant, elle nécessite que le décideur est une bonne connaissance a priori du problème afin de définir les poids. Lorsque le problème n'est pas convexe, cette méthode ne permet pas d'obtenir intégralement la surface de compromis.

Pour pallier à ces difficultés, il existe la méthode ϵ -contraintes. Elle optimise un seul problème tandis que les autres sont transformés en limite. Cette méthode permet également d'utiliser les algorithmes classiques dédiés à la résolution de problème monoobjectif et d'obtenir une solution même si les buts fixés ne sont pas nécessairement réalisés. Le choix arbitraire des limites ne permet pas d'obtenir une bonne répartition des solutions sur la surface de compromis. La programmation devient de plus en plus difficile plus le nombre de fonctions-objectifs est grand.

Dans la méthode de programmation de but (*goal programming method*), le décideur doit définir des buts à atteindre pour chaque objectif. Les valeurs de ces buts sont introduites dans la formulation du problème, le transformant un problème monoobjectif. Comme les deux méthodes précédentes, les algorithmes classiques permettent de résoudre le problème. Toutefois, l'efficacité de cette méthode dépend de la définition des objectifs à atteindre.

Concernant les approches non scalaires, on peut citer par exemple la méthode lexicographique ou encore l'algorithme VEGA. Dans la méthode lexicographique, les décideurs sont invités à réguler les fonctions objectifs en définissant un ordre lexicographique. Le problème d'optimisation se résout individuellement en tenant compte pour chaque objectif de l'ordre d'importance. Elle permet l'utilisation d'algorithmes d'optimisation classiques mais elle a tendance à converger vers une zone restreinte de

l'espace selon la classification faite des objectifs.

L'algorithme VEGA (*Vector Evaluated Genetic Algorithm*) est un type d'algorithme génétique qui diffère d'un algorithme génétique classique par sa phase de sélection. Cette approche consiste à faire évoluer N points puis à sélectionner les points suivants chaque objectif, indépendamment des autres. Cet algorithme est facilement implémentable mais il a tendance à ignorer les solutions compromises et ne génère pas les solutions des zones non convexes du front de Pareto.

Les approches de Pareto Les approches de Pareto utilisent directement la notion de dominance au sens de Pareto, définie en 2.2.1. Ce concept permet de ne pas favoriser des objectifs par rapport à d'autres mais de les optimiser conjointement afin de présenter un ensemble de solutions possibles au décideur. Les algorithmes évolutionnaires multiobjectifs basés sur le principe de Pareto permettent de trouver plusieurs solutions Pareto optimales (2.2.1) en une seule exécution. De plus, ils présentent l'avantage de pouvoir résoudre des problèmes dont le front de Pareto est disconti ou convexe.

2.2.2 Les algorithmes génétiques

Principe de base d'un algorithme génétique

Les algorithmes génétiques appartiennent à la famille des algorithmes évolutionnistes. Ils s'inspirent de la théorie darwinienne de l'évolution des espèces. Les algorithmes génétiques ont été développés par John Holland en 1975, notamment dans son ouvrage *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, pour concevoir des systèmes artificiels capables de simuler le processus de sélection naturelle. C'est principalement David Goldberg qui a contribué à leur essor dans son livre *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*.

Ils permettent de construire l'évolution d'un ensemble de solutions candidates, appelé "population d'individu", avec des phases de sélection, de croisement et de mutation. Ces opérateurs interviennent pour générer des solutions de plus en plus ajustées. Seuls les individus les plus adaptés tendent à survivre et se reproduisent, tandis que les plus faibles ont tendance à disparaître. L'intérêt de ces algorithmes réside dans leur capacité à trouver plusieurs solutions Pareto-optimales en une seule simulation. Ils ont l'avantage de s'adapter à des problèmes multicritères et de trouver les valeurs optimales selon plusieurs objectifs simultanés.

Processus biologique	Optimisation	Allocation d'actifs
Milieu naturel	Espace de recherche	Ensemble des allocations possibles
Population	Ensemble des points évalués	Ensemble d'allocations testées
Individu	Point testé	Allocation testée
<i>Fitness</i>	Évaluation du point testé	Valeur de la fonction objectif associée à l'allocation testée
Gène	Coordonnée d'un point	Classe d'actifs
Allèle	Valeur d'une coordonnée d'un point	Proportion de l'allocation allouée à une classe d'actifs
Génération	Itération de l'algorithme	–

FIGURE 2.4 : Correspondance des différents vocabulaires utilisés par la génétique, l'optimisation et l'allocation d'actifs (MONIN (2014))

Les algorithmes génétiques utilisent un vocabulaire très proche de celui de la génétique (Figure 2.4). L'algorithme génétique débute par la génération d'une population initiale d'individus de façon

aléatoire. Chaque individu de cette population est évalué à l'aide de la fonction d'adaptation (ou *fitness*). Puis, des individus sont sélectionnés aléatoirement pour la reproduction. Les individus "enfants" sont générés en appliquant les opérateurs de croisement et de mutation aux individus parents précédemment sélectionnés. Ces enfants sont placés dans une nouvelle génération $P(t)$ et vont se substituer, en tout ou en partie, à la population de la génération précédente. Ce processus est itéré jusqu'à ce qu'un critère d'arrêt soit atteint. Il s'agit souvent du nombre maximal de générations que l'on désire effectuer. (Figure 2.5)

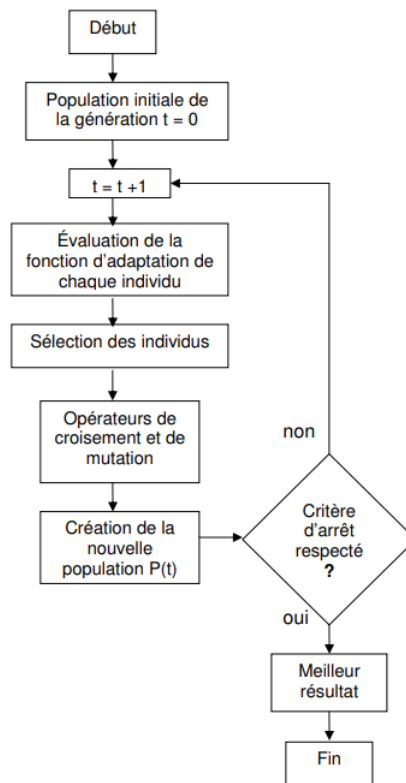


FIGURE 2.5 : Fonctionnement d'un algorithme génétique (DRDI (2005))

NSGA-II

DEB et al. (2002) ont proposé une nouvelle version de l'algorithme NSGA (Nondominated Sorting Genetic Algorithm), le NSGA-II, qui corrige les principales critiques de son prédécesseur.

- Sa complexité de calcul trop importante qui est de $O(MN^3)$ (où M est le nombre d'objectifs et N est la taille de population) due principalement à l'algorithme de tri exécuté à chaque génération ;
- Un manque d'élitisme. L'élitisme consiste à conserver les meilleures solutions trouvées au cours des générations. Seuls les individus les plus performants sont préservés afin qu'ils continuent de contribuer à la population. Il permet d'accélérer significativement la performance d'un algorithme génétique ;
- Besoin de spécification d'un paramètre de croisement. Pour les besoins de diversification de la population initiale un paramètre de croisement doit être spécifié. Seulement il n'est pas évident de calibrer ce paramètre de manière optimale, d'où l'intérêt d'un modèle ne nécessitant pas de spécification de paramètre.

Le NSGA-II est un algorithme basé sur une approche de Pareto ce qui signifie que le principe de dominance est utilisé dans son processus de sélection.

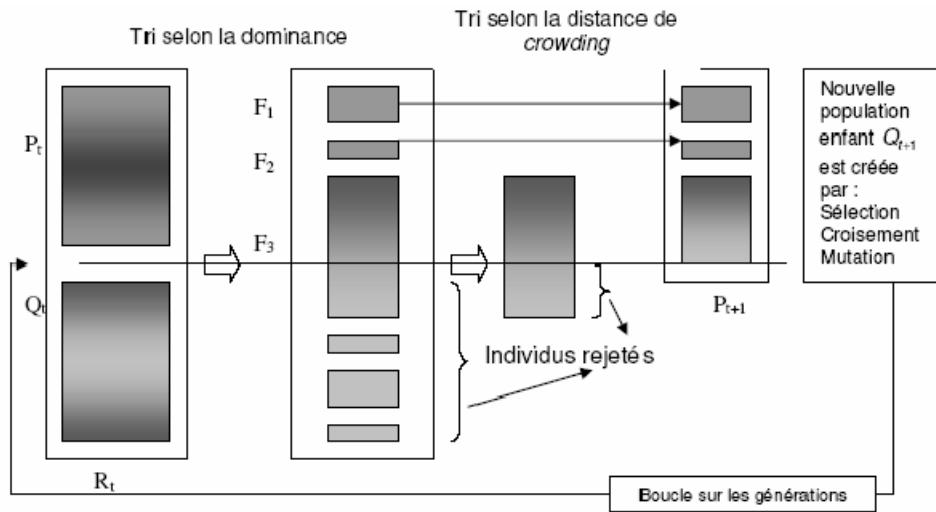


FIGURE 2.6 : Principe de l'algorithme NSGA 2 (DRDI (2005))

Initialement, une population parente P_0 de taille N est créée aléatoirement. Cette population est triée selon un critère de non-dominance (2.2.2). Chaque solution se voit attribuer un rang égal à son niveau de non-dominance (1 étant le meilleur niveau). Les opérateurs de sélection, de croisement et de mutation sont ensuite utilisés pour créer une population enfant Q_0 de taille N .

On décrit maintenant le fonctionnement de la $t^{ième}$ boucle de l'algorithme. La population de parents (P_t) de taille N et la population d'enfants (Q_t) créée de taille N sont assemblées pour former une population $R_t = P_t \cup Q_t$. Cet assemblage permet d'assurer l'élitisme. La population de taille $2N$ est ensuite triée selon un critère de non dominance pour identifier les différents fronts F_1, F_2, \dots . Les meilleurs individus se retrouvent sur le ou les premiers fronts. Une nouvelle population parent P_{t+1} est formée en ajoutant les fronts au complet tant qu'ils ne dépassent pas N . Si le nombre d'individus dans $P_{t+1} < N$ alors on calcule la distance de crowding (2.2.2) sur le premier front suivant (F_i) non inclus dans P_{t+1} afin d'insérer les $N - P_{t+1}$ meilleurs individus manquants dans P_{t+1} . Les individus de ce front sont utilisés pour calculer la distance de crowding entre deux solutions voisines. Une fois que les individus appartenant à P_{t+1} sont identifiés une nouvelle population enfant Q_{t+1} est ensuite créée par les opérateurs de sélection, croisement et mutation. (Figure 2.6)

Les opérateurs

Procédure de non-dominated sorting La procédure de non-dominated sorting permet de classer les solutions en fonction de leur qualité par rapport à tous les objectifs. Elle permet de répartir l'ensemble des individus en plusieurs fronts de Pareto F_i . Les individus du premier front ne sont dominés par aucun autre individu de la population tandis que ceux du front F_i sont dominés par les individus du front F_{i-1} .

Cela revient à attribuer des "rangs de domination" à tous les individus de la population. Il est ainsi possible de comparer des individus entre eux : un individu ayant un meilleur rang par rapport à un autre, a de meilleures qualités vis-à-vis des critères d'optimisation.

Algorithme 1 : Procédure de non-dominated sorting

Entrées : P l'ensemble des individus

pour tous les individus p dans P **faire**

$S_p = \emptyset$;

$n_p = 0$;

pour chaque individu $q \neq p$ **faire**

Si p domine q ($p \prec q$), ajouter q à S_p

Si q domine p ($q \prec p$), incrémenter n_p

fin

si $n_p = 0$ **alors**

Ajouter p à F_0

sinon

fin

Initialisation du compteur des fronts $r = 0$

tant que $F_r \neq \emptyset$ **faire**

$F_{r+1} = \emptyset$;

pour chaque individu $q \in S_p$ **faire**

$n_q = n_q - 1$

si $n_q = 0$ **alors**

Ajouter q à F_{r+1}

sinon

fin

$r = r + 1$

fin

Distance de crowding Lorsque la taille du front à utiliser est supérieure au nombre de places restantes à pourvoir dans la future population, les solutions sont choisies selon leur valeur de crowding distance. Cet indicateur permet de préserver la diversité au sein de la population et de trouver des solutions réparties uniformément sur le front de Pareto optimal.

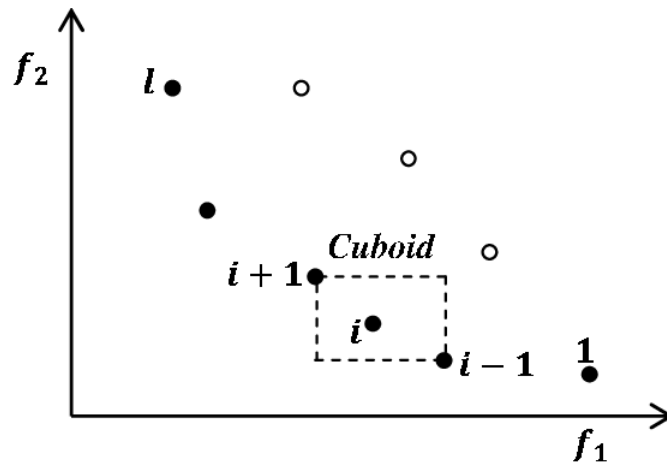


FIGURE 2.7 : Exemple de calcul de la distance de crowding d'un individu i (DEB et al. (2002))

La distance de crowding d'un individu i est déterminée en fonction du périmètre formé par les points les plus proches de i sur chaque objectif. Ce calcul s'effectue après la procédure de non-dominated sorting, sur les individus triés. Ensuite, pour chaque objectif, les individus possédant les valeurs limites

se voient associer une distance infinie. Pour les autres solutions intermédiaires, on calcule une distance de crowding en normalisant la différence entre les valeurs des fonctions objectives de deux solutions adjacentes (Figure 2.7). Ce calcul est réalisé pour chaque fonction objectif. La distance de crowding d'un individu est calculée en sommant les distances correspondantes à chaque objectif.

L'opérateur crowded-comparaison (\prec_n) permet de guider le processus de sélection. Chaque individu i de la population est identifié par son rang (i_{rang}) et la distance de crowding ($i_{distance}$). L'opérateur (\prec_n) défini comme ci-après permet d'identifier un ordre de préférence entre deux individus.

$$i \prec_n j \quad \text{si} \quad (i_{rang} < j_{rang}) \quad \text{ou} \quad (i_{rang} = j_{rang} \quad \text{et} \quad i_{distance} > j_{distance})$$

Entre deux individus de rangs différents, on préfère l'individu avec le plus petit rang (donc appartenant au plus petit front). Pour deux individus appartenant au même front, on préfère soit l'individu qui est localisé dans la région où la densité d'individus est la plus faible, soit celui possédant la plus grande valeur de distance de crowding.

Sélection La sélection a pour objectif de choisir les individus les plus adaptés pour la reproduction et la création de la future génération. Ce choix est souvent basé sur la fonction d'adaptation des individus. Il existe différentes méthodes de sélection. Ici, seule la méthode de sélection utilisée dans le NSGA-II, la sélection par tournoi, sera présentée.

La sélection par tournoi consiste à tirer aléatoirement k individus dans la population sans tenir compte de leur fonction d'adaptation et à ne choisir que le meilleur parmi les k sélectionnés. Le critère de sélection utilisé est basé sur l'opérateur de comparaison (\prec_n) pour déterminer le meilleur individu. Le nombre k permet de donner plus ou moins de chance aux individus peu adaptés qui contribuent tout de même à la diversité génétique. Lorsque $k = 2$, il s'agit de la sélection par tournoi binaire, comme sur la Figure 2.8.

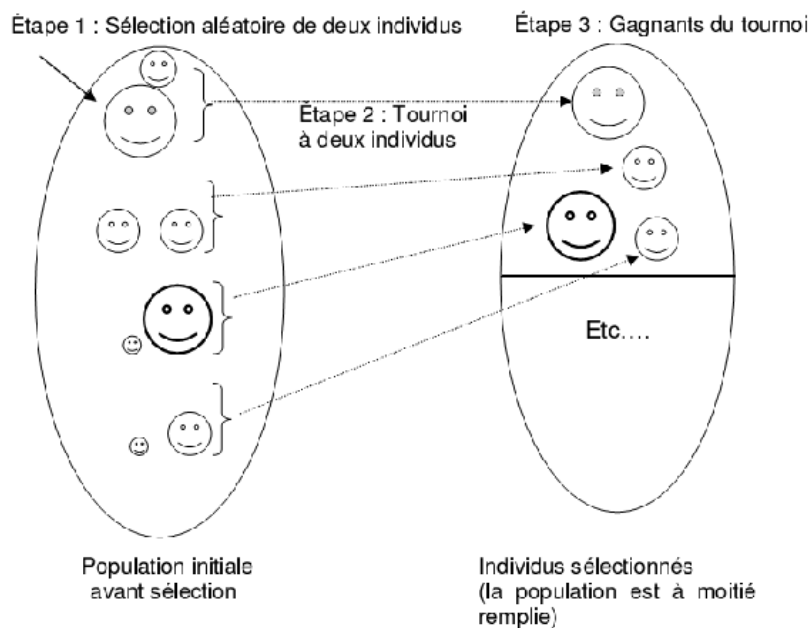


FIGURE 2.8 : Sélection par tournoi binaire (DRDI (2005))

Croisement L'opérateur de croisement permet la création de nouveaux individus à partir de ceux sélectionnés par l'opérateur de sélection pour former la nouvelle population. Les individus "enfants" sont obtenus en mélangeant certains gènes des individus "parents" (Figure 2.9). Toutefois, les individus sélectionnés pour la reproduction ne subissent pas nécessairement un croisement. Ce dernier ne s'effectue qu'avec une certaine probabilité p_c .

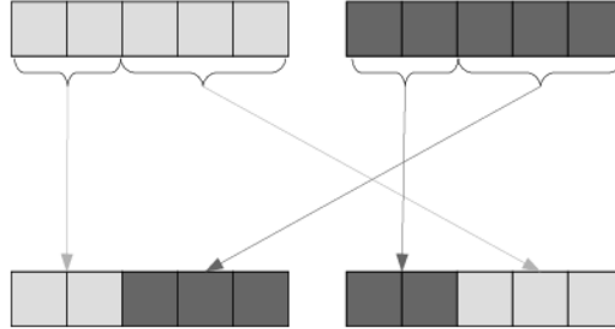


FIGURE 2.9 : Opérateur de croisement (FERDJOUKH (2016))

L'opérateur de croisement utilisé dans le NSGA-II est le *Simulated Binary Crossover*. DEB (2000) propose un opérateur qui permet de générer de nouveaux individus tout en respectant les contraintes liées aux bornes. Cet opérateur permet de générer deux individus enfants à partir de deux individus parents de la manière suivante :

$$\begin{aligned} c^1 &= 0.5[(p^1 + p^2) + \bar{\beta}|p^2 - p^1|] \\ c^2 &= 0.5[(p^1 + p^2) - \bar{\beta}|p^2 - p^1|] \end{aligned}$$

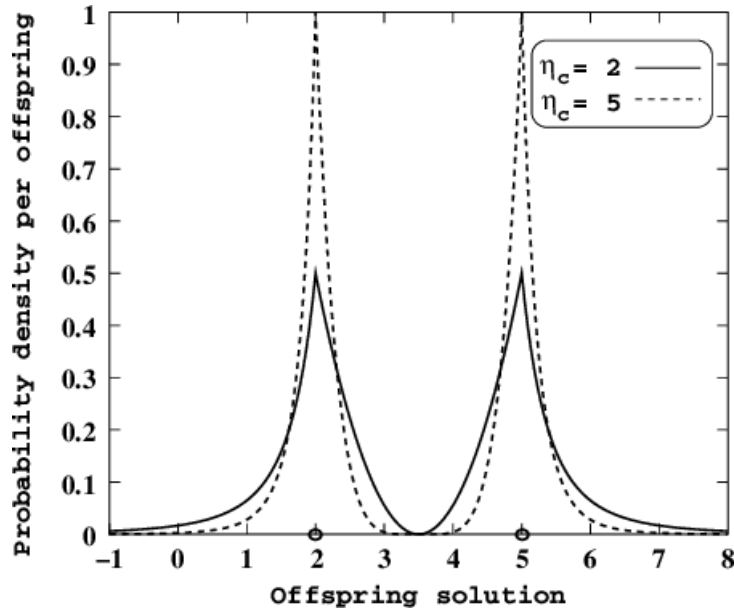
où c^i représente le $i^{\text{ème}}$ enfant et p^i le $i^{\text{ème}}$ parent.

Le paramètre $\bar{\beta}$ est obtenu à partir d'un nombre uniforme aléatoire $u \in [0, 1]$. η_c est l'indice de distribution pour l'opérateur de croisement. On a donc :

$$\bar{\beta} = \begin{cases} (\alpha u)^{\frac{1}{1+\eta_c}}, & \text{si } u \leq \frac{1}{\alpha} \\ \left(\frac{1}{2-\alpha u}\right)^{\frac{1}{1+\eta_c}}, & \text{sinon} \end{cases}$$

où $\alpha = 2 - \beta^{-(\eta_c+1)}$ et $\beta = 1 + \frac{2}{p^2 - p^1} \min[(p^1 - b^l), (b^u - p^2)]$, en supposant que $p^1 < p^2$. Cette méthode assure de produire des enfants qui seront bien dans les bornes définies (b^l correspond aux bornes inférieures et b^u aux bornes supérieures).

L'indice η_c permet de contrôler la dispersion des individus enfants autour des individus parents. En effet, plus η_c est petit, plus les enfants générés seront éloignés des parents. Tandis que plus η_c est grand, plus les enfants seront proches de leurs parents, comme on peut l'observer sur la Figure 2.10.

FIGURE 2.10 : Comparaison de la distribution pour $\eta_c = 2$ et $\eta_c = 5$ (DEB (2000))

Mutation L'opérateur de mutation modifie aléatoirement, sous une certaine probabilité p_m , la valeur d'un ou plusieurs allèles d'un individu (Figure 2.11). Il consiste à introduire de la diversité dans le processus de recherche de solutions. Il permet à l'algorithme de ne pas stagner dans un optimum local et de se protéger contre une perte irrécouvrable dans les caractéristiques des individus. Une même chaîne peut subir plusieurs mutations. La mutation confère aux algorithmes génétiques la propriété d'ergodicité (tous les points de l'espace de recherche peuvent être atteints).

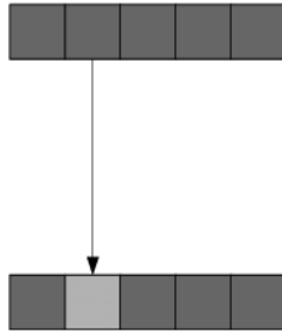


FIGURE 2.11 : Opérateur de mutation (FERDJOUKH (2016))

DEB (2000) propose également un opérateur de mutation qui permet de générer des solutions tout en respectant les bornes définies. Il s'agit de la mutation polynomiale. L'individu c muté devient :

$$c = c + (b^u - b^l)\bar{\delta}$$

$\bar{\delta}$ est obtenu à partir d'un nombre uniforme aléatoire $u \in [0, 1]$. η_m est l'indice de distribution pour l'opérateur de mutation. On a donc :

$$\bar{\delta} = \begin{cases} (2u + (1 - 2u)(1 - \delta)^{1+\eta_m})^{\frac{1}{1+\eta_m}} - 1, & \text{si } u \leq 0.5 \\ 1 - (2(1 - u) + 2(u - 0.5)(1 - \delta)^{\eta_m+1})^{\frac{1}{1+\eta_m}}, & \text{sinon} \end{cases}$$

avec $\delta = \frac{\min[(c-b^l), (b^u-c)]}{(b^u-b^l)}$.

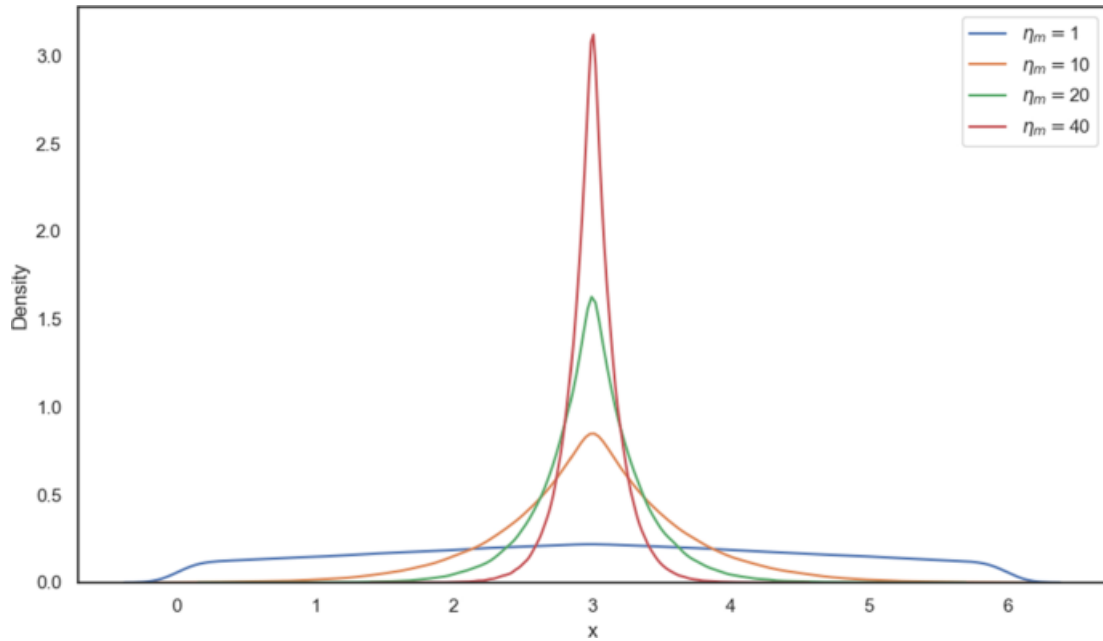


FIGURE 2.12 : Exemple de mutation polynomiale avec $x = 3$, $\eta_m \in \{1, 10, 20, 40\}$ (DEB (2000))

Plus l'indice η_m est grand, plus la perturbation est faible. La valeur de x ne sera pas très éloignée de celle qu'il avait initialement (Figure 2.12).

2.2.3 Revue littéraire des algorithmes génétiques dans l'optimisation de portefeuille

La complexité croissante des problèmes de prise de décision financière a conduit les chercheurs à se tourner vers les algorithmes évolutionnaires multi-objectifs. A partir du début des années 90, ces algorithmes ont été appliqués dans plusieurs domaines dont la finance, et en particulier pour résoudre des problèmes de sélection de portefeuille. Ces techniques fournissent des bonnes approximations de la frontière efficiente même lorsque le problème comporte des variables non convexes, discontinues ou non entières.

GARCÍA et al. (2019) proposent une approche multi-objectif pour la sélection de portefeuille dans laquelle les investisseurs ne considèrent pas seulement le rendement et le risque mais aussi les critères ESG dans leur processus de prise de décisions. Les auteurs résolvent ce problème à l'aide d'un NSGA-II en trouvant les portefeuilles optimaux entre les compagnies du Dow Jones Industrial Average.

GARCIA-BERNABEU et al. (2019) suggèrent une extension de l'approche classique moyenne-variance de Markowitz afin de refléter les préférences éthiques et vertes de l'investisseur. Ils tracent à l'aide d'un ev-MOGA, une surface moyenne-variance-durabilité non dominée. HILARIO-CABALLERO et al. (2020) proposent également un modèle de sélection de portefeuille tri-critères. Ils incluent l'exposition du portefeuille au risque carbone comme troisième critère.

LIAGKOURAS et al. (2020) utilisent des algorithmes évolutionnaires multi-objectifs (NSGA-II, SPA2 et IBEA) pour incorporer une procédure de sélection dans le problème d'optimisation du portefeuille et éliminer les actions qui ne respectent pas les critères ESG de l'univers d'investissement.

Plusieurs travaux existent déjà sur l'optimisation de portefeuille tri-critères en incorporant les

préférences éthiques et vertes des investisseurs. Cependant, ces études portent principalement sur des applications financières optimisant des portefeuilles d'actions.

2.3 Modèle construit

Le modèle réalisé dans ce mémoire s'inspire en partie sur les travaux de DOMINICIS (2006). On cherche les allocations d'actifs optimales au sens de Pareto, qui à la fois minimisent le score de risque ESG et maximisent le rendement espéré du portefeuille ainsi que le ratio de solvabilité. Le modèle est composé des trois modules suivants :

- Un générateur de scénarios économiques qui permet la projection des classes d'actifs ;
- Un module de calcul qui valorise le bilan sous Solvabilité II pour chacune des allocations testées ;
- Un algorithme génétique qui permet de faire converger les allocations testées à chaque génération vers les allocations optimales selon les trois critères d'optimisation.

Le but de ce modèle est de prendre en compte le risque ESG des actifs dans le choix de l'allocation d'actifs de l'assureur. Pour ce faire, la démarche du modèle s'inspire de celle de l'ORSA. On recherche quelles allocations sont optimales, selon les indicateurs retenus, en projetant la situation économique de l'assureur sur un horizon allongé, par rapport aux calculs du Pilier I.

2.3.1 Générateur de scénarios économiques

Le Générateur de scénarios économiques utilisé est celui développé en interne par Prim'Act. On simule l'évolution des différentes classes d'actifs pour chaque année de projection. On présente brièvement les dynamiques utilisées pour la projection.

Taux Pour modéliser les taux, on utilise un modèle Hull & White (RACICOT et THEORET (2006)). La fonction de volatilité retenue est de la forme

$$\sigma(t, T) = \sum_{i=1}^p \sigma_i \mathbf{1}_{T_{i-1} \leq T < T_i} + \sigma_{p+1} \exp(-a(T-t)) \mathbf{1}_{T_p \leq T}.$$

Les avantages de ce modèle sont qu'il permet une diffusion simple avec peu de paramètres et permet d'obtenir une formule fermée pour le prix des zéros-coupons et des caps mais pas pour les swaptions. Ces inconvénients sont néanmoins qu'il ajoute une dérive numérique ainsi que l'absence de calibration avec des swaptions.

Le modèle est calibré sur le prix des caps Euribor 3 mois à la monnaie de maturités allant de 1 à 10 ans, 12 ans, 15 ans et 20 ans. Pour chaque cap, nous considérons que la volatilité du taux court est constante jusqu'à la maturité du cap ce qui permet d'obtenir une formule fermée de type Black pour chaque caplet.

Monétaire On suppose que le prix monétaire se retrouve à partir des déflateurs, obtenu à partir des simulations des taux

$$\text{Monétaire} = \frac{1}{\text{Défateur}}.$$

Inflation On utilise la relation de Fisher pour calculer l'inflation.

$$(1 + \text{Taux}_{nominal}(ZC)) = (1 + \text{Taux}_{inflation}) \times (1 + \text{Taux}_{réel})$$

Les taux réels initiaux sont calculés grâce aux swaps d'inflation et à la courbe de l'EIOPA. Puis on simule les taux réels à l'aide du GSE en fonction d'un facteur d'élasticité et des déflateurs.

Actions et Immobilier Le modèle de Black & Scholes sans dividende est utilisé pour la simulation des prix des Actions et de l'Immobilier. La dynamique de ce modèle est la suivante (GUIBERT (2022)).

$$\frac{dS_t}{S_t} = r_t dt + \sigma dW_t$$

où σ représente la volatilité de l'action, W est un mouvement brownien géométrique et S_t le prix de l'actif à la date t .

Pour les simulations Monte Carlo, on utilise la solution explicite de l'équation différentielle stochastique.

$$S_{t+\delta} = S_t \exp\left(\left(r_t - \frac{\sigma_t^2}{2}\right)\delta + \sigma_t \sqrt{\delta} \epsilon\right) \quad \text{avec} \quad \epsilon \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

La volatilité des actions a été calibrée à partir de la volatilité implicite du prix d'un call à la monnaie sur l'indice CAC 40 au 30/09/2022. Concernant la volatilité de la classe immobilier correspond à celle empirique observée à partir de l'indice des Notaire-Insee des prix des logements en France.

Crédit Le modèle utilisé par le Générateur de scénarios économiques pour simuler le spread de crédit est celui développé dans la thèse de CAJA (2014) "Contribution à la mesure des engagements et du besoin en capital pour un assureur crédit". Le principe de ce modèle n'est pas développé dans ce mémoire. Le lecteur peut se référer à la thèse pour plus de détails.

Le GSE produit un ensemble de trajectoires "risque neutre" pour les taux, les rendements des actions et de l'immobilier ainsi que pour les spreads de crédit. Ces trajectoires sont ensuite transformées en trajectoires "historiques" en leur ajoutant l'excès de rendement sur la variance (rendement de l'actif observé moins le rendement sans risque sur la variance de l'actif).

En effet, pour chaque classe d'actifs, hormis le monétaire, on passe de la probabilité "risque neutre" à la probabilité historique.

$$\pi_{i,t} = \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}(r_t) + \lambda_{i,t}, \tag{2.1}$$

où $\pi_{i,t}$ est le rendement de la classe d'actif i sous la probabilité historique ;

$\lambda_{i,t}$ est la prime de risque.

Il n'est pas nécessaire d'utiliser un GSE risque-neutre pour obtenir la projection des actifs. On pourrait directement utiliser un GSE risque historique, ce qui est le cas dans les modèles ALM traditionnel. L'utilisation d'un GSE risque-neutre consiste une limite liée au modèle disponible dans l'entreprise. Les résultats obtenus en utilisant un GSE en probabilité historique pourraient être sensiblement différents.

2.3.2 Module de calcul

Mécanisme du modèle

On cherche pour chaque allocation à définir le bilan prudentiel sous Solvabilité II correspondant. Dans le modèle, on utilise le bilan prudentiel simplifié représenté en Figure 2.13.

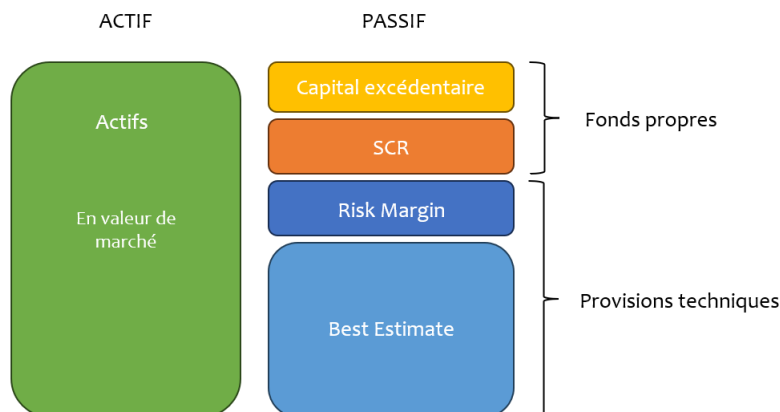


FIGURE 2.13 : Bilan Solvabilité II simplifié

Les actifs sont évalués en valeur de marché. Côté passif, le modèle calcule pour chaque allocation le SCR, la Risk Margin et le Best Estimate associés.

Estimation du SCR

Sous Solvabilité II, le SCR ou capital de solvabilité requis est une exigence de capital. Il correspond au montant de fonds propres économiques dont doit disposer une compagnie d'assurance afin de limiter sa probabilité de ruine à 0,5% sur un horizon d'un an.

Il peut être calculé soit par la formule standard soit par un modèle interne. L'approche par formule standard consiste à appliquer, à chaque module de risque, un choc. Pour chaque risque (actions, taux, mortalité, ...), on calcule un besoin en capital élémentaire. Le SCR est obtenu par la variation entre les fonds propres du bilan central et ceux du bilan choqué. Puis on agrège les différents SCR à l'aide des matrices de corrélation fournies par l'EIOPA. Pour tenir compte de la faible probabilité de réalisation simultanée de tous ces événements.

L'approche par modèle interne, quant à elle, est basée sur le calcul d'un quantile sur les pertes du portefeuille à horizon 1 an.

Calcul du SCR dans le cas de la formule standard Les calculs présentés dans cette section sont issus du règlement délégué (UE) 2015/35 de la COMMISSION EUROPÉENNE (10 octobre 2014).

Soient : C_i le capital au titre du risque i

$(\rho_{i,j}^{R_m})_{i,j}$ les corrélations fournies par le régulateur permettant d'agréger les capitaux des risques

R_m l'ensemble des risques qui composent le module m

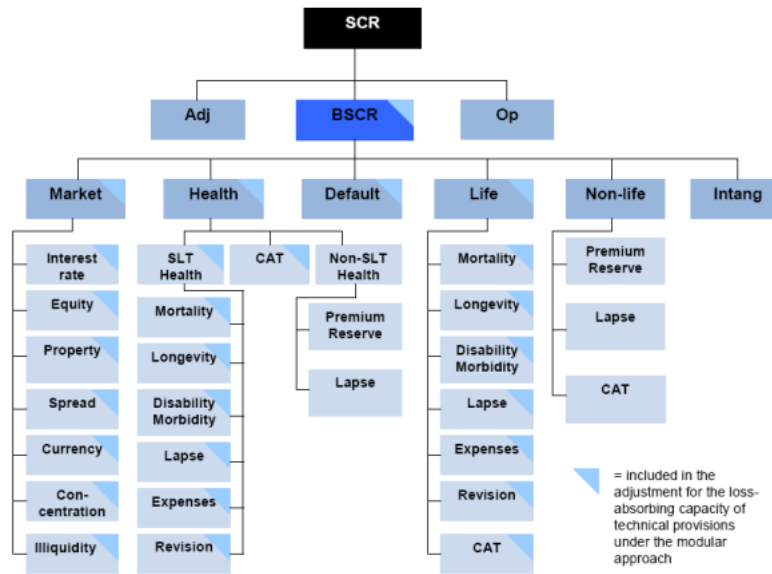


FIGURE 2.14 : Les modules de la formule standard du SCR (ACPR (2015))

On procède d'abord à une agrégation intra-modulaire pour calculer le SCR de chaque module de risque.

$$SCR_m = \sqrt{\sum_{(i,j) \in R_m^2} \rho_{i,j}^{R_m} C_i C_j} \quad (2.2)$$

Puis, on effectue une agrégation inter-modulaire pour calculer le BSCR qui est l'agrégation des SCR des modules souscription vie, souscription non-vie, souscription santé, marché, contrepartie et intangibles.

$$BSCR = \sqrt{\sum_{(k,l) \in M^2} \rho_{k,l}^M SCR_k SCR_l} \quad (2.3)$$

où M est l'ensemble des modules de risques

et $(\rho_{k,l}^M)_{k,l}$ les corrélations fournies par le régulateur permettant d'agréger les capitaux des modules

On a donc $SCR = BSCR + Adj + SCR_{Op}$ où Adj est l'ajustement visant à tenir compte de la capacité d'absorption des pertes des provisions techniques et des impôts différés et où SCR_{Op} quantifie le risque opérationnel. (Figure 2.14)

Focus sur le SCR de marché

Le SCR marché a pour objectif de mesurer le capital nécessaire à une compagnie d'assurance pour faire face au risque de marché lié à ses actifs. Ce risque de marché résulte de la variation des prix de marché des instruments financiers.

Le SCR de marché est réparti en 6 sous-modules correspondant aux 6 facteurs de risque définis par le règlement délégué :

- **“risque des taux d'intérêt”** : Il est calculé en effectuant des “stress-test” sur la courbe des taux fournie par le régulateur. Il a pour but de choquer les obligations détenues ainsi que le passif évalué en Best Estimate. L'exigence en capital pour couvrir le risque de taux correspond

à la perte de Fonds Propres qui résulterait d'une hausse ou d'une baisse des taux d'intérêt. Le montant retenu est la perte maximale entre un choc à la hausse et un choc à la baisse appliqués aux taux d'intérêt, le tout minoré par 0 ;

- **“risque sur actions”** : Le SCR Action correspond à la perte de Fonds Propres qui résulterait d'une diminution soudaine de la valeur des actions. Les chocs réglementaires à appliquer sont un choc de 39% pour actions de type 1 (cotées en bourse dans les pays membres de l'OCDE), un choc de 49% pour actions de type 2 et de 22% pour les actions stratégiques ;
- **“risque immobilier”** : Le SCR Immobilier correspond à la perte de Fonds propres qui résulterait d'un choc de 25% de la valeur des actifs immobiliers ;
- **“risque de spread”** : Le besoin en capital s'évalue en fonction d'un choc défini en fonction de la durée et de la notation de l'émetteur ;
- **“risque de change”** : Le SCR de change s'obtient en appliquant un choc, à la hausse comme à la baisse, de 25% de la valeur de la monnaie. Il correspond à la perte maximale obtenue entre le choc de hausse et le choc de baisse, minoré par 0 ;
- **“concentrations du risque de marché”** : Le SCR de concentration est obtenu en appliquant un choc défini en fonction de l'exposition à un émetteur et d'un seuil de concentration correspondant à la qualité de crédit de l'émetteur.

La matrice de corrélation entre les différents sous-modules qui composent le SCR de marché est représentée dans le Tableau 2.1.

	Taux	Spread	Actions	Immobilier	Change	Concentration
Taux	1	A	A	A	0,25	0
Spread	A	1	0,75	0,5	0,25	0
Actions	A	0,75	1	0,75	0,25	0
Immobilier	A	0,5	0,75	1	0,25	0
Change	0,25	0,25	0,25	0,25	1	0
Concentration	0	0	0	0	0	1

TABLE 2.1 : Matrice de corrélation entre les sous-modules

où A est égal à 0 pour le choc à la hausse et 0,5 pour le choc à la baisse des taux.

Projection du SCR

On émet l'hypothèse dans le modèle construit que les SCR futurs sont proportionnels à la valeur des Best Estimates futurs.

$$SCR(t) = \frac{SCR(0)}{BE(0)} BE(t) \quad (2.4)$$

avec $SCR(t)$ le capital de solvabilité requis à t et $BE(t)$ le Best Estimate net de réassurance à t .

Estimation du Best Estimate

L'article R.351-2 du Code des Assurances définit le Best Estimate comme “la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs compte tenu de la valeur temporelle de l'argent estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinente, soit la valeur actuelle attendue des flux de

trésorerie futurs”.

Soit $(\Omega, (\mathcal{F}_t)_{t \geq 0}, \mathbb{Q})$ un espace de probabilité muni d'une filtration \mathcal{F}_t modélisant l'information disponible en date t , \mathbb{P} la probabilité historique et \mathbb{Q} la probabilité risque-neutre.

$$BEL_t = \mathbb{E}^{\mathbb{P} \times \mathbb{Q}} \left[\sum_{u=t}^T \delta_u F_u | \mathcal{F}_t \right] \quad (2.5)$$

où $\delta_u = \exp(-\int_0^u r_s ds)$ est le taux d'actualisation et F_u le flux de trésorerie à payer par l'assurance en date u .

Estimation de la marge pour risque

L'ACPR définit la marge pour risque (ou *Risk Margin*) comme “le coût du capital que devrait lever le cessionnaire pour couvrir son exigence en capital jusqu'à l'extinction des passifs”.

La méthode de calcul retenue pour la marge pour risque est celle de la simplification n°4 des spécifications techniques du 30 avril 2014.

$$RM(t) = CoC \times RM_{Duration} \times \frac{SCR_{\text{hors Marché}}}{1 + r_1} \quad (2.6)$$

- où $SCR_{\text{hors Marché}}$ correspond au SCR sans prise en compte du SCR Marché
- $RM_{Duration}$ représente la duration modifiée, ici on l'approxime à 1 an
- CoC correspond au coût en capital, soit 6% (calibrage EIOPA)
- r_1 est le taux de maturité 1 an

2.3.3 Module d'optimisation

On utilise un algorithme génétique NSGA II modifié afin de trouver les solutions optimales.

Les objectifs du modèle d'optimisation sont de trouver les allocations qui :

- Objectif 1 : Maximisent le ratio de couverture de l'assureur
- Objectif 2 : Maximisent le rendement
- Objectif 3 : Minimisent le risque ESG du portefeuille

Le problème d'optimisation à résoudre est défini par le problème multiobjectifs suivant.

$$\begin{aligned} F_1(\mathbf{X}) &= -\frac{NAV_j}{SCR_j} \\ F_2(\mathbf{X}) &= -\sum_{i=1}^n w_i \mu_i, \forall j \\ F_3(\mathbf{X}) &= \sum_{i=1}^n w_i s_i, \forall j \\ h(\mathbf{X}) &= \sum_{i=1}^n w_i - 1 = 0, \forall j \\ w_i^l &\leq w_i \leq w_i^u, \forall i \end{aligned} \quad (2.7)$$

où $X = (w_1, \dots, w_n)$ le vecteur représentant les poids des classes d'actifs au sein d'une allocation, w_i^l et w_i^u sont respectivement les bornes inférieures et supérieures associées à w_i dans lesquelles s'effectuent la recherche et $F_1(\mathbf{X})$ est la fonction objectif correspondant au ratio de solvabilité, $F_2(\mathbf{X})$ celle du rendement, $F_3(\mathbf{X})$ celle du score de risque ESG. NAV_j et SCR_j représentent respectivement les fonds propres et le capital de solvabilité requis associé à l'allocation j .

Critères d'optimisation

A chaque génération, les allocations sont classées selon les critères suivants :

- **Le ratio de couverture.** Il est défini comme le rapport des Fonds Propres sur le capital de solvabilité requis. Il faut un ratio supérieur à 100% pour être conforme aux exigences réglementaires. Il permet de mesurer le risque que l'assureur ne soit plus solvable. En effet, plus le ratio de couverture est élevé plus la compagnie d'assurance va pouvoir faire face à des situations extrêmes.
- **Le rendement espéré.** L'assureur veut que ses actifs garantissent un certain taux de rendement pour faire face à ses engagements. Plus le rendement des actifs est important plus l'assureur pourra réinvestir le rendement excédentaire.
- **Le score de risque ESG du portefeuille.** Il est calculé en faisant la moyenne pondérée des scores de risque des actifs le composant.

Algorithme modifié

Pour optimiser nos allocations, on utilise un algorithme génétique NSGA-II composé des opérateurs décrits dans la section 2.2.2. En effet, les opérateurs de croisement et de mutation présentés précédemment permettent de gérer les contraintes du type $w_i^l \leq w_i \leq w_i^u$. Cependant, notre problème d'optimisation possède une contrainte supplémentaire $\sum_{i=1}^N w_i = 1$. L'algorithme NSGA-II ne permet pas de gérer directement cette contrainte. Pour la prendre en compte, on a recours à la procédure présentée ci-dessous.

Cette procédure est appliquée après les opérateurs de croisement et de mutation. Ainsi, à chaque génération, les allocations obtenues respectent bien toutes les contraintes du problème.

Algorithme 2 : Gestion de la contrainte d'égalité

Appliquer l'opérateur à la population

Normaliser les allocations obtenues

Retirer de la population les allocations qui ne respectent pas les bornes inférieures et supérieures;

tant que $Nb_{ind} \neq Popsize$ **faire**

 | Régénérer une population avec l'opérateur

 | Normaliser les allocations obtenues

 | Rajouter à la population initiale les allocations satisfaisant les bornes

fin

Nb_{ind} correspond au nombre d'individus contenus dans la population à l'instant donné et $Popsize$ est le nombre d'individus dans la population qu'on souhaite obtenir.

Fonctionnement du module d'optimisation

On définit en entrée du modèle les paramètres de l'algorithme génétique (nombre de générations, probabilité de croisement et de mutation, nombre d'allocations par génération...).

L'algorithme génétique crée une première population en générant aléatoirement N allocations. Pour chaque allocation, le SCR associé est calculé. On projette ensuite le SCR ainsi que le Best Estimate sur l'horizon d'étude. On obtient donc le score de risque ESG, le rendement espéré et le ratio de couverture associé à chaque individu de la génération.

Les allocations sont ensuite classées par la procédure de non-dominated sorting (Figure 2.2.2) selon les différentes métriques d'optimisation, la note la plus élevée correspondant à la meilleure allocation au sens des trois critères. La population d'allocations ainsi classées est ensuite traitée par les opérateurs génétiques, de manière à générer une nouvelle population d'allocations à partir la précédente, qui sera meilleure au sens des critères d'optimisation.

La génération suivante ne sera pas générée aléatoirement mais dans un souci d'amélioration de la population précédente.

On réitère les mêmes étapes jusqu'au critère d'arrêt qui est le nombre de générations qu'on souhaite effectuer. On obtient alors les allocations qui sont les plus optimales au sens de Pareto. L'assureur devra sélectionner, dans un second temps, l'allocation qui correspond le plus à ses besoins financiers et de gestion.

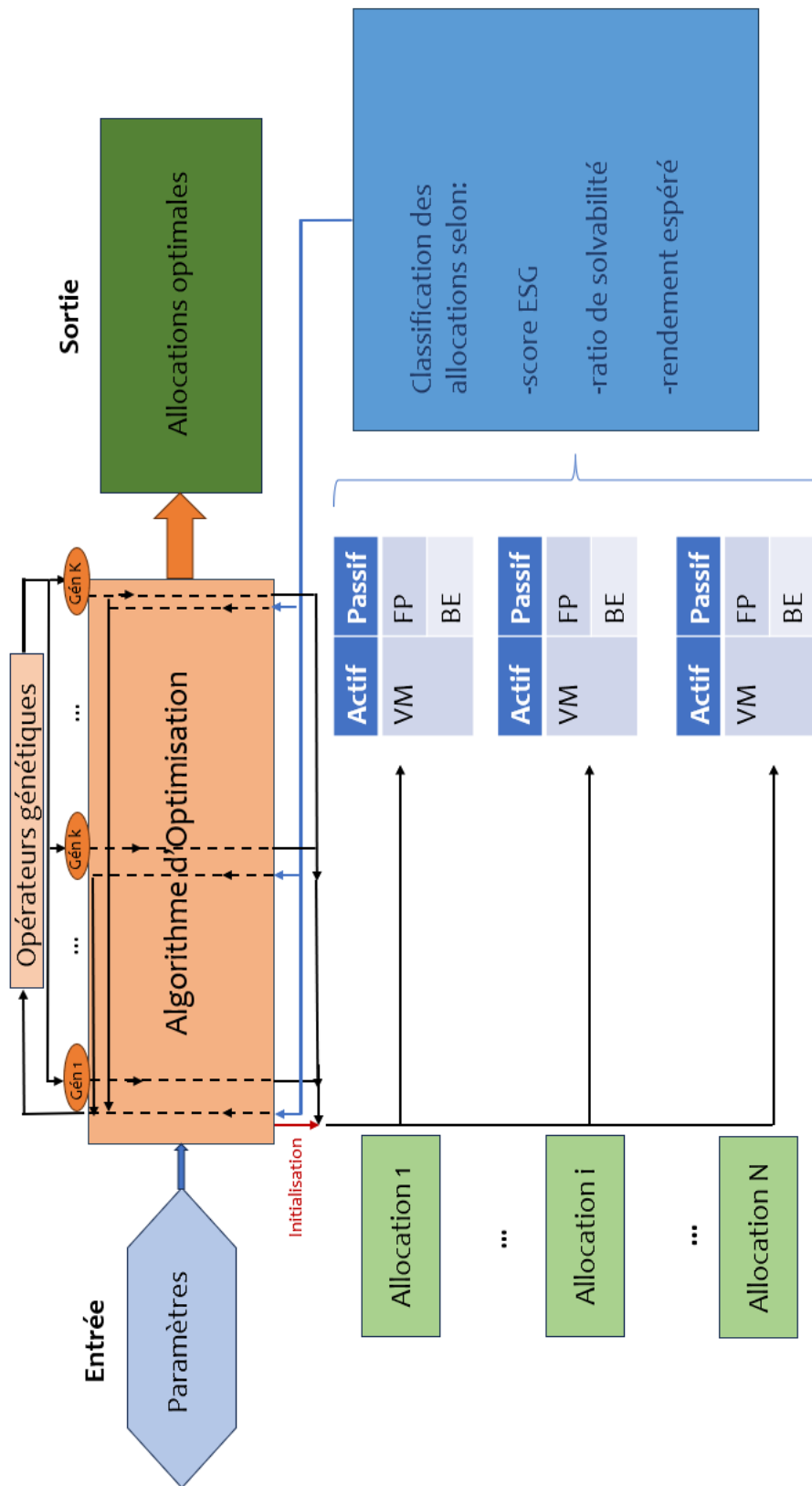


FIGURE 2.15 : Fonctionnement du modèle construit

Chapitre 3

Recherche de l'allocation d'actifs durable d'une mutuelle

L'investissement responsable vise à intégrer les critères ESG dans les processus d'investissement, tandis que l'allocation d'actifs a pour but de maximiser le rendement des actifs tout en minimisant le risque. Est-il envisageable de concilier ces deux approches ?

Dans ce chapitre, nous cherchons à incorporer les critères ESG au sein de l'allocation d'actifs d'une compagnie d'assurance. Notre objectif ne se limite donc pas à déterminer la répartition optimale entre les classes d'actifs conventionnelles, mais également à définir la proportion d'actifs gérés selon des critères ESG au sein de chaque classe.

L'introduction des considérations ESG dans l'allocation d'actifs tend à réduire l'exposition de l'actif de l'assureur aux risques liés à la durabilité. Notre étude vise à évaluer si la mise en oeuvre d'une allocation "responsable" affecte ou non les critères traditionnels de performance (rendement des actifs) et de risque (volatilité du rendement et ratio de solvabilité).

Afin d'analyser l'impact des critères ESG sur ces critères, nous considérons une mutuelle fictive soumise au cadre réglementaire Solvabilité II. En utilisant le modèle précédemment présenté, nous cherchons à déterminer l'allocation optimale de ses actifs.

La mise en oeuvre d'une allocation dite "responsable" revient à dupliquer les classes d'actifs pour considérer à chaque fois deux sous-classes : une qui est sous gestion ESG et l'autre non comme représenté sur la Figure 3.1.

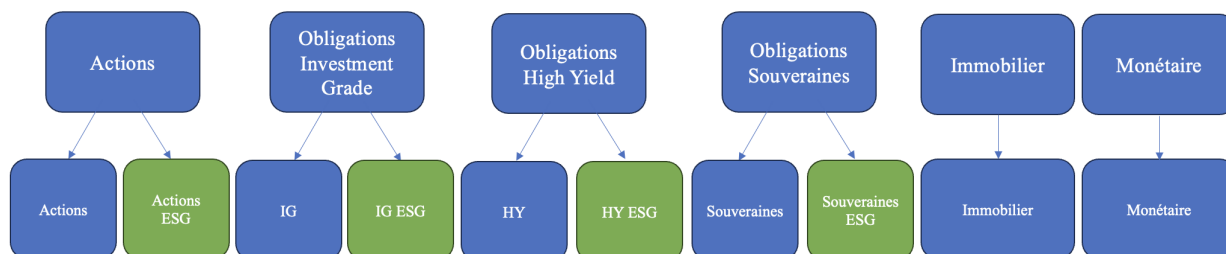


FIGURE 3.1 : Représentation d'une allocation "responsable"

3.1 Cadre de l'étude

L'objectif est de trouver l'allocation d'actifs stratégique d'une mutuelle pour les trois prochaines années, c'est-à-dire pour la période 2023-2026. La mutuelle souhaite intégrer à cette recherche ses préoccupations ESG. Son activité principale est la complémentaire santé. Elle propose des contrats santé individuel ou collectif. Ainsi, les engagements sont de courtes durées et ne nécessitent pas de fortes contraintes de couverture actif-passif.

Les principales hypothèses de l'étude sont présentées au sein de cette partie, en supposant que la mutuelle n'a pas recours à la réassurance.

3.1.1 Bilan sous Solvabilité II

Le bilan de la mutuelle au 31/12/2022 (Figure 3.2) est présenté ci-dessous. Les montants sont libellés en euros. Le ratio de solvabilité de l'organisme à cette date est de 240%.

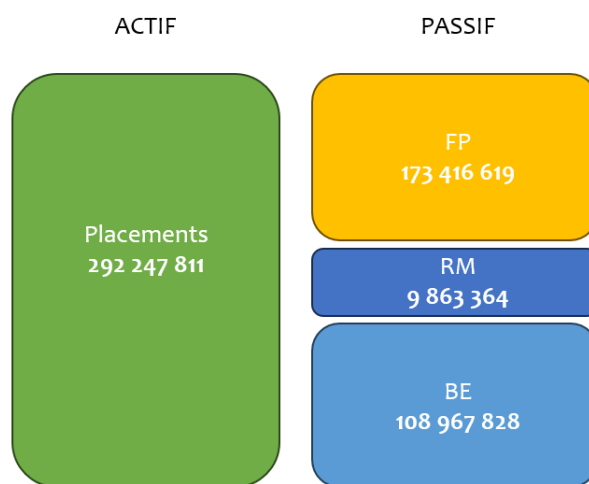


FIGURE 3.2 : Bilan de la mutuelle sous Solvabilité II au 31/12/2022

Le passif est composé à 41% des provisions techniques (dont 37% de BE total et 4% de marge de risque) et à 59% de fonds propres. La durée du passif est de 1,28 au 31/12/2022.

3.1.2 Structure de l'actif

Afin de définir l'allocation d'actifs de cette mutuelle, son actif est réparti selon les 6 macro-classes suivantes :

- Actions ;
- Immobilier ;
- Obligations "Investment Grade" ;
- Obligations "High Yield" ;
- Obligations souveraines ;
- Monétaire.

Leur répartition dans le portefeuille de l'assureur au 31/12/2022 est donnée par le Tableau 3.1.

Placements (€)	Valeur de marché	% en Valeur de marché
Actions	43 837 172	15%
Immobilier	49 682 128	17%
Monétaire	20 457 347	7%
Obligations souveraines	37 992 215	13%
Obligations "High Yield"	29 224 781	10%
Obligations "Investment Grade"	111 054 168	38%
Total général	292 247 811	100%

TABLE 3.1 : Répartition des placements au 31/12/2022

La durée de l'actif est de 3,5 ans. La poche obligataire représente plus de 50% du portefeuille, ce qui est normal pour une mutuelle.

3.1.3 Hypothèses sur le passif

La projection du Best Estimate sur l'horizon 2023-2026 est résumée dans le Tableau 3.2.

	2022	2023	2024	2025	2026
BE sinistres	96 040 947	81 769 718	84 138 134	88 232 548	94 404 544
BE primes	12 926 881	23 725 851	26 172 626	28 823 728	37 012 076
Total BE	108 967 828	105 495 569	110 310 759	117 056 276	131 416 620

TABLE 3.2 : Projection du Best Estimate

3.1.4 Hypothèses sur la recherche de l'allocation d'actif

Pour chaque classe d'actifs, nous établissons des bornes inférieures et supérieures définies autour de l'allocation actuelle.

La proportion de capital allouée aux classes Monétaire et Immobilier est considérée comme constante. En effet, il n'existe pas de notation ESG pour ces deux classes d'actifs donc elles ne peuvent pas être optimisées par notre recherche. Il est nécessaire pour l'assureur de maintenir des liquidités en Monétaire et des placements stables et réguliers en Immobilier. Enfin, ces deux catégories sont prises en compte dans le calcul du SCR lié au risque de marché.

Nous cherchons donc à déterminer la répartition optimale des actifs parmi les autres classes (actions et obligations) qui, elles, font l'objet d'une notation ESG. Le score de risques ESG du portefeuille est par conséquent calculé en prenant la moyenne pondérée des scores de risques des classes suivantes : actions, actions ESG, obligations souveraines, obligations souveraines ESG, obligations "Investment Grade", obligations "Investment Grade" ESG, obligations "High Yield" et obligations "High Yield" ESG.

Dans le cadre de notre étude, nous retenons les bornes présentées dans le Tableau 3.3 pour chaque classe d'actifs.

Actions	Immobilier	Obligations "Investment Grade"	Obligations "High Yield"	Obligations souveraines	Monétaire
[10 %, 20 %]	[15 %]	[35 %, 45%]	[5 %, 10%]	[10 %, 20 %]	[5 %]

TABLE 3.3 : Bornes retenues pour chaque classe d'actifs

3.2 Représentation des classes d'actifs

Afin de représenter les différentes classes d'actifs présentes dans le portefeuille de l'assureur, nous nous appuyons sur des indices de référence. Ces indices permettent de suivre la tendance générale des marchés. Il s'agit, en effet, d'indicateurs boursiers mesurant la performance générale d'un marché ou d'un secteur donnés.

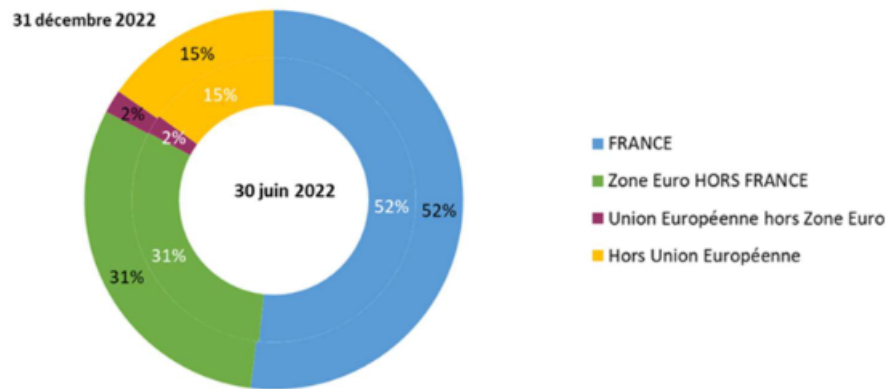


FIGURE 3.3 : Répartition géographique des investissements des assureurs au 31/12/2022 (ACPR (2023))

A la fin de l'année 2022, 52% des investissements des assureurs français étaient localisés en France et 31% effectués dans la zone Euro, à l'exclusion de la France (Figure 3.3). Les assureurs orientent, en effet leurs investissements vers des titres qui présentent des caractéristiques similaires à celles de leur passif. Afin de maintenir cette cohérence, nous optons principalement pour des indices français et européens pour représenter les différentes classes d'actifs.

Les indices sélectionnés pour représenter chaque classe d'actifs sont présentés ci-dessous.

Actions

L'indice de référence choisi pour représenter le marché des actions françaises est le **CAC 40**. Il se compose des 40 plus importantes capitalisations boursières en France. L'acronyme "CAC" signifie "Cotation Assistée en Continu." Les composantes de cet indice couvrent l'ensemble des secteurs d'activité, ce qui permet de représenter le marché boursier français dans sa globalité.

Pour rappel, les notations de risque ESG utilisées proviennent de Sustainalytics. Un score de risque ESG compris entre 10 et 19,9 est associé à un niveau de risque ESG faible tandis qu'un score situé entre 20 et 29,9 correspond à un risque ESG moyen.

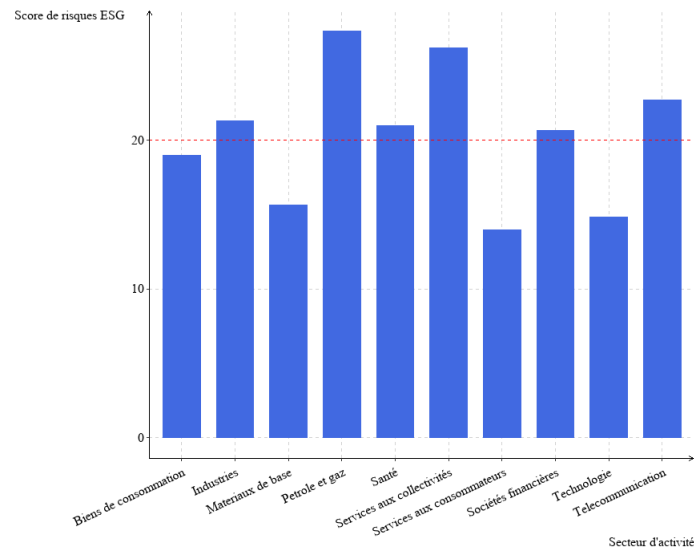


FIGURE 3.4 : Répartition des scores de risques ESG par secteur d'activité des actions du CAC 40

Parmi les dix secteurs d'activité qui composent le CAC 40, six correspondent à un niveau de risque ESG moyen. Les plus exposés à ces risques sont le secteur du Pétrole et gaz, avec un score de risques ESG de 27,30, suivi des Services aux collectivités, avec un score de risque ESG de 26,17, et enfin le secteur des Télécommunications, dont le score de risque ESG est de 22,70 (Figure 3.4). L'indice CAC 40 affiche un score de risque ESG de 19,08.

Pour représenter la classe "Actions ESG," qui englobe les actions d'entreprises adoptant des pratiques plus durables et responsables, nous optons pour l'indice **CAC 40 ESG**.

L'indice CAC 40 ESG a été introduit par l'AMF en mars 2021. Il est défini comme "un indice boursier composé de 40 valeurs, sélectionnées en fonction de critères environnementaux, sociaux et de gouvernance (ESG), parmi les 60 entreprises présentes dans le CAC 40 et dans le CAC Next 20."

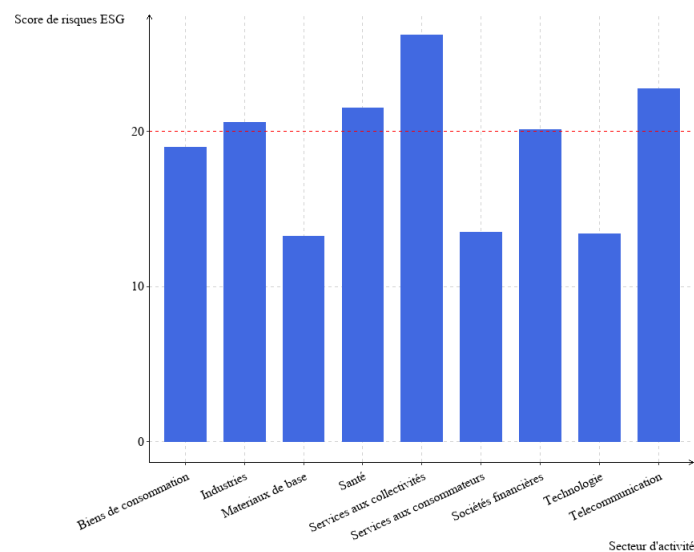


FIGURE 3.5 : Score de risque ESG par secteur d'activité des actions du CAC 40 ESG

Parmi les 40 sociétés composant le CAC 40 ESG, 31 d'entre elles font également partie du CAC 40. Le score du risque ESG du CAC 40 ESG est de 17,82. Cet indice présente logiquement des risques ESG relativement plus faibles que ceux du CAC 40.

Le secteur Pétrole et gaz n'est pas représenté dans la composition du CAC 40 ESG. Cependant, il est important de noter que les secteurs les plus exposés aux risques ESG demeurent les Services aux collectivités et les Télécommunications, tout comme dans l'indice CAC 40. Ces secteurs affichent les niveaux de risques ESG les plus élevés, avec des scores respectifs de 26,17 et 22,7, suivi par le secteur de la Santé qui présente un score de 21,5. (Figure 3.5)

Obligations souveraines

Pour représenter la classe "obligations souveraines", nous utilisons l'indice **iBoxx € Eurozone**. Cet indice mesure la performance des obligations émises par les Etats de la zone Euro.

Dans le but de représenter les obligations souveraines en tenant compte des pays émetteurs qui adoptent des pratiques durables en matière de risques, nous avons sélectionné l'indice **iBoxx EUR Sovereigns ESG Tilted**. En effet, cet indice a été conçu pour refléter la performance des obligations souveraines émises par les pays de la zone de euro. Il ajuste les pondérations des pays en fonction de leur exposition aux risques ESG en se basant sur les scores fournis par Sustainalytics. Les pays présentant des risques faibles sont surpondérés dans l'indice, tandis que les pays à risques très élevés sont exclus de sa composition.

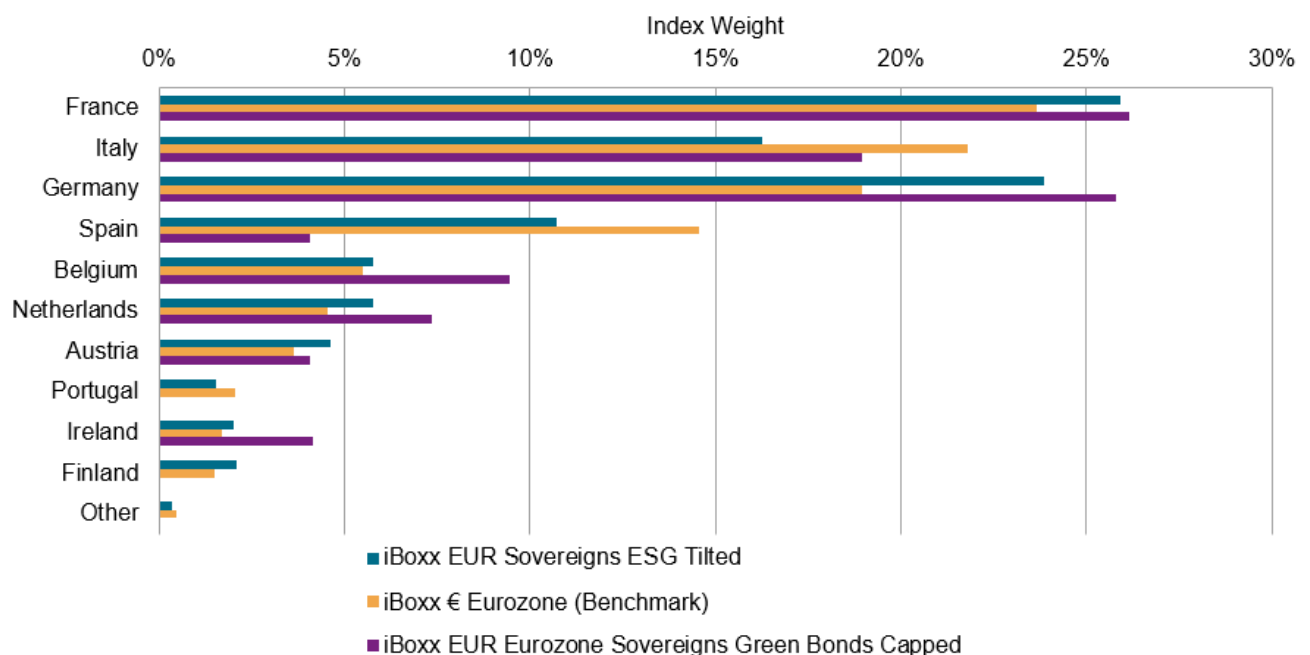


FIGURE 3.6 : Comparaison des compositions des indices iBoxx € Eurozone et iBoxx EUR Sovereigns ESG Titled. Source : IHS Markit

En effet, la France, l'Allemagne, la Belgique, les Pays-Bas, l'Autriche, l'Irlande ainsi que la Finlande appartiennent aux 20 pays présentant les risques ESG les plus faibles selon le classement de Sustainalytics. L'indice iBoxx EUR Sovereigns ESG Titled présente bien une plus forte exposition à ces pays que l'iBoxx € Eurozone. (Figure 3.6)

Les deux indices affichent des répartitions de notations de crédit assez similaires comme le montrent les Figures 3.7 et 3.8.

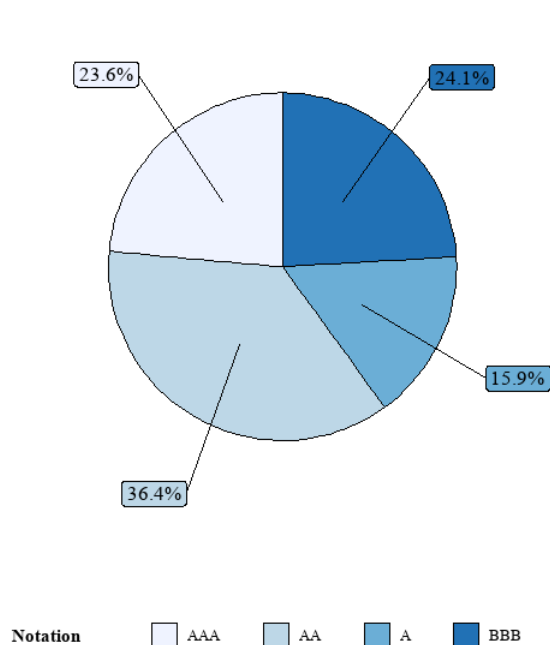


FIGURE 3.7 : Répartition des ratings des obligations pour l'indice **iBoxx € Eurozone**

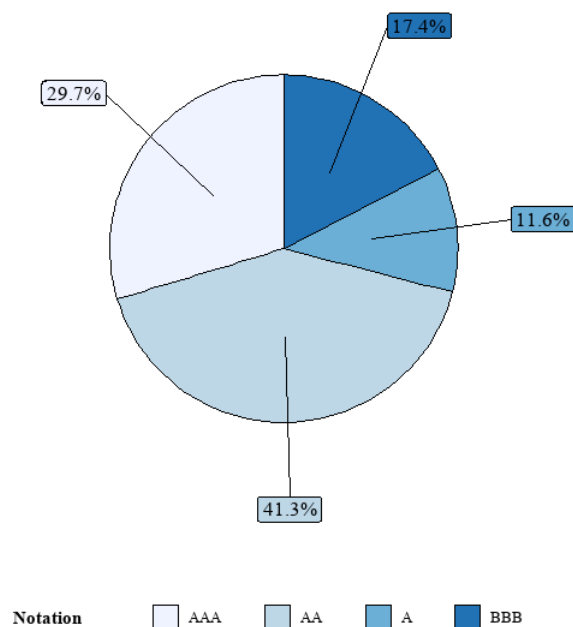


FIGURE 3.8 : Répartition des ratings des obligations pour l'indice **iBoxx EUR Sovereigns ESG Titled**

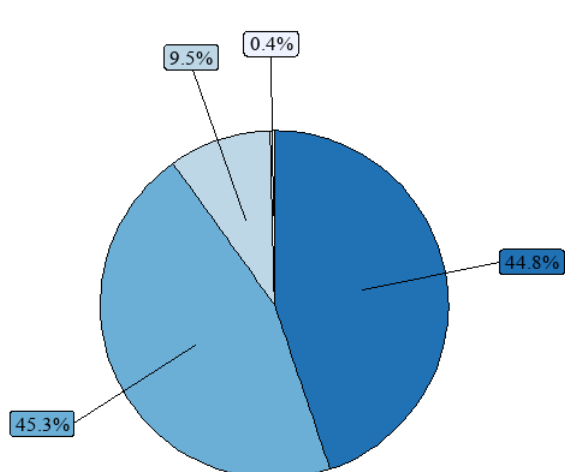
Obligations d'entreprises *Investment Grade*

Les obligations *Investment grade* correspondent des obligations émises par les émetteurs les mieux notés par les agences de notation. Selon les notations de l'agence Standard & Poor's, il s'agit des émetteurs ayant des notes comprises entre AAA et BBB-.

L'**indice iBoxx € Corporates Senior** représente les obligations d'entreprises *investment grade* libellés en euros.

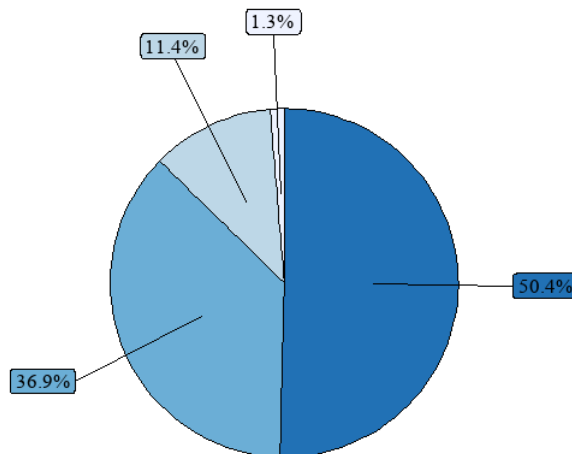
L'**indice iBoxx MSCI EUR Senior Corporates Investment Grade ESG Factor Weighted** correspond à l'indice iBoxx € Corporates Senior dans lequel la pondération de chaque constituant est déterminée en fonction de facteurs ESG. Ces facteurs comprennent les politiques d'exclusion des secteurs controversés, les mesures prises pour faire face au changement climatique ainsi que les notations ESG fournies par MSCI ESG Research.

Les répartitions des notations de crédit des constituants des indices iBoxx € Corporates Senior et iBoxx MSCI EUR Senior Corporates Investment Grade ESG Factor Weighted sont respectivement représentées en Figures 3.9 et 3.10.



Notation AAA AA A BBB

FIGURE 3.9 : Répartition des ratings des obligations pour l'indice **iBoxx € Corporates Senior**



Notation AAA AA A BBB

FIGURE 3.10 : Répartition des ratings des obligations pour l'indice **iBoxx MSCI EUR Senior Corporates Investment Grade ESG**

Obligations d'entreprises *High Yield*

Par opposition aux obligations *Investment grade*, les obligations *High Yield* (ou haut rendement) sont les obligations émises par les émetteurs les moins bien notés par les agences de notation (BB+ ou inférieur selon l'échelle de l'agence de notation Standard & Poor).

L'indice **Markit iBoxx EUR High Yield Corporates BB Top 50** reflète la performance du marché de la dette d'entreprises libellée en euros et notée principalement BB.

L'indice **iBoxx MSCI ESG EUR High Yield Corporates TCA** (Transaction Cost Adjusted) exclut les d'émetteurs actifs dans des secteurs controversés. Ces secteurs incluent les armes, les armes à feu, le tabac, les divertissements pour adultes, l'alcool, les jeux d'argent, l'énergie nucléaire, les organismes génétiquement modifiés, l'extraction de combustibles fossiles et l'énergie produite à partir de combustibles fossiles. De plus, les émetteurs qui obtiennent des notations inférieures à un certain seuil sur la base des MSCI ESG Ratings sont également exclus. Ceux impliqués dans des controverses notables liées à leurs activités ou à des produits ayant un impact social ou environnemental négatif sont exclus de cet indice.

Les deux indices comportent principalement des obligations avec des notations de crédit égales à BB (Figures 3.11 et 3.12).

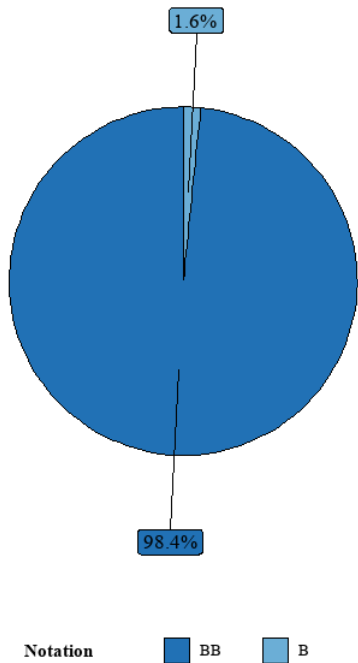


FIGURE 3.11 : Répartition des ratings des obligations pour l'indice **Markit iBoxx EUR High Yield Corporates BB Top 50**

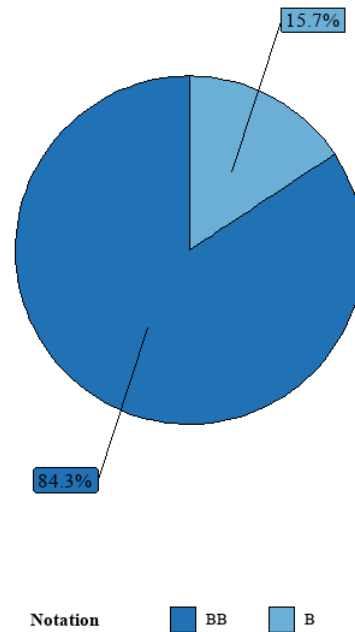


FIGURE 3.12 : Répartition des ratings des obligations pour l'indice **iBoxx MSCI ESG EUR High Yield Corporates TCA**

Le Tableau 3.4, pour chaque classe d'actifs, les indices choisis avec prise en compte des facteurs ESG et sans.

Classes d'actifs	Indices	Indices ESG
Actions	CAC 40	CAC 40 ESG
Obligations souveraines	iBoxx € Eurozone	iBoxx EUR Sovereigns ESG Tilted
Obligations "High Yield"	Markit iBoxx EUR High Yield Corporates BB Top 50	iBoxx MSCI ESG EUR High Yield Corporate TCA
Obligations "Investment Grade"	iBoxx € Corporates Senior	iBoxx MSCI EUR Senior Corporates Investment Grade ESG Factor Weighted

TABLE 3.4 : Récapitulatif des indices choisis

Les rendements et les variances historiques sont déterminés en se basant sur les performances mensuelles des indices sélectionnés (Tableau 3.5). Cette analyse est réalisée sur une période de deux ans, allant de janvier 2021 à décembre 2022, pour garantir la cohérence avec l'horizon de projection. La période historique prise en compte peut sembler relativement courte mais cela s'explique en grande partie par le fait que la plupart des indices ESG ont été récemment établis. Par souci de comparabilité, la même période d'observation a été adoptée pour l'ensemble des indices.

Indices	Rendement moyen historique	Volatilité historique
CAC 40	6,35 %	16,06 %
CAC 40 ESG	5,52 %	14,72%
iBoxx € Eurozone	-2 %	6,07 %
iBoxx EUR Sovereigns ESG Tilted	-2,28 %	5,91 %
Markit iBoxx EUR High Yield Corporates BB Top 50	0,4 %	5,97 %
iBoxx MSCI ESG EUR High Yield Corporate TCA	-0,25 %	5,97 %
iBoxx € Corporates Senior	-1,86 %	5,31 %
iBoxx MSCI EUR Senior Corporates Investment Grade ESG Factor Weighted	-1,77 %	5,02 %

TABLE 3.5 : Rendement et volatilité des indices observés

C'est à partir des rendements et des volatilités historiques observés que sont calculés les excédents de rendement par unité de risque. Ceux-ci sont ajoutés aux projections "risque-neutre" issues du GSE afin d'obtenir les projections sous probabilité historique.

Pour chaque indice, le score de risque ESG a été calculé en effectuant la moyenne pondérée des scores de risque ESG de ses composants (récapitulé dans le Tableau 3.6). Pour les indices représentant les obligations "Investment Grade", la composition précise des indices n'est pas accessible. Les scores attribués à ces indices ont été calqués sur ceux des fonds "Euro Investment Grade Corporate Bond Class A" et "European Corporate Sustainable Bond Class A" de Danske Invest SICAV.

Indices	Score de risque ESG de l'indice
CAC 40	19,08
CAC 40 ESG	17,82
iBoxx € Eurozone	14,7
iBoxx EUR Sovereigns ESG Tilted	13,5
Markit iBoxx EUR High Yield Corporates BB Top 50	19,65
iBoxx MSCI ESG EUR High Yield Corporate TCA	18,7
iBoxx € Corporates Senior	19,53
iBoxx MSCI EUR Senior Corporates Investment Grade ESG Factor Weighted	17,53

TABLE 3.6 : Scores de risques ESG des indices retenus par classe d'actifs

3.3 Analyse des allocations obtenues

3.3.1 Paramètres du modèle

Hypothèses retenues pour le GSE Pour projeter les classes obligataires, on utilise des obligations zéro-coupon auxquelles est ajouté un spread de crédit correspondant à la notation de crédit associée.

Au vu des caractéristiques des indices de référence choisis et présentés ci-dessus, on retient les notations suivantes :

- Pour les obligations High Yield, la notation BB ;
- Pour les obligations Investment Grade, la notation A ;
- Pour les obligations souveraines, la notation AA.

Pour chaque facteur de risque projeté avec le GSE, on effectue 1 000 simulations sur un horizon temporel de 10 ans.

Hypothèses de l'algorithme génétique Les paramètres retenus pour l'algorithme génétique sont les suivants :

- Taille de la population : 100 ;
- Nombre de générations : 70 ;
- Nombre d'individus tirés au sort dans la sélection par tournoi : 2 ;
- Probabilité de croisement : $p_c = 0.8$;
- Paramètre de l'opérateur de croisement : $\eta_c = 3$;
- Probabilité de mutation : $p_m = 0.3$;
- Paramètre de l'opérateur de mutation : $\eta_m = 25$.

3.3.2 Frontière efficiente obtenue

On représente, pour chaque allocation, le triplet rendement/ ratio de solvabilité/ score de risque ESG obtenu sur la Figure 3.13.

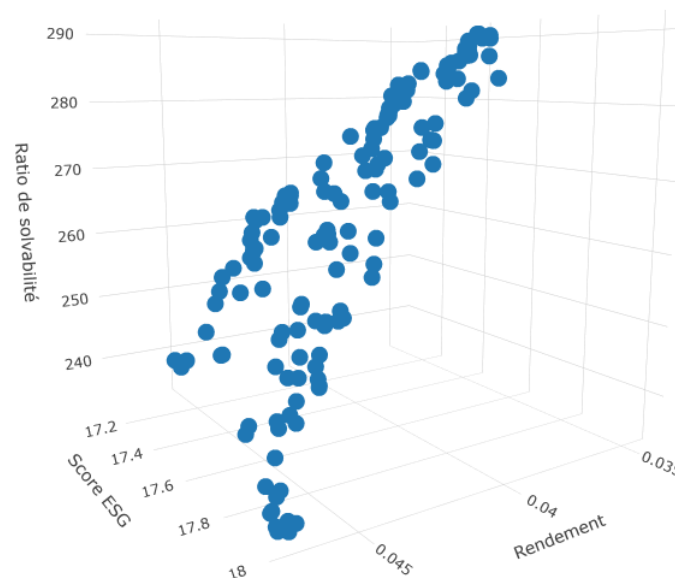


FIGURE 3.13 : Résultats du modèle

La surface présente une symétrie par rapport à la valeur moyenne des scores de risque ESG attribués aux allocations. De plus, les ratios de solvabilité correspondant aux allocations optimales se situent dans une fourchette allant de 240 à 290, tandis que le rendement varie entre 3,5% et 5%.

On remarque que les allocations qui conduisent aux ratios de solvabilité les plus bas se divisent en deux catégories : celles avec les risques ESG les plus faibles et celles avec les risques ESG les plus élevés. Cette symétrie peut s'expliquer par celle observée au sein d'une classe d'actifs entre les actifs sous gestion ESG et ceux sous gestion non ESG. De plus, le ratio de solvabilité augmente à mesure que le rendement diminue. En effet, les classes d'actifs ayant le plus haut rendement sont les actions et les obligations High Yield, mais elles sont également associées à un coût plus élevé en termes de SCR de marché, puisqu'elles représentent un risque de marché supérieur, ce qui fait donc baisser le ratio de solvabilité.

D'autre part, le score de risque ESG global associé à chaque allocation est essentiellement compris entre 17 et 18. Cette plage peut sembler très étroite, mais ce résultat s'explique par la proximité des scores de risque ESG observés entre les indices ESG et les indices de gestion classique.

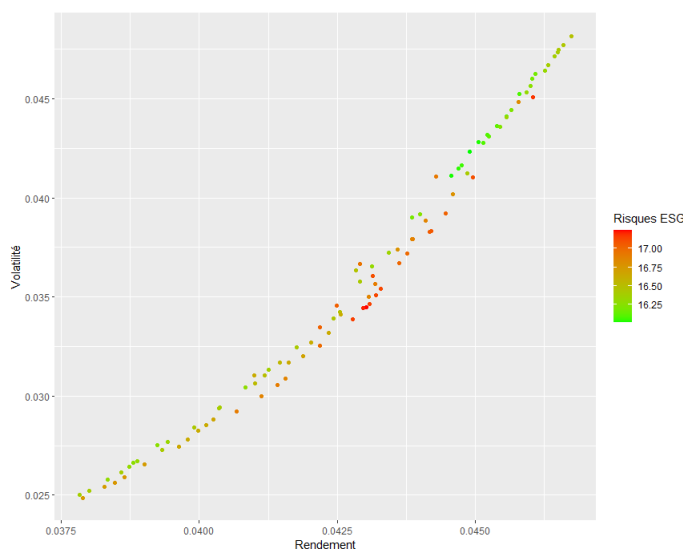


FIGURE 3.14 : Rendement en fonction de la Volatilité

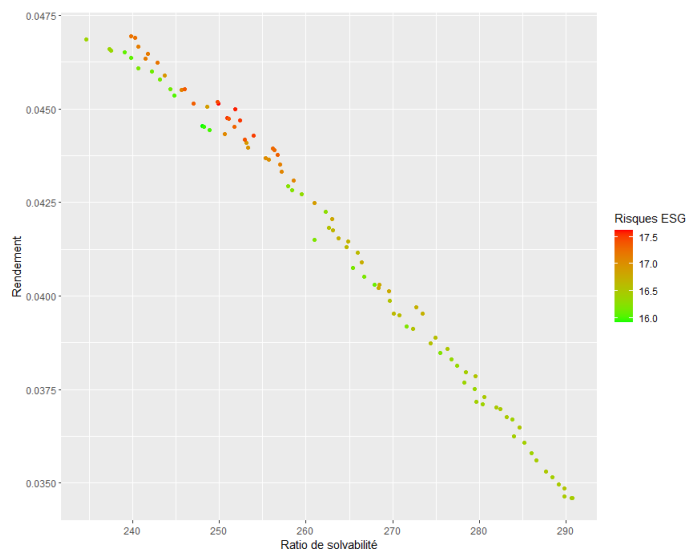


FIGURE 3.15 : Ratio de solvabilité en fonction du Rendement

Les allocations ayant le moins de risque ESG semblent avoir un meilleur rendement mais elles ont également une volatilité plus élevée (Figure 3.14). De plus, les allocations les plus risquées, quant à elles, semblent principalement concentrées au centre de la courbe.

Si l'on représente le ratio de solvabilité en fonction du rendement (Figure 3.15), les allocations les plus risquées présentent un bien meilleur rendement que les moins risquées. Cependant, elles possèdent les ratios de solvabilité les plus faibles. En effet, les allocations risquées ont logiquement un coût en solvabilité supérieur aux autres allocations. Symétriquement, l'extrémité droite de la courbe, on retrouve principalement des allocations à faible risque ESG.

Les ratios de solvabilité les plus élevés sont généralement associés aux allocations ayant un faible score de risque. Cette observation peut s'expliquer par le fait que les obligations souveraines sont la classe d'actifs présentant la rentabilité la plus faible mais également des scores de risque ESG beaucoup

plus bas que les autres classes.

3.3.3 Détermination des allocations correspondant aux contraintes de la mutuelle

Pour la suite de notre étude, sont retenues les allocations qui vérifient les contraintes suivantes :

- rendement supérieur à 4% ;
- ratio de solvabilité supérieur à 250 %.

Nous sélectionnons cinq allocations qui correspondent aux quintiles d'allocations conformes aux critères précédemment énoncés. Nous représentons la répartition des différentes classes d'actifs au sein de ces allocations dans le Tableau 3.7.

	A1	A2	A3	A4	A5
Actions	10,3%	12,1%	11%	11,1%	6,9%
Actions ESG	8,4%	4,1%	2,9%	1,2%	3,2%
Obligations IG	18%	22,8%	21,3%	20,3%	18,3%
Obligations IG ESG	17%	13%	17,8%	19,9%	23,5%
Obligations HY	4,2%	4,6%	4,7%	4,9%	4,3%
Obligations HY ESG	4%	3,7%	3,5%	3,1%	4,1%
Obligations souveraines	9%	9,9%	9,7%	9,7%	10%
Obligations souveraines ESG	9,1%	9,8%	9,2%	9,8%	9,7%
Immobilier	15%	15%	15%	15%	15%
Monétaire	5%	5%	5%	5%	5%

TABLE 3.7 : Allocations retenues

En ce qui concerne la macro-classe Actions, la majorité du capital est allouée aux actions ordinaires. La proportion d'actions ESG dans les allocations demeure relativement modeste.

Pour les obligations Investment Grade, la répartition est plus équilibrée entre les deux sous-classes, à l'exception de l'allocation A3. En ce qui concerne la macro-classe obligations High Yield, la répartition se fait davantage sur les obligations High Yield classiques. Il est également notable que les deux sous-classes correspondant aux obligations souveraines sont privilégiées dans le processus d'optimisation en raison de leur très faible risque ESG.

Le principal problème rencontré pour faire un choix entre les sous-classes est le manque de discrimination entre les scores de risque ESG attribués aux indices sélectionnés. Les indices traditionnels et ceux axés sur l'ESG affichent des scores ainsi que des rendements assez similaires, à l'exception des deux sous-classes d'obligations souveraines. En raison de cette proximité des scores, l'algorithme va avoir tendance à ne pas accorder de préférence à une sous-classes d'actifs par rapport à une autre.

En regroupant chaque allocation par macro-classe d'actifs, la composition des allocations est donnée par le Tableau 3.8.

	A1	A2	A3	A4	A5
Actions	18,7%	16,2%	13,9%	12,3%	10,1%
Obligations IG	35%	35,8%	39,1%	40,2%	41,8%
Obligations HY	8,2%	8,3%	8,1%	8%	8,4%
Obligations souveraines	18,1%	19,7%	18,9%	19,5%	19,7%
Immobilier	15%	15%	15%	15%	15%
Monétaire	5%	5%	5%	5%	5%

TABLE 3.8 : Allocations retenues regroupées par grandes classes d'actifs

Les trois critères d'optimisation des allocations retenues sont récapitulés dans le Tableau 3.9.

	A1	A2	A3	A4	A5
Rendement annualisé au bout de 3 ans	4,41%	4,33%	4,22%	4,14%	4,00%
Score de risque ESG	17,60	17,68	17,65	17,59	17,46
Ratio de Couverture	251	259	262	267	271

TABLE 3.9 : Métriques associées aux allocations retenues

Il y a peu de variations dans les scores de risque ESG, et aucune corrélation notable n'a été observée entre ces scores, d'une part, et le rendement ou le ratio de solvabilité, d'autre part.

A titre de comparaison, on calcule les mêmes indicateurs (rendement, ratio de solvabilité et score de risque ESG) pour les allocations regroupées en macro-classes, comme illustrées dans le Tableau 3.8. Dans un premier temps, on fait l'hypothèse que les macro-classes évoluent comme les actifs qui ne sont pas sous gestion ESG et qu'elles possèdent les mêmes scores de risque.

	A1	A2	A3	A4	A5
Rendement annualisé au bout de 3 ans	4,56%	4,43%	4,31%	4,22%	4,11%
Score de risque ESG	18,34	18,26	18,32	18,29	18,3
Ratio de Couverture	251	259	263	267	272

TABLE 3.10 : Métriques associées aux allocations sur les classes classiques

Le rendement des allocations, résumés dans le Tableau **metrique1**, est augmenté de 2,5%, en moyenne, par rapport à ceux observés pour les allocations "responsables". Cependant, le score de risque ESG des allocations est augmenté de 4% en moyenne. Seul le ratio de solvabilité ne fluctue pas

ou sinon de manière non significative.

On reprend maintenant la répartition des macro-classes d'actifs mais on considère qu'elles ont les mêmes propriétés que les indices ESG. Les métriques obtenues sont résumées dans le Tableau 3.11.

	A1	A2	A3	A4	A5
Rendement annualisé au bout de 3 ans	4,24%	4,13%	4,03%	3,96%	3,86%
Score de risque ESG	16,8	16,72	16,75	16,71	16,7
Ratio de Couverture	251	258	262	266	271

TABLE 3.11 : Métriques associées aux allocations sur les classes ESG

Les rendements diminuent de 4,16 % par rapport à ceux observés pour les allocations “responsables”. De même, le score de risque ESG baisse de 4,86%. *Annexe B.1*

Ces comparaisons mettent en lumière que l'allocation “responsable” atténue le risque ESG des allocations tout en diminuant que faiblement le rendement. Une allocation effectuée seulement sur des classes ESG diminuerait beaucoup plus fortement le risque ESG mais dégraderait davantage le rendement. Toutefois, le ratio de solvabilité ne semble pas être sensible au fait qu'on alloue ou pas le capital dans des actions sous gestion ESG.

3.3.4 Introduction de scores ESG cibles

Comme mentionné dans la section précédente, les scores de risque ESG observés au niveau des indices ne présentent pas une distinction suffisamment marquée pour départager l'allocation entre les sous-classes. Par conséquent, nous formulons l'hypothèse que la mutuelle a des objectifs spécifiques en ce qui concerne les scores de risque ESG à atteindre pour chaque sous-classe ESG.

La mutuelle souhaite que sa classe d'Actions ESG atteigne un score de risque global équivalent à 16,5, tout en maintenant les mêmes caractéristiques de rendement et de volatilité que cette classe. D'autre part, elle vise un score de risque ESG de 15,3 pour sa classe d'Obligations Investment grade ESG. Les sous-classes Obligations High Yield ESG ainsi que les Obligations souveraines ESG se voient attribuer respectivement les scores de 17,3 et 13.

L'objectif consiste à analyser comment la répartition des actifs évolue pour parvenir à des niveaux de risque ESG plus faibles. De plus, on cherche à déterminer si une baisse des risques ESG sur certaines sous-classes va impacter les mesures de performance et/ou de risque des allocations.

Les scores de risque ESG associés aux différentes classes sont synthétisés dans le Tableau 3.12.

Indices	Score de risque ESG de l'indice	Ancien score de risque ESG de l'indice
Actions	19,08	19,08
Actions ESG	16,5	17,82
Obligations "Investment Grade"	19,53	19,53
Obligations "Investment Grade" ESG	15,3	17,53
Obligations "High Yield"	19,65	19,65
Obligations "High Yield" ESG	17,3	18,7
Obligations souveraines	14,7	14,7
Obligations souveraines ESG	13	13,5

TABLE 3.12 : Scores de risque ESG des indices retenus par classe d'actifs

La nouvelle représentation du triplet rendement/ratio de solvabilité/score de risque ESG est représentée dans la Figure 3.16.

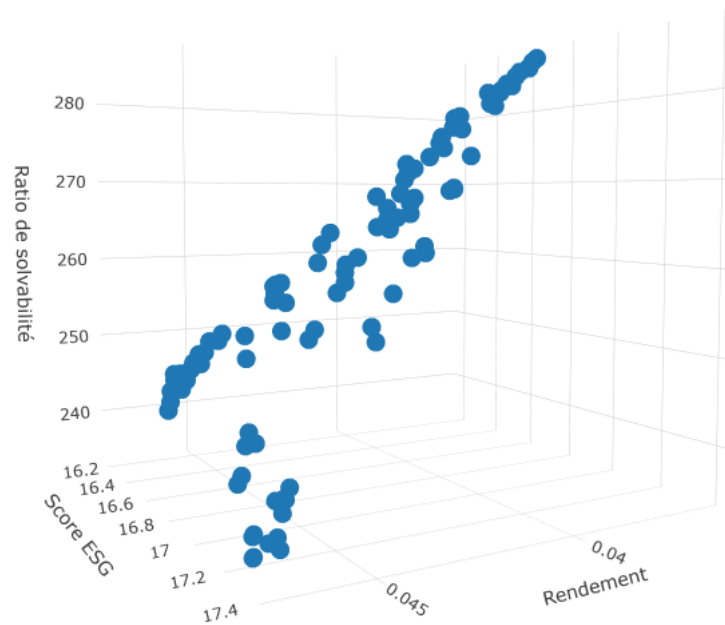


FIGURE 3.16 : Résultats du modèle

La nouvelle surface obtenue présente une variation moins prononcée que celle précédemment observée, mais la plage de scores ESG est plus étendue. Cependant, cette variation n'est toujours pas suffisamment significative, les scores s'étendent principalement de 16,2 à 17,4. De plus, on constate que par rapport à l'étude précédente les ratios de solvabilité s'étendent de 240 à 280 et que la plage du rendement est également un peu plus réduite.

Comme pour les résultats précédents, calculons le rendement en fonction des mesures de risque que sont la volatilité et le ratio de solvabilité (Figures 3.17 et 3.18).

On constate que les allocations avec le moins de risque ESG sont celles qui présentent un plus fort rendement. Cependant, elles ont coûté non négligeable en capital. D'autre part, les allocations les plus risquées sont celles ayant le plus de rendement mais elles sont également associées à une volatilité plus élevée ainsi qu'à un ratio de solvabilité plus bas. Les allocations les moins risquées sont principalement

celles aux rendements peu élevés.

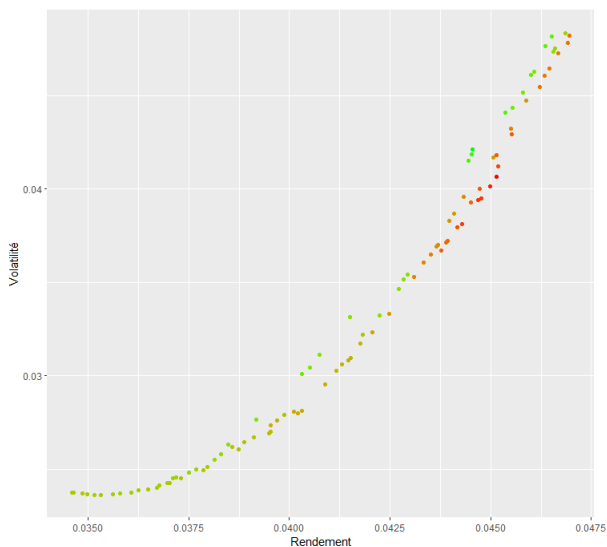


FIGURE 3.17 : Rendement en fonction de la Volatilité

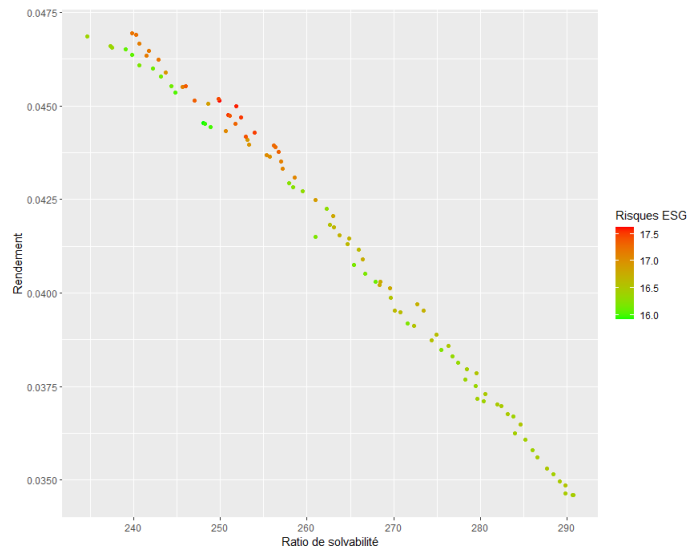


FIGURE 3.18 : Ratio de solvabilité en fonction du Rendement

Les allocations retenues avec les nouveaux scores de risques choisis pour chaque classe sont récapitulées dans le Tableau 3.13.

	A1	A2	A3	A4	A5
Actions	11,4%	2,5%	10,6%	2,9%	1,8%
Actions ESG	4,8%	11,9%	2,7%	9,9%	10%
Obligations IG	6,4%	10,8%	15,5%	11,2%	10,4%
Obligations IG ESG	29,6%	26,6%	24,2%	27,5%	28%
Obligations HY	4,1%	4,7%	4,3%	4,3%	4,8%
Obligations HY ESG	4,5%	4,6%	4,3%	4,6%	5%
Obligations souveraines	9,8%	9,4%	9,8%	9,8%	10%
Obligations souveraines ESG	9,4%	9,5%	8,6%	9,8%	10%
Immobilier	15%	15%	15%	15%	15%
Monétaire	5%	5%	5%	5%	5%

TABLE 3.13 : Allocations retenues

Avec la variation des scores des classes ESG, une plus grande quantité de capital est investie dans la sous-classe Actions ESG. De même, il y a une forte réduction de l'allocation dans la sous-classe des Obligations Investment Grade en faveur de celle ESG.

Pour ce qui est de la macro-classe Obligations High Yield, la répartition entre les deux sous-catégories est relativement équilibrée, alors qu'auparavant, il y avait une préférence pour les obligations qui ne prenaient pas en compte les critères ESG. Enfin, la macro-classe Obligations souveraines reste surpondérée en raison des problèmes liés aux notations de risque mentionnés précédemment.

Les allocations définies précédemment peuvent être regroupées par macro-classes, comme présenté dans le Tableau 3.14.

	A1	A2	A3	A4	A5
Actions	16,2%	14,4%	13,2%	12,8%	11,8%
Obligations IG	36%	37,4%	39,7%	38,7%	38,5%
Obligations HY	8,6%	9,3%	8,6%	8,9%	9,8%
Obligations souveraines	19,2%	18,9%	18,5%	19,6%	19,9%
Immobilier	15%	15%	15%	15%	15%
Monétaire	5%	5%	5%	5%	5%

TABLE 3.14 : Allocations retenues regroupées par grandes classes d'actifs

Les métriques associées aux allocations sont présentées dans le Tableau 3.15.

	A1	A2	A3	A4	A5
Rendement annualisé au bout de 3 ans	4,29%	4,15%	4,18%	4,07%	4,03%
Score de risque ESG	16,62	16,24	16,19	16,17	16,11
Ratio de Solvabilité	258	261	263	265	268

TABLE 3.15 : Métriques associées aux allocations retenues

Comme précédemment, les métriques allocations “responsables” sont comparées avec celles obtenues si les allocations n'étaient que constituées par macro-classe (tableau 3.14) et sans prendre en compte des critères ESG.

	A1	A2	A3	A4	A5
Rendement annualisé au bout de 3 ans	4,43%	4,35%	4,28%	4,26%	4,22%
Score de risque ESG	18,29	18,32	18,35	18,28	18,27
Ratio de Couverture	258	262	263	266	268

TABLE 3.16 : Métriques associées aux allocations sur les classes classiques

Le rendement augmente de 3,97% par rapport aux allocations “responsables” et le risque ESG croît, en moyenne, de 12,53%. Le ratio de solvabilité n'évolue pas de manière significative. (Tableau

3.16)

On considère que les allocations macro-classes évoluent comme les indices ESG dont les scores de risque ont été modifiés. Les métriques associées aux allocations sont synthétisées dans le Tableau 3.17.

	A1	A2	A3	A4	A5
Rendement annualisé au bout de 3 ans	4,13%	4,06%	4,01%	3,99%	3,95%
Score de risque ESG	15,2	15,2	15,18	15,15	15,15
Ratio de Couverture	258	261	263	265	268

TABLE 3.17 : Métriques associées aux allocations sur les classes ESG

Le rendement décroît de 2,78% en moyenne tandis que le score de risque ESG, quant à lui, diminue de 6,69%. *Annexe B.2*

3.3.5 Synthèse des résultats obtenus

En conclusion, le fait de diminuer les scores de risque ESG des sous-classes ESG redistribue l'allocation vers des actifs sous gestion ESG. De plus, cela réduit significativement l'exposition des actifs à ce risque. En effet, les proportions d'actifs sous gestion ESG pour les deux situations étudiées sont représentées dans le Tableau 3.18.

	A1	A2	A3	A4	A5
Proportion d'actifs sous gestion ESG avec les scores des indices	38,5%	30,5%	33,4%	33,9%	40,5%
Proportion d'actifs sous gestion ESG avec les scores modifiés	48,3%	52,5%	39,8%	51,7%	53%

TABLE 3.18 : Proportion des allocations allouée aux actifs sous gestion ESG

La comparaison pour chaque allocation "responsable" avec les allocations macro-classes, avec ou sans prise en compte des critères ESG, montre que seuls le rendement et le score de risque ESG global évoluent. Le ratio de solvabilité, quant à lui, ne semble pas impacté.

Cela peut s'expliquer par plusieurs raisons :

- Le modèle ALM construit est très simplifié. Cependant, un modèle plus précis et complet pourrait davantage capturer la sensibilité du ratio de solvabilité aux allocations proposées.
- Le fait qu'on étudie un produit de santé implique que le BE fluctue peu dans le temps et il n'y a pas d'interaction actif-passif. L'application du modèle à un produit d'assurance vie pourrait sûrement davantage étudier l'impact des allocations sur la solvabilité de l'assureur.

3.4 Retour critique sur le modèle et ouvertures

3.4.1 Test de sensibilité aux paramètres du modèle

Comme présenté dans le mémoire de MONIN (2014), il est possible de tester la sensibilité aux paramètres de l'algorithme génétique construit. Ces tests permettent de mesurer les performances de l'algorithme afin de vérifier :

- la précision du modèle, c'est-à-dire sa proximité avec le Front de Pareto théorique ;
- sa représentativité, c'est-à-dire le fait de savoir si toutes les parties du front a été exploré ;
- et son homogénéité, c'est-à-dire si les solutions sont uniformément distribuées sur l'ensemble du front.

Pour évaluer les performances du modèle, on peut s'appuyer sur les métriques suivantes présentées par COLLETTE et SIARRY (2011) :

Rapport d'erreur Le rapport d'erreur mesure la non-convergence d'une méthode d'optimisation multiobjectifs vers la surface de compromis. Sa définition est la suivante :

$$E = \frac{\sum_{i=1}^n e_i}{n}$$

avec n qui représente le nombre d'éléments dans l'ensemble de solutions et e_i qui vaut 0 si la solution appartient à la surface de compromis et 1 sinon.

Plus le ratio d'erreur est proche de 1, moins l'ensemble des solutions a convergé vers la surface de compromis.

Distance générationnelle La distance générationnelle mesure la distance à laquelle se situe la surface de compromis par rapport à l'ensemble des solutions.

La métrique se définit comme suit :

$$G = \frac{(\sum_{i=1}^n d_i^p)^{\frac{1}{p}}}{n}$$

- où d_i est la distance entre la solution i et la solution la plus proche appartenant à la surface de compromis TPF (front de Pareto théorique) ;
 n nombre d'éléments dans l'ensemble de solutions PPF (surface de compromis pratique) ;
généralement p est choisi égal à 2.

Métrique STDGD La métrique STDGD (*Standard Deviation from the Generational Distance*) mesure la déformation de la surface de compromis calculée par rapport à la surface de compromis théorique.

$$STDGD = \frac{\sum_{i=1}^n (d_i - GD)^2}{n}$$

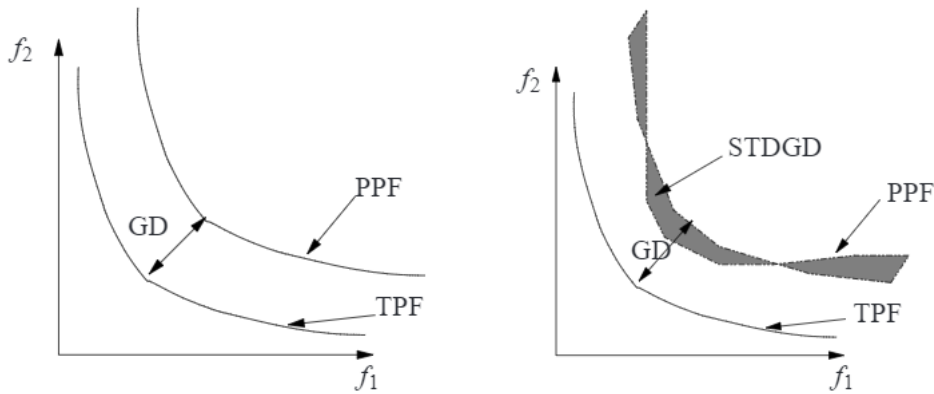


FIGURE 3.19 : Métrique STDGD (MONIN (2014))

Erreur maximale à la surface de compromis Cette métrique (*Maximum Pareto Front Error*) mesure la distance entre la surface de compromis et l'ensemble des solutions. Elle est définie de la façon suivante :

$$ME = \max_j \left(\min_i \left(|f_1(x^{(i)}) - f_1(x^{(j)})|^p + \dots + |f_M(x^{(i)}) - f_M(x^{(j)})|^p \right)^{\frac{1}{p}} \right)$$

Il s'agit de la plus grande distance minimale entre les éléments de l'ensemble des solutions et leurs voisins les plus proches appartenant à la surface des compromis.

Hypersurface Cette métrique permet de mesurer la surface occupée par l'ensemble des solutions *PPF*. On la définit comme suit :

$$H = \left\{ \bigcup_i a_i | v_i \in PPF \right\}$$

où a_i est la surface occupée par la solution v_i .

On peut également définir un rapport d'hypersurface :

$$HR = \frac{H_{es}}{H_{sc}}$$

où H_{es} est la surface occupée par l'ensemble de solutions *PPF*;

H_{sc} est la surface occupée par la surface de compromis *TPF*.

Métrique d'espacement Cette métrique permet de mesurer l'uniformité de la répartition des points de l'ensemble des solutions dans le plan.

$$S = \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{d} - d_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

avec

$$d_i = \min_j \left(|f_1^i(\vec{x}) - f_1^j(\vec{x})| + |f_2^i(\vec{x}) - f_2^j(\vec{x})| \right)$$

où \bar{d} est la moyenne de tous les d_i et n est le nombre d'éléments dans l'ensemble solution.

3.4.2 Pistes de réflexion et améliorations possibles

Cette sous-partie propose des pistes de réflexion concernant le sujet de ce mémoire ainsi que des améliorations possibles du modèle construit.

Application à l'Assurance Vie Il serait envisageable d'élargir l'étude exposée dans ce mémoire au domaine de l'assurance vie. En effet, en raison des interactions entre l'actif et le passif, notamment en ce qui concerne la participation aux bénéficiaires, la problématique devient plus complexe. Par conséquent, il serait intéressant d'explorer comment l'intégration de catégories ESG dans le processus d'allocation pourrait influencer la redistribution des participations aux bénéficiaires.

De plus, étant donné que les risques ESG sont de nature à long terme, il serait d'autant plus pertinent de les prendre en considération que les engagements de l'assureur ont une durée plus étendue.

Choix des indices Les résultats sont à interpréter au regard des indices choisis. En raison du manque d'historique, notamment pour les indices ESG, les primes de risques utilisées dans ce mémoire peuvent être discutables. Cela est particulièrement vrai, pour les indices obligations, qui, étant donné que toutes les indices ont été observées sur une période de deux ans, reflètent la situation économique des taux bas.

Une normalisation du score ESG des actifs Le modèle présente certaines limitations en raison de l'absence de normalisation dans l'évaluation ESG. Il est nécessaire de standardiser les notations ESG pour améliorer leur représentativité et permettre leur comparabilité. De plus, s'appuyer sur le score ESG d'une classe d'actif n'apparaît pas comme très discriminant. Comme il s'agit de la moyenne pondérée des scores ESG des actifs détenus, les scores entre les différentes classes risquent le plus souvent d'être assez proche notamment pour les actions et les obligations d'entreprises.

Le problème de la notation ESG souveraine Comme illustré dans le modèle, les obligations souveraines affichent des scores ESG considérablement plus bas que ceux des entreprises. Cette disparité influence en partie le processus d'allocation, car lors de la recherche d'une optimisation du score ESG du portefeuille, il y a une tendance logique à surpondérer cette classe d'actifs.

La recherche sur les notations ESG des pays est moins avancée que celle dédiée aux entreprises. Comme cela est expliqué dans la section 1.2.3, l'établissement d'une notation ESG pour un pays ne repose pas sur les mêmes sources de données ni sur la même méthodologie.

À la différence des notations ESG attribuées aux entreprises, il semble y avoir une convergence des scores ESG pour les pays parmi les fournisseurs de données, d'après GRATCHEVA et al. (2021).

Provider	Coporate ESG	Sovereign ESG
ESG	61%	85%
Environmental	65%	42%
Social	49%	85%
Governance	38%	71%

FIGURE 3.20 : Corrélation de la notation ESG pour les entreprises et pour les pays avec chacun des piliers (GRATCHEVA et al. (2021))

La Figure 3.20 présente les corrélations identifiées dans l'étude menée par BERG et al. (2022) concernant les scores ESG des entreprises. La deuxième colonne représente les corrélations moyennes issues de l'analyse de sept fournisseurs ESG (ISS, FTSE Russell/Beyond Ratings, MSCI, RepRisk, Robeco, Sustainalytics et V.E.) examinés dans l'étude de GRATCHEVA et al. (2021).

Il est notoire que les scores ESG globaux des entreprises et des pays ne tiennent pas compte de manière équivalente des différents piliers. En effet, le score ESG souverain repose principalement sur les piliers sociaux et de gouvernance, tandis que le score ESG des entreprises accorde une plus grande importance au pilier environnemental.

Par conséquent, la question de la pertinence d'une comparaison entre l'analyse ESG des obligations souveraines et celle des entreprises se pose dans la construction d'un modèle d'allocation d'actifs. Elles présentent, en effet, des différences significatives.

Conclusion

À la suite de la signature de l'Accord de Paris et de l'adoption de l'Agenda des Nations Unies pour le développement durable, la Commission Européenne a élaboré un plan d'action intitulé "Financer la croissance durable". Son objectif est de réorienter les flux de capitaux vers des investissements durables, évaluer et gérer les risques financiers associés, tout en apportant de la transparence sur les activités financières.

Les risques environnementaux, sociaux et de gouvernance, font référence aux menaces et aux problèmes potentiels liés à des facteurs extra-financiers qui peuvent avoir un impact sur la performance financière, la réputation et la durabilité à long terme d'une entreprise, d'un investissement ou d'une organisation.

Les assureurs ont mis en place une gestion de ces risques ESG à différents niveaux. En août 2022, des amendements ont été mis en œuvre, notamment dans le cadre de la directive Solvabilité II, pour intégrer les risques de durabilité. Ils visent à introduire une dimension ESG dans la gestion des risques des assureurs, en enrichissant l'ORSA de l'intégration de ces risques dans la détermination du besoin global de solvabilité. De plus, depuis quelques années, les caractéristiques extra-financières sont prises en compte dans les décisions d'investissement. Elles sont fréquemment utilisées au niveau de la sélection des titres pour analyser les risques des actifs mais également réaliser des stratégies d'investissement.

Dans ce contexte, la gestion des risques ESG peut également se faire au niveau de l'allocation d'actifs. De nombreux travaux ont déjà été réalisés sur l'optimisation de portefeuilles d'actions en intégrant les critères extra-financiers. Cependant, ces études ont, le plus souvent, des applications purement financières et ne prennent pas en considération l'existence d'un passif.

Ce mémoire propose une approche de prise en compte les critères ESG dans la détermination de l'allocation d'actifs des assureurs. Le but est de déterminer au sein de chaque classe d'actifs la proportion à allouer à des actifs sous gestion ESG. L'intégration de ces critères au sein de l'allocation d'actifs apparaît donc comme un outil de pilotage en amont du processus d'investissement. En effet, elle permet de déterminer la répartition optimale des actifs qui minimise le risque ESG soupesant sur le portefeuille tout garantissant les engagements de l'assureur envers les assurés.

Généralement, les portefeuilles sont optimisés selon les critères traditionnels que sont le couple rendement/risque. L'ajout d'un troisième critère dans cette optimisation complexifie le problème. A cette fin, un modèle ALM simplifié a été construit. Il projette sur un horizon temporel déterminé le bilan de la société associé à chaque allocation. Puis, à l'aide d'un algorithme génétique, les allocations sont optimisées en fonction de leur risque ESG et des critères de performance et de solvabilité.

L'allocation d'actifs en intégrant les critères extra-financiers permet de réduire significativement

le risque ESG du portefeuille tout en minimisant la perte de rendement engendrée. Cependant, il est difficile de conclure quant à leur impact sur la solvabilité de l'assureur. Une étude similaire pourra être réalisée sur un produit d'assurance vie pour permettre de mieux mettre en lumière, leur impact aux travers des interactions actif-passif.

Cependant, une limitation importante à cette approche reste le fait que les notations ESG des entreprises et des pays sont difficilement comparables puisqu'elles ne sont pas établies selon les mêmes données et méthodologies. Un autre frein est le manque de standardisation et de données fiables qui sont disponibles afin d'attribuer les scores ESG. Même si la réglementation a beaucoup évolué, appelant à une transparence des activités en matière de durabilité, il reste tout de même difficile d'évaluer l'impact réel des entreprises et des pays sur ces problématiques.

Bibliographie

- ACPR (2015). NOTICE « Solvabilité II » Calcul du SCR en formule standard. Rapp. tech.
- ACPR (2023). La situation des assureurs soumis à Solvabilité II en France fin 2022. Rapp. tech.
- AFG (2023). Investissement Responsable en France: en progression continue selon l'Enquête AFG en 2022. URL : <https://www.afg.asso.fr/afg-document/communiquede-presse-investissement-responsable-en-france-en-progression-continue-selon-lenquete-afg-2022/>.
- AMF (2020). La fourniture de données extra-financières : cartographie des acteurs, produits et services. Rapp. tech. AMF.
- AMF (2021). Quelles stratégies d'investissement se cachent derrière l'ISR? URL : <https://www.amf-france.org/fr/espace-epargnants/comprendre-les-produits-financiers/finance-durable/comprendre-la-finance-durable/quelles-strategies-dinvestissement-se-cachent-derriere-lisr>.
- ARJALIÈS, D.-L. (2010). Qu'est-ce que l'Investissement Socialement Responsable.
- BERG, F., KÖLBEL, J. F. et RIGOBON, R. (mai 2022). Aggregate Confusion: The Divergence of ESG Ratings*. *Review of Finance* 26.6, p. 1315-1344. eprint : <https://academic.oup.com/rof/article-pdf/26/6/1315/47018560/rfac033.pdf>.
- BOUHAOUCHE, S. et TOUNSI, H. (2017). Optimisation des Portefeuilles : Résolution par l'approche Multi-Objectif Non Linéaire. Thèse de doct.
- BOULERNE, S. et SAHUT, J.-M. (2010). Les sources d'inefficacité des mécanismes de gouvernance d'entreprise. *Management Avenir* 33, p. 374-387.
- BROOKS, C. et OIKONOMOU, I. (2018). The effects of environmental, social and governance disclosures and performance on firm value: A review of the literature in accounting and finance. *The British Accounting Review* 50.1. The Effects of Environmental, Social and Governance Disclosures and Performance on Firm Value, p. 1-15.
- BRUGIÈRE, P. (2020). Quantitative Portfolio Management. Springer Texts in Business and Economics. Springer Cham.
- CAJA, A. (2014). Contribution à la mesure des engagements et du besoin en capital pour un assureur crédit. Thèse de doct. Université Claude Bernard Lyon 1.
- CARIÑO, D., KENT, T., MYERS, D., STACY, C., SYLVANUS, M., TURNER, A., WATANABE, K. et ZIEMBA, W. (fév. 1994). The Russell-Yasuda Kasai Model: An Asset/Liability Model for a Japanese Insurance Company Using Multistage Stochastic Programming. *Interfaces* 24, p. 29-49.
- COLLETTE, Y. et SIARRY, P. (2011). Optimisation multiobjectif: Algorithmes. Springer.
- COMMISSION EUROPÉENNE (10 octobre 2014). Règlement Délégué (UE) 2015/35 de la Commission. Journal Officiel de l'UE.
- COMMISSION EUROPÉENNE (2001). LIVRE VERT Promouvoir un cadre européen pour la responsabilité sociale des entreprises. URL : [https://www.europarl.europa.eu/meetdocs/committees/deve/20020122/com\(2001\)366_fr.pdf](https://www.europarl.europa.eu/meetdocs/committees/deve/20020122/com(2001)366_fr.pdf).
- COMMISSION EUROPÉENNE (2018). Questions fréquemment posées: plan d'action sur le financement de la croissance durable. URL : https://ec.europa.eu/commission/presscorner/detail/fr/MEMO_18_1424.
- DEB, K., PRATAP, A., AGARWAL, S. et MEYARIVAN, T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 6.2, p. 182-197.

- DEB, K. (juin 2000). Deb, K.: An Efficient Constraint Handling Method for Genetic Algorithm. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 186, 311-338. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 186, p. 311-338.
- DEMPSTER, M. et CONSIGLI, G. (jan. 1998). The CALM stochastic programming model for dynamic asset-liability management, p. 464-500.
- DOMINICIS, L. D. (2006). Les apports de l'intelligence artificielle dans l'allocation stratégique d'actifs sous contraintes stochastiques de solvabilité.
- DRDI, L. (2005). Les Algorithmes Génétiques. Thèse de doct. INRS-ETE.
- DUMAS, A. (2020). [Effet post-Covid] L'investissement durable bénéficie d'un passeport d'immunité. *Novethic*.
- FAIR (s. d.). Le label Finansol. Rapp. tech. URL : <https://www.finance-fair.org/fr/pourquoi-un-label>.
- FAKHFAKH, N. (jan. 2016). Recherche de flots stables dans des réseaux de transport multi-agents. Thèse de doct.
- FALEH, A. (2011). Allocation stratégique d'actifs et ALM pour les régimes de retraite. Thèse de doct. Université Claude Bernard-Lyon I.
- FERDJOUKH, A. (oct. 2016). Une approche déclarative pour la génération de modèles. Thèse de doct.
- FRANCE ASSUREURS (2019). Intégration des critères esg-climat dans les stratégies d'investissement des assureurs. Rapp. tech. France Assureurs.
- FRANCE ASSUREURS (2023). Les placements de l'assurance en 2022. URL : <https://www.franceassureurs.fr/nos-chiffres-cles/financement-de-leconomie/placements-assurance-2022/>.
- GARCIA-BERNABEU, A., SALCEDO, J. V., HILARIO, A., PLA-SANTAMARIA, D. et HERRERO, J. M. (2019). Computing the Mean-Variance-Sustainability Nondominated Surface by ev-MOGA. *Complexity* 2019.
- GARCÍA, F., GONZÁLEZ-BUENO, J., OLIVER, J. et RILEY, N. (2019). Selecting Socially Responsible Portfolios: A Fuzzy Multicriteria Approach. *Sustainability* 11(9).
- GASSER, S. M., RAMMERSTORFER, M. et WEINMAYER, K. (2017). Markowitz revisited: Social portfolio engineering. *European Journal of Operational Research* 258.3, p. 1181-1190.
- GIEC (2018). Réchauffement planétaire de 1,5°C. Rapp. tech. GIEC. URL : <http://www.ipcc.ch/report/sr15/>.
- GIEC (2023). Ce qu'il faut retenir du 6^e rapport d'évaluation du GIEC. Rapp. tech. GIEC. URL : https://www.ecologie.gouv.fr/sites/default/files/20250_4pages-GIEC-2.pdf.
- GRATCHEVA, E., EMERY, T. et WANG, D. (26 mai 2021). Demystifying Sovereign ESG.
- GUIBERT, Q. (2022). Méthodes de simulation en assurance : simulation des risques financiers.
- GUNNAR FRIEDE, T. B. et BASSEN, A. (2015). ESG and financial performance: aggregated evidence from more than 2000 empirical studies. *Journal of Sustainable Finance & Investment* 5.4, p. 210-233.
- HILARIO-CABALLERO, A., GARCIA-BERNABEU, A., SALCEDO, J. V. et VERCHER, M. (2020). Tri-Criterion Model for Constructing Low-Carbon Mutual Fund Portfolios: A Preference-Based Multi-Objective Genetic Algorithm Approach. *International Journal of Environmental Research and Public Health* 17.
- HIRSCHBERGER, M., STEUER, R., UTZ, S., WIMMER, M. et QI, Y. (fév. 2013). Computing the Nondominated Surface in Tri-Criterion Portfolio Selection. *Operations Research* 61, p. 169-183.
- HONG, H. et KACPERCZYK, M. (2009). The price of sin: The effects of social norms on markets. *Journal of Financial Economics* 93.1, p. 15-36.
- INSEE (2016). Développement durable. URL : <https://www.insee.fr/fr/metadonnees/definition/c1644c>.
- INSTITUT DES ACTUAIRES (2023). Guide réglementaire Durabilité. Rapp. tech. Institut des Actuares.
- KERN CONSULTING (2023). Le greenwashing et l'assurance, de quoi parle-t-on ? Rapp. tech. URL : <https://www.kern-consulting.fr/le-greenwashing-et-lassurance-de-quoi-parle-t-on-254445>.

- LIAGKOURAS, K., METAXIOTIS, K. et TSIHRINTZIS, G. (2020). Incorporating environmental and social considerations into the portfolio optimization process. *Annals of Operations Research* 316, p. 1493-1518.
- MINISTÈRE DE LA TRANSITION ÉCOLOGIQUE ET DE LA COHÉSION DES TERRITOIRES (s. d.). Le label Greenfin. Rapp. tech. URL : <https://www.ecologie.gouv.fr/label-greenfin>.
- MINISTÈRE DE L'ÉCONOMIE DES FINANCES ET DE LA RELANCE (s. d.). Qu'est-ce que l'ISR? Rapp. tech. URL : <https://www.lelabelisr.fr/quest-ce-que-lisr/>.
- MONIN, C. (2014). Optimisation multiobjectif de l'allocation stratégique par un algorithme génétique. Mémoire d'actuariat. Paris : I.S.F.A.
- PEDERSEN, L. H., FITZGIBBONS, S. et POMORSKI, L. (2021). Responsible investing: The ESG-efficient frontier. *Journal of Financial Economics* 142.2, p. 572-597.
- PRI (2022). Actualité PRI. Rapp. tech. PRI. URL : <https://www.unpri.org/download?ac=18198#:~:text=Au%20cours%20du%20dernier%20trimestre,am%20C3%A9ricains%20d'actifs%20sous%20gestion..>
- RACICOT, F. et THEORET, R. (2006). Les modèles HJM et LMM revisités et leurs versions étendues.
- RAMANAMPISOA, T. (2012). Application de la méthode Least-Square Monte-Carlo pour la mise en place de l'ORSA en Assurance vie. Thèse de doct.
- REVELLI, C. (2013). L'investissement socialement responsable. Origines, débats et perspectives. *Revue française de gestion* 236.7, p. 79-92.
- RONCALLI, T. (2022). Handbook of Sustainable Finance.
- SCHMIDT, A. (juill. 2020). Optimal ESG portfolios: an example for the Dow Jones Index. *Journal of Sustainable Finance Investment* 12, p. 1-7.
- SFDR (2019). Règlement (UE) 2019/2088 du Parlement européen et du Conseil du 27 novembre 2019. URL : <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/FR/TXT/PDF/?uri=CELEX:32019R2088>.
- SHAPIRO, A. et PHILPOTT, A. (2007). A tutorial on stochastic programming. *Manuscript. Available at www2.isye.gatech.edu/ashapiro/publications.html* 17.
- SIRY, G. et ROCHER, E. (2022). Les recommandations de l'ACPR : nouveau règlement délégué Solvabilité 2, les assureurs doivent intégrer les risques de durabilité. *L'Argus de l'Assurance*.
- SUSTAINALYTICS (s. d.). Rapp. tech. URL : <https://www.sustainalytics.com/corporate-solutions/esg-solutions/esg-risk-ratings>.
- UNEP FI (2012). Principles for Sustainable Insurance. Rapp. tech. UNEP FI.
- UNESCO (s. d.). L'UNESCO et les objectifs de développement durable. Rapp. tech. UNESCO. URL : <https://fr.unesco.org/sdgs>.
- UNITED NATIONS ENVIRONMENT PROGRAMME FINANCE INITIATIVE (2006). Principes pour l'Investissement Responsable. URL : https://www.unepfi.org/fileadmin/documents/pri_francais.pdf.
- UNITED NATIONS ENVIRONMENT PROGRAMME FINANCE INITIATIVE (2019). Principes pour une assurance durable (PSI) Assurer le développement durable. URL : https://www.institutdesactuaires.com/global/gene/link.php?doc_id=14745&fg=1.
- UTZ, S., WIMMER, M. et STEUER, R. E. (2015). Tri-criterion modeling for constructing more-sustainable mutual funds. *European Journal of Operational Research* 246.1, p. 331-338.

Annexe A

Compléments mathématiques

A.1 Absence d'actif sans risque

Le problème d'optimisation est le suivant :

$$\begin{cases} \min_w & w^\top \Sigma w \\ \text{s.c} & w^\top M = m \\ & w^\top \mathbf{1} = 1 \end{cases}$$

Le lagrangien de ce problème s'écrit :

$$\mathcal{L}(w; \lambda_1, \lambda_2) = w^\top \Sigma w - \lambda_1 (w^\top M - m) - \lambda_2 (w^\top \mathbf{1} - 1)$$

Les conditions nécessaires du premier ordre sont :

$$\frac{\partial \mathcal{L}(w; \lambda_1, \lambda_2)}{\partial w} = 2\Sigma w - \lambda_1 M - \lambda_2 \mathbf{1} = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(w; \lambda_1, \lambda_2)}{\partial \lambda_1} = w^\top M - m = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(w; \lambda_1, \lambda_2)}{\partial \lambda_2} = w^\top \mathbf{1} - 1 = 0 \quad (\text{A.3})$$

On peut réécrire l'équation A.1 de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \text{A.1} &\Leftrightarrow 2\Sigma w = \lambda_1 M + \lambda_2 \mathbf{1} \\ &\Leftrightarrow w = \frac{\lambda_1}{2} \Sigma^{-1} M + \frac{\lambda_2}{2} \Sigma^{-1} \mathbf{1} \end{aligned}$$

En notant $a = \mathbf{1}^\top \Sigma^{-1} \mathbf{1}$ et $b = \mathbf{1}^\top \Sigma^{-1} M$, on peut remplacer w dans les équations A.2 et A.3, on obtient :

$$\begin{aligned} \text{A.3} &\Leftrightarrow 1 = w^\top \mathbf{1} \\ &\Leftrightarrow 1 = \frac{\lambda_1}{2} \mathbf{1}^\top \Sigma^{-1} M + \frac{\lambda_2}{2} \mathbf{1}^\top \Sigma^{-1} \mathbf{1} \\ &\Leftrightarrow 1 = \frac{\lambda_1}{2} b + \frac{\lambda_2}{2} a \\ &\Leftrightarrow \lambda_2 = \frac{2}{a} - \lambda_1 \frac{b}{a} \end{aligned}$$

donc,

$$\begin{aligned}
w &= \frac{\lambda_1}{2} \Sigma^{-1} M + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{a} - \lambda_1 \frac{b}{a} \right) \Sigma^{-1} \mathbf{1} \\
&= \frac{\lambda_1}{2} \Sigma^{-1} M + \left(\frac{1}{a} - \frac{\lambda_1 b}{2a} \right) \Sigma^{-1} \mathbf{1} \\
&= \frac{1}{a} \Sigma^{-1} \mathbf{1} + \frac{\lambda_1}{2} \Sigma^{-1} \left(M - \frac{b}{a} \mathbf{1} \right)
\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
A.2 &\Leftrightarrow m = w^\top M \\
&\Leftrightarrow m = \frac{1}{a} M^\top \Sigma^{-1} \mathbf{1} + \frac{\lambda_1}{2} M^\top \Sigma^{-1} \left(M - \frac{b}{a} \mathbf{1} \right) \\
&\Leftrightarrow m = \frac{b}{a} + \frac{\lambda_1}{2} \|M - \frac{b}{a} \mathbf{1}\|_{\Sigma^{-1}}^2 \\
&\Leftrightarrow \lambda_1 = \frac{1}{2} \frac{m - \frac{b}{a}}{\|M - \frac{b}{a} \mathbf{1}\|_{\Sigma^{-1}}^2}
\end{aligned}$$

La solution du problème est donc $w^* = \frac{1}{a} \Sigma^{-1} \mathbf{1} + \frac{m - \frac{b}{a}}{\|M - \frac{b}{a} \mathbf{1}\|_{\Sigma^{-1}}^2} \Sigma^{-1} \left(M - \frac{b}{a} \mathbf{1} \right)$

A.2 Présence d'un actif sans risque

Le problème d'optimisation est défini comme :

$$\begin{cases} \min_w & w^\top \Sigma w \\ \text{s.c} & (1 - w^\top \mathbf{1}) r_f + w^\top M = m \end{cases}$$

Le lagrangien de ce problème s'écrit :

$$\mathcal{L}(w; \lambda) = w^\top \Sigma w + \lambda (m - (1 - w^\top \mathbf{1}) r_f - w^\top M)$$

Les conditions nécessaires du premier ordre sont :

$$\frac{\partial \mathcal{L}(w; \lambda)}{\partial w} = 2 \Sigma w - \lambda (M - r_f \mathbf{1}) = 0 \quad (\text{A.4})$$

$$w = \frac{\lambda}{2} \Sigma^{-1} (M - r_f \mathbf{1}) \quad (\text{A.5})$$

Donc les portefeuilles solutions sont bien de la forme $w = \lambda \Sigma^{-1} (M - r_f \mathbf{1})$.

Propriété du portefeuille tangent

Le portefeuille tangent est défini par $w_T = \frac{1}{b - r_f a} \Sigma^{-1} (M - r_f \mathbf{1})$.

$$\begin{aligned}
\mathbf{1}^\top w_T &= \frac{1}{b - r_f a} \mathbf{1}^\top \Sigma^{-1} (M - r_f \mathbf{1}) \\
&= \frac{1}{b - r_f a} (\mathbf{1}^\top \Sigma^{-1} M - r_f \mathbf{1}^\top \Sigma^{-1} \mathbf{1}) \\
&= \frac{1}{b - r_f a} (b - r_f a) \\
&= 1
\end{aligned}$$

Donc le portefeuille tangent est un portefeuille entièrement investi.

$$\begin{aligned}
m_T &= \mathbb{E}[R(W_T)] \\
&= r_f + (M - r_f \mathbf{1})^\top w_T \\
&= r_f + (M - r_f \mathbf{1})^\top \frac{1}{b - r_f a} \Sigma^{-1} (M - r_f \mathbf{1}) \\
&= r_f + \frac{\|M - r_f \mathbf{1}\|_{\Sigma^{-1}}^2}{b - r_f a}
\end{aligned}$$

A.3 Pederson

Le premier sous-problème d'optimisation est le suivant :

$$\max_w w^\top \pi \quad \text{s.c.} \quad \begin{cases} w^\top \mathbf{1} = 1 \\ \sigma(w) = \sqrt{w^\top \Sigma w} = \bar{\sigma} \\ s(w) = w^\top s = \bar{s} \end{cases}$$

On cherche le portefeuille optimal pour un score ESG donné \bar{s} et un risque donné $\bar{\sigma}$. Les deux dernières contraintes peuvent être réécrites comme $w^\top \Sigma w - \bar{\sigma}^2 = 0$ et $w^\top (s - \bar{s} \mathbf{1}) = 0$ car* $w^\top \mathbf{1} = 1$.

La fonction lagrangienne associée à ce problème s'écrit de la façon suivante :

$$\mathcal{L}(w; \lambda_1, \lambda_2) = w^\top \pi + \lambda_1 (w^\top \Sigma w - \bar{\sigma}^2) + \lambda_2 (w^\top (s - \bar{s} \mathbf{1}))$$

Les conditions du premier ordre s'écrivent :

$$\frac{\partial \mathcal{L}(w; \lambda_1, \lambda_2)}{\partial w} = \pi + 2\lambda_1 \Sigma w + \lambda_2 (s - \bar{s} \mathbf{1}) = 0 \tag{A.6}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(w; \lambda_1, \lambda_2)}{\partial \lambda_1} = w^\top \Sigma w - \bar{\sigma}^2 = 0 \tag{A.7}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(w; \lambda_1, \lambda_2)}{\partial \lambda_2} = w^\top (s - \bar{s} \mathbf{1}) = 0 \tag{A.8}$$

D'après l'équation A.6, on a :

$$w = -\frac{1}{2\lambda_1} \Sigma^{-1} (\pi + \lambda_2 (s - \bar{s} \mathbf{1})) \tag{A.9}$$

La contrainte A.8 implique :

$$\begin{aligned}
A.8 &\Leftrightarrow (s - \bar{s} \mathbf{1})^\top \frac{1}{2\lambda_1} \Sigma^{-1} (\pi + \lambda_2 (s - \bar{s} \mathbf{1})) = 0 \\
&\Leftrightarrow \lambda_2 = -\frac{(s - \bar{s} \mathbf{1})^\top \Sigma^{-1} \pi}{(s - \bar{s} \mathbf{1})^\top \Sigma^{-1} (s - \bar{s} \mathbf{1})} \\
&\Leftrightarrow \lambda_2 = \frac{\bar{s} (\mathbf{1}^\top \Sigma^{-1} \pi) - s^\top \Sigma^{-1} \pi}{s^\top \Sigma^{-1} s - 2\bar{s} (\mathbf{1}^\top \Sigma^{-1} s) + \bar{s}^2 (\mathbf{1}^\top \Sigma^{-1} \mathbf{1})} \\
&\Leftrightarrow \lambda_2 = \frac{\bar{s} C_{1,\pi} - C_{s,\pi}}{C_{s,s} - 2\bar{s} C_{1,s} + \bar{s}^2 C_{1,1}} \text{ où } C_{ab} = a^\top \Sigma^{-1} b
\end{aligned}$$

*La contrainte $w^\top \mathbf{1} = 1$ n'est pas utilisée dans la suite. Cela implique que la proportion de fortune de l'investisseur allouée dans l'actif sans risque sera égale à $w_r = 1 - \mathbf{1}^\top w$. (RONCALLI (2022))

En utilisant la contrainte A.7, on en déduit :

$$\begin{aligned}
 \bar{\sigma}^2 &= -\frac{1}{2\lambda_1} w^\top \Sigma \Sigma^{-1} (\pi + \lambda_2 (s - \bar{s} \mathbf{1})) \\
 &= -\frac{1}{2\lambda_1} (w^\top \pi + \lambda_2 w^\top (s - \bar{s} \mathbf{1})) \\
 &= -\frac{1}{2\lambda_1} w^\top \pi \\
 &= \frac{1}{4\lambda_1^2} \pi^\top \Sigma^{-1} (\pi + \lambda_2 (s - \bar{s} \mathbf{1}))
 \end{aligned}$$

On en déduit donc le coefficient du lagrangien λ_1 :

$$\begin{aligned}
 \lambda_1 &= -\frac{1}{2\bar{\sigma}} \sqrt{\pi^\top \Sigma^{-1} \pi + \lambda_2 (\pi^\top \Sigma^{-1} s - \bar{s} (\pi^\top \Sigma^{-1} \mathbf{1}))} \\
 &= -\frac{1}{2\bar{\sigma}} \sqrt{C_{\pi,\pi} - \frac{(\bar{s} C_{\mathbf{1},\pi} - C_{s,\pi})^2}{C_{s,s} - 2\bar{s} C_{\mathbf{1},s} + \bar{s}^2 C_{\mathbf{1},\mathbf{1}}}}
 \end{aligned}$$

Annexe B

Graphiques complémentaires

B.1 Scores de risque ESG initiaux

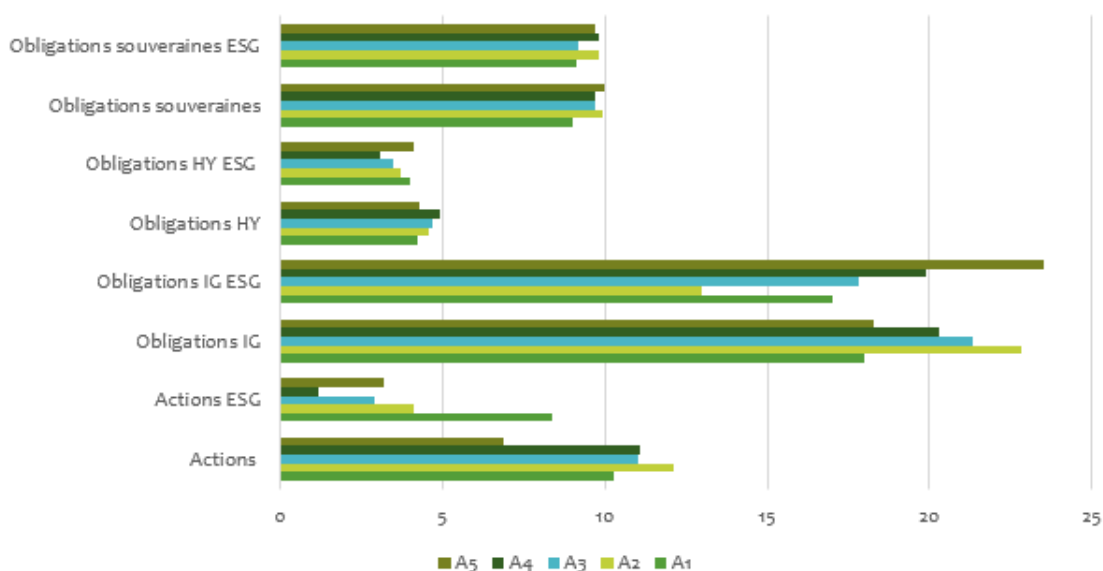


FIGURE B.1 : Répartition des placements entre les différentes classes d'actif des allocations retenues

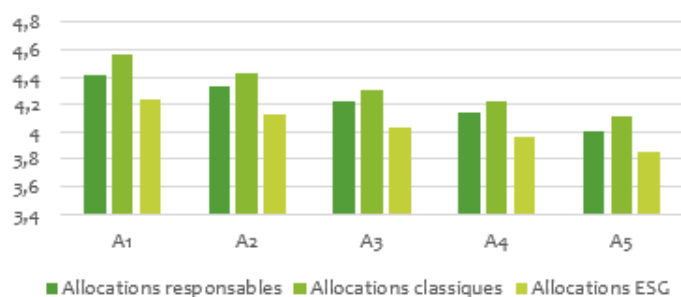


FIGURE B.2 : Comparaison des rendements (en %)



FIGURE B.3 : Comparaison des scores de risque ESG

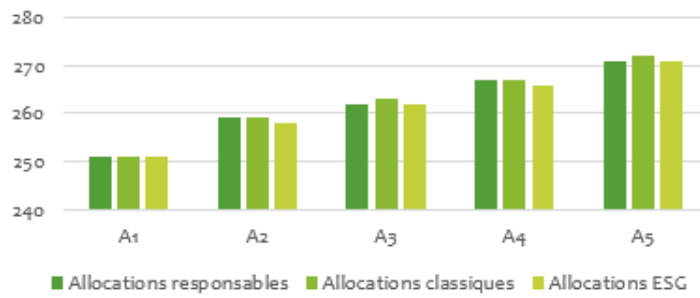


FIGURE B.4 : Comparaison des ratios de couverture

B.2 Scores de risque ESG objectifs

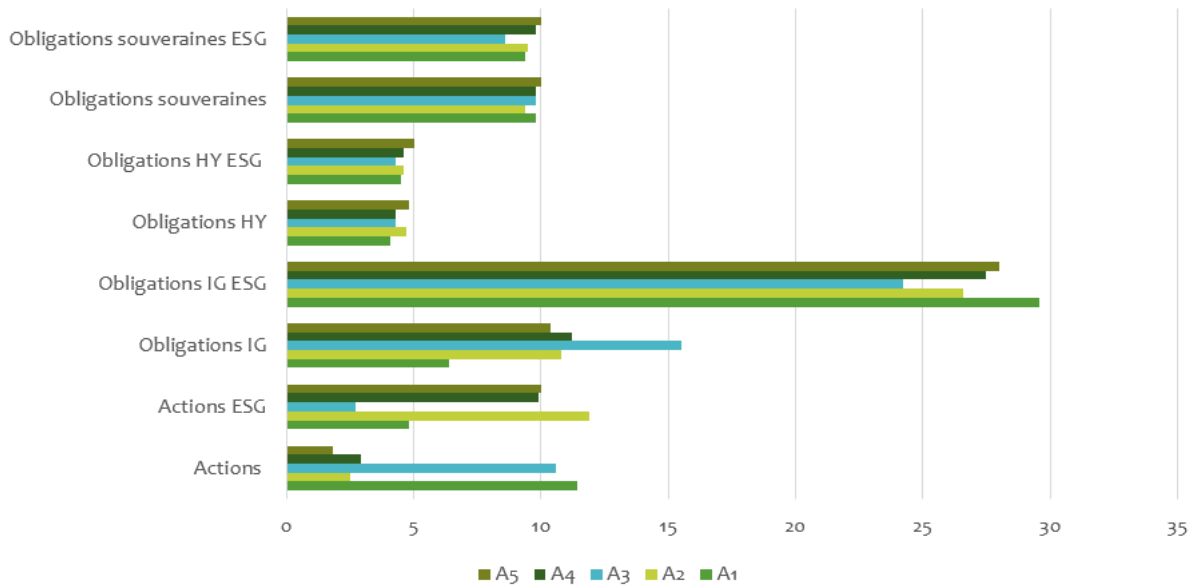


FIGURE B.5 : Répartition des placements entre les différentes classes d'actif des allocations retenues après la définition des nouveaux scores objectifs



FIGURE B.6 : Comparaison des rendements (en %)

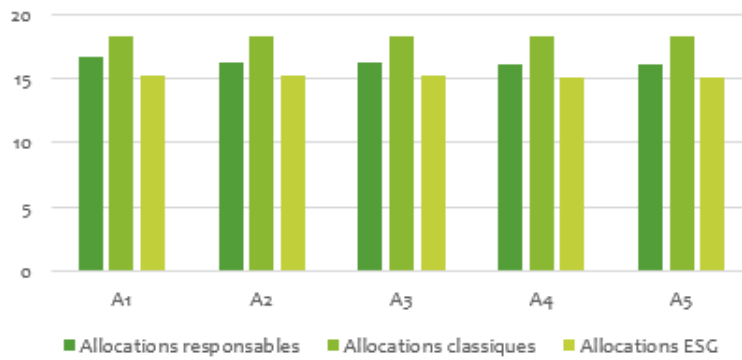


FIGURE B.7 : Comparaison des scores de risque ESG



FIGURE B.8 : Comparaison des ratios de couverture