

Mémoire présenté devant l'ENSAE Paris
pour l'obtention du diplôme de la filière Actuariat
et l'admission à l'Institut des actuaires
le 16/03/2022

Par : Godson Leopold Junior KONDO

Titre : Stratégies de pilotage du PER dans le cadre prudentiel et en
environnement de taux bas

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membres présents du jury de la filière

Nom : Caroline Hillairet

Signature :

Membres présents du jury de l'Institut
des Actuaires

Entreprise



Nom : FORSIDES FRANCE SAS au capital de 450 000 €

Signature : *[Signature]*
RCS PARIS B 447533571 - Code APE : 7022Z

4 Rue Général Foy - 75008 Paris
Tél. : +33 (0)1 42 97 91 70

Directeur du mémoire en entreprise :

Nom : Vincent MARTINOT

Signature : *[Signature]*

Autorisation de publication et de
mise en ligne sur un site de
diffusion de documents actuariels
(après expiration de l'éventuel délai de
confidentialité)

Signature du responsable entreprise

Secrétariat :

[Signature]

Signature du candidat

Bibliothèque :

[Signature]

Remerciements

Je remercie M. Arnaud COHEN, président de FORSIDES Consulting Group, de m'avoir permis de réaliser mon stage au sein de FORSIDES.

Je souhaite remercier mon tuteur M. Vincent MARTINOT, Senior Manager à FORSIDES, qui m'a encadré durant mon stage et m'a consacré beaucoup de son temps. Il m'a laissé une certaine autonomie tout en gardant un œil critique sur l'avancée de mes travaux.

Je remercie aussi M. David GRAIZ, Senior Partner à FORSIDES, et Mme. Louise POULAIN, Manager, pour leur encadrement et leur disponibilité.

J'adresse également mes sincères remerciements à mon tuteur académique, Mme. Caroline HILLAIRET, chargé de la filière actuariat à l'ENSAE Paris, pour sa disponibilité ainsi que pour ses conseils et orientations tout le long de la rédaction de ce mémoire.

Enfin, j'adresse ma reconnaissance à mes proches pour leur soutien inconditionnel et précieux durant mes études.

En France, le système de la retraite est organisé selon trois piliers distincts : le régime de la sécurité sociale, le régime complémentaire et le régime supplémentaire. Le Plan d'Épargne Retraite (PER) s'inscrit dans le cadre de ce dernier. Son but est de dynamiser le système de retraite français en diversifiant l'offre par l'inclusion de plus d'actifs risqués par rapport à un produit d'épargne-retraite classique.

Dans ce sens, ces produits sont soumis à des risques financiers plus importants. Ces risques sont principalement le risque de taux, le risque action et le risque de crédit. L'assureur pour se protéger, doit mettre en place des stratégies de pilotage soit par l'optimisation de ses stratégies d'investissement, soit par l'achat d'instruments financiers : pour le risque action, l'assureur peut se servir de *Put*, pour le risque de taux, des *Swaptions*, des *Caps* ou des *Floors*.

Ce mémoire est divisé en trois parties : la première portant sur l'analyse du contexte des taux bas, du cadre réglementaire et sur la présentation du PER. La deuxième partie est destinée à la construction du modèle ALM pour la commercialisation d'un PER et à la présentation des résultats de la modélisation. La dernière partie est consacrée à la présentation des stratégies de pilotage du PER en contexte de taux bas.

Mots clés : PER, modèle ALM, risque de marché, Solvabilité 2, Put, Floor.

The French pension system is organized according to three distinct pillars : the social security regime, the complementary regime and the supplementary regime. The Retirement Savings Plan (Plan d'Epargne Retraite, PER) are part of the latter. Their purpose is to make the French retirement system more dynamic by diversifying the offer through the inclusion of more risky assets than a traditional retirement-savings product.

According to that, these products are subject to greater financial risks. These risks are mainly the interest rate risk, the equity risk and the credit risk. To protect himself, the insurer must implement hedging strategies. For the equity risk, the insurer can use *Put*, for the rate risk, *Swaptions*, *Cap* or *Floor*.

This report summarizes the work we have done so far. It is divided into three chapters : the first one on the framework of the study, the second one on the ALM model and its results and the third one on the coverage of the equity risk.

This thesis is divided into three parts : the first part is dedicated to the analysis of the low interest rate context, the regulatory framework and the presentation of the PER. The second part is dedicated to the building of the ALM model for a PER and to the presentation of the results of the modeling. The last part is devoted to the presentation of strategies to manage the PER in a low rate context.

Key words : PER, ALM model, market risk, Solvency 2, Put, Floor.

Remerciements	i
Résumé	ii
Abstract	iii
Table des matières	vi
Liste des graphiques	viii
Liste des tableaux	ix
Introduction	1
I Le Plan d'Épargne Retraite : cadre économique et réglementaire	2
1 Contexte économique et réglementaire	3
1.1 L'environnement de taux bas	3
1.1.1 Les outils de la politique monétaire de la BCE	3
1.1.2 L'origine des taux bas et l'implication de la BCE	4
1.2 La directive Solvabilité 2	6
1.2.1 Présentation de la directive Solvabilité 2	7
1.2.2 Bilan d'un assureur sous Solvabilité 2	8
1.2.3 Les indicateurs de pilotage	8
1.2.4 Les révisions de la norme Solvabilité 2	14
1.3 L'environnement des taux bas et l'activité d'un assureur vie	15
2 Le régime de retraite en France : présentation du PER	16
2.1 L'épargne retraite en France	16
2.1.1 Niveau 1 : Le régime de base obligatoire	17
2.1.2 Niveau 2 : Le régime complémentaire obligatoire	17
2.1.3 Niveau 3 : Le régime de retraite supplémentaire	18
2.1.4 L'assurance-vie	21
2.2 Le Plan Épargne Retraite (PER)	22

2.2.1	Les différents Plan Épargne Retraite	22
2.2.2	Les modalités de gestion du PER	24
2.3	Les risques liés aux produits d'épargne-retraite	25
2.3.1	Le risque de rachat	25
2.3.2	Les risques de marché	26
II	Modélisation ALM du PER	28
3	Construction d'un modèle ALM pour un PER	29
3.1	Présentation de l'outil de projection	29
3.2	Modélisation du passif	30
3.2.1	Hypothèses de la modélisation du passif	31
3.2.2	Les Flux de trésorerie	34
3.2.3	Vieillessement du passif	38
3.3	Modélisation de l'actif	39
3.3.1	Composition initiale du portefeuille	39
3.3.2	Le générateur de scénarios économiques	40
3.3.3	La structure par terme des taux d'intérêt	40
3.3.4	Modélisation du rendement des actions et de l'immobilier	42
3.3.5	Évolution des actifs	42
4	Stress testing et analyse des résultats de la modélisation	45
4.1	Les différents scénarios économiques	45
4.1.1	Le scénario central	45
4.1.2	Les différents tests de sensibilités du scénario central	46
4.2	Stress test sur le rendement des actions et de l'immobilier	47
4.2.1	Analyse de la performance des actifs	47
4.2.2	Analyse des flux de trésorerie	48
4.2.3	Analyse des indicateurs de solvabilité 2	50
4.3	Stress test sur la courbe des taux	51
4.3.1	Analyse de la performance des obligations	51
4.3.2	Analyse des flux de trésorerie	52
4.3.3	Analyse des indicateurs de solvabilité 2	53
III	Stratégies d'optimisation de la couverture des risques financiers	54
5	Stratégies d'allocation pour l'atténuation des risques	55
5.1	Arbitrages sur la composition du portefeuille selon les profils de risque	55
5.1.1	Vision assureur	56
5.1.2	Vision assuré	58
5.1.3	Synthèse	61
5.2	Arbitrages sur le réinvestissement obligataire	62
6	Stratégies de couverture du risque action et du risque de taux	65
6.1	Stratégies de couverture du risque action et taux	65
6.1.1	Instruments financiers pour la couverture du risque action	65
6.1.2	Instruments financiers pour la couverture du risque de taux	67

TABLE DES MATIÈRES

6.1.3	Méthodologie d'optimisation des stratégies de couverture	70
6.2	Couverture du risque action	70
6.2.1	Scénarios testés	70
6.2.2	Analyse des coûts de couverture	71
6.2.3	Analyse des résultats	72
6.3	Couverture du risque de taux	75
6.3.1	Scénarios testés	75
6.3.2	Analyse des résultats	76
Conclusion		78
Bibliographie		i
Annexes		iii

Table des figures

1.1	Évolution du taux directeur de la BCE	5
1.2	Bilan prudentiel sous la norme Solvabilité 2	8
1.3	Modules de risque dans la Formule Standard pour le calcul du SCR	10
3.1	Résumé du fonctionnement de SALLTO	30
3.2	Répartition de l'âge moyen selon le profil de risque et le type de contrat	31
3.3	Répartition de l'encours initial selon le type de contrat et le profil de risque	33
3.4	Évolution du taux de rachat structurel selon l'âge des assurés	34
3.5	Composition du portefeuille initial	39
3.6	Courbe des taux de l'EIOPA sans prise en compte de la VA au 31/12/2020	41
3.7	Récapitulatifs des principales hypothèses de modélisation du PER	44
4.1	Tests de sensibilité sur la courbe des taux	46
4.2	Tests de sensibilité sur le rendement des actions et de l'immobilier	46
4.3	Évolution des taux de PVL obligataires suite aux sensibilités sur les actions et l'immobilier	47
4.4	Évolution des taux de PMVL actions et immobilier suite aux sensibilités sur les actions et l'immobilier	48
4.5	Évolution de l'encours en euros suite aux sensibilités sur les actions et l'immobilier	48
4.6	Évolution de l'encours en UC suite aux sensibilités sur les actions et l'immobilier	49
4.7	Évolution de la PPE exprimé en pourcentage de l'encours suite aux sensibilités sur les actions et l'immobilier	50
4.8	Indicateurs S2 suite aux sensibilités sur les actions et l'immobilier	51
4.9	Évolution des taux de PVL obligataires suite aux sensibilités sur la courbe des taux	51
4.10	Évolution des rachats suite aux sensibilités sur la courbe des taux	52
4.11	Indicateurs S2 suite aux sensibilités sur la courbe des taux	53
5.1	Composition du SCR des différents portefeuilles	57
5.2	Évolution du taux servi par profil de risque	59
5.3	Ratio de Sharpe par profils de risque	61
5.4	Ratio de couverture selon la stratégie de réinvestissement obligataire	63
5.5	VIF sur encours selon la stratégie de réinvestissement obligataire	64
6.1	Profit & Loss du Put européen	66

TABLE DES FIGURES

6.2	Coûts de couverture en pourcentage de l'encours total en fonction du sous-jacent et du strike	71
6.3	Indicateur de rendement dans le scénario central en fonction du sous-jacent et du strike	72
6.4	Indicateur de risque dans le scénario intermédiaire en fonction du sous-jacent et du strike	73
6.5	Indicateur de risque dans le scénario extrême en fonction du sous-jacent et du strike	73
6.6	Couple rendement risque en fonction des stratégies de couverture dans le scénario intermédiaire	74
6.7	Couple rendement-risque en fonctions des stratégies de couverture dans le scénario extrême	75
6.8	Évolution du prix des floorlets sur l'encours total selon les stratégies de couverture et les scénarios de chocs	76
6.9	Couple rendement risque en fonction des floors et des scénarios de chocs	77
A.1	Évolution du rendement de l'immobilier selon les scénarios de stress test	iii
A.2	Évolution du rendement des actions selon les scénarios de stress test	iv
A.3	Courbes des taux selon les scénarios de stress test	iv

Liste des tableaux

1.1	Jeu de paramètres de chocs utilisé pour le calcul du SCR	11
2.1	Allocation minimale réglementaire de l'épargne investie en actifs peu risqués en % de l'encours total	25
3.1	Grille d'allocation de l'encours entre le fonds en euros et le support en UC selon l'âge moyen et le profil de risque	33
3.2	Paramètres plafonds des lois de rachats conjoncturels de l'ACPR	35
5.1	Indicateurs de solvabilité 2 sur les portefeuilles en pourcentage de l'encours total au début de la projection	56
5.2	Indicateurs de solvabilité 2 en deuxième année sur les portefeuilles selon les scénarios de chocs sur la courbe des taux	58
5.3	Indicateurs de pilotage vision assuré	60
6.1	Récapitulatif des stratégies de couverture mises en place pour le risque action . .	71
A.1	Indicateurs de solvabilité 2 sur les portefeuilles selon les scénarios de chocs actions et immobiliers en deuxième année	v
A.2	Indicateurs de pilotage pour un assuré de 42 ans (complet)	v
A.3	Indicateurs de pilotage pour un assuré de 20 ans (complet)	vi

Malgré le fait que le niveau d'épargne des Français fasse partie des plus élevés en Europe, l'épargne-retraite reste très peu développée en France. Ce constat s'explique par la diversité et la complexité de l'offre en France. Pour palier à cela, le projet de la Loi PACTE a permis d'introduire le Plan d'Épargne Retraite (PER) enfin de centraliser l'offre et de la rendre plus accessible au Français. On distingue trois types de PER : le PER individuel (PERIN), le PER d'entreprise collectif ou catégoriel obligatoire (PERO) et le PER d'entreprise collectif facultatif (PERECO). Le PER est proposé depuis le 1er octobre 2019 et est ouvert à tous les Français et peut être proposé non pas par les assureurs et mutuelles uniquement, mais par toutes institutions financières accréditées. L'objectif de cette ouverture du marché est de rendre le système de retraite plus concurrentiel afin d'offrir aux épargnants une meilleure espérance de rentabilité. Le revers de cette mesure est une augmentation des risques de marché, car les actifs de meilleure espérance de rentabilité sont ceux les plus risqués.

Ces dernières années, l'exposition au risque de marché a été amplifiée suite au contexte de taux durablement bas et à la récente crise de la COVID-19.

Face à ce contexte, l'assureur est obligé de mettre en place des stratégies de pilotage contre la hausse et la baisse des taux d'intérêt et la chute des valeurs de marché des actions.

L'objectif de notre étude est de proposer des stratégies de pilotage contre les risques de marché pour un portefeuille de PER. Pour répondre à cet objectif, nous avons étudié le contexte économique et les spécificités du PER. Ensuite, nous avons construit un portefeuille fictif reflétant au mieux les caractéristiques de ce produit. Par la suite, nous avons établi des hypothèses de projection et avons déterminé le bilan de l'assureur ainsi que les indicateurs Solvabilité 2. Enfin, nous avons appliqué des scénarios de sensibilité (choc action et choc de taux) et tester plusieurs stratégies de pilotage pour déterminer la plus optimale. Ce mémoire propose la synthèse de tous les travaux réalisés dans ce cadre.

Première partie

Le Plan d'Épargne Retraite : cadre économique et réglementaire

Contexte économique et réglementaire

L'activité de l'assurance vie est rémunérée principalement par les performances des actifs financiers (actions, actifs immobiliers, obligations, etc.) dont les valeurs dépendent fortement du contexte économique. Les crises successives observées ces dernières années, ont rendu le contexte économique de moins en moins favorable à l'activité.

Dans un premier temps, nous revenons dans ce chapitre, sur la suite des événements qui ont permis d'aboutir à la situation économique actuelle. Ensuite, nous présentons le cadre prudentiel en assurance. Pour finir, nous discuterons de l'effet des taux bas sur la solvabilité et le rendement des assureurs.

1.1 L'environnement de taux bas

Depuis quelques années, l'environnement économique européen est caractérisé par des taux d'intérêt durablement bas. La Banque Centrale Européenne (BCE) dans ses réponses aux crises consécutives des subprimes en 2007-2008 et des dettes souveraines en 2010 a joué un rôle important dans la baisse des taux avec l'exercice de politiques de *Quantitative Easing* (QE) et de baisse des taux directeurs.

Le *Quantitative Easing* est une politique monétaire dont dispose les Banques centrales pour influencer le coût du crédit et pour ainsi agir sur l'inflation et la croissance. Elle consiste à injecter de l'argent dans l'économie par un rachat massif de la dette publique et d'autres actifs financiers (obligation d'entreprise, titres adossés à des actifs, etc.).

1.1.1 Les outils de la politique monétaire de la BCE

La mission principale des banques centrales est de préserver un environnement économique où les prix sont stables en lissant conjoncturellement le cycle économique. La BCE dans l'objectif de préserver le pouvoir d'achat de l'euro, s'est donnée pour objectif depuis 1998 de maintenir à moyen terme le taux d'inflation dans la zone euro à un niveau inférieur, mais proche de 2%. Pour répondre à ces objectifs, la BCE fait varier ses taux directeurs et joue sur la quantité de monnaie qu'elle injecte dans l'économie.

Les politiques monétaires pratiquées par la BCE se matérialisent par l'intermédiaire du marché interbancaire. Il s'agit du marché sur lequel les banques s'échangent entre elles des emprunts et des prêts à courts termes. La BCE est aussi présente sur ce marché et elle impacte directement et indirectement les taux interbancaires par le biais de trois taux directeurs qu'elle fixe :

- le **taux de refinancement** ou **taux directeur principal** désigne le taux d'intérêt auquel les banques de second rang ou banques commerciales empruntent leurs liquidités à la banque centrale. Ce taux est hebdomadaire. Pour pouvoir accorder des crédits aux entreprises et aux particuliers, les banques empruntent de la liquidité à la banque centrale au taux de refinancement. Ainsi, pour rémunérer son activité, les banques de second rang sont amenées à pratiquer des taux d'intérêt plus élevés que le taux de refinancement.

Ce levier est le principal outil de la politique monétaire utilisé par les banques centrales pour influencer l'environnement économique. En effet, plus le taux de refinancement est élevé, plus il sera coûteux pour une banque commerciale de trouver des liquidités et plus le taux d'intérêt des crédits sera élevé.

- le **taux de prêt marginal** désigne également le taux d'intérêt auquel les banques commerciales empruntent leurs liquidités à la banque centrale. Toutefois, contrairement au taux de refinancement qui est hebdomadaire, le taux de prêt marginal est quotidien. Il s'agit du taux le plus élevé pratiqué par la BCE. Dans le même sens que le taux directeur principal, le niveau de ce taux influence directement les taux d'intérêt des crédits aux particuliers et aux entreprises. Ce processus par lequel la banque centrale, grâce à ses taux directeurs, influence les taux d'intérêt pratiqués par les banques de second rang est le **canal de transmission du crédit**.

- le **taux de rémunération des dépôts** correspond au taux d'intérêt auquel les réserves obligatoires des banques commerciales de la zone euro sont rémunérées. Si le taux de rémunération des dépôts est élevé, les banques commerciales seront plus enclines à déposer leur excès de liquidité au niveau de la banque centrale plutôt qu'à le prêter aux autres banques. Les prêts interbancaires se faisant rares, les taux interbancaires seront élevés.

Lorsque les taux sont très bas, voire négatifs, une baisse supplémentaire de ceux-ci a peu de chance d'être efficace sur le niveau de l'inflation, puisqu'avec les taux bas les rendements sont également à la baisse. Ainsi, dans cette situation, appelée *trappe à liquidité*, caractérisée par un environnement de taux bas et une inflation qui stagne, la BCE est amenée à utiliser d'autres outils pour redynamiser l'économie. Elle se sert dès lors d'une politique de *Quantitative Easing* qui se traduit par un rachat massif d'obligations souveraines, alourdissant son actif, mais libérant de la liquidité pour relancer l'économie et permettre d'atteindre des taux d'inflation corrects.

1.1.2 L'origine des taux bas et l'implication de la BCE

La crise des *subprimes*¹ débute tout d'abord aux États-Unis durant l'été 2007 et va se propager au monde compte tenu de la globalisation financière et de l'interdépendance des acteurs financiers. Le départ de cette crise provient de la hausse des taux directeurs de la banque centrale

1. Un prêt *subprime* est un prêt risqué accordé à des emprunteurs moins fiables dont on exige en compensation un taux plus élevé.

des États-Unis, la *Federal Reserve System* (abrégée en FED) à partir de 2005. Cette hausse a élevé le coût des prêts et par conséquent le taux de non-remboursement des crédits immobiliers (souvent proposés à des taux variables) en 2007. Par ailleurs, suite aux acquisitions incessantes de biens immobiliers et à la congestion des biens en hypothèque, les prix de l'immobilier ont commencé à chuter dès 2007. Les organismes pratiquant les prêts *subprimes* se remboursaient en cas de défaut de crédit par la vente des biens immobiliers hypothéqués. La chute des prix de l'immobilier a provoqué une défiance envers les titres financiers comprenant une part plus ou moins grande de crédits *subprimes* (les ABS : *asset-backed security*, les CDO : *collateralized debt obligation*, etc.). Ces effets ont débouché sur une réduction du volume des prêts interbancaires dû au manque de confiance entre les institutions bancaires. En 2008, la crise s'accélère et prend la forme d'une crise de liquidité suite à la faillite de plusieurs institutions financières dont Lehman Brothers le 15 septembre.

La crise de liquidité se matérialise par une aversion au risque de crédit entre les banques commerciales. Le refinancement des banques via le marché interbancaire devient difficile, ce qui, induit une rationalisation des crédits octroyés aux particuliers et aux entreprises. L'accès limité aux emprunts provoque par la suite un effondrement de la demande d'une part et le déclenchement d'une désinflation résultant de l'alourdissement de la charge supportée par les agents économiques de l'autre. Les banques centrales se voient donc contraintes d'intervenir pour éviter l'intensification de la crise et pour ramener le taux d'inflation à un niveau souhaitable.

La FED va alors intervenir en prêtant de fortes liquidités pour renflouer les banques américaines en acceptant des collatéraux d'une gamme d'actifs plus larges qu'avant crise. Toutefois, l'aversion au risque de crédit va atteindre les banques commerciales européennes et la BCE va voir la crise de liquidité se propager dans l'économie européenne.

De son côté, pour contrer la crise, la BCE va procéder d'une part à une *politique de soutien renforcé au crédit* (PSRC) ayant pour objectif le rétablissement du fonctionnement du marché interbancaire. Cette politique s'est traduite par la baisse de son taux directeur principal passant de 4,25% en juillet 2008 à 1% en mai 2009 soit une baisse de 325 points de base (bps) en moins d'une année (Figure 1.1). La baisse des taux a pour effet de diminuer le coût des prêts interbancaires et permet ainsi de faciliter le refinancement des entreprises.

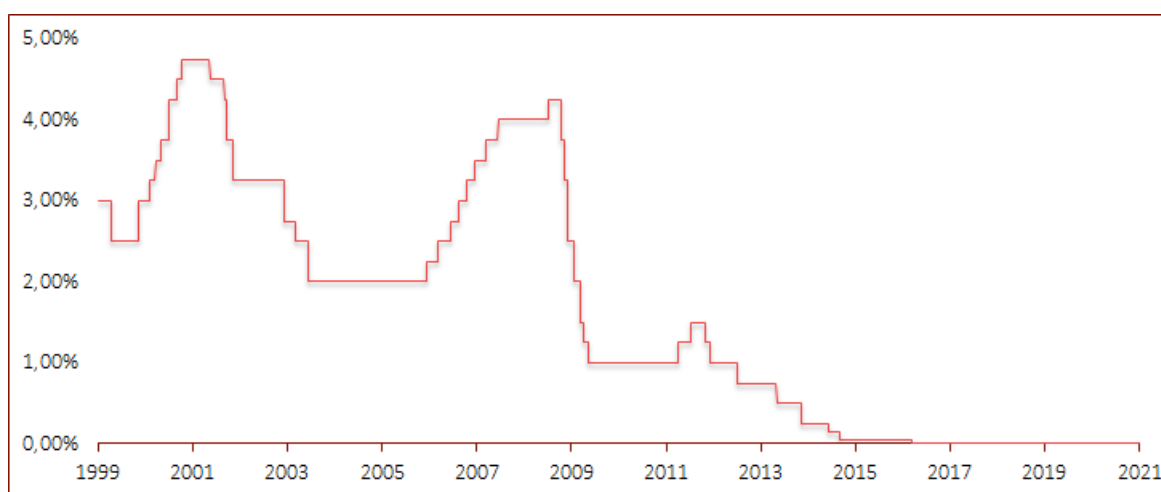


FIGURE 1.1 – Évolution du taux directeur de la BCE

Sources : euribor-rates.eu

D'autres parts, la BCE va mettre en place un *programme pour le marché de titres (PPMT)* ayant pour objectif le rétablissement des titres d'État. Il s'agira d'un *Quantitative Easing* qui sera prolongé plusieurs fois et qui aura servi à racheter au total, près de 2500 milliards d'euros de dettes souveraines² en 2021.

C'est dans le sillage de la crise des liquidités de 2008 que survient la crise des dettes souveraines en 2010. En effet, les États européens afin de soutenir leur économie durant et après la crise des *subprimes* ont été contraints à augmenter leurs dépenses publiques à cet effet. Comme résultat, la dette publique a augmenté passant à plus de 100% du PIB en Grèce (146%) et en Irlande (123,7%). Pour relancer les économies européennes, la BCE a mis en place un second *Quantitative Easing* de plusieurs milliards d'euros pour soulager les gouvernements européens de leur dette publique.

À toutes ces crises, s'ajoute la crise sanitaire de 2020. L'environnement sanitaire a obligé la cessation temporaire de l'activité de plusieurs entreprises dans le monde. Pour éviter la faillite de certaines entreprises et favoriser la reprise des activités, les États de l'Union Européenne (UE) ont augmenté leur dette publique afin d'aider à soutenir les entreprises en difficultés. La BCE lance un vaste programme d'achats de titres d'urgence abrégé *PEPP* (Pandemic Emergency Purchase Programme) qui a pour but de lutter contre les conséquences de la pandémie du coronavirus. Il s'agit d'une troisième politique de *Quantitative Easing* qui servira à racheter des titres financiers comme les obligations d'État pour une valeur de près de 1850 milliards d'euros.

Ainsi, c'est suite à ces crises successives et aux politiques monétaires de réponse de la BCE que l'environnement des taux bas est apparu et s'est installé en Europe.

1.2 La directive Solvabilité 2

En assurance, contrairement à une entreprise classique, les produits issus de la vente (primes) sont connus et encaissés avant la connaissance et le paiement des coûts et des charges (prestations, coûts de gestion des sinistres, etc.) s'y rapportant. Ce phénomène est désigné par le terme d'inversion du cycle de production. Un assureur, afin de tenir à ses engagements et conscient de l'inversion de son cycle de production, est soumis à une réglementation forte.

En outre, de façon à garantir le paiement de ces engagements même en situation de crise, l'assureur doit détenir des actifs sûrs, liquides et rentables et posséder un minimum de fonds propres.

L'assureur ne peut tenir ses engagements que par une maîtrise complète de tous les postes de son bilan. Il vient ainsi, une nécessité d'avoir une réglementation forte et stricte qui obligerait les assureurs à la prudence en vue de garantir leur engagement envers les assurés. C'est dans cette optique que se place la directive Solvabilité 2 dont la date d'entrée en vigueur fut le 1er janvier 2016.

2. European Central Bank : Asset purchase programmes

1.2.1 Présentation de la directive Solvabilité 2

La directive Solvabilité 2 (S2) a pour principal objectif la protection des assurés par un renforcement des exigences en termes de solvabilité, de reporting et de gouvernance des entreprises d'assurance. En outre, elle se donne pour objectif de renforcer également la compétitivité des assureurs et réassureurs européens au niveau international. Elle fait suite à la directive Solvabilité 1 (adoptée en 1973) qui se limitait aux aspects quantitatifs et était inadaptée au différent profil de risque des assureurs.

La directive Solvabilité 2 se décline en trois piliers :

1. Pilier 1 : Exigences quantitatives

Ce pilier regroupe les exigences quantitatives, c'est-à-dire les règles de valorisation des actifs et des passifs, ainsi que les exigences de capital et leur mode de calcul en fonction des risques auxquels les assureurs sont soumis. Les exigences de capital peuvent être calculées au moyen de la Formule Standard ou au moyen d'un modèle interne complet ou partiel.

La norme Solvabilité 2 recommande une valorisation des actifs et des passifs en *fair value* (juste valeur) et oblige les compagnies d'assurance à constituer deux exigences de capital :

- le *Minimum Capital Requirement* (MCR) : qui représente le niveau de fonds propres minimal en dessous duquel les intérêts des assurés se verraient sérieusement menacés si l'entreprise était autorisée à poursuivre son activité. Ainsi, si les capitaux propres d'une entreprise deviennent inférieurs au MCR, le régulateur interviendra automatiquement pour mettre en place un plan de redressement. La réglementation indique que le MCR doit être compris entre 25% et 45% du SCR.
- le *Solvency Capital Requirement* (SCR) : représente le niveau de capital nécessaire à la continuité d'activité, et plus précisément au niveau de capital qu'il faut posséder a minima pour limiter la probabilité de ruine de l'assureur à moins de 0,5% par an.

2. Pilier 2 : Exigences qualitatives

Ce pilier regroupe les exigences qualitatives, avec les règles de gouvernance, le contrôle interne et la gestion des risques (*Own Risk and Solvency Assessment* : l'ORSA). L'ORSA est un processus interne d'évaluation des risques et de la solvabilité par l'assureur. Il reflète la capacité de l'assureur à identifier, mesurer et gérer les éléments de nature à modifier sa solvabilité (risque) ou sa situation financière (rentabilité). De ce fait, l'ORSA représente un outil stratégique de premier plan qui doit être appréhendé par l'assureur comme un outil de pilotage de l'activité en fonction des risques. Notre mémoire se positionne dans le cadre de l'ORSA d'un assureur fictif proposant le Plan d'Épargne-Retraite (PER).

3. Pilier 3 : Reporting prudentiel et information du public

Le troisième et dernier pilier de Solvabilité 2 concerne la communication d'informations au public et aux autorités de contrôle. Il vise à harmoniser au niveau européen les informations publiées par les organismes d'assurance ainsi que celles remises aux superviseurs. Ces informations, à la fois quantitatives et qualitatives, sont à remettre à une fréquence annuelle et, pour certaines, trimestrielles.

1.2.2 Bilan d'un assureur sous Solvabilité 2

L'entrée en vigueur de la norme Solvabilité 2 a induit une transformation de la vision du bilan des compagnies d'assurance. Solvabilité 2 a introduit une valorisation des placements et actifs en valeur de marché (VM) et une évaluation des engagements en valeur de marché pour les risques couvrables sur les marchés financiers et en vision *Best Estimate* (BE) pour les autres risques.

L'actif du bilan de la compagnie d'assurance est composé alors de tous les placements en *fair value*. Le passif par contre est composé d'une part du SCR, du MCR et de l'excédent de capital qui forment le *Net Asset Value* (NAV). D'autres parts, il est composé par le *Best Estimate* et la marge pour risque (RM) qui forment les provisions techniques.

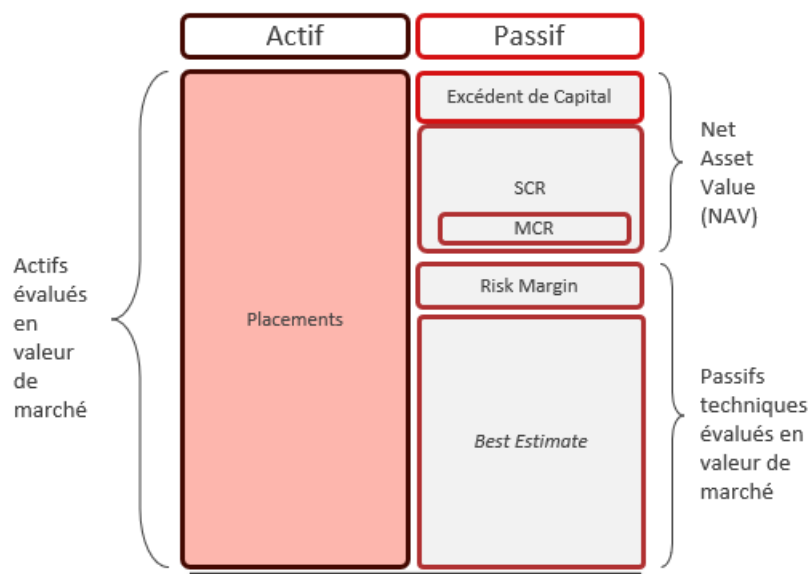


FIGURE 1.2 – Bilan prudentiel sous la norme Solvabilité 2

1.2.3 Les indicateurs de pilotage

Dans le cadre d'un ORSA, l'assureur s'appuie sur des indicateurs d'aide à la décision qui seront présentés dans cette section. La dernière partie de la section sera consacrée à la présentation des indicateurs d'aide à la décision du point de vue d'un assuré.

Indicateurs de pilotage S2 : Vue de l'assureur

La norme Solvabilité 2 (S2) a introduit de nouvelles grandeurs comptables et économiques plus ou moins importantes pour le pilotage des activités des compagnies d'assurance.

Parmi ces indicateurs, on distingue le **Net Asset Value** (NAV) qui est la valeur des fonds propres économiques de l'entreprise : c'est la différence entre la valeur des actifs évalués au prix du marché et les engagements de l'assureur.

Le **Best Estimate** (BE), défini comme la moyenne pondérée par les probabilités d'occurrence des flux de trésoreries futurs compte tenu de la valeur temporelle de l'argent, est estimé sur la

base de la courbe des taux sans risque pertinent. Concrètement, il s'agit de la valeur actuelle de l'engagement de l'assureur envers les assurés. Le BE est calculé comme suit :

$$\text{Best Estimate (BE)} = \mathbb{E}^Q \left(\sum_t \frac{CF_t}{(1+r_t)^t} \right) \quad (1.1)$$

CF_t (cash flows) représente les flux de trésoreries à la date t , r_t le taux d'actualisation sans risque et Q , la probabilité risque neutre.

La **marge pour risque** (RM) représente une marge complémentaire au BE calculée sur la base du SCR. C'est le montant à ajouter au BE dans le cas où une autre entreprise souhaiterait reprendre et honorer les engagements d'un autre assureur jusqu'à la liquidation totale de ses engagements. Elle se calcule selon la formule 1.2 :

$$\text{Risk Margin (RM)} = \mathbb{E}^Q \left[CoC \cdot \sum_{t \geq 0} \frac{SCR(t)}{(1+r_t)^t} \right] \quad (1.2)$$

CoC représente le coût du capital et $SCR(t)$, le capital de solvabilité requis pour l'assureur pour l'année t .

Le **SCR** peut être calculé au moyen d'une Formule Standard, ou au moyen d'un modèle interne. La Formule standard utilisée dans le cadre de ce mémoire, propose une méthode de calcul à la fois simple pour pouvoir s'adapter à tous les assureurs et assez complexe pour prendre en compte l'ensemble des risques encourus. La formule standard est dite modulaire, puisqu'elle découpe chaque grand risque en module (risque en assurance non-vie, risque de marché, etc.) et chacun de ces modules est divisé en sous-modules afin d'avoir une plus grande granularité et compréhension du risque auquel un assureur peut être exposé. Le capital économique sur chaque sous-module se calcule comme la différence entre les fonds propres initiaux de l'assureur sous Solvabilité 2 et les fonds propres de solvabilité suite à l'application d'un choc (choc de taux, de mortalité, de rachats, etc.). On obtient le besoin de capital pour chaque module en agrégeant tous les types de risque individuels présents dans les sous-modules à l'aide d'une matrice de corrélation pour tenir compte de l'effet de diversification selon le principe de base que tous les événements ne se produisent pas en même temps. La formule du SCR_m sur le module m s'écrit ainsi :

$$SCR_m = \sqrt{\sum_{i,j} \rho_{i,j}^{R_m} C_i C_j} \quad (1.3)$$

C_i représente le capital économique du risque i présent dans le module m et ρ^{R_m} la matrice de corrélation des risques du module m .

Sur la figure **1.3** nous présentons une vision de l'architecture de la Formule Standard.

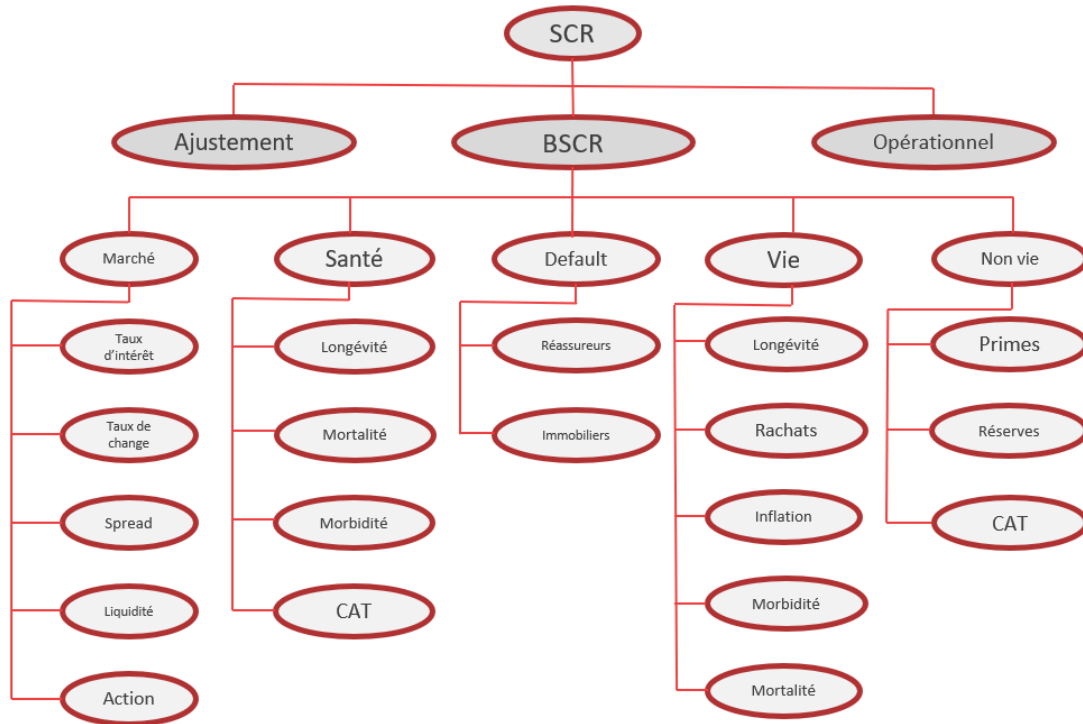


FIGURE 1.3 – Modules de risque dans la Formule Standard pour le calcul du SCR

On agrège ensuite les SCR_m pour obtenir le *Basic Solvency Capital Requirement* (BSCR) :

$$BSCR_m = \sqrt{\sum_{i,j} \rho_{i,j}^M SCR_i SCR_j} \quad (1.4)$$

L'avantage de cette formule est sa simplicité, mais ceci oblige à faire des hypothèses fortes sur les matrices de corrélations qui sont alors définies de façon déterministes l'empêchant ainsi de refléter la vraie corrélation entre les risques d'une compagnie d'assurance. La mécanique du modèle interne consiste à construire une distribution des fonds propres en date $t = 1$ et, à calculer la probabilité que l'assureur se retrouve en ruine.

Pour palier les défauts de la Formule Standard et prendre en compte leur propre profil de risque, l'assureur a la possibilité de définir sa propre formule de calcul du SCR selon un modèle interne.

Dans le cadre du présent mémoire, nous utilisons la Formule Standard de calcul du SCR. Le jeu de paramètres de chocs utilisé pour calculer les sous-modules du SCR provient de la réglementation publiée par l'Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution (ACPR) [5].

	Paramètres de choc
Volatility Adjustment	0,00%
Actions participatives	22,00%
Actions globales	39,00%
Actions autres	49,00%
Immobilier	25,00%
Hausse mortalité	15,00%
Baisse mortalité (longévité)	20,00%
CAT	0,15%
Hausse des rachats	50,00%
Baisse des rachats	50,00%
Rachat massif	40,00%
Niveau des frais	10,00%
Évolution des frais	1,00%

TABLEAU 1.1 – Jeu de paramètres de chocs utilisé pour le calcul du SCR

Grâce au calcul de la NAV et du SCR, la compagnie d'assurance peut déterminer le ratio de solvabilité ou **ratio de couverture** (RC) et le **besoin en capital** (BC) :

$$\text{Ratio de couverture } (RC) = \frac{\text{Net Asset Value}}{SCR} \quad (1.5)$$

$$\text{Besoin en capital } (BC) = SCR - \text{Net Asset Value} \quad (1.6)$$

Avec le troisième pilier de Solvabilité 2, les assureurs sont tenus de communiquer leurs résultats chaque année. Le ratio de solvabilité s'avère être un puissant outil de communication, étant donné qu'il reflète l'état économique d'un assureur et permet de rassurer les investisseurs et potentiellement les assurés sur la solvabilité de celui-ci. En effet, un ratio de couverture très supérieur à 1, illustre la capacité qu'a l'assureur de tenir ses engagements envers ses assurés, ce, malgré d'éventuelles crises. Le besoin en capital lorsqu'il est négatif, représente le fonds nécessaire que doit apporter l'assureur pour respecter ses exigences de solvabilité 2.

Le SCR, le ratio de couverture ou encore le besoin en capital, sont des indicateurs qui ont pour but de mesurer la solvabilité d'un assureur. Pour mesurer le résultat d'une activité, la **Value of In-Force** (VIF) peut être utilisée. En assurance-vie, la VIF est la valeur actuelle probable des profits futurs (*PVFP : Present Value of Future Profits*) issus de l'*In-Force* qui correspond à la projection des marges futures actualisées du scénario central en risque neutre. Il existe plusieurs approches mathématiques pour le calcul de la VIF, mais celle retenue dans ce mémoire est la suivante :

$$\text{Value of In-Force } (VIF) = PVFP = \mathbb{E}^Q \left[\sum_{t \geq 0} \frac{Resultats_t}{(1 + r_t)^t} \right] \quad (1.7)$$

Dans cette étude, pour des besoins de comparaison et de lisibilité, ces indicateurs sont présentés en pourcentage de l'encours total.

Indicateurs d'aide à la décision : Vue d'un assuré

Un assuré souscrivant à un contrat d'assurance-vie ou à un contrat d'épargne-retraite, s'attend à un rendement sur son épargne. L'assureur, pour rémunérer l'épargnant, lui propose chaque année, un **taux servi** qui revalorise son épargne. En assurance-vie, le taux servi dépend en général d'un taux technique ou taux minimum garanti (TMG) et de la participation au bénéfice (PB). La PB est la part de son résultat qu'un assureur verse à ses assurés. Il vient de ce fait, que le taux servi aux assurés fluctue selon les conditions du marché.

Notons que le taux servi est distribué uniquement à partir des performances du fonds en euros et que le rendement du support en unités de compte (UC) n'y est pas intégré. Par conséquent, le taux servi ne convient pas pour déterminer la rentabilité d'un placement multisupport tel qu'un PER par exemple. Sur le support en UC, l'assureur ne garantit que le nombre de parts possédé par l'assuré, la valeur des parts de l'assuré évolue au gré du marché et celui-ci ne connaît la rémunération réelle de son placement qu'au moment de la clôture de son contrat (contrat arrivant à son terme, rachat, etc.). Pour capter cet effet, le taux servi n'est pas adapté, nous utiliserons le **Taux de Rendement Interne (TRI)**.

Le TRI est une mesure de la rentabilité d'un investissement qui techniquement, est défini comme la valeur du taux qui permet d'annuler la valeur nette actuelle des flux financiers provenant d'un placement financier. On l'obtient de la façon suivante :

$$CF_0 + \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1 + \mathbf{TRI})^t} = 0 \quad (1.8)$$

CF_t représente les flux financiers à la date t , T , la date échéance du contrat. Les flux financiers entrants sont les prestations reçues par l'assuré et les flux sortants représentent les primes qu'il verse. CF_0 représente l'investissement initial et, de ce fait, est négatif.

Lorsqu'on suppose que l'assuré ne rachète pas son contrat PER et ne décède pas avant le terme T (date d'entrée à la retraite) et que l'apport de celui-ci se résume à une prime unique, versée au début de son contrat, le TRI se calcule comme suit :

$$\text{Apport initial} = \frac{\text{Capital de sortie}}{(1 + \mathbf{TRI})^T} \quad (1.9)$$

Dans le cadre de ce mémoire, le TRI est calculé sur la base de scénarios économiques déterministes. De ce fait, le TRI varie au regard du rendement des actifs paramétré dans le scénario déterministe. Pour atténuer cet aspect et avoir un indicateur moyen représentatif de l'espérance de rendement que peut espérer un assuré, nous réalisons une projection en monde réel à partir de 5000 simulations et nous retenons le TRI moyen comme principal indicateur de rentabilité pour un assuré.

La distribution du TRI obtenue à travers les simulations en monde réel, nous permet de créer plusieurs indicateurs de risque et de volatilité pour l'investissement de l'assuré.

En premier, nous avons le **risque de perte**, qui se définit comme la probabilité que l'assuré obtienne un capital de sortie inférieur à sa prime initiale. Ce cas de figure se produit lorsque le

TRI est négatif. Le risque de perte se calcule alors par la formule suivante :

$$\mathbf{Risque\ de\ perte} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{1}_{TRI < 0} \quad (1.10)$$

N correspond au nombre de simulations effectuées.

Ensuite, nous pouvons également calculer l'**écart-type du TRI**, qui illustre la volatilité du TRI autour de sa moyenne sur les 5000 simulations en monde réel.

$$\mathbf{Ecart\text{-}type\ du\ TRI} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (TRI_i - TRI_{moyen})^2} \quad (1.11)$$

L'écart-type du TRI est considéré comme principal indicateur de risque pour l'assuré.

Pour faciliter l'analyse, nous pouvons combiner l'indicateur de risque et de rentabilité chez l'assuré et obtenir un indicateur synthétique reflétant simultanément la volatilité et le rendement de son placement.

Dans la littérature de la finance, le **Ratio de Sharpe** (S_R) est fréquemment utilisé à cet effet. Introduit en 1966 par **William Forsyth Sharpe**, le Ratio de Sharpe est une mesure de rendement d'un portefeuille ajusté au risque de celui-ci. Il mesure l'écart de performance entre un portefeuille et un actif dont le taux de rendement est sans risque, le tout rapporté à un indicateur de risque : la volatilité du portefeuille. Le ratio de Sharpe se calcule comme suit :

$$\mathbf{Ratio\ de\ Sharpe} (S_R) = \frac{R - s}{\sigma} \quad (1.12)$$

R et σ représentent respectivement l'espérance de rendement et la volatilité du portefeuille, s est l'espérance de rendement de l'actif sans risque.

Ce ratio a une double utilité puisque, dans un premier temps, il permet de comparer la rentabilité d'un portefeuille par rapport à un actif sans risque :

- Si le ratio de Sharpe est négatif, cela signifie que le portefeuille sous-performe le placement sans risque.
- Un ratio compris entre 0 et 1, dénote une sur-performance du portefeuille par rapport au placement sans risque, mais au prix d'un risque élevé.
- Lorsque le ratio est supérieur à 1, le portefeuille a un meilleur rendement par rapport au placement sans risque tout en ayant un risque moindre.

De plus, le ratio de Sharpe permet de classer plusieurs portefeuilles entre eux selon leur rentabilité par unité de risque. En effet, puisque le R_S donne la rentabilité d'un portefeuille par unité de risque, un portefeuille ayant la valeur la plus élevée du ratio peut être considéré comme le plus performant.

1.2.4 Les révisions de la norme Solvabilité 2

Dans la directive Solvabilité 2, il est prévu deux clauses de révisions : une première revue en 2018 sur le calibrage de l'exigence en capital (SCR) et une seconde revue de la directive en 2020. Ces clauses de révisions tiennent compte d'un côté de l'évolution des conditions économiques et de l'autre des retours des assureurs et des régulateurs dans l'application des exigences de la norme. Dans le cadre de la revue de 2020, il est organisé plusieurs vagues de consultations menées par l'Autorité européenne des assurances et des pensions professionnelles (EIOPA) pour dresser un tableau des problématiques et enjeux de la mise en place de la norme et pour proposer des lignes de conduite à suivre.

Au sortir de ses différentes consultations, l'EIOPA a relevé plusieurs points auxquels l'Autorité a proposé plusieurs recommandations.

Le premier point concerne les piliers 2 et 3 de solvabilité. En effet, l'EIOPA a constaté une divergence au niveau des exigences des autorités nationales de contrôle en termes d'audit des productions réglementaires. Dans ce sens, l'Autorité propose l'introduction, a minima, d'exigences en termes d'audit externe du bilan prudentiel. De plus, l'EIOPA a remarqué que le rapport sur la solvabilité et la situation financière (SFCR) qui est un outil de transparence et de discipline de marché destiné à fournir des informations pertinentes aux parties prenantes ne répond pas aux exigences des titulaires de polices. Ainsi, l'Autorité préconise l'introduction d'une section à destination explicite des assurés dans le SFCR.

Concernant les exigences quantitatives, l'Autorité a mené une étude sur l'extrapolation de la courbe des taux sans risque. La courbe des taux swap est utilisée pour déduire la courbe des taux sans risque pour l'euro et sert donc de référence pour actualiser les provisions techniques sous Solvabilité 2. Cependant, pour les engagements de longs termes les taux swap ne sont plus fiables au-delà du *Last Liquid Point* (LLP) fixé à 20 ans en zone euro. Au-delà du LLP, il faut extrapoler la courbe des taux en le faisant converger vers l'*Ultimate Forward Rate* (UFR) qui était établi à 4,2% sur la base d'un taux d'inflation de 2% et d'un taux à long terme de 2,2%. Or, vu le contexte actuel de taux d'intérêt et d'inflation bas, l'UFR devient obsolète. L'EIOPA propose dans cette optique plusieurs scénarios pour une revue progressive de l'UFR de 4,2% à 3,7%.

Par ailleurs, l'Autorité a proposé la revue du calcul de l'ajustement pour volatilité (VA) - qui est une correction apportée à la courbe des taux d'intérêt sans risque utilisée dans le calcul du BE d'un assureur - qui devient la somme d'un facteur permanent et d'un facteur macroéconomique, lequel permettrait de mieux prendre en compte les situations de crises financières où les *spreads* sont importants.

Enfin, pour le calcul du MCR, l'Autorité préconise de modifier les facteurs de risque non-vie. Pour le SCR, l'EIOPA propose de hausser la calibration pour le risque d'intérêt, car il y a une sous-estimation notamment avec les taux bas et de réduire la corrélation dans le cas de la baisse des taux.

Une fois que les bases de la norme Solvabilité 2 ont été posées et que les principaux indicateurs de pilotage ont été présentés, nous passons en revue des effets de l'environnement des taux bas sur le bilan des assureurs.

1.3 L'environnement des taux bas et l'activité d'un assureur vie

Les taux bas ont un effet direct sur les activités des assureurs en général et plus précisément sur les activités des assureurs-vie. L'impact se porte tout autant sur le passif que sur l'actif du bilan de la compagnie d'assurance. Les effets de taux bas sont d'autant plus perceptibles chez l'assureur compte tenu de l'inversion du cycle de production auquel il est confronté. En effet, plus l'engagement de l'assureur est durable dans le temps, plus il est exposé aux taux bas.

En France, les primes perçues par les assureurs sur les contrats d'assurance vie d'une manière générale et, sur les contrats d'épargne-retraite en particulier, sont investies généralement sur deux fonds : le fonds en euros et les supports en unités de compte (UC). Par le passé, sur les contrats en euros, l'assureur garantissait en général à l'assuré le montant investi et lui proposait une rémunération régulière via un taux minimum garanti³ et une participation au bénéfice. Dans ce type de contrat, le risque est supporté entièrement par les assureurs. Ainsi, les assureurs ayant garanti des taux élevés avant la chute des taux se trouvent en difficulté de solvabilité suite à la durabilité de l'environnement des taux bas.

D'un autre côté, les revues successives de la directive Solvabilité 2 vont impacter le calcul du SCR et *Best Estimate* des assureurs-vie. En effet, la revue du calcul de l'UFR se traduira mécaniquement par une hausse des provisions techniques suite à une baisse de la courbe d'actualisation des *cash-flows* et par une baisse du ratio de solvabilité. L'évolution sur le calcul de la VA pourrait permettre de réduire le niveau des provisions.

Ouverture sur le chapitre suivant

Ce premier chapitre est revenu sur le contexte économique et réglementaire dans lequel le PER a été mis en place. Le chapitre suivant s'intéressera à la présentation du régime de retraite en France d'une manière générale et à la présentation du PER en particulier.

3. Dans le contexte des taux bas actuels, le TMG peut être nul ou inexistant.

Le régime de retraite en France : présentation du PER

Un régime de retraite est un mécanisme systématique et organisé sur une base légale ou réglementaire qui permet à des travailleurs (salariés ou non), suite à des cotisations au cours de leur période active (phase de constitution), d'accumuler un capital qui leur sera versé sous forme de prestations lors de leur retraite (phase de restitution). La France a développé une multitude de régimes depuis la création de la sécurité sociale en octobre 1945.

Dans ce chapitre, nous apportons une vue globale sur le fonctionnement du régime de retraite en France. Ensuite, nous présentons les nouveautés introduites par la loi PACTE notamment le nouveau Plan Épargne Retraite (PER). Enfin, nous finirons par la présentation des risques liés à l'activité d'assurance vie.

2.1 L'épargne retraite en France

Le régime d'épargne retraite en France est qualifié de système obligatoire, par répartition et contributif. En effet, il est dit obligatoire puisque, dès l'instant qu'un Français travaille, son employeur et lui sont tenus de cotiser pour constituer sa retraite. C'est un système par répartition, car le montant total des cotisations qui est versé chaque année sert à payer les pensions des retraités pour cette même année. Le système organise ainsi un transfert direct des générations en activité vers les générations à la retraite. Enfin, le système est dit contributif étant donné que la retraite perçue est en proportion des cotisations versées au cours de la phase de constitution. Un tel système est nommé modèle **Bismarckien**¹.

Le système de retraite en France est constitué de trois niveaux de couverture :

- le régime de base de la sécurité sociale,
- les régimes complémentaires et
- les régimes supplémentaires.

À ces trois niveaux, nous pouvons éventuellement rajouter l'assurance-vie.

1. En référence au Chancelier allemand *Otto Von Bismarck* qui l'a mis en place en Allemagne

2.1.1 Niveau 1 : Le régime de base obligatoire

Ce premier niveau représente la retraite de base. Son but est de servir une pension de base pour les retraités. Ce régime s'applique obligatoirement aux salariés comme aux non salariés. Il fonctionne par répartition, c'est-à-dire que les cotisations des travailleurs actuels servent à financer les pensions des actuels retraités. Le montant des cotisations et des pensions dans ce régime est assis non pas sur la totalité du salaire ou du revenu professionnel, mais sur une base réglementaire. Pour les salariés, on parle de plafond annuel de la sécurité sociale (PASS) ou de traitement hors primes pour les fonctionnaires. Le PASS s'élève à 41 136 euros en 2021. La sécurité sociale est gérée par plusieurs organismes selon le profil du cotisant : Mutualité sociale agricole (MSA) pour les salariés et non salariés de l'agriculture, la Caisse Nationale d'Assurance Vieillesse (CNAV) pour les salariés, le service des retraites de l'État pour les fonctionnaires, etc.

Les cotisations sont supportées par le travailleur et son employeur. D'un côté, les salariés cotisent à hauteur de 6,9% du salaire limité au PASS additionné de 0,4% du salaire, et de l'autre, l'employeur verse 8,55% du salaire limité au PASS, auquel on ajoute 1,9% du salaire. La pension de la sécurité sociale (PSS) est calculée de la manière suivante :

$$PSS = \mu^{(1)} \times \text{Taux de pension}^{(2)} \times \frac{\delta^{(3)}}{\delta_T^{(4)}} \times (1 + \text{majorations}^{(5)}) \quad (2.1)$$

(1) représente le salaire moyen dans la limite du PASS de chaque année revalorisée avec l'indice de sécurité sociale. (2) fixé à 50% avec abattement de 0,625% par trimestre manquant pour obtenir le taux plein. On fixe toutefois le taux de pension à un minimum de 25%. (3) exprimé en trimestre, correspond à la durée totale de cotisations au régime. (4) correspond au nombre total de trimestres de cotisations réglementaires (166 trimestres actuellement passera à 172 en 2035 avec la réforme Ayrault de 2013). (5) est la majoration pour enfants élevés ou besoin d'une tierce personne ou surcote de 1,25% par trimestre au-delà du nombre de trimestres nécessaires pour obtenir le taux plein.

2.1.2 Niveau 2 : Le régime complémentaire obligatoire

Au premier pilier du régime de retraite français s'ajoute le second pilier de retraite, qualifié de régime complémentaire. Tout comme la sécurité sociale, le régime complémentaire est obligatoire et est destiné aux mêmes assurés. Il fonctionne également par répartition et par cotisation définie, mais est assorti d'un système de points retraite dont le nombre est fonction de la durée et du montant des cotisations. Très souvent pour les travailleurs non salariés, la retraite complémentaire est souvent gérée par le même organisme qui gère le régime de base. Pour les salariés, il est géré par l'AGIRC (Association Générale des Institutions de Retraite des Cadres) et l'ARRCO (Association des Régimes de Retraites Complémentaires). Le régime AGIRC-ARRCO prend en compte les salaires de un à huit fois le PASS. Notons toutefois que dans certaines professions, le régime de base et le régime complémentaire sont regroupés.

Le nombre de points retraite n est définie par :

$$n = \frac{\text{Tranche de salaire concernée selon le PASS} \times \text{Taux contractuel}^{(1)}}{\text{Salaire de référence}} \quad (2.2)$$

(1) 6,2% sur le premier PASS et 17% au-delà.

Durant la phase de constitution, l'assuré constitue sa retraite complémentaire à la valeur d'achat du point (17,3982 euros en 2020). Lors de la phase de restitution, il touchera un revenu complémentaire à la pension issue du régime de base correspondant au nombre de points multiplié par la valeur service du point en vigueur à cet instant (1,2714 euro depuis novembre 2019). L'inconvénient pour ce système est que l'assuré ne connaît pas le montant d'épargne qu'il a cumulé, mais plutôt le nombre de points.

En 2018, le régime AGIRC-ARRCO comptait près de 19 millions d'assurés en France avec 55% d'hommes². Par ailleurs, l'âge moyen des cotisants s'élevait à 62 ans et 11 mois pour les femmes et 62 ans et 5 mois chez les hommes. Les femmes possèdent l'espérance de vie à la liquidation la plus élevée (27 ans et 7 mois contre 23 ans et 11 mois chez les hommes).

2.1.3 Niveau 3 : Le régime de retraite supplémentaire

Contrairement aux deux premiers niveaux, le régime de retraite supplémentaire est décrit comme facultatif. Ce régime peut être mis en place de manière individuelle ou par une entreprise pour une partie ou l'ensemble de ses salariés par le biais de produits d'épargne. Ce régime permet aux salariés de constituer un capital additionnel pour leur retraite. Il fonctionne le plus souvent par capitalisation, c'est-à-dire que les cotisations de l'assuré sont investies sur les marchés financiers et les revenus issus de ses investissements sont proposés au moment de la retraite sous forme de capital ou de rente. C'est à ce niveau que s'inscrit les dispositifs d'épargne retraite.

Avant la loi PACTE, le paysage du système de retraite supplémentaire était constitué par plusieurs produits d'épargne retraite très hétérogènes entre eux. En effet, d'un côté se trouvaient les produits se différenciant par le type de souscription (individuel ou collectif), de l'autre par la définition des droits (cotisations ou prestations définies). Dans la suite, nous proposons un bref exposé des principaux produits de l'épargne retraite en France.

Le Plan d'Épargne Retraite Populaire (PERP)

Le PERP a été créé par la loi Fillon en août 2003. C'est un plan d'épargne à long terme dont la sortie est soit en rente viagère, soit en capital sur option. Il est ouvert à tous les épargnants (salariés ou non). Le PERP n'est plus commercialisé depuis le 1^{er} octobre 2020. Toutefois, tout assuré qui désire conserver son contrat peut le faire. Avant la fermeture du produit, la souscription d'un PERP pouvait se faire auprès d'un assureur-vie, d'une banque, d'un institut de prévoyance ou d'une mutuelle.

Il s'agit d'un régime par capitalisation. Les versements sur le PERP peuvent être libres ou programmés et peuvent être suspendus à tout moment. Avec ce plan, les assurés peuvent choisir les supports d'investissements de leur capital (fonds en euros ou supports en unités de compte) selon le rendement souhaité et leur appétence au risque. Les fonds en euros offrent à l'assuré plus de garanties, mais couplées à un rendement faible. En effet, sur ce fonds, l'organisme offre un TMG à l'épargnant en portant l'intégralité des risques liés aux marchés. Pour être sûr de répondre à ces engagements, l'organisme investit les cotisations dans des supports peu risqués comme les obligations souveraines qui donnent des rendements faibles. Ce fonds est donc adapté aux assurés avertis aux risques. Les montants cotisés sur les supports en unités de compte (UC) sont investis en actions, dans de l'immobilier, etc. Ces actifs sont plus risqués que les obligations

2. Site officiel de l'AGIRC-ARRCO

d'État, mais offrent en contrepartie un rendement espéré plus élevé. Sur ce type de contrats, l'organisme ne garantit plus de taux de rendement, mais le nombre d'actifs appelés unités de compte. Le risque dans ce cas est porté exclusivement par l'assuré. Ce support est donc plus adapté aux assurés moins averse au risque. L'assureur peut également choisir d'investir son épargne sur les deux supports simultanément selon des proportions qu'il peut définir lui-même, dans ce cas on parle de gestion libre ou qu'il laisse à l'organisme on parle alors de gestion sécurisée ou de gestion pilotée.

Le capital investi sur un PERP est bloqué jusqu'à l'âge légal de la retraite. Cependant, il est possible de récupérer le montant investi en cours de contrat dans certaines situations graves : décès du conjoint ou du partenaire de pacs, invalidité, etc.

Le montant investi sur les PERP est déductible du revenu imposable dans la limite de :

- 10% du revenu imposable des revenus nets d'activité professionnelle avec un maximum de 10% de huit fois le PASS
- un minimum absolu de 10% du PASS

La déduction peut se faire par plusieurs contribuables dans un même foyer fiscal. Si la phase de restitution s'effectue en rente, le revenu est soumis au barème progressif de l'impôt sur le revenu et aux prélèvements sociaux. Le taux en vigueur en 2021 est de 17,20%.

Le PERP n'est pas portable vers les autres produits d'épargne qui existaient avant la loi PACTE.

Le Plan d'Épargne Retraite Entreprise (PERE)

Par opposition au PERP, le PERE est un plan d'épargne collectif mis en place par une entreprise afin de permettre à ses salariés de constituer une épargne supplémentaire à leur retraite de base. Les cotisations versées dans le cadre d'un PERE alimentent les comptes individuels des travailleurs et proviennent :

- de l'entreprise : les cotisations de l'entreprise sont périodiques et représentent généralement un pourcentage du salaire brut,
- d'éventuelles sommes versées par les salariés sur leur compte individuel,
- du transfert de jours du compte épargne temps (CET) ou de jours de congé non pris dans la limite de 10 jours par an.

L'entreprise choisit un taux de cotisation uniforme pour l'ensemble d'une même catégorie de salariés. La gestion de l'épargne se fait également de deux manières comme pour un PERP (gestion libre ou sécurisée). L'adhésion à ce produit est également clos depuis l'avènement du PER (1^{er} octobre 2020). La restitution de l'épargne est faite en rente sauf dans le cas où l'épargne est peu élevée et dans ce cas la sortie peut être en capital.

Fiscalement, le PERE est avantageux à l'entreprise et aux salariés, car il permet de déduire les versements de l'assiette des impôts sur les sociétés et de l'impôt sur le revenu.

L'avantage du PERE pour un assuré, au-delà de l'aspect fiscal est qu'il peut être porté vers les autres produits de retraite (PERP, Madelin, PERCO, etc.).

Le Plan pour la Retraite Collectif (PERCO)

Tout comme le PERE, le PERCO est un produit de retraite collectif mis en place dans une entreprise pour les salariés de celle-ci. Pour bénéficier du PERCO dans une entreprise, il faut être soit dirigeant non-salarié ou, soit salarié (CDI, CDD ou contrat d'apprentissage) et jouir d'une ancienneté d'au moins 3 mois. Le PERCO peut être alimenté par la prime d'intéressement et/ou de participation, par des versements personnels, par l'abondement ou encore par le transfert de jours de repos non pris ou jours issus d'un CET. L'épargne peut être placée en Fonds Communs de Placement d'Entreprise, en gestion libre, ou en gestion sécurisée.

Tout comme avec le PERP ou le PERE, l'épargne est disponible à l'âge de la retraite sous forme de rente ou de capital. La sortie en capital sur le PERCO peut se faire en plusieurs fois. Il existe également sur le PERCO, les mêmes conditions exceptionnelles de rachat présentes sur le PERE et le PERP auquel on peut ajouter l'achat de la résidence principale. Le PERCO ne peut être porté que vers un autre PERCO ou un PERE.

Les avantages fiscaux et sociaux du PERCO dépendent de la source de financement de ce dernier. D'un côté, le financement provenant de la prime d'intéressement et de l'abondement est exonéré d'impôt sur le revenu et de charges sociales salariales et de l'autre, les transferts de jours de repos bénéficient d'une exonération d'impôts sur le revenu et de cotisations salariales. L'épargne récupérée à la retraite est partiellement imposable (hors prélèvements sociaux).

Contrat de retraite de "l'article 83"

Le contrat de retraite de "l'article 83" est un contrat de retraite à adhésion obligatoire mis en place par une entreprise au profit de tout ou parti de ses salariés pour leur permettre de constituer une retraite par capitalisation. La phase de restitution se fait exclusivement sous forme de rente viagère contrairement au contrat de retraite de "l'article 82" dont la sortie peut être en rente ou en capital. Il s'agit d'un régime de retraite par cotisations définies financé par l'employeur et le salarié. Les cotisations sont versées sur des comptes individuels des assurés et sont investies sur des supports en euros ou en UC.

D'un point de vue fiscal, l'entreprise peut déduire les contributions patronales de son bénéfice imposable. L'employeur bénéficie également d'une exonération sociale des cotisations patronales versées au régime. De son côté, les salariés peuvent déduire fiscalement la part patronale et salariale des cotisations versées de leur impôt sur le revenu.

Le Contrat de retraite Madelin

Un contrat de retraite Madelin est un contrat de retraite supplémentaire à destination exclusif des non salariés. La phase de restitution de l'épargne du contrat de retraite Madelin se fait obligatoirement par rente. Un montant minimal de cotisation à verser régulièrement est fixé à la souscription du contrat. Comme pour tous les produits présentés, le capital sur le contrat est bloqué jusqu'à l'âge légal de la retraite. Toutefois, l'adhérent peut débloquer son épargne de façon anticipée dans les situations suivantes :

- la cessation d'activité non salariée pour cause de liquidation judiciaire,
- le surendettement,

- le décès du conjoint ou du partenaire de pacs,
- l'invalidité de deuxième ou troisième catégorie de l'assuré, c'est-à-dire une invalidité constatée de 80% au moins et qui l'empêche d'exercer une activité professionnelle.

Les cotisations versées au titre de ces garanties peuvent être déduites du revenu imposable dans la limite d'un plafond fiscal. Les prestations de retraite, versées sous forme de rente, sont soumises à l'impôt sur le revenu après un abattement de 10%. Dans le cadre d'une sortie anticipée pour les raisons citées plus haut, le capital versé à l'adhérent est exonéré d'impôt sur le revenu.

Ces trois niveaux présentés plus haut, représentent les trois piliers fondamentaux du régime de retraite en France. Toutefois, il existe un autre moyen d'épargne très populaire auprès des Français : l'assurance-vie.

2.1.4 L'assurance-vie

Un contrat d'assurance-vie garantit le versement d'un capital ou d'une rente au souscripteur ou au bénéficiaire désigné dans le contrat. Il existe trois types de contrat d'assurance vie : le contrat d'assurance en cas de vie, en cas de décès, en cas de vie et décès.

- L'assurance en cas de décès constitue une garantie pour les proches de l'assuré.
- Le contrat d'assurance en cas de vie fonctionne comme un fond de placement. On peut l'assimiler à un régime de retraite supplémentaire. En effet, ce type de contrat permet de se constituer une épargne moyennant des cotisations que l'on peut retirer en rente ou en capital selon la durée et les options de sortie choisies lors de la souscription.
- Un contrat d'assurance en cas de vie et décès est une combinaison des deux types de contrats d'assurance-vie. Il permet à un assuré de constituer un capital en cas de survie tout en protégeant ses ayants-droits contre le risque de son décès.

Selon les chiffres de France Assureurs anciennement Fédération Française de l'Assurance (FFA), l'assurance-vie représente le premier moyen d'épargne des Français. L'encours sur les produits d'assurance-vie atteint 1 786 milliards d'euros à la fin janvier 2021 contre 220 milliards d'euros pour les produits d'épargne retraite. Un tel gap s'explique par les nombreuses facilités qu'offre l'assurance-vie par rapport aux produits conventionnels d'épargne.

En effet, l'épargne constituée sur un contrat d'assurance-vie est disponible en permanence via un rachat partiel ou total du contrat ce qui n'est généralement pas le cas sur les contrats de retraite supplémentaire. De plus, les modalités de sorties (en rente ou capital) sont laissées au choix de l'épargnant sur un contrat d'assurance-vie. Par ailleurs, en cas de décès sur un produit d'épargne retraite, seuls les ayants-droits de l'assuré peuvent toucher l'épargne alors que sur un contrat d'assurance-vie, l'assuré a le choix du bénéficiaire. Enfin, les contrats de retraite supplémentaire sont souvent complexes et ont une portabilité très limitée entre eux. Tout ceci fait qu'il est plus simple et avantageux pour un travailleur de constituer sa retraite sur un contrat d'assurance-vie plutôt que sur un produit de retraite supplémentaire.

Nous avons présenté l'offre de produits d'épargne retraite existante avant la mise en place du PER par la Loi PACTE. Nous avons montré que l'offre est caractérisée par une grande diversité qui constitue un avantage, mais aussi un inconvénient pour le secteur. En effet, la diversité des régimes de retraite supplémentaire en France couplée à la portabilité limitée des contrats entre eux rendent le système assez illisible et amènent les adhérents à opter pour les produits d'assurance-vie qui sont beaucoup plus souples. Dans ce sens, la loi PACTE introduit à partir de mai 2019, le Plan d'Épargne Retraite (PER) dans le but d'uniformiser tous les produits de retraites supplémentaires et de concurrencer l'assurance-vie.

2.2 Le Plan Épargne Retraite (PER)

La loi PACTE ou plan d'action pour la croissance et la transformation des entreprises est promulguée le 22 mai 2019 et a pour but de redynamiser l'environnement économique français en favorisant la croissance des entreprises, et ce, à toutes les étapes de leur développement : de leur création jusqu'à leur transmission, en passant par leur financement.

Pour augmenter le financement des entreprises, l'État a mis en place dans le cadre de la loi PACTE, un ensemble de mesures visant à rediriger l'épargne des Français vers l'investissement en action. En effet, près de 80% de l'encours en assurance-vie (qui représente la majeure partie de l'épargne des Français) est investi sur les fonds en euros. Ces fonds sont caractérisés par un rendement bas dans le contexte actuel (1,8% en 2017) et une faible allocation de l'investissement en actions. Ainsi à la fin, seulement 20% de l'encours est investi en actions. Les cotisations placées sur les fonds en euros ne bénéficient pas directement aux entreprises. Ainsi, dans le but de favoriser la croissance des entreprises par l'augmentation du financement, la loi PACTE va introduire de nouveaux produits d'épargne conçus de façon à ce que les cotisations perçues puissent servir à l'investissement massif en actions d'entreprise. Il s'agit d'un produit de retraite supplémentaire dénommé Plan Épargne Retraite (PER). Il existe trois types PER :

- le PER individuel (PERIN),
- le PER d'entreprise collectif ou catégoriel obligatoire (PERO) et
- le PER d'entreprise collectif facultatif (PERECO).

Le PER peut être souscrit auprès d'un assureur, d'une mutuelle, d'une institution de prévoyance, d'une banque, ou encore, auprès d'un gestionnaire d'actifs.

2.2.1 Les différents Plan Épargne Retraite

Pour rendre ces nouveaux produits de retraites supplémentaires attractifs aux yeux des Français, les PER offrent plusieurs avantages par rapport à ses prédécesseurs. Dans la suite, nous présentons chaque PER et les avantages qu'il offre par rapport aux anciens produits de retraite supplémentaire.

Le Plan Épargne Retraite Individuel (PERIN)

Le PERIN est le nouveau produit d'épargne individuel facultatif. Il est ouvert à tous sans distinction d'âge et de profils d'activité (salariés, indépendants, fonctionnaires, étudiants, demandeurs d'emploi, etc.). Il a pour objectif de remplacer le plan d'épargne retraite populaire

(PERP), le contrat de retraite Madelin ou encore, les contrats réservés à des catégories spécifiques de travailleurs tels que le contrat Préfon-Retraite³, le Corem et la Complémentaire Retraite des Hospitaliers (CRH). L'épargne constituée sur les anciens produits de retraite individuelle et sur des produits d'assurance-vie peut être transférée vers le PERIN.

L'épargnant a la possibilité de réaliser des versements libres ou programmés, sans condition de montant pendant la phase de constitution. L'alimentation du PERIN peut provenir de trois sources principales :

- des versements volontaires de l'épargnant,
- des transferts en provenance d'un autre PER,
- des transferts de fonds issus d'épargne déjà constituée sur un ancien dispositif retraite (jusqu'au 31 décembre 2022).

Le PERIN comme toutes les autres formes de PER comporte trois compartiments distincts : les compartiments individuel, collectif et obligatoire. Dans le cadre du PERIN, seul le compartiment individuel pourra être alimenté directement par l'assuré, les deux autres compartiments, dits *passifs*, ne pourront accueillir que les sommes issues de transferts en provenance d'anciens dispositifs ou d'un autre PER.

L'épargne sur un PERIN peut être débloquée de façon anticipée avant la fin de la phase de constitution selon les conditions suivantes :

- le décès du conjoint ou du partenaire de pacs,
- une situation surendettement du titulaire,
- la cessation d'activités non-salariés,
- l'expiration des droits au chômage du titulaire,
- l'acquisition d'une résidence principale,
- l'invalidité de deuxième ou troisième catégorie de l'adhérent, de son conjoint marié ou pacsé.

Contrairement à la plupart de ces prédécesseurs, le PERIN permet une sortie en rente viagère, en capital (fractionnable ou non) ou une combinaison des deux. Dans le cadre du compartiment obligatoire, les sommes issues des versements obligatoires ne pourront être restituées que sous la forme d'une rente. À la différence du contrat de retraite Madelin, le PERIN n'impose pas de contrainte de versement minimum annuel.

Le Plan Épargne Retraite Collectif facultatif (PERECO)

Le PERECO est le successeur du plan d'épargne pour la retraite collectif (PERCO) mis en place par les entreprises au bénéfice de leurs salariés. L'adhésion au PERECO est facultative. Le PERECO est alimenté de plusieurs façons :

- des versements facultatifs issus de l'épargne salariale (intéressement, participation, etc.),

3. la Préfon est adressée aux fonctionnaires, anciens fonctionnaires et leurs familles.

- de l'abondement (versements de l'entreprise),
- d'un transfert d'un anciens produits de retraite supplémentaire (PERCO),
- versements obligatoires de l'employeur et du salarié par transfert (dans le cadre du PER obligatoire).

Selon leur origine, ces versements sont destinés à alimenter l'un des trois compartiments cités plus haut. La phase de restitution des PERECO peut s'effectuer en rente viagère, en capital (fractionnable ou non) ou en combinaison des deux. Dans le cadre du compartiment obligatoire, les sommes issues des versements obligatoires ne pourront être restituées que sous la forme d'une rente viagère. Les sommes versées sur un PERECO collectif donnent droit à un avantage fiscal et social variable selon les modalités d'entrée et de sortie du plan, et selon l'origine des versements. Il est également possible de sortir d'un PERECO (sous conditions) avant le début de la phase de restitution. Ces conditions sont identiques à celles sur un PERIN.

L'avantage du PER Collectif par rapport à l'ancien PERCO est qu'il est portable vers un autre PER (PERO en l'occurrence) ce qui n'était pas le cas pour un PERCO qui ne pouvait être transféré que vers un autre PERCO. De plus, les versements volontaires d'un PER collectif ne sont pas soumis à un plafond de cotisation ce qui n'est pas le cas d'un PERCO (25% du salaire brut annuel).

Le Plan Épargne Retraite d'entreprise collectif Obligatoire (PERO)

Le PERO est un contrat de retraite supplémentaire obligatoire. La Loi PACTE l'a prévu pour remplacer le contrat de retraite de "l'article 83". Il se distingue du PER collectif par la possibilité de limiter son champ d'application à une ou plusieurs catégories de salariés, définies de manière objective.

Tout comme les autres PER, le PERO permet une sortie en rente viagère, en capital (fractionnable ou non) ou en combinaison des deux ; le compartiment obligatoire ne donne toujours droit qu'à une sortie sous la forme d'une rente. L'épargne peut être débloquée avant la retraite dans les mêmes conditions qu'avec le PERIN et le PERECO à l'exception de l'acquisition pour une résidence principale.

Lorsqu'une entreprise offre un PERECO et un PERO, il est possible aux adhérents de les regrouper en un régime de retraite supplémentaire nommé PER collectif et obligatoire.

2.2.2 Les modalités de gestion du PER

Les cotisations versées sur le PER peuvent être gérées de deux manières différentes. La première est la gestion libre. Ce système de gestion s'applique uniquement lorsque l'assuré en fait la demande explicite et lui permet de déterminer selon sa convenance la répartition de son épargne sur les supports d'investissement proposés par l'organisme dans lequel il est assuré. La seconde est la gestion pilotée qui consiste à confier l'épargne à l'assureur qui, en tenant compte de ses analyses du marché et du *profil de risque* de l'assuré et ses orientations (choisies au préalable), le place dans des actifs financiers. La gestion pilotée est la norme par défaut sur le PER.

L'Arrêté du 11 août 2019 définit trois *profils de risque* qui doivent être proposés dans le cadre d'une gestion pilotée du PER. Ces *profils de risque* sont les suivants :

- le profil prudent horizon retraite,
- le profil équilibré horizon retraite,
- le profil dynamique horizon retraite.

Par défaut, le profil de gestion est le profil équilibré. La gestion pilotée a pour but d'améliorer l'espérance de rendement du portefeuille par rapport à un fonds en euros tout en limitant le risque. En effet, le principe d'une gestion pilotée est d'investir en début de vie du contrat sur des actifs risqués de longs termes dont le rendement espéré est généralement élevé et par la suite, en fonction de la durée résiduelle du contrat, le portefeuille est sécurisé en faisant évoluer la composition de celui-ci vers des actifs moins risqués à échéances ou maturités courtes. Tout au long de la vie des contrats, la réglementation prévoit une attribution minimale de l'encours de l'épargne sur des actifs non risqués (Tableau 2.1).

Échéance avant la date de départ à la retraite	Prudent	Profil de risque	
		Équilibré	Dynamique
Plus de 10 ans	30%	Allocation libre	Allocation libre
5 à 10 ans	60%	20%	Allocation libre
2 à 5 ans	80%	50%	30%
Moins de 2 ans	90%	70%	50%

TABLEAU 2.1 – Allocation minimale réglementaire de l'épargne investie en actifs peu risqués en % de l'encours total

Les actifs composant la grille d'allocation des actifs sont choisis minutieusement par des méthodes de modélisation financière en se basant sur une analyse du marché. Le portefeuille d'actif construit sera soumis à des risques liés aux marchés (contexte des taux bas, rendements obligataires, fluctuations du cours des actions et de l'immobilier, etc.) ou aux conjonctures des acteurs. Il est nécessaire dans le cadre de ce mémoire d'identifier ces risques et de proposer une stratégie de couverture et d'atténuation pour chacun d'eux. Dans ce sens, nous présentons dans la section suivante un panorama des risques liés aux produits d'assurance-vie en général et au PER en particulier.

2.3 Les risques liés aux produits d'épargne-retraite

L'investissement provenant des cotisations du PER en particulier et des produits d'assurance-vie de manière générale sont soumis aux nombreux risques de marchés (contrepartie, action, taux) et aux risques de souscription notamment le risque de rachat.

2.3.1 Le risque de rachat

Dans un contrat d'assurance-vie, l'encours de l'assuré peut être racheté à n'importe quel moment moyennant d'éventuelles pénalités. Le rachat constitue ainsi, un risque très élevé pour un assureur-vie qui est parfois obligé de vendre des actifs en moins-value pour honorer ses engagements. En retraite, le risque de rachat est réduit par le fait que les fonds épargnés ne sont déblocables que sous certaines conditions (évoquées en section 2.2.1). Toutefois, ces cas ne peuvent pas être négligés et doivent être pris en compte dans l'évaluation des risques de

l'activité. Lorsque l'épargne est débloquée dans ce cadre, on parle de **rachat structurel**.

Outre ces cas, la réglementation permet le transfert d'un type de PER vers un autre et d'une structure à une autre. Ainsi, un assuré analysant le marché et se rendant compte de la possibilité d'une meilleure rémunération de son épargne par une autre structure, peut déplacer son PER vers cette autre structure. Cet acte engage le premier acteur tout autant qu'un rachat classique. Ce genre de transfert constitue ce qu'on appelle un **rachat dynamique**.

Pour contrôler l'impact de ce risque, les différents acteurs prévoient des lois de rachats (liés aux lois de décès, d'invalidité, etc.) qu'il intègre dans le calcul de ces provisions réglementaires.

2.3.2 Les risques de marché

Nous distinguons trois principaux types de risque de marchés qui impactent directement l'activité d'une compagnie qui proposerait des contrats PER.

Le risque de taux

Le risque de taux correspond au risque lié au changement affectant la structure de la courbe des taux d'intérêt. La courbe des taux d'intérêt joue un rôle central dans la gestion de l'actif-passif de l'assureur, car il intervient et dans l'évaluation du *Best Estimate* via le taux d'actualisation sous Solvabilité 2 et dans la valorisation des obligations. L'assureur est donc tenu de maîtriser le risque de taux. La hausse ou la baisse du taux d'intérêt sont tous deux des facteurs de risque importants pour la compagnie d'assurance.

- une **baisse de la courbe des taux** conduit à la hausse de la valeur marché des obligations qui entraîne la baisse des rendements des nouvelles obligations. Étant donné qu'un TMG est souvent fixé contractuellement, l'assureur risque de perdre sa rentabilité en tentant de tenir ses engagements.
- une **hausse de la courbe des taux** peut conduire à une vague de **rachats conjoncturels** ou **dynamiques**. L'assureur est soit obligé de suivre en proposant des taux servis plus élevés pour limiter les rachats ou, est soit obligé de vendre des actifs pour tenir ses engagements. Dans les deux cas, vu que la majeure partie des actifs détenus sont des obligations dont la valeur marché diminue suite à la remontée des taux, l'assureur réalisera des moins-values qui conduiront à une baisse de rentabilité et un abandon de marges.

L'environnement économique actuel des taux bas fait planer un risque permanent de remontée des taux. Pour couvrir le risque de hausse des taux d'intérêt, l'assureur peut être amené à utiliser un *cap de taux* ou encore un *swap de taux*. Il n'est pas à exclure que le contexte des taux bas se prolonge voir s'aggrave sur les années à venir. Ainsi, les compagnies d'assurance ont tout intérêt à se couvrir également contre une possible baisse de la courbe des taux. L'instrument financier communément utilisé pour couvrir ce type de risque est le *floor*.

Le risque de contrepartie

Une partie non négligeable des investissements sur les fonds de retraite est orientée vers les obligations souveraines et les corporates. Ces types d'actifs induisent des engagements de tiers. Il existe ainsi un risque que ces engagements ne soient pas honorés par les émetteurs de corporates (entreprises) ou de govies (les États). On parle de risque de contrepartie ou de risque de crédit.

Pour limiter l'ampleur de ce risque, l'assureur peut n'acheter que des govies et corporates provenant d'émetteur de *qualité*. Il existe des agences spécialisées dans la notation des émetteurs d'obligations. Les principales sont *Moody's*, *Standard & Poor's* et *Fitch Ratings* qui détiennent à elles seules, 94% du chiffre d'affaires de la profession. La plupart des états du monde sont notés. Chaque compagnie de notation a son propre système de notation. Depuis 2015, la notation de la France est restée la même chez les trois principales agences : la France est notée **Aa2** par *Moody's* et **AA** par *Standard & Poor's* et *Fitch Ratings*.

En plus d'acquisitions d'obligations chez des émetteurs bien notés, une compagnie d'assurance, pour se couvrir du risque de crédit, peut utiliser des *Credit Default Swaps* (CDS) qui sont des produits dérivés permettant de se protéger contre le défaut d'un émetteur sur le marché obligataire.

Le risque action et le risque immobilier

Les risques action et immobilier sont liés aux fluctuations respectives des cours des actions et des actifs immobiliers et à leur volatilité. L'ampleur de ce risque dépend de la composition du portefeuille de la compagnie. Dans le cadre de contrats d'assurance-vie générique, ce risque est moins important, car l'investissement en actions ne dépasse pas 20% en général. Cependant, sur le PER, la part du portefeuille allouée à l'investissement en action est plus conséquente ce qui en fait un risque majeur pour l'assureur.

Une chute de la valeur des actions sur lesquelles l'assureur a investi provoque une réduction de la taille de l'actif de l'assureur et impacte sa solvabilité et sa capacité à honorer ses engagements. Pour couvrir les risques action et immobilier, l'assureur a le choix entre plusieurs instruments financiers. Le plus utilisé est le *put*.

Synthèse du chapitre et ouverture sur la partie suivante

Cette première partie du mémoire est revenue sur la présentation du PER et de la situation économique et réglementaire actuelle. Par la suite, nous présentons l'ensemble des hypothèses de modélisation ALM⁴ et des résultats.

4. Asset and Liability Management

Deuxième partie

Modélisation ALM du PER

Construction d'un modèle ALM pour un PER

Pour la rentabilité de ses activités, une entreprise d'assurance est tenue de faire une gestion de ses actifs et de ses passifs (ALM). L'ALM a pour vocation de garantir l'équilibre de l'actif et du passif d'une compagnie d'assurance. La gestion d'actif-passif peut ainsi être définie comme un moyen de management qui a pour but de garantir la solvabilité de l'assureur tout en lui permettant d'améliorer son rendement.

Dans ce chapitre, nous présentons dans un premier temps l'outil de projection propriétaire que nous avons utilisé pour la modélisation. Ensuite, nous continuons sur la description des différentes hypothèses qui ont été faites pour mener cette étude. Enfin, nous poursuivons en commentant les étapes de la construction du passif et de l'actif de notre compagnie d'assurance.

3.1 Présentation de l'outil de projection

Dans le cadre de ce mémoire, les résultats ont été obtenus à l'aide du logiciel interne de FORSIDES FRANCE nommé Solvency Assets Liabilities Life Tool (SALLTO). Il s'agit d'un outil de projection de comptes, de bilans et de flux de trésoreries dans le cadre d'une activité de type assurance-vie : étant donné un scénario économique sur plusieurs années, SALLTO permet de modéliser l'évolution du bilan, du compte de résultat et de la situation prudentielle d'une compagnie d'assurance-vie en prenant en compte les interactions actif-passif.

L'outil permet la projection des comptes de la compagnie d'assurance-vie dans deux mondes. En premier, nous avons l'univers *risque-neutre*, dans lequel les valorisations doivent être *market consistent*, c'est-à-dire que les prix estimés et les scénarios économiques doivent être cohérents avec les prix de marché observés actuellement. En monde risque-neutre, les projections doivent être réalisées sous la probabilité risque-neutre qui par définition, est la probabilité telle que la valeur actualisée du processus de prix est martingale : quel que soit le temps t , l'espérance des prix actualisés au temps t sous la probabilité risque-neutre est égale au prix de marché initial. Ainsi, la valeur des actifs évolue en moyenne au taux sans risque et sans prime de risque, étant donné que tous les actifs ont le même rendement. Cet univers est adapté à l'étude des indicateurs S2, pour procéder à la valorisation des actifs et par la suite à la couverture des risques.

L'outil permet par ailleurs de projeter les comptes de la compagnie d'assurance-vie en *monde réel*. Dans ce cas, l'outil est calibré sur des scénarios économiques basés sur l'historique du marché ou sur des anticipations à dire d'experts. Ces scénarios doivent être le plus réalistes possible et concorder avec les grandeurs observées sur le marché en termes de primes de risque, de volatilité, de queue de distribution, de spread ou de taux sans risque. Les scénarios en monde réel sont utilisés pour calculer les distributions de rentabilité et pour évaluer les risques liés à l'activité des assureurs.

SALLTO est un logiciel de projection, qui fonctionne indépendamment du générateur de scénarios économiques (GSE). Nous l'alimentons avec les scénarios générés par nos propres GSE. La projection sur SALLTO se fait à base de cinq fichiers :

- un fichier d'*input* (au format Excel) qui contient les données sur les portefeuilles de la compagnie ainsi que toutes les hypothèses de calcul,
- un fichier d'*input* (au format Excel) qui est issu d'un GSE et qui contient les paramètres issus de la calibration dans le cadre de projections en monde risque neutre,
- un fichier d'*input* (au format Excel) contenant les tables de mortalité,
- l'exécutable SALLTO (programmé en C#) qui effectue les calculs,
- un fichier d'*output* (au format Excel) dans lequel les résultats des calculs (SCR formule standard, NAV, bilan S2, compte de résultat, flux de trésoreries, etc.) sont stockés.

Le schéma de fonctionnement de SALLTO est le suivant :

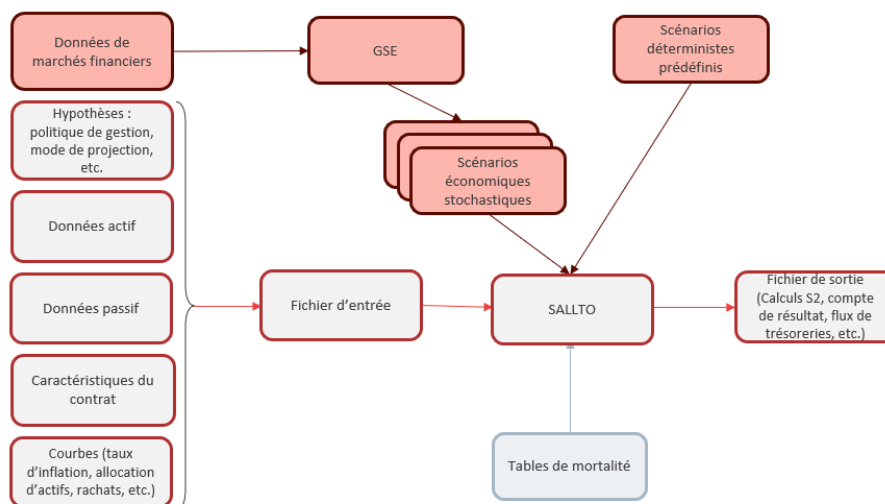


FIGURE 3.1 – Résumé du fonctionnement de SALLTO

3.2 Modélisation du passif

Dans cette section, nous modélisons le passif de notre compagnie fictive. Pour ce faire, nous débutons par la présentation des hypothèses, ensuite, nous parlons de la construction des model-points et nous terminons par la modélisation des flux de trésoreries.

3.2.1 Hypothèses de la modélisation du passif

Dans notre étude, nous prenons en compte le PER sous toutes ses formes : le PERIN, le PERO et le PERECO. L'un des objectifs de cette étude est de trouver des instruments financiers pour couvrir les risques sous-jacents à nos actifs, dans ce sens, nous projetons les comptes de notre compagnie dans un monde risque-neutre.

Tous les flux du passif (rachats, décès, etc.) interviennent en fin d'année. L'entreprise fictive est en *Run-off* (pas de production nouvelle) et son activité prend fin au bout de 60 ans, c'est-à-dire que la totalité des contrats sont rachetés. L'âge de la retraite est fixé à 62 ans pour tous les assurés.

Nous supposons que le portefeuille d'assurés de notre compagnie est constitué de 120 000 contrats PER dont la moitié est constituée de PERIN et le reste est réparti de manière égale en PERECO et en PERO. Par ailleurs, au niveau de chaque type de PER, nous supposons que 50% des assurés ont souscrit leur contrat avec le profil de risque *équilibré*, 25% avec le profil *prudent* et 25% avec le profil *dynamique*. Nous supposons qu'au début de notre exercice, aucun paiement de rente ou de capital n'est en cours et que tous les assurés sont toujours dans la phase de constitution de leur épargne.

La construction des model-points

Nous agrégeons les assurés en groupes homogènes, selon 90 model-points (MP) construits à partir d'hypothèses discriminantes qui sont : l'âge des assurés, le profil de risque, le type de contrat souscrit (PERIN, PERECO et PERO). On a ainsi 10 MP par type de contrat et par profil de risque correspondant aux âges moyens allant de 20 à 62 ans.

L'âge moyen de notre portefeuille d'assurés est de 49,4 ans et la durée résiduelle moyenne des contrats est de 12,6 ans. L'âge moyen varie principalement selon le type de contrat et le profil de risque des assurés. Les assurés ayant souscrit leurs contrats avec des profils dynamiques sont en moyenne moins âgés que ceux ayant souscrit avec les profils prudents et équilibrés.

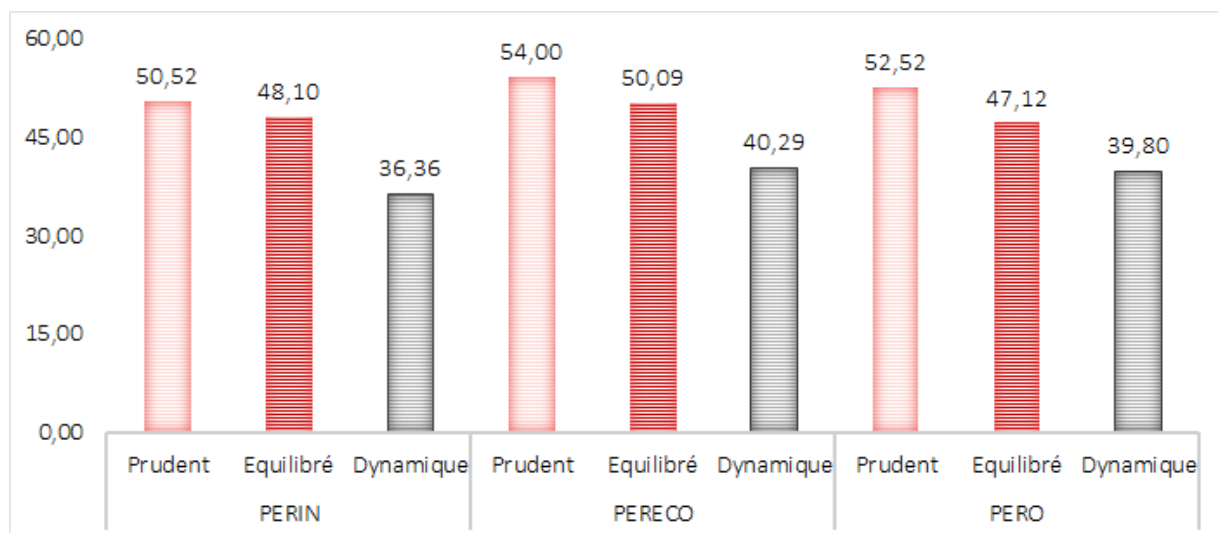


FIGURE 3.2 – Répartition de l'âge moyen selon le profil de risque et le type de contrat

Caractéristiques des contrats

Au début de la période étudiée, on note une vague de transferts d'anciens produits de retraite et de contrats d'assurance-vie vers le PER de notre compagnie d'assurance. Nous supposons que nous n'avons pas de versements de primes et que les encours sont alimentés une seule fois lors de la création des contrats. Nous faisons l'hypothèse que sur tous les model-points du PERIN, la distribution des dates de création des contrats est répartie uniformément dans le temps entre le 1^{er} octobre 2019 et le 31 décembre 2020 ce qui fait qu'on obtient en moyenne, 0,58 an d'ancienneté sur ces contrats. Nous supposons que les PERECO et PERO viennent d'être créés au niveau de notre compagnie et que leur ancienneté est nulle au début de la période de notre étude. Dans le contexte des taux bas, nous supposons que le taux technique proposé par notre compagnie fictive est nul.

Nous faisons l'hypothèse que 50% des assurés de chaque model-point choisissent une sortie en capital avec un versement unique au début de la période de restitution. Nous supposons que les modalités et les caractéristiques des contrats (profil de risque, modalité de sortie, etc.) sont choisies à la signature du contrat et qu'elles ne peuvent être modifiées au cours de la vie du contrat ou à la fin de la phase de constitution.

La provision mathématique initiale

Nous supposons que nos contrats sont alimentés au début de la période d'étude par un apport initial et nous distinguons la PM UC initiale de la PM euros initiale correspondant respectivement aux montants des apports présents sur les supports en UC et sur les fonds en euros au début de l'exercice. Pour calculer cet apport et déterminer la répartition de la PM initiale entre les fonds en euros et les supports en UC, nous devons tenir compte de l'âge moyen et du nombre de contrats sur les model-points (MP) et également des profils de risque.

La méthodologie utilisée pour calculer les PM initiales est la suivante : pour chaque couple (type de contrat, profil de risque), on choisit une PM initiale des supports en UC pour le model-point ayant l'âge moyen le plus bas (20 ans). Nous utilisons ensuite un facteur de croissance δ_i pour faire évoluer la PM sur les autres model-points (Formule 3.1).

$$PM_{UC, i, j, k} = \delta_{i, j, k} \times PM_{UC, i-1, j, k} \quad i \geq 1 \quad (3.1)$$

Les indices j et k représentent le profil de risque et le type de contrat. L'indice i représente les model-points (avec $i = 0$ les model-points d'âge moyen 20 ans).

Le facteur $\delta_{i,j,k}$ est proportionnel au nombre de contrats : plus il y a de contrats sur le model-point, plus $\delta_{i,j,k}$ est élevé. De plus, pour un model-point de même âge, mais issu de profil de risque différent, le facteur $\delta_{i,j,k}$ n'est pas le même, car la PM UC est plus élevée quand on passe d'un profil moins risqué vers un profil plus risqué. Par ailleurs, pour diversifier la PM de notre portefeuille, nous choisissons de varier légèrement le facteur d'évolution $\delta_{i,j,k}$ entre les types de contrats :

$$\delta_{i,j,PERIN} \neq \delta_{i,j,PERECO} \neq \delta_{i,j,PERO} \quad \forall i, j.$$

Ces hypothèses nous ont permis de construire nos PM initiales sur les supports en UC. Par la suite, pour calculer les PM initiales sur les fonds en euros, nous appliquons au niveau de chaque

model-point, le facteur $\kappa_{i,j,k}$ à la PM UC correspondante. Concrètement, nous obtenons la PM euros initiale avec la formule suivante :

$$PM_{Euro, i, j, k} = \kappa_{i,j,k} \times PM_{UC, i, j, k} \quad i \geq 0 \quad (3.2)$$

Le facteur $\kappa_{i,j,k}$ est choisi en respectant les contraintes réglementaires (section 2.2.2) de proportion d'actifs risqués dans le portefeuille selon la maturité résiduelle du contrat et le profil de risque des assurés. Le facteur $\kappa_{i,j,k}$ représente en d'autres termes, le rapport entre la PM euros initiale et la PM UC initiale. Le tableau 3.1 présente les valeurs choisies pour les facteurs $\kappa_{i,j,k}$ dans notre étude.

Âge moyen des model-points	Profil de risque		
	Prudent	Équilibré	Dynamique
20 à 50 ans	43%	11%	5%
55 ans	150%	25%	11%
60 ans	400%	100%	43%
62 ans	900%	233%	100%

TABLEAU 3.1 – Grille d'allocation de l'encours entre le fonds en euros et le support en UC selon l'âge moyen et le profil de risque

Finalement, nous présentons sur la figure 3.3 la répartition de la PM initiale selon le profil de risque et le type de contrats.

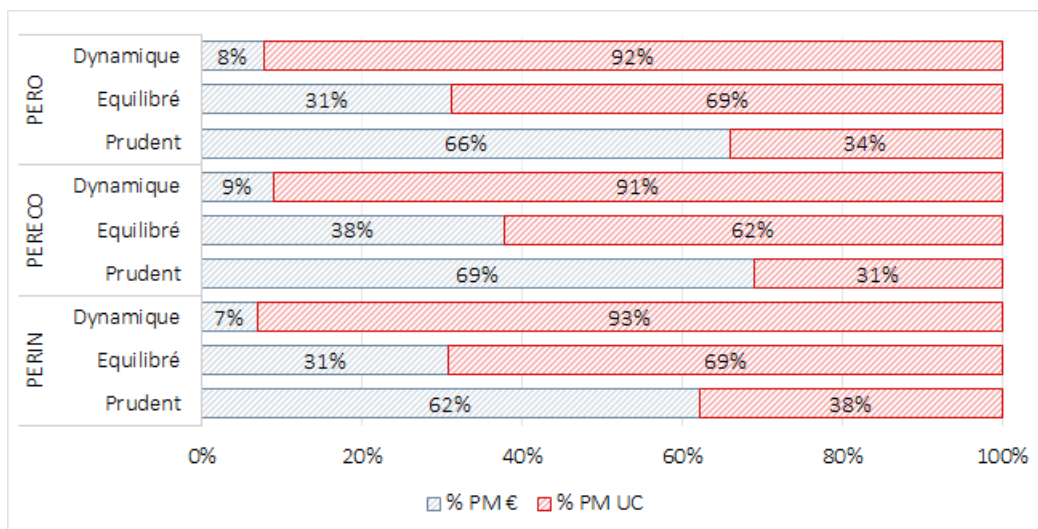


FIGURE 3.3 – Répartition de l'encours initial selon le type de contrat et le profil de risque

On remarque qu'au début de l'exercice, pour tous les types de contrats, la PM euros représente près de deux tiers de la PM sur le profil prudent, un tiers de la PM sur le profil équilibré et moins de 10% de la PM sur le profil dynamique.

Nous faisons l'hypothèse que l'apport initial en capital de la structure fictive représente 5,5% du bilan total (support en UC et fonds en euros compris).

3.2.2 Les Flux de trésorerie

Au cours des années de projection des comptes de la compagnie fictive, son passif subit des entrées et des sorties de trésorerie que nous présentons par la suite.

Les rachats

Dans notre outil de projection, nous modélisons les rachats *structurels* et *dynamiques*. Comme susmentionné, les flux de rachats sont observés en fin d'année.

Tout d'abord, il est important de rappeler que dans le cadre du PER, les rachats dits *structurels* sont des rachats qui ne sont possibles que sous certaines conditions évoquées en section 2.2.1. La première et la principale, est le rachat pour achat de domicile principal. En France, d'après le journal *Le Figaro*, l'âge moyen d'achat de la première résidence est de 32 ans avec un pic entre 25 et 30 ans (41%) et une masse de 71% entre 25 et 40 ans. Nous choisissons alors de construire le taux de rachat structurel de nos contrats PER avec une loi normale, par rapport à l'âge de nos assurés et autour de ces valeurs. À cette première classe de rachat, on ajoute les situations d'invalidité de deuxième catégorie qui peuvent amener l'assuré à déclencher le retrait prématuré du capital qu'il a constitué. Nous disposons de la table de la **BCAC2013**¹ qui contient les lois de passage d'incapacité (invalidité de première catégorie) à l'invalidité de deuxième catégorie. En combinant ces deux motifs de rachats, nous obtenons la courbe des taux de rachats structurels donnée à la figure 3.4.

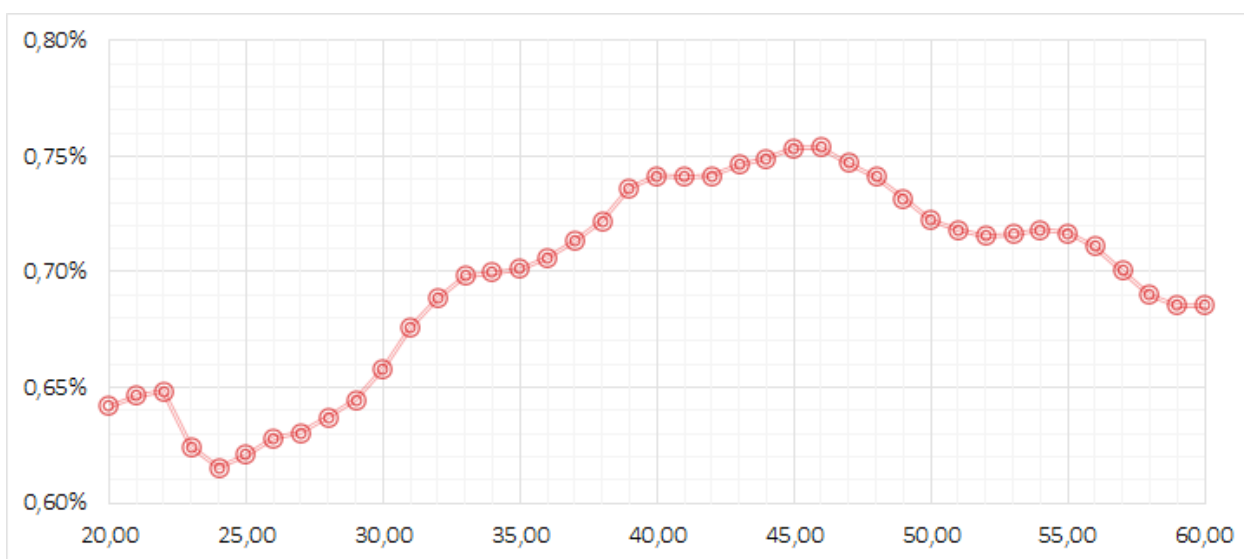


FIGURE 3.4 – Évolution du taux de rachat structurel selon l'âge des assurés

Sur le PERIN, il est possible de faire des transferts de son épargne d'une structure à une autre en analysant la rentabilité des offres de ces structures. Les transferts de contrats PER peuvent être considérés comme des rachats dynamiques. Sur le PERECO et le PERO, nous supposons qu'il n'y a pas de transferts car, ce sont des contrats d'entreprise qui sont relativement plus difficiles à transférer pour des raisons d'arbitrage de rentabilité par rapport à un contrat individuel qu'est le PERIN. Nous choisissons de modéliser ces transferts avec la loi proposée par l'ACPR². La loi

1. Bureau commun d'assurances des collectives
2. Autorité de contrôle prudentiel et de résolution

de l'ACPR est définie par le biais d'une fonction d'écart entre le taux servi par la structure (T_S) et le taux attendu par l'assuré (T_A). Dans la pratique, on fait souvent l'hypothèse que le taux attendu correspond au taux moyen d'emprunt de l'État (TME). Le taux de rachat dynamique (RD) sur le PERIN est alors défini comme suit :

$$RD = \begin{cases} RD_{max} & \text{si } R - T_A \leq \alpha \\ RD_{max} \times \frac{R - T_A - \beta}{\alpha - \beta} & \text{si } \alpha \leq R - T_A \leq \beta \\ 0 & \text{si } \beta \leq R - T_A \leq \gamma \\ RD_{min} \times \frac{R - T_A - \gamma}{\delta - \gamma} & \text{si } \gamma \leq R - T_A \leq \delta \\ RD_{min} & \text{si } R - T_A \geq \delta \end{cases} \quad (3.3)$$

Les paramètres α , β , γ , δ , RD_{min} et RD_{max} sont définis par l'ACPR et permettent de construire trois planchers de rachats : le plancher minimal, moyen et maximal.

Dans notre étude, nous conserverons le paramètre moyen et nous supposons que le taux de référence du marché pour les taux de rachat dynamique est le TME à trois ans.

Paramètres	Min	Moyen	Max
α	-6%	-5%	-4%
β	-2%	-1%	0%
γ	1%	1%	1%
δ	2%	3%	4%
RD_{min}	-6%	-5%	-4%
RD_{max}	20%	30%	40%

TABLEAU 3.2 – Paramètres plafonds des lois de rachats conjoncturels de l'ACPR

Les décès

On suppose que les décès surviennent en fin d'année. La table de mortalité utilisée est la **TF 00-02**. Cette table, basée sur la population féminine, indique le nombre de survivants à chaque âge de la vie humaine, à partir d'un nombre précis de personnes à la naissance. Concrètement, la table de mortalité indique à l'âge x , la probabilité d'être en vie à l'âge $x + n$. Cette table est communément utilisée pour modéliser les décès sur les contrats d'assurance en cas de vie (par opposition à la table TH 00-02 utilisée pour les contrats en cas de décès).

La modélisation des impôts et des prélèvements sociaux

Nous incorporons les impôts dans notre étude sous la forme d'impôt sur les sociétés (IS). En France, le taux normal de l'IS appliqué au bénéfice imposable d'une société qui a un chiffre d'affaires inférieur à 7,63 milliards d'€ pour l'exercice ouvert au 1^{er} janvier 2020 est de 28%.

Depuis le 1^{er} janvier 2019, le pourcentage des prélèvements sociaux sur les contrats d'assurance-vie est fixé à 17,2%. Les prélèvements sociaux sont composés de :

- la contribution sociale généralisée (CSG) à hauteur de 9,2% ;
- la contribution au remboursement de la dette sociale (CRDS) à hauteur de 0,5% ;
- le prélèvement de solidarité à hauteur de 7,5%.

Les frais

Les taux de chargement sont calculés en pourcentage de l'encours d'un contrat d'assurance-vie et sont prélevés pour la gestion dudit contrat. Les montants réels du coût de gestion des contrats sont exprimés par les frais de gestion. Ces frais sont différents selon le support (fonds en euros et des fonds en UC). En France, le taux de chargement moyen est de 0,47% sur les produits d'assurance-vie collective³ contre 0,62% sur les produits d'assurance-vie individuelle⁴.

Se basant sur ces chiffres, nous appliquons des frais de gestion sur l'encours des fonds en euros de 0,45%⁵ et des taux de chargement de 0,5%.

Le taux de chargement des UC tient compte des frais de gestion de la société gestionnaire des fonds, des frais de gestion de l'assureur, et éventuellement des frais de pilotage lorsque l'assuré opte pour une gestion pilotée. Pour l'encours des supports en UC, nous appliquons un taux de chargement de 0,96% et des frais sur encours de 0,4%. Nous supposons que tous nos assurés choisissent une gestion pilotée pour l'allocation de leur épargne.

Nous faisons l'hypothèse qu'il n'y a pas de chargements et de frais liés à la modalité de restitution des fonds choisie au moment de la retraite.

La participation aux bénéfices

Les fonds récoltés par l'assureur dans la phase de constitution sont investis et rapportent des bénéfices qui doivent par la suite être redistribués entre les assurés et l'assureur. La participation aux bénéfices (PB) est la part que l'assureur sert obligatoirement aux assurés sur les résultats de son activité. La PB a un seuil minimal qui est fixé par la réglementation. Dans le cadre de notre mémoire, nous choisissons de servir la PB minimale réglementaire qui correspond à 85% des résultats financiers et 90% des résultats techniques. Les résultats financiers proviennent des gains réalisés sur les placements et les résultats techniques, correspondent aux bénéfices résultant de la différence entre le taux de chargement et les frais réels de gestion. Notons que l'assuré sera chargé à 100% sur les pertes techniques, mais il sera totalement déchargé en cas de pertes financières.

Le taux servi à l'année t , défini comme étant la revalorisation totale de la PM à la fin de cette année, est la somme de la participation au bénéfice, du taux technique et d'un *lissage* de taux (3.4).

$$\text{Taux de PB}_t = \text{Taux servi brut}_{t-1} - \text{TMG} - \text{Lissage taux} \quad (3.4)$$

Rappelons que dans notre étude, le TMG est nul. Le *lissage de taux* est un paramètre qui permet à l'assureur de ne pas redistribuer systématiquement la totalité de la PB d'une année aux assurés. Ainsi, l'assureur peut décider de doter, par l'intermédiaire du *lissage*, une provision pour participation aux bénéfices ou aux excédents (PPB ou PPE) qui devra cependant être redistribuée sous huit ans au maximum. La PPE est un outil de pilotage clé pour le management d'un assureur car, elle permet à l'assureur de faire face aux contraintes réglementaires et aux aléas financiers. En effet, d'un côté, la PPE permet de lisser les résultats sur plusieurs années

3. ACPR, Analyses et Synthèses n°127 - 2021

4. ACPR, Analyses et Synthèses N°126 - 2021

5. Association Française d'épargne & de retraite

afin de servir aux assurés sur une longue période une rémunération satisfaisante et de l'autre, elle peut être intégrée dans le calcul des fonds propres et peut permettre d'augmenter le ratio de couverture. Il faut noter que la PPE reste cependant un *emprunt* et par conséquent est dû aux assurés et sera entièrement reversée à ceux-ci à la clôture de leurs contrats.

La provision pour risque d'exigibilité

La provision pour risque d'exigibilité (PRE) est constituée lorsque l'assureur se trouve en situation de moins-value globale sur son portefeuille hors actif obligataire. Un portefeuille est en situation de moins-value lorsque la valeur de marché des placements est inférieure à la valeur de bilan ou valeur nette comptable de ceux-ci. Pour doter la PRE, on regarde l'état général de plus ou moins-value latente (PMVL) de tous les actifs hors obligations. Cette provision permet à l'assureur de se protéger du risque de liquidité et de faire face à ses engagements lorsqu'il est contraint de vendre des actifs à pertes.

L'ACPR permet aux assureurs de lisser la dotation de la PRE sur 3 à 8 ans. Cette démarche permet à l'assureur d'intégrer le montant qui devait constituer une provision dans ses fonds propres ce qui lui permet de garder un bon niveau pour ses indicateurs de solvabilité. Toutefois, le montant reporté doit être déduit du résultat distribuable pour ne pas servir pour le paiement de dividendes aux actionnaires.

Dans notre mémoire, nous permettons à notre outil de projection de lisser la dotation de la PRE sur huit ans.

Extériorisation des plus-values latentes et réserve de capitalisation

Les **plus-values latentes** (PVL) sont des résultats tirés de l'évolution de la VM des actifs par rapport à leur valeur d'achat ou à la valeur nette comptable (VNC). De ce fait, les PVL peuvent être constatées dans le compte de résultat. Toutefois, ces performances sont aléatoires et peuvent devenir des moins-values pour les années à venir. Dans cette optique, toute la PVL constatée sur une année ne peut pas être considérée comme des produits financiers et inscrite dans le compte de résultat, nous ne pouvons extérioriser, sous forme de **plus-value réalisée** (PVR), qu'un certain pourcentage que nous nommons taux d'extériorisation et que nous notons β . La PVR s'obtient ainsi de la façon suivante :

$$PVR = \beta \times (VM - VNC) \quad (3.5)$$

Lorsque notre portefeuille est en situation de moins-value latente et que la PRE est constituée, toute nouvelle PVL n'est pas immédiatement extérioriser, mais est tout d'abord déduite de la PRE de sorte à l'annuler.

Pour les actifs obligataires, les PVL permettent d'alimenter la **réserve de capitalisation**. Durant la dernière année de projection, tout l'actif est liquidé et toutes les PVL sont passées sous forme de résultat pour l'assureur et sous forme de PB aux assurés.

Dans notre mémoire, nous faisons l'hypothèse que le taux d'extériorisation de la PVL est de 5% pour toutes les classes d'actifs hors obligations (3.3.1).

3.2.3 Vieillessement du passif

À la fin de chaque année, le passif de notre compagnie d'assurance évolue en prenant en compte les flux de trésorerie détaillés à la section 3.2.2. Nous distinguons le traitement appliqué aux model-points en phase de constitution et ceux en phase de restitution.

La phase de constitution

Nous prenons en compte les flux sortants tels que l'impôt sur le résultat de l'année précédente et le paiement des prélèvements sociaux sur les contrats. Puis, nous faisons évoluer les provisions mathématiques (PM euros et PM UC) et les fonds propres en intégrant la PB et la PPE issues du résultat de l'année précédente.

À la suite, nous calculons pour chaque model-point, le taux de décès et le taux de rachat et ensuite, nous recalculons le nombre de contrats et le montant des provisions mathématiques après la prise en compte de ceux-ci et la déduction des frais de chargements. Nous vieillissons ensuite l'âge moyen des MP d'une année.

À la fin de chaque année de projection, suite à l'application des flux de trésorerie, le rapport PM euros et PM UC change. Or, durant la phase de constitution, la répartition de la PM de l'assuré entre les supports risqués et non risqués est fixée selon son profil de risque et change avec l'âge de celui-ci. Ainsi, nous opérons à la fin de chaque année de projection, un arbitrage entre la PM euros et la PM UC qui nous permet de nous conformer à la grille d'allocation choisie (Tableau 3.1).

En définitive, à la fin de chaque année t , la PM totale des contrats en phase de restitution est résumée par la relation suivante :

$$PM_t = PM_{t-1} \times (1 - \text{taux de rachats} - \text{taux de décès} - \text{taux de PB servi} - \text{taux de chargements} - \text{prélèvements sociaux}) \quad (3.6)$$

La phase de restitution

Lorsque l'âge moyen du MP est de 62 ans, nous entrons dans la phase de restitution où les prestations (capital et rente) sont versées aux assurés. Nous rappelons que nous avons fait l'hypothèse que la moitié des assurés sur chacun de nos MP choisissent une liquidation de leur épargne en un seul et unique versement de capital lors de la première année de leur retraite. Nous distinguons alors, la PM_{rente} de la $PM_{capital}$. Notons qu'en phase de restitution, il n'y a pas de rachat possible, de prélèvements sociaux, de frais de chargement ou encore de prestation en cas de décès. Toute la PM investie sur les supports en UC est transférée sur les fonds en euros qui sont plus liquides et moins risqués.

Le montant de **capital** versé à la fin de chaque exercice correspond à 50% de la PM totale réévaluée à la fin de la phase de constitution avec la formule 3.6 pour les model-points qui sont à l'âge de la retraite.

Le montant de la **rente** versé aux retraités d'âge x s'écrit comme suit :

$$rente_x = \frac{PM_{rente}}{a_x} \quad (3.7)$$

a_x est le nombre de commutations tel que :

$$a_x = \sum_{k=1}^{\zeta} \frac{l_{x+k}}{l_x} r^k \quad (3.8)$$

Avec ζ la durée maximale de versement des rentes, l_x le nombre de survivants à l'âge x issu de la table de mortalité **TF 00-02**, et r le facteur d'actualisation.

Une fois le passif construit, nous passons à la présentation du modèle et des hypothèses pour la construction et la projection de l'actif de notre compagnie fictive.

3.3 Modélisation de l'actif

Dans un premier temps, nous décrivons dans cette section, les hypothèses et caractéristiques de notre portefeuille d'actif initial, ensuite, nous présentons les outils théoriques de modélisation et de valorisation de nos actifs. À la toute fin, nous définirons le procédé d'évolution des actifs au cours des années de projection.

3.3.1 Composition initiale du portefeuille

Nous supposons que notre compagnie fictive investit la totalité de la PM des assurés sur les fonds en euros et sur les supports en UC. La répartition de la PM totale sur les deux supports est faite selon la grille d'allocation présentée au tableau **3.1**.

Les classes d'actifs présentées sur les supports d'investissement sont les actions, les obligations à taux fixe (*govies* et *corporates*), le monétaire et l'immobilier. Un *corporate* est un titre de créance émis par une entreprise privée auprès d'un investisseur dans le but de couvrir ses besoins de financement. Les *govies* représentent les obligations souveraines qui sont émises par les États. Ils sont désignés différemment selon les pays. On parle d'obligations assimilables au trésor (OAT) en France, de *Gilts* au Royaume-Uni, de *Treasury Bonds* aux USA, ou encore de *Bunds* en Allemagne.

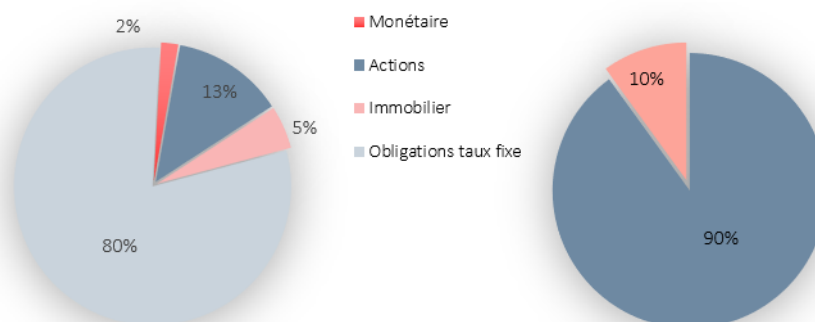


FIGURE 3.5 – Composition du portefeuille initial

Les obligations à taux fixe peu risquées et aux rendements relativement faibles, représentent la majeure partie de la valeur marché (VM) de l'investissement des fonds en euros (80%). Le fonds en euros constitue le support de sécurité pour l'assuré et est considéré dans notre étude comme le support des investissements non risqués. L'environnement des taux bas, voir négatifs, couplé à la quasi-disparition des taux techniques sur les contrats d'épargne retraite et à la crise COVID ayant abouti sur la hausse des dettes souveraines, rendent ce support incomplet pour fructifier à long terme l'épargne des assurés. Dans ce sens et avec l'introduction du PER et plus précisément de la gestion pilotée de l'épargne, les supports en UC sont devenus le complément inéluctable pour construire un portefeuille d'actif cohérent et rentable à long terme. La constitution choisie pour les supports en UC est de 90% d'actions cotées et de 10% de titres immobiliers.

La durée de notre portefeuille obligataire - durée moyenne des flux financiers pondérée par leur valeur actualisée - est de 11,2 ans. Étant donné que nous sommes sur des produits d'assurance-vie du paquet *branche-longue*, cette valeur est tout à fait justifiée. Rappelons qu'au début de la période d'étude, la durée moyenne résiduelle des contrats du portefeuille qui sont en phase de constitution, est de 12,6 ans. Le spread moyen des obligations est de 0,1%. Nous choisissons d'investir sur des obligations relativement moins risquées de rating compris majoritairement entre le AAA et le BBB- ce qui nous permet d'obtenir une note moyenne de A.

3.3.2 Le générateur de scénarios économiques

L'objectif de notre mémoire est de déterminer des stratégies de pilotage permettant aux assureurs de se couvrir contre les risques liés à la mise en place du PER dans l'environnement économique de taux dit durablement bas. De ce fait, nous sommes amenés à déterminer les valeurs futures, actualisées et incertaines des flux financiers et des indicateurs de pilotage tels le SCR et le résultat financier dans le cadre de plusieurs scénarios de chocs et de plusieurs stratégies de couvertures des risques par des instruments financiers à terme (IFT). Pour ce faire, nous réalisons nos calculs et nos projections dans un monde risque-neutre (RN).

Le générateur de scénarios économiques (GSE) de FORSIDES FRANCE nous permet de produire les données comme le taux nominal, l'inflation, les indices actions, immobiliers et monétaires. Ces données sont ensuite lues par SALLTO, et à partir de la courbe EIOPA au 31 décembre 2020, nous produisons un ensemble de 1000 scénarios économiques que nous utilisons par la suite pour réaliser nos projections en monde risque-neutre.

Par ailleurs, pour déterminer certains indicateurs de pilotage comme le TRI, nous serons amenés à réaliser des projections en monde réel (RW).

3.3.3 La structure par terme des taux d'intérêt

Rappelons qu'une obligation zéro-coupon de maturité T , est le titre financier qui verse un unique flux d'un euro à la date T . Le taux zéro-coupon (ZC) de maturité T (que l'on note $R(t, T)$) correspond à la fonction qui, à une date donnée et pour chaque maturité, indique le taux associé à une obligation zéro-coupon. La courbe des taux d'intérêt à une date t , est la représentation graphique de cette fonction avec comme abscisses, la maturité et comme ordonnées, les taux zéro-coupon.

Le modèle de taux utilisé par notre GSE est un modèle de Hull & White à un facteur. Ce modèle repose sur les hypothèses suivantes :

- L'**absence d'opportunité d'arbitrage** (AOA) qui consiste à dire qu'il n'existe aucune stratégie financière qui permet, pour un coût initial nul, d'acquérir une richesse certaine à une date future.
- La **complétude du marché** : on dit d'un marché qu'il est complet, si tous les actifs de ce marché sont répliquables. Ce qui signifie en d'autres termes qu'il existe sur ce marché, un prix d'équilibre pour chaque actif, quel que soit l'état du monde.
- La distribution de l'**information** est parfaite et identique entre tous les acteurs du marché.
- La **divisibilité des titres** : tous les titres financiers sont infiniment fractionnables.

Sous ces hypothèses et sous le modèle de Hull & White, il existe une unique mesure dite risque-neutre du prix d'une obligation zéro-coupon achetée en t et de maturité T (que nous notons $P(t, T)$ avec $t \leq T$) :

$$P(t, T) = e^{R(t, T)(T-t)} \quad (3.9)$$

Nous pouvons déduire la structure par terme des taux grâce au prix des zéros-coupons et nous obtenons :

$$R(t, T) = -\frac{\ln(P(t, T))}{T-t} \quad (3.10)$$

La courbe des taux utilisée pour nos calculs et nos projections est la courbe des taux proposée par l'EIOPA au 31 décembre 2020 pour la France. Nous prenons en compte le *Volatility Adjustment* (VA), qui est un correcteur proposé par l'EIOPA permettant à l'assureur de réajuster à la hausse la courbe des taux sans risque utilisée dans le calcul du BE. Dans le contexte des taux durablement bas, cette démarche permet aux assurés de réduire la taille de leurs engagements et par conséquent d'améliorer leurs indicateurs de solvabilité. En outre, la courbe des taux permet à l'outil ALM de calculer la valeur marché des obligations au cours des années de projection.

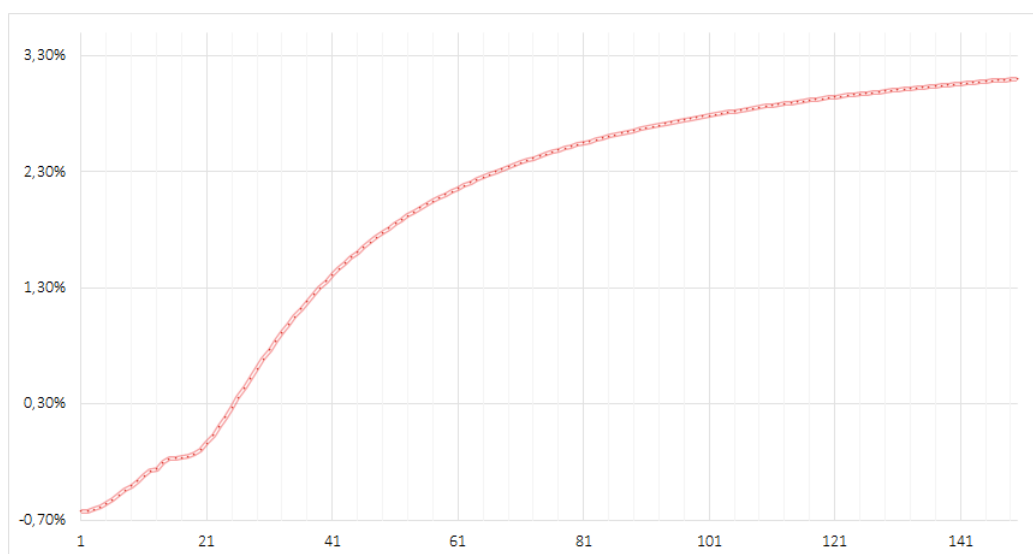


FIGURE 3.6 – Courbe des taux de l'EIOPA sans prise en compte de la VA au 31/12/2020

3.3.4 Modélisation du rendement des actions et de l'immobilier

Le modèle utilisé pour la modélisation de l'évolution des actions et de l'immobilier est un modèle de Black & Scholes standard. La dynamique du modèle de Black & Scholes est la suivante :

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t \quad (3.11)$$

S_t correspond au prix de l'action - ou du titre immobilier - à l'instant t , σ la volatilité et W_t , un mouvement brownien standard.

La dynamique du modèle de Black & Scholes admet une solution unique qui s'écrit comme suit :

$$S_t = S_0 \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) t + \sigma W_t\right) \quad (3.12)$$

Dans le cadre de notre étude et compte tenu des données marchés, la volatilité action et immobilier, estimée par le GSE est respectivement de 18,53% et 15%.

Le **bêta**, ou **coefficient bêta** d'une action, est un coefficient de volatilité qui indique la relation existant entre les fluctuations de la valeur de l'action et les fluctuations du marché. Concrètement, il s'obtient en régressant la rentabilité de l'action en question, sur la rentabilité de l'ensemble du marché. Dans les faits, le marché a un bêta de 1, si une action a un bêta de 2, cela signifie que cette action amplifie doublement la variation du marché. Dans ce cas, si on observe une chute de 1% sur l'ensemble du marché, l'action en question chutera de 2%.

Dans le cadre de notre mémoire, nous supposons que le coefficient bêta des actions est de 1 ce qui signifie que les actions présents dans notre portefeuille se dévissent du même écart que celui observé sur le marché.

3.3.5 Évolution des actifs

Tout d'abord, on recalcule à la fin de chaque année de projection, la VM des différents actifs en fonction de leurs performances respectives. Considérons VM_t , la VM d'un actif en début d'année t et α_t , sa performance stochastique durant l'année t , la VM à la fin de la période t est donnée alors par :

$$VM_{t+1} = VM_t \times (1 + \alpha_t) \quad (3.13)$$

La performance α_t de chaque actif du portefeuille est issue d'une analyse de l'historique du rendement des actifs sur le marché.

Pour le cas spécifique des obligations, on applique le taux de défaut au nominal (risque de contrepartie), le montant obtenu représente la somme totale des défauts sur l'année et doit être inscrit en charge au niveau du compte de résultat. Ensuite, si l'obligation n'est pas arrivée à maturité durant l'année, on calcule la valeur du coupon tombé, au cas contraire, on calcule le remboursement. Si ces flux interviennent en cours d'année, SALLTO suppose qu'ils sont réinvestis et capitalisés au monétaire jusqu'à la fin de l'année. Enfin, l'outil recalcule la valeur nette comptable (VNC) des obligations, le coupon couru ainsi que le stock de surcote et de décote - différentiel entre le prix d'achat et le prix de remboursement d'un titre - déjà amorti.

Par après, l'outil passe à l'extériorisation des PVL évoquée en 3.2.2 et suite à ces calculs, nous déduisons la nouvelle VM (VM') et la nouvelle VNC (VNC') des actifs suivant les formules suivantes :

$$\begin{aligned} VM' &= VM \times (1 - \beta) \\ VNC' &= VNC \times (1 - \beta) \end{aligned} \tag{3.14}$$

β représente le taux d'extériorisation de la PVL et est fixé à 5% pour tous les classes d'actifs non obligataires.

L'évolution de la VM des actifs, compte tenu de leur performance et de l'extériorisation des PVL, provoque un changement au niveau de la répartition globale de l'investissement sur les actifs. L'outil de projection nous permet de définir deux types de stratégies de réallocation globale de nos supports.

En effet d'un côté, nous avons la possibilité d'une **réallocation marginale** qui consiste à réinvestir les flux de trésorerie dégagés durant l'année, selon les proportions prédéfinies dans l'allocation initiale, ce qui fait qu'avec cette stratégie, l'allocation est amenée à évoluer à la fin de chaque année de projection.

D'un autre côté, SALLTO permet une **réallocation fixe** qui consiste à se fixer une allocation fixe des classes d'actifs présentes sur chaque support tout au long des années de projection. Ainsi, à la fin de chaque année et suite à la réévaluation de la VM de chaque actif, SALLTO opère une procédure de réallocation impliquant la vente et l'achat d'actifs de sorte à respecter l'allocation cible prédéfinie.

Posons : VM_{Ω} , la valeur marché totale des actifs à la fin de l'année, ω_i , la part de l'actif i choisie dans l'allocation initiale et VM_i , la valeur marché de l'actif i à la fin de l'année. Concrètement, la réallocation fixe se traduit comme suit :

- Si $VM_i > \omega_i \times VM_{\Omega}$: on vend la quantité $(VM_i - \omega_i \times VM_{\Omega})$ de l'actif i .
- Si $VM_i < \omega_i \times VM_{\Omega}$: on achète la quantité $(\omega_i \times VM_{\Omega} - VM_i)$ de l'actif i .

Dans le cadre de notre étude, nous choisissons une stratégie de réallocation fixe dont l'allocation cible est définie à la figure 3.5. En situation de réinvestissement sur des obligations, nous choisissons d'acheter uniquement des obligations à taux fixe de rating A et de maturité 10 ans.

Après cette présentation détaillée des composantes de notre modèle ALM, faisons un récapitulatif de nos hypothèses de travail.

ACTIF	PASSIF
<ul style="list-style-type: none"> • Courbe des taux : Courbe EIOPA avec VA 31/12/2020 • Duration : 11,2 ans • Constitution Fonds euro <ul style="list-style-type: none"> • Obligations à taux fixe : 80% • Actions : 13% • Immobilier : 5% • Monétaire : 2% • Constitution du supports en UC <ul style="list-style-type: none"> • Actions : 90% • Immobilier : 10% • Réallocation fixe • Réinvestissement en obligation notée A de maturité 10 ans • Taux d'extériorisation : 5% 	<ul style="list-style-type: none"> • Capital = 5,5% VM • PM Euro = 140 M€ • PM UC = 157 M€ • Duration : 12,6 ans • 90 MP • Chargements de gestion <ul style="list-style-type: none"> • Sur encours en UC = 0,96% • Sur encours en euro = 0,5% • Frais de gestion <ul style="list-style-type: none"> • Sur encours en UC = 0,4% • Sur encours en euro = 0,2% • Décès : Table TF 00-02 • Rachats : <ul style="list-style-type: none"> • Structurels : • Conjoncturels : Dyn. Moy. QIS 5 • Impôts : IS = 28%

FIGURE 3.7 – Récapitulatifs des principales hypothèses de modélisation du PER

Ouverture sur le chapitre suivant

Suite à la présentation des hypothèses du modèle ALM et les composantes de l'actif et du passif de notre société d'assurance fictive, nous présentons les principaux résultats de notre modélisation.

Stress testing et analyse des résultats de la modélisation

Dans ce chapitre, nous présentons le scénario central déterministe sur lequel seront basées les projections risque neutre. Ce scénario est choisi après analyse de l'historique de l'évolution du marché et par conséquent, il est important de réaliser des scénarios de sensibilités dans un cadre ORSA, afin d'analyser l'effet d'éventuels chocs qui peuvent se produire. Dans ce sens, nous présentons également des scénarios ORSA qui seront mis en œuvre tout au long de notre étude. Suite à cela, nous présentons les principaux résultats de la modélisation ALM du PER par l'analyse de la performance des actifs du portefeuille, des résultats techniques et financiers, des indicateurs de solvabilité 2 (SCR, RC) et des flux de trésoreries (rachats, etc.).

4.1 Les différents scénarios économiques

4.1.1 Le scénario central

Le choix de la courbe des taux utilisée pour les projections est crucial. D'abord cette dernière doit correspondre à la courbe des taux utilisée au début de la projection, c'est-à-dire en t_0 . Comme évoqué dans la **section 3.3.3**, nous utilisons la courbe des taux de l'EIOPA au 31 décembre 2020. Toutefois, pour réaliser nos projections en monde risque neutre, cette courbe sera actualisée par un coefficient d'actualisation. Nous choisissons de calculer le coefficient d'actualisation (δ_t) grâce à l'évolution du marché du monétaire (α_t). Le monétaire évolue au taux α_t qui est choisi comme le taux sans risque 1 an de l'EIOPA au 31/12/2020. Le coefficient d'actualisation est donné comme suit :

$$\delta_t = \frac{1}{1 + \alpha_t} \times \delta_{t-1} \quad \forall \quad t \geq 1 \quad \delta_0 = 1 \quad (4.1)$$

Dans le scénario central déterministe, le rendement des actions est calculé à partir de la performance moyenne des différents indices boursiers sur 20 ans (1998 à 2019). Nous utilisons pour cela, les indices boursiers tels que l'Euro Stoxx 50, le CAC 40, le MSCI EMU, le MSCI USA et le MSCI World.

Nous déterminons le rendement de l'immobilier en nous basant sur l'historique du prix du mètre carré (m²) fournit par la chambre des notaires du Grand Paris¹. L'historique est considéré sur 30 années.

Dans un cadre ORSA, des scénarios de stress tests ont été effectués.

4.1.2 Les différents tests de sensibilités du scénario central

Nous appliquons des tests de sensibilités afin de déterminer l'effet de chocs sur notre portefeuille. Nous définissons deux grandes familles de tests de sensibilités. Le premier test de sensibilité porte sur les chocs à la hausse ou à la baisse sur la courbe des taux. Dans un contexte actuel de taux d'intérêt bas voir négatif, la hausse future de la courbe des taux est quasiment évidente. Toutefois, la baisse durable des taux demeure également un facteur de risque. Ainsi, nous mettons en place les scénarios de sensibilités suivantes :

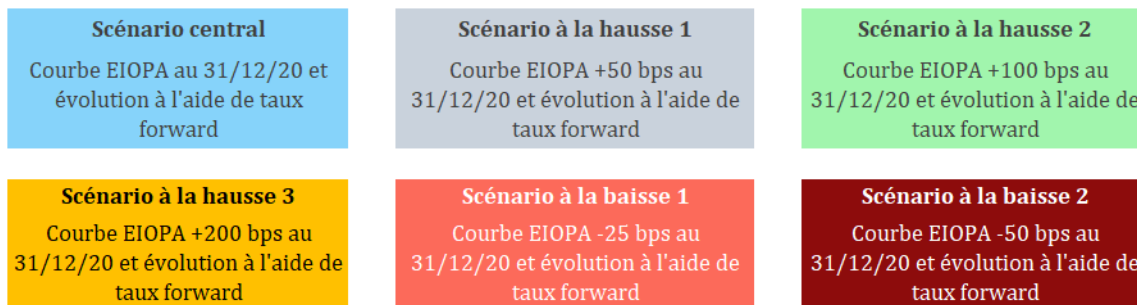


FIGURE 4.1 – Tests de sensibilité sur la courbe des taux

Nous réalisons en outre, une série de chocs qui portent sur le rendement des actions et de l'immobilier. Durant la crise COVID-19, l'indice du CAC40 a chuté de 32,65% passant de 6029,72 points au 21/02/2020 à 4048,8 points le 20/03/2020. Nous testons dans ce cadre, les scénarios de sensibilités suivants :

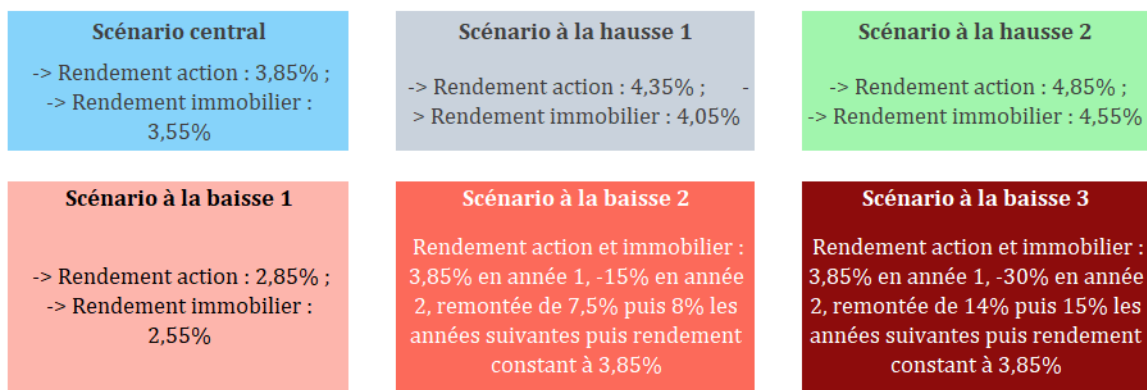


FIGURE 4.2 – Tests de sensibilité sur le rendement des actions et de l'immobilier

1. Historique des prix au m² des appartements anciens sous-jacents aux indices Notaires-INSEE

4.2 Stress test sur le rendement des actions et de l'immobilier

4.2.1 Analyse de la performance des actifs

Les plus-values latentes (PVL) obligataires observées sont décroissantes au fil des années. Cette observation s'explique en premier par le fait qu'au début de notre exercice de projection, notre portefeuille d'actifs en euros comportait des obligations qui, à l'ouverture, étaient dors et déjà en plus-value. En outre, la présence d'assurés âgés de 62 ans à l'ouverture de l'exercice, fait que notre assureur est contraint d'acquérir de la trésorerie pour payer les prestations de sortie, ce qui l'amène à céder les obligations qui se trouvaient en plus-values.

D'une manière générale, les scénarios de sensibilité mis en place pour les chocs action et immobilier n'ont pas un effet très significatif sur les taux de PVL sur les actifs obligataires (Figure 4.3).

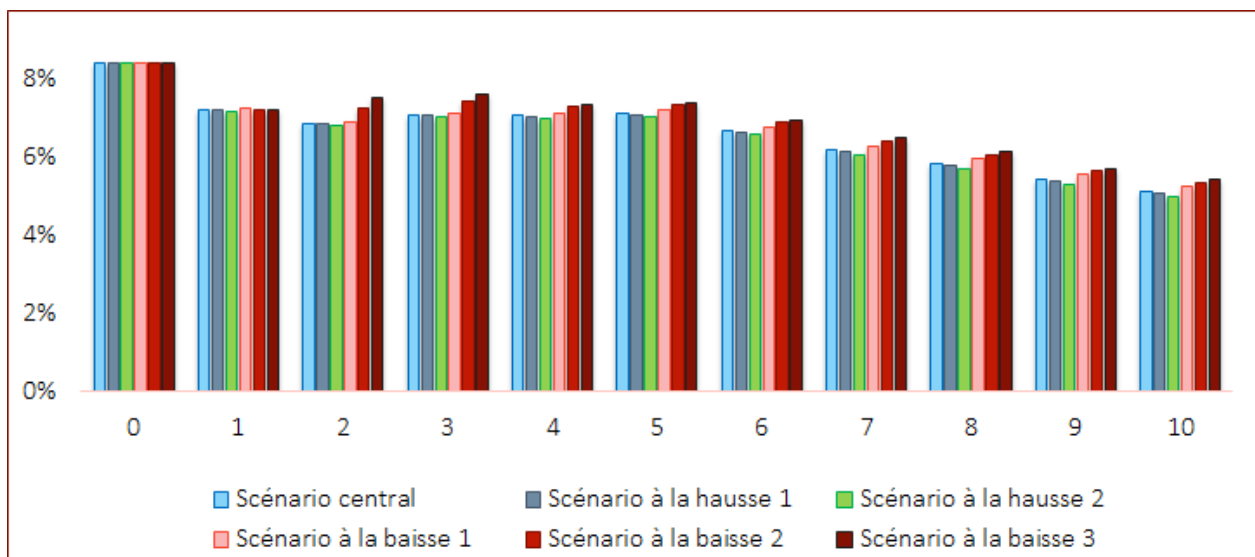


FIGURE 4.3 – Évolution des taux de PVL obligataires suite aux sensibilités sur les actions et l'immobilier

Dans le scénario central, les taux de plus ou moins-values latentes (PMVL) observés sur les actions et l'immobilier suivent une tendance à la hausse au cours des années. Comme attendu, les taux de PMVL observés lors des tests de sensibilité lorsque le rendement des actions est à la hausse, sont plus élevés que lorsqu'ils sont à la baisse. Suite à un choc ponctuel de -30% en année 2 sur le marché des actions et de l'immobilier, le portefeuille se retrouve en moins-values (Figure 4.4).

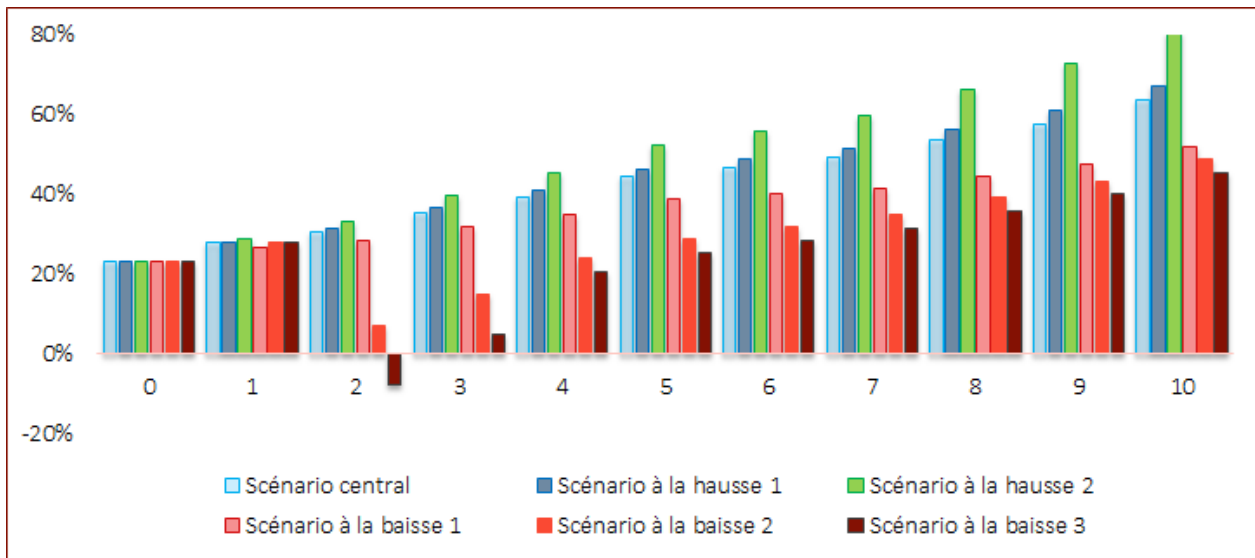


FIGURE 4.4 – Évolution des taux de PMVL actions et immobilier suite aux sensibilités sur les actions et l’immobilier

4.2.2 Analyse des flux de trésorerie

L’analyse de l’évolution de l’encours en euros sur les 15 premières années de projection dans le scénario central met en évidence la tendance baissière de l’engagement de l’assureur. La décroissance de la charge de l’assureur s’explique tout d’abord par le fait que nous avons supposé dans nos hypothèses qu’il n’y aura ni affaire nouvelle ni versement de primes. Ensuite, elle est due au fait que dès la première année de projection, une partie des assurés rentrent en phase de restitution avec des sorties en capital et en rente.

Le choc à la baisse sur le rendement des actions a un effet négatif sur l’encours en euros. En effet, les fonds en euros étant constitué d’actions (13%) et d’immobiliers (5%), la chute de la valeur de marché de ces actifs a un effet immédiat sur l’encours du fonds en euros.

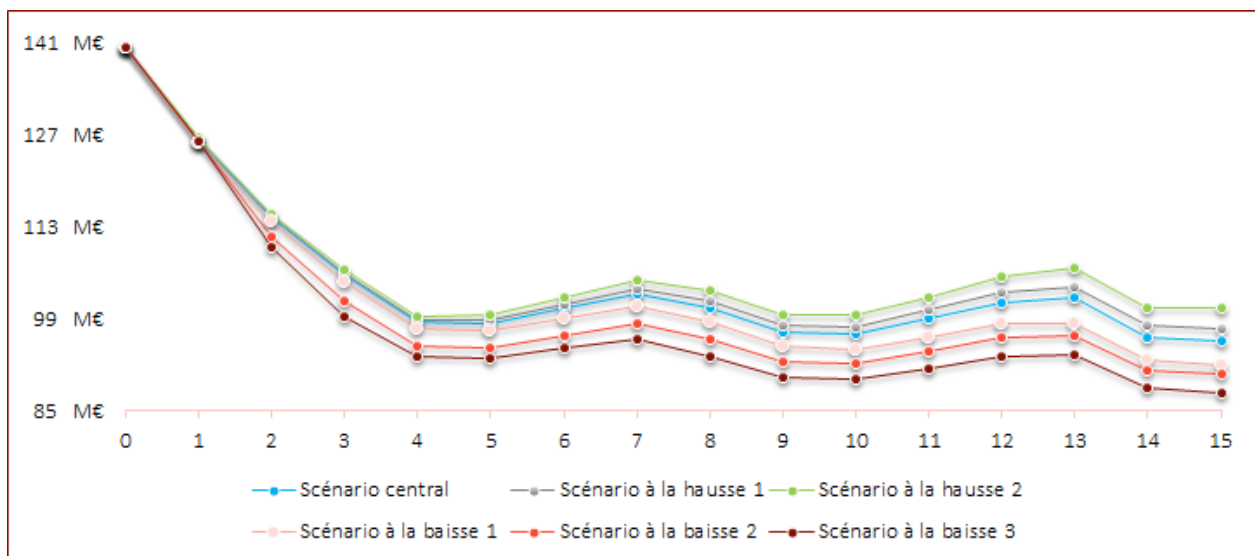


FIGURE 4.5 – Évolution de l’encours en euros suite aux sensibilités sur les actions et l’immobilier

Tout comme l'encours du fonds en euros, la provision mathématique du support en UC a une tendance baissière au cours des années de projection. Ceci traduit le vieillissement global du portefeuille suite au déclenchement des versements de prestations.

Comme on pourrait s'y attendre, la PM UC évolue positivement suite au sensibilité à la hausse du rendement des actifs et de l'immobilier. L'effet des tests de sensibilités sur la PM UC est légèrement plus prononcé que sur la PM en euros car, le support en UC est composé à 90% d'actions et à 10% d'actifs immobiliers, ce qui fait qu'il est donc plus sensible à ce type de chocs.

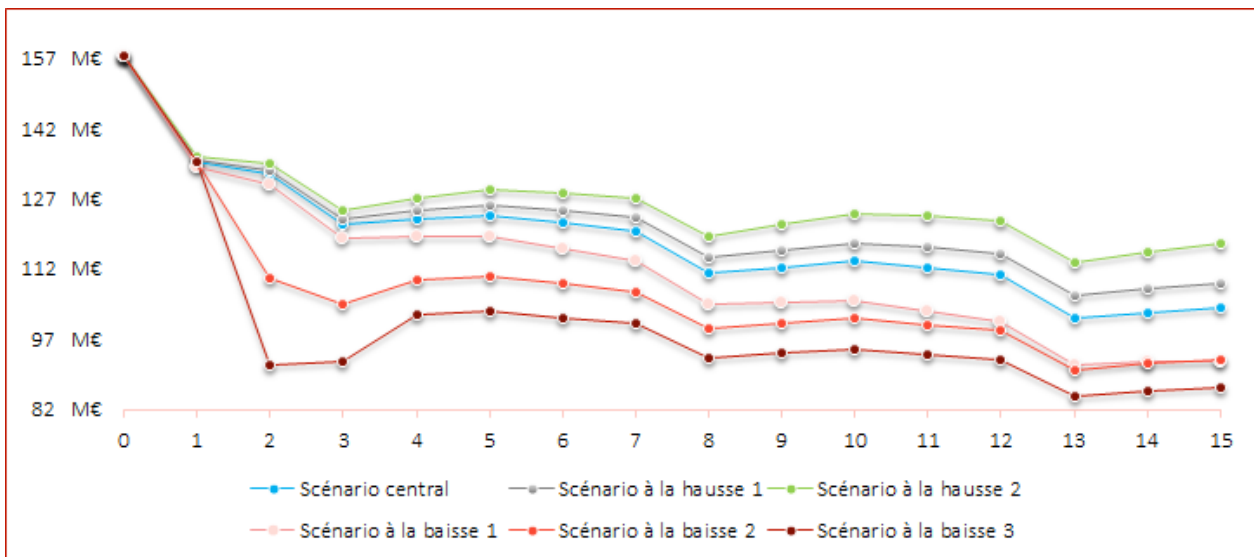


FIGURE 4.6 – Évolution de l'encours en UC suite aux sensibilités sur les actions et l'immobilier

La provision pour participation aux excédents (PPE) suit d'une manière générale, une tendance à la hausse puis à la baisse au fil des 15 premières années de projections. Au cours des huit premières années, cette provision est constituée conformément à la règle évoquée à la **section 3.2.2**. La tendance à la baisse de la PPE observée à partir de la huitième année, est due au fait qu'une partie de la PPE commence à être versée aux assurés sous forme de participation au bénéfice (PB).

L'évolution de la PPE est sensible aux scénarios de chocs mis en place (Figure 4.7). En effet, la valeur de la PPE est positivement corrélée au rendement des actions et de l'immobilier. De plus, plus le choc sur la performance des actifs est important, plus la chute de la PPE est importante après la huitième année. Cet aspect s'expliquerait par le fait qu'il y a un double effet différenciant les scénarios choqués à la baisse et à la hausse. D'un côté, nous avons la performance des actifs et de l'autre, la distribution de la PB.

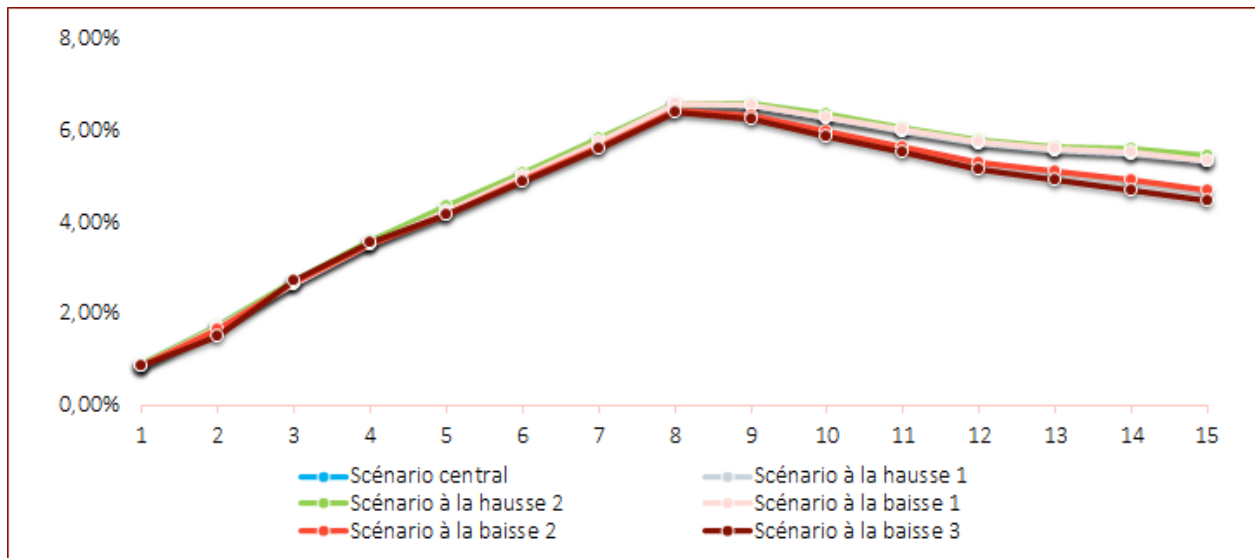


FIGURE 4.7 – Évolution de la PPE exprimé en pourcentage de l'encours suite aux sensibilités sur les actions et l'immobilier

4.2.3 Analyse des indicateurs de solvabilité 2

Le besoin en capital rapporté à l'encours total dans le scénario central est de -16,1% : l'assureur est donc en excédent de capital. À l'ouverture de notre projection, le ratio de couverture (RC) est de 196,3%.

Compte tenu du fait que nous intégrons des chocs sur la valeur de marché (VM) des actions et de l'immobilier en année 2 pour les scénarios de sensibilité à la baisse 2 & 3, nous analysons par la suite, les indicateurs S2 projetés à horizon 2 ans.

Tout d'abord, nous remarquons qu'au niveau du scénario central, le RC est passé de 196,3% à l'ouverture à 217,6% en deux ans de projection (Figure 4.8). En outre, nous notons une légère hausse de la NAV, du SCR et du ratio de couverture lorsque l'on passe du scénario central au scénario de hausse de la performance des actions et de l'immobilier.

Cependant, les scénarios de sensibilités à la baisse de la VM des actions et de l'immobilier, affectent négativement les indicateurs de solvabilité de l'assureur. Lorsque nous avons un choc ponctuel de -30% en année 2, le ratio de couverture passe de 217,6% à 202,5%, soit une chute de 1511 points de base. De même, nous notons une chute de 30,12% de la Value of InForce (VIF) qui passe de 17 millions d'euros à 11 millions d'euros. La VIF rapportée à l'encours total s'élève à 16,69% dans le scénario central contre 12,51% dans le scénario choqué. Il en ressort de ce fait que les chocs sur les marchés des actions et de l'immobilier ont un impact direct sur la solvabilité et les résultats d'un assureur proposant le PER.

En moins d'un mois, la crise COVID-19 a rendu possible des chocs à la baisse de plus de 30% sur la valeur de marché des actions. Ainsi, les assureurs ont tout intérêt à se protéger contre les éventuelles chocs sur le marché des actions en mettant en place des stratégies de couverture tels que les *puts*.

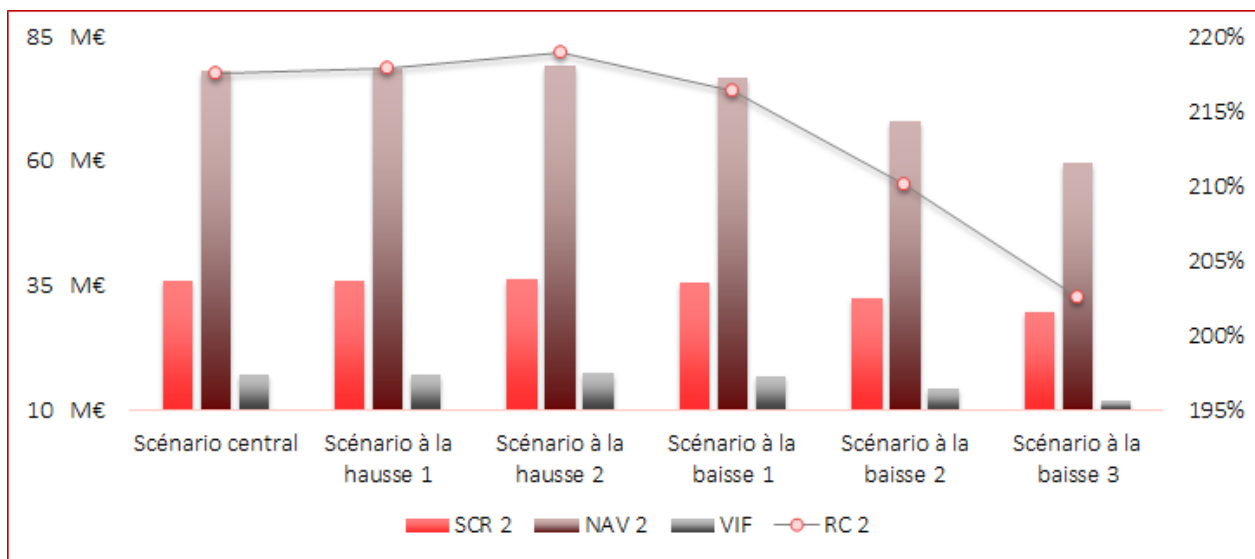


FIGURE 4.8 – Indicateurs S2 suite aux sensibilités sur les actions et l'immobilier

4.3 Stress test sur la courbe des taux

4.3.1 Analyse de la performance des obligations

Les plus-values latentes observées sur les obligations décroissent suivant les années de projections. On note que dans les scénarios de chocs à la baisse, les PVL obligataires sont moins élevées que dans le scénario central et dans les scénarios à la hausse (Figure 4.9).

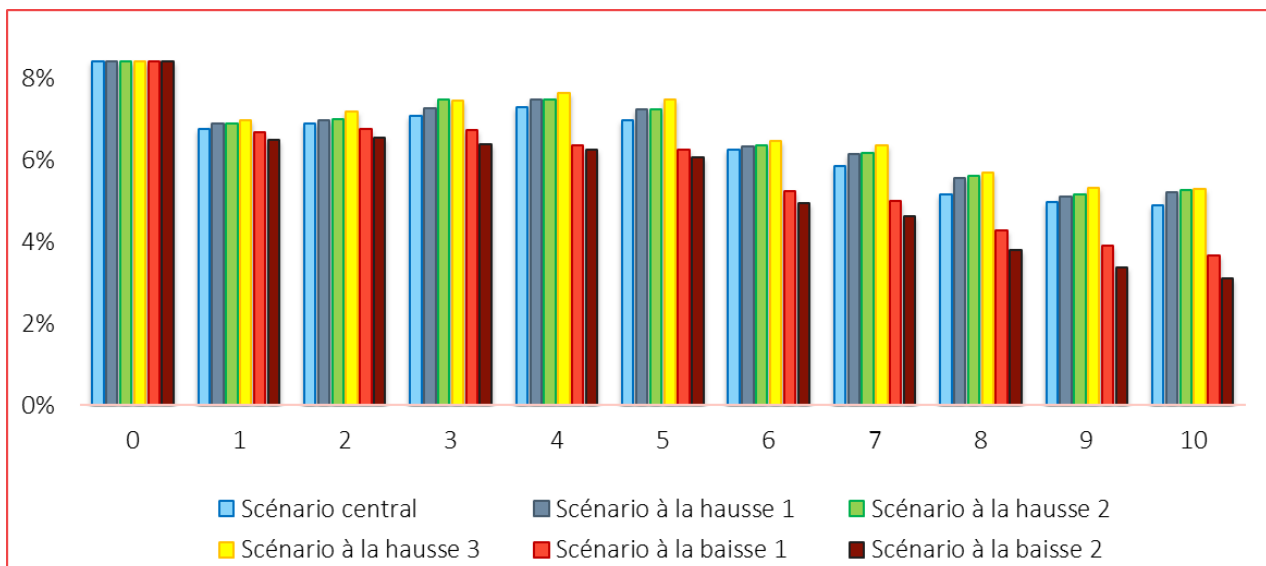


FIGURE 4.9 – Évolution des taux de PVL obligataires suite aux sensibilités sur la courbe des taux

Ce résultat est dû au fait qu'au début de la projection, une partie du portefeuille des assurés entre en phase de restitution provoquant une vente pour couvrir les besoins de trésorerie. Lors de la vente, les PVL obligataires sont constatées. Par la suite, dans les scénarios de taux à la baisse, le réinvestissement effectué se fait sur des obligations dont les valeurs marché sont de moins en moins élevées puisque, la valeur marché des obligations est inversement liée au

taux d'intérêt. De ce fait, on observe dans ces scénarios des PVL obligataires plus faibles par rapport à ce qui observé dans le scénario central. L'effet inverse se produit dans les scénarios de chocs à la hausse. On note alors que le taux de PVL obligataire observé est positivement lié à la tendance de la courbe des taux. Cette observation donnera lieu à une stratégie d'atténuation des effets de la baisse des taux mis en place dans le cadre de cette étude : il s'agit de l'optimisation du **réinvestissement obligataire**.

4.3.2 Analyse des flux de trésorerie

Le risque de rachat de contrats fait partie des risques principaux de l'assureur-vie. En effet, lors des rachats, l'assureur est contraint de fournir aux assurés, la trésorerie nécessaire correspondant à leur épargne. Cependant, les cotisations collectées par l'assureur sont directement réinvesties, l'assureur se trouve alors obligé de vendre certains des actifs de son portefeuille pour répondre au besoin de trésorerie.

Dans le contexte des taux bas, la plupart des d'assureurs proposent - via un TMG et/ou un taux servi - une rémunération faible sur l'épargne des assurés. Rappelons qu'une hausse des taux a pour conséquence l'émission d'actifs de meilleure rentabilité tels que de nouvelles obligations (coupons perçus plus élevés). L'effet produit par la suite est un réinvestissement sur ces nouveaux actifs par le rachat des anciens contrats d'épargne.

Dans le cas du PER proposé par notre assureur, les lois de rachats sont définies par l'ACPR. Dans le scénario central, nous notons que les taux de rachat annuels sont assez faibles et varient entre 0,8% et 0,4% de l'encours total. Les différents scénarios de chocs de taux ont un effet relativement peu élevé sur les rachats. Ainsi, dans le contexte de taux bas actuel, l'assureur, en commercialisant un PER, n'est pas directement exposé à un risque de rachat massif lors de la hausse ou de la baisse des taux d'intérêts.

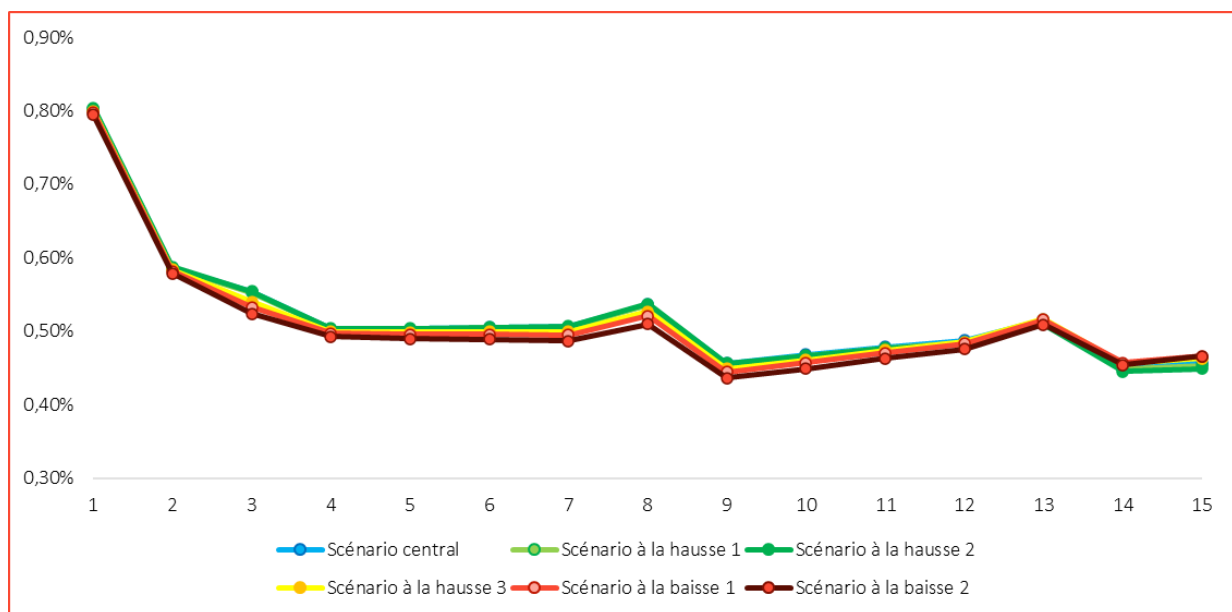


FIGURE 4.10 – Évolution des rachats suite aux sensibilités sur la courbe des taux

4.3.3 Analyse des indicateurs de solvabilité 2

Dans le scénario central, le RC se situe autour de 215%. Suite aux chocs de taux à la baisse, le ratio de couverture baisse à 205% pour un choc de -25 bps et à 198% pour un choc de -50 bps. Lorsqu'on met en place des chocs à la hausse, le ratio de couverture évolue jusqu'à 289% pour le choc à la hausse de +200 bps sur l'EIOPA au 31/12/2020. Une hausse du taux d'intérêt impacte le Best Estimate (BE) à la baisse par l'augmentation du taux d'actualisation (Formule 1.1). La baisse du BE, toute chose égale par ailleurs, a pour effet d'augmenter la NAV ce qui aboutit à l'augmentation du ratio de couverture.

L'augmentation de la VIF se fait par le même procédé que celui de la NAV. En effet, l'assureur possédant moins d'engagement suite à la hausse des taux et à la baisse du BE, constate de meilleurs résultats.

Quant à la baisse des taux d'intérêt, elle produit une hausse du BE par la baisse du taux d'actualisation et provoque la baisse de la VIF et de la NAV. La baisse de la NAV et de la VIF est négative pour l'assureur puisque, c'est à partir de ces grandeurs que l'assureur détermine sa solvabilité (SCR, besoin en capital, etc.) et sa rentabilité.

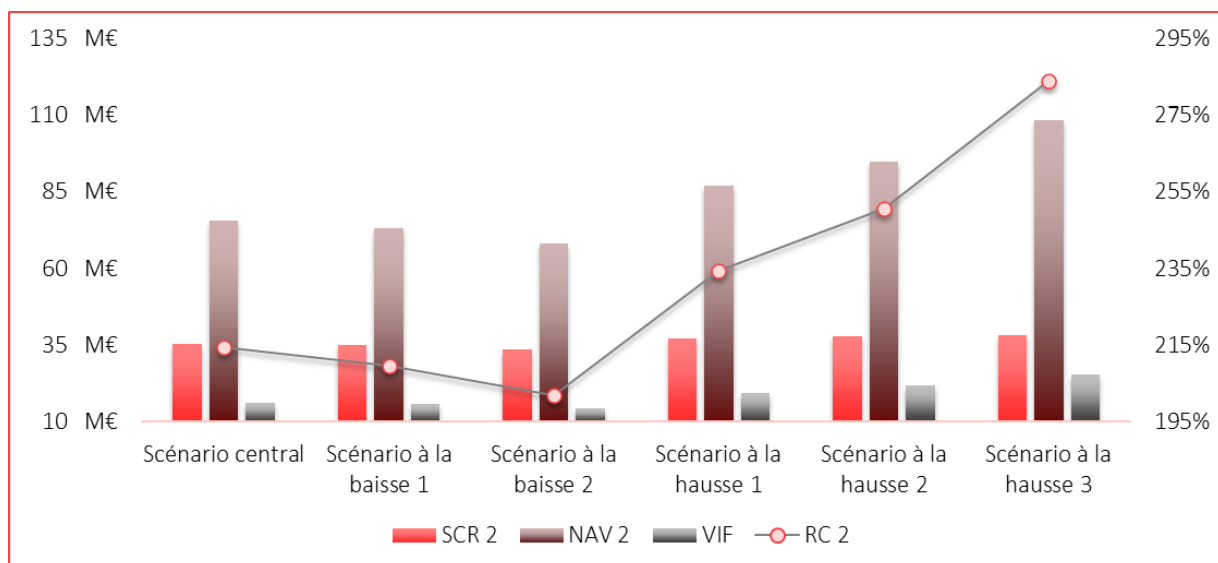


FIGURE 4.11 – Indicateurs S2 suite aux sensibilités sur la courbe des taux

Synthèse et ouverture sur la partie suivante

L'analyse des résultats des différents stress tests réalisés, ont montré que l'assureur est vulnérable au risque de baisse des taux et de baisse des rendements des actions et de l'immobilier lorsqu'il propose à la vente un PER.

Dans la partie suivante, nous proposons des stratégies que l'assureur peut utiliser pour atténuer et pour couvrir ces risques.

Troisième partie

Stratégies d'optimisation de la couverture des risques financiers

Stratégies d'allocation pour l'atténuation des risques

Face au contexte économique actuel des taux bas et à la crise COVID-19, un assureur ayant mis en place un PER est exposé aux risques de taux et de chute de la valeur marché des actions ou de l'immobilier. Dans le chapitre précédent, nous avons montré que les indicateurs de solvabilité et de rendement de l'assureur sont très fortement impactés par la baisse des taux d'intérêt et des rendements financiers. Par conséquent, l'assureur doit se couvrir contre les fluctuations du marché en mettant en place des instruments financiers.

Toutefois, pour atténuer l'ampleur des risques financiers sur son activité, l'assureur peut dans un premier temps procéder à des arbitrages liés à la constitution du portefeuille et à ses stratégies de réinvestissement. Dans ce chapitre, nous nous donnons pour objectif d'explicitier les leviers liés au passif et à la stratégie d'allocation d'actif dont disposent un assureur pour réduire les risques financiers liés à son portefeuille PER.

5.1 Arbitrages sur la composition du portefeuille selon les profils de risque

Le PER prévoit par défaut, trois profils de risque pour le pilotage vision retraite de l'épargne des assurés. À la souscription de son contrat, l'assuré décide du profil de risque pour lequel il souscrit et ce faisant, il choisit l'évolution de la part d'actifs *risqués* dans son portefeuille en fonction de l'horizon de sa retraite. Dans cette étude, nous avons fait l'hypothèse que le profil de risque choisi par l'assuré est fixé à la signature du contrat et demeure le même jusqu'à la clôture de son contrat. En réalité, l'assuré a la possibilité de changer son profil de risque à tout moment. Dans les premières parties de notre mémoire, nous avons également supposé que le portefeuille de notre compagnie fictive comprenait 120 000 contrats, que la moitié des assurés choisissait un profil de risque *équilibré* et que les autres se répartissent entre le profil de risque *prudent* (25%) et *équilibré* (25%).

Dans cette section, nous mettons en évidence l'effet de différentes répartitions du portefeuille d'assurés sur la rentabilité et la solvabilité de l'assureur.

5.1.1 Vision assureur

En premier, nous créons un nouveau portefeuille fictif pour chaque profil de risque composé chacun de 30 model-points identiques à ce que nous avons fait dans la **section 3.2.1**, à la seule différence qu'ici, nous supposons que chaque model-point est constitué d'un seul et unique contrat et que l'assureur n'a pas de capital initial. Pour plus de simplicité dans nos calculs et sans perte de généralité, nous fixons l'encours total initial de ces portefeuilles à 100 000 euros. Grâce à SALLTO et aux mêmes scénarios économiques évoquées à la **section 3.3.2**, nous projetons l'activité de l'assureur et nous obtenons un bilan S2, un compte de résultats et les flux de trésoreries.

Au vu des résultats du tableau **5.1**, le portefeuille 100% prudent apparaît comme le plus risqué et le moins profitable pour l'assureur. En effet, avec un besoin en capital rapporté à l'encours total positif (BC) et un ratio de solvabilité inférieur à 100%, ce portefeuille nécessite un apport initial pour le respect des normes de solvabilité 2. De plus, la Value of InForce (VIF), valeur actuelle des profits futurs, du portefeuille 100% prudent est inférieure à celle observée sur les deux autres portefeuilles.

Ces résultats s'expliquent par le fait que l'épargne sur le portefeuille prudent est investie majoritairement sur des fonds en euros qui sont plus risqués pour les assureurs et dont la rentabilité est faible compte tenu de l'effet des taux bas sur le marché obligataire (**section 4.3**).

Portefeuilles	NAV	VM	RM	BE	SCR	VIF	BC	RC
100% Prudent	9,06%	107,22%	1,43%	96,73%	10,37%	6,524%	1,311%	87%
100% Équilibré	27,25%	103,56%	1,33%	74,98%	13,22%	19,620%	-14,026%	206%
100% Dynamique	39,27%	101,90%	1,29%	61,34%	16,34%	28,274%	-22,928%	240%

TABLEAU 5.1 – Indicateurs de solvabilité 2 sur les portefeuilles en pourcentage de l'encours total au début de la projection

Nous étendons l'analyse sur la composition du SCR au niveau de chaque profil de risque. Les principaux modules du SCR sont le module marché et le module souscription. Le SCR marché est constitué des sous-modules du risque de taux, action, immobilier, change et spread et le SCR souscription est composé quant à lui des sous-modules de frais, de mortalité, de rachat et de longévité. D'une part, on note que le risque de marché est de plus en plus élevé lorsqu'on passe du profil de risque prudent vers le profil de risque dynamique. De l'autre, on remarque que le risque de souscription est plus élevé sur les portefeuilles "prudents".

Le fait que le risque de souscription est plus important sur le portefeuille 100% prudent est peut-être dû au contexte des taux bas motivant plus de rachats. En effet, face aux taux bas, le fond en euros (prédominant sur le profil de risque prudent) qui est rémunéré principalement par la performance du marché obligataire, est moins rentable qu'un support en UC. De ce fait, les contrats PER dont le profil de risque est prudent sont plus enclins à être racheter. Toutefois, rappelons que le risque de rachat est relativement peu important sur le portefeuille global de l'assureur (voir Figure **4.10**).

L'effet de diversification est plus important sur le portefeuille "prudent" puisque, le profil de risque prudent est plus diversifié avec une part plus importante d'obligations et d'actif monétaire par rapport au profil de risque dynamique.

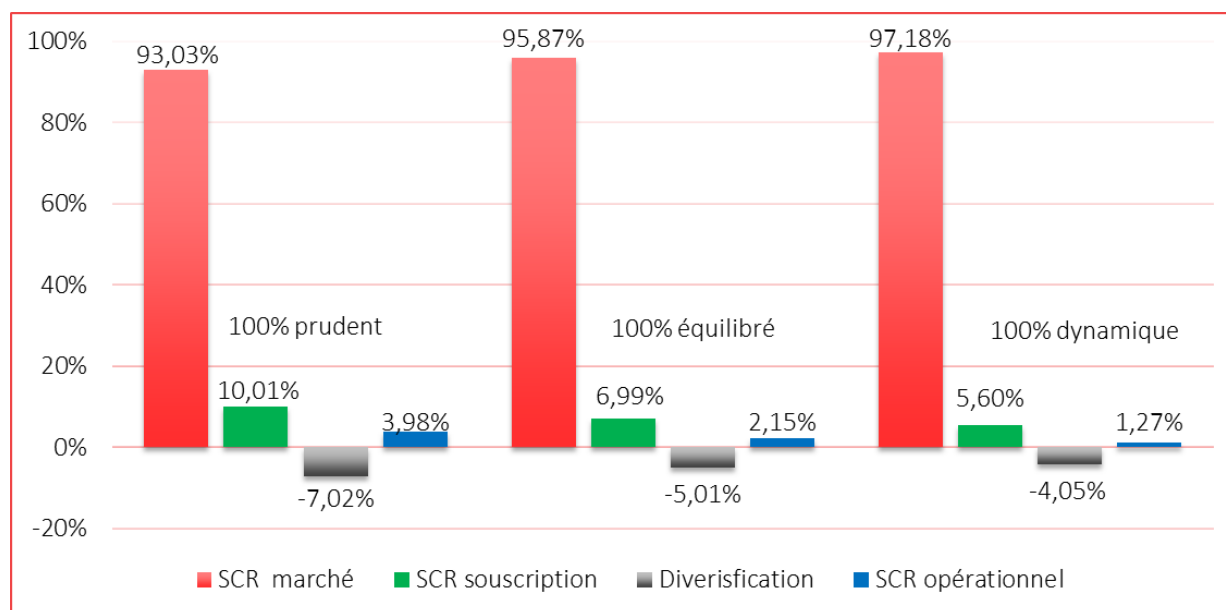


FIGURE 5.1 – Composition du SCR des différents portefeuilles

Cette analyse, effectuée dans un scénario central (sans aucun choc), ne saurait être complète sans la mise en évidence de stress test. À cet effet, nous appliquons la même série de chocs qu'à la **section 4.1.2** au trois portefeuilles.

Choc sur le rendement des actions et de l'immobilier

Compte tenu des scénarios de chocs, nous analyserons les indicateurs à la fin de la deuxième année. Les résultats, présentés dans le tableau A.1 en annexe, montre qu'en situation de hausse sur les rendements des actions et de l'immobilier, la VIF et le BC s'améliorent pour les trois portefeuilles et qu'en situation de baisse des rendements, la VIF et le BC diminuent. Dans chacun des scénarios testés, le portefeuille 100% dynamique produit les meilleurs rendements avec une Value of In-Force sur encours total toujours supérieure à 30% et un besoin en capital sur encours total proche de -29%. On déduit alors que sous nos hypothèses de projection et même en situation de crise sur le marché de l'immobilier et des actions, un portefeuille PER constitué en majorité de contrats de profil de risque dynamique, a de meilleur rendement et une meilleure solvabilité que tout autre portefeuille PER.

Choc sur la courbe des taux

Nous notons que le portefeuille 100% dynamique sur-performe le portefeuille 100% prudent et 100% équilibré lors des chocs à la baisse comme à la hausse du taux EIOPA. L'impact de la baisse des taux est relativement plus élevé dans un portefeuille 100% prudent par rapport à un portefeuille dynamique. On note en effet, que la VIF sur encours d'un portefeuille 100% prudent chute de 377 points de base entre le scénario central et le scénario de choc à la baisse du taux EIOPA contre seulement 152 points de base pour le portefeuille 100% dynamique.

L'écart de variation observé entre les indicateurs des différents portefeuilles s'explique par la quantité d'obligations et d'actifs monétaires présent sur chacun des portefeuilles. Le portefeuille 100% prudent possédant une part de support en euros - et donc d'obligation et de monétaire - plus élevés que les autres, est plus sensible aux évolutions de la courbe des taux.

Il en ressort qu'en situation de chocs de taux et sous les hypothèses économiques de cette étude, le portefeuille PER 100% dynamique permet d'avoir un meilleur rendement et une meilleure solvabilité.

	Profil de risque	VIF en % de l'encours	BC en % de l'encours
Scénario central : EIOPA au 31/12/20	100% Prudent	8,16%	0,12%
	100% Équilibré	23,80%	-19,09%
	100% Dynamique	33,49%	-29,66%
Scénario à la hausse : +50bps sur l'EIOPA au 31/12/20	100% Prudent	11,40%	-3,75%
	100% Équilibré	25,74%	-21,18%
	100% Dynamique	34,77%	-30,99%
Scénario à la baisse : -50bps sur l'EIOPA 31/12/20	100% Prudent	4,39%	4,30%
	100% Équilibré	21,54%	-16,74%
	100% Dynamique	31,97%	-28,18%

TABLEAU 5.2 – Indicateurs de solvabilité 2 en deuxième année sur les portefeuilles selon les scénarios de chocs sur la courbe des taux

Après cette première analyse, nous pouvons déduire que l'assureur a tout intérêt à commercialiser un PER en mettant en avant les profils de gestion de l'épargne comportant le plus de supports UC (dynamique et équilibré).

Toutefois, notre étude serait incomplète si l'espérance de rendement et le risque des différents profils de risque ne sont pas analysés du point de vue de l'assuré. En effet, l'assureur ne peut pas arbitrer convenablement pour déterminer la meilleure répartition du portefeuille d'assurés sans connaître la rentabilité et le risque de chaque type de profil chez ceux-ci. Dans ce sens, un zoom sera effectué dans les paragraphes suivants sur les indicateurs de pilotage du point de vue de l'assuré afin de déterminer si les intérêts de l'assureur coïncide ou non avec celui des assurés.

5.1.2 Vision assuré

Pour étudier le rendement d'un contrat PER pour l'assuré, nous sommes repartis des trois portefeuilles utilisés pour l'assureur.

Le taux servi

Nous utilisons dans un premier temps, le taux servi sur les contrats comme indicateur de rentabilité pour l'assuré. Le taux servi par type de profil est donné par la figure 5.2. Conformément à la règle de distribution de la participation au bénéfice retenue dans le cadre de notre étude, le taux servi sur les premières années est nul. Après l'année 8, la PB est distribuée et on note que les taux servis respectivement sur le profil prudent, équilibré et dynamique sont de l'ordre de 3%, 2% et 1,5%. Le taux servi étant calculé sur les produits financiers et techniques obtenus sur la base de l'encours sur le fonds en euro, il est alors logique d'obtenir un taux servi plus élevé sur le portefeuille prudent. De ce fait, le taux servi ne reflète pas le niveau de rentabilité global des portefeuilles. Il nous faut choisir un indicateur pouvant synthétiser la rentabilité des deux supports tout en intégrant une mesure du risque pris par l'assuré.

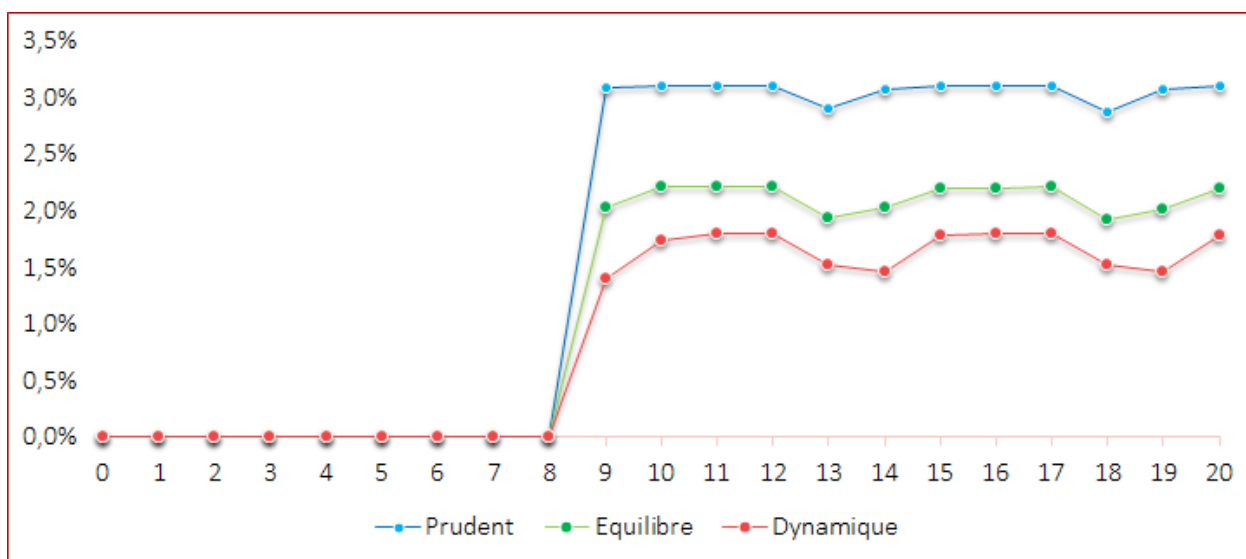


FIGURE 5.2 – Évolution du taux servi par profil de risque

Taux de rendement interne et ratio de Sharpe

Dans ce contexte, nous utilisons le **Ratio de Sharpe** (S_R) qui est une mesure de rendement d'un portefeuille ajusté au risque de celui-ci. En effet, le Ratio de Sharpe (Formule 1.12) mesure l'écart de performance entre un portefeuille et un actif dont le taux de rendement est sans risque, le tout rapporté à un indicateur de risque : la volatilité du portefeuille. De plus, le ratio de Sharpe permet de classer plusieurs portefeuilles entre eux selon leur rentabilité par unité de risque. En effet, puisque le S_R donne la rentabilité d'un portefeuille par unité de risque, un portefeuille ayant la valeur la plus élevée du ratio peut être considéré comme le plus performant.

Le rendement du portefeuille dépend fortement de l'évolution des valeurs de marché. Dans ce sens, il ne peut pas être calculé à partir d'un seul scénario déterministe ou à partir de scénarios risque neutre : il s'obtient à partir d'un ensemble de scénarios monde réel. Un indicateur de rentabilité pertinent qui peut être retenu pour évaluer la performance d'un portefeuille est le taux de rendement interne (TRI). Dans cette optique, la variable de volatilité σ qu'il convient de retenir est l'écart-type du TRI.

Sur le PER, nous avons trois « *supports d'investissement* » potentiels : le profil prudent, le profil équilibré et le profil dynamique qui correspondront ici, aux différents portefeuilles comparés. L'obligation d'État Français (OAT), le *Gilt* Anglais ou encore *T-Bond* des États-Unis peuvent être choisies comme actifs sans risque. Rappelons que la dette souveraine française est notée Aa2 par *Moody's* et jugée de *haute qualité* par la plupart des grandes agences de notation. Dans notre étude, nous utiliserons le taux sans risque produit par l'EIOPA au 31 décembre 2020 pour représenter le rendement de l'actif sans risque.

Dans le but de déterminer le TRI pertinent pour notre étude, un nouveau portefeuille composé cette fois d'un seul assuré (model-point) a été construit pour chaque profil de risque. Le portefeuille de cet assuré âgé de 42 ans, a été projeté en monde réel jusqu'à la retraite (62 ans) sans composante de rachat et de décès. Ensuite, le TRI moyen et l'écart-type du TRI sont déterminés à partir de l'évolution de l'encours total à 10 et à 20 ans. Choisir un assuré âgé de 42 ans est pertinent puisque, après 20 ans de projection, il sera à l'âge de sa retraite : moment idéal pour déterminer la rentabilité de notre PER. Le calcul du Ratio de Sharpe est complété

avec le taux sans risque de l'EIOPA pris au 31 décembre 2020 à horizon 10 ans et 20 ans.

Tout d'abord, soulignons que pour tous les portefeuilles considérés, la projection sur 20 ans offre en moyenne, une rentabilité meilleure et une volatilité plus faible que celle sur 10 ans (Tableau 5.3). De même, le risque de perte est plus élevé pour un contrat détenu sur 10 ans par rapport à un contrat détenu sur 20 ans. Il vient donc que le PER proposé est rentable et qu'un assuré a tout intérêt à conserver son PER le plus longtemps possible.

Vue à 20 ans		r = -0,093%		Vue à 10 ans		r = -0,367%	
Profil	TRI moyen	Ecart-type du TRI	Min TRI	Max TRI	Risque de perte		
Prudent	1,57%	1,44%	-1,93%	7,82%	12,66%		
	1,20%	2,02%	-3,31%	11,72%	31,44%		
Equilibre	2,61%	2,49%	-4,07%	13,07%	14,58%		
	2,36%	3,44%	-7,10%	18,13%	26,52%		
Dynamique	2,99%	2,87%	-5,48%	15,21%	14,86%		
	2,80%	4,00%	-9,42%	20,09%	25,56%		

TABLEAU 5.3 – Indicateurs de pilotage vision assuré

Le portefeuille offrant en moyenne la meilleure rentabilité pour un assuré est basé sur le profil de risque dynamique (Figure 5.3). En termes de volatilité, le contrat basé sur le profil prudent est le plus attractif. Il en ressort alors que l'espérance de rendement de l'assuré est positivement corrélé au niveau de risque de son portefeuille. Ce résultat est en totale adéquation avec ce à quoi on s'attend sur un investissement.

Pour une capitalisation sur 10 ans de l'épargne d'un assuré et sous les hypothèses de modélisation, le PER proposé par notre compagnie fictive a une rentabilité supérieure à celle de l'actif sans risque quel que soit le profil de risque considéré pour l'assuré ($S_R > 0$). Toutefois, le ratio de Sharpe reste inférieur à 1 ce qui traduit un niveau de risque assez élevé pour le rendement proposé. Dans ce cadre, le profil le plus attrayant, rentabilité et risque considérés, est le profil équilibré avec un ratio de Sharpe égal à $S_R = 0,7938$ (Figure 5.3 et Tableau A.2 en annexe).

Comme montré dans les paragraphes précédents, l'assuré a tout intérêt à conserver son PER jusqu'à sa retraite. Au moment de sa retraite, l'assuré a un meilleur rendement pour une volatilité encore plus faible. En outre, le ratio de Sharpe, supérieur à 1 pour tous les profils de risque, dénote une sur-performance du PER proposé par rapport à l'actif sans risque pour une volatilité relativement réduite. En particulier, le profil d'investissement le plus attractif pour un assuré, performance et volatilité considérées, est le profil de risque prudent qui offre un taux de rendement interne de 1,57% pour un écart-type de 1,44%.

En résumé, on déduit qu'il est plus bénéfique pour l'assuré de souscrire au PER en choisissant un profil de risque prudent.

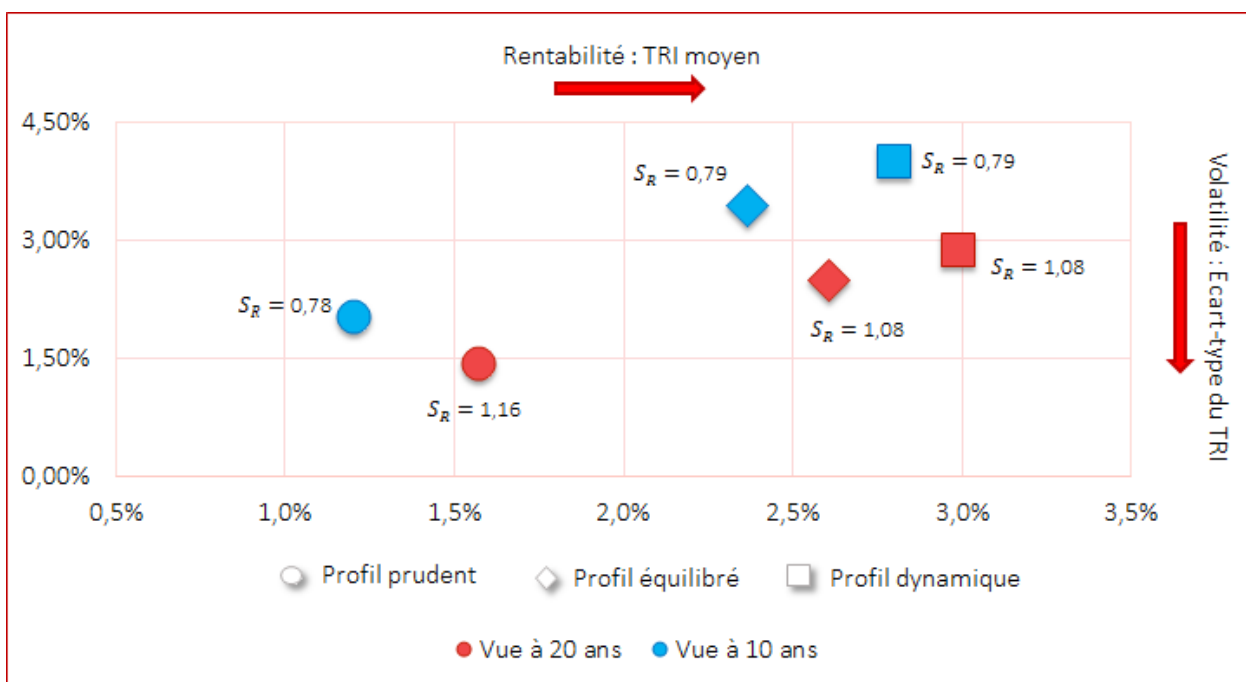


FIGURE 5.3 – Ratio de Sharpe par profils de risque

Cette analyse doit toutefois être légèrement nuancée par le fait qu'il existe dans la pratique, des niveaux d'aversion au risque différents chez les assurés et de ce fait, il est possible d'avoir des assurés qui, pour une espérance de rendement plus élevée, sont prêts à être exposés à un niveau de volatilité plus élevé. Par ailleurs, ajoutons que le niveau d'aversion au risque d'un assuré peut évoluer à la baisse selon son âge. Cet aspect est le socle même de la gestion pilotée de l'épargne qui tend à être sécurisée au fur et à mesure que l'assuré se rapproche de sa retraite. Notons que l'âge de départ de l'assuré a été choisi en tenant compte de la grille d'allocation de l'encours (présentée au Tableau 3.1) : l'assuré, âgé de 42 ans à la souscription de son contrat, se trouve toujours dans la première phase de l'allocation de son encours. Dès lors, l'effet de la variation de la part d'*actifs risqués* rapportée à la part d'*actifs non risqués* a été bien pris en compte. Toutefois, procédons à une vérification en nous basant sur un assuré moins âgé. Dans la perspective de cette analyse, nous avons réalisé la projection d'un nouveau portefeuille où cette fois, l'âge de départ de l'assuré est de 20 ans. Nous arrivons à la même conclusion qu'avec un assuré de 42 ans (Tableau A.3 en annexes).

À travers les derniers résultats obtenus et par le fait que la gestion *prudente* de l'investissement de l'assuré a un ratio de Sharpe plus élevé que les autres, il ressort que du côté d'un assuré, le profil prudent est le plus optimal.

5.1.3 Synthèse

Aux termes de cette analyse, nous arrivons à la conclusion que l'assureur et l'assuré ont des intérêts opposés en ce qui concerne les profils de gestion pilotée de l'encours. D'un côté, l'assureur, bénéficiant du risque porté par l'épargnant, a de meilleurs résultats et une meilleure solvabilité lorsque les contrats sont majoritairement souscrits avec une gestion *dynamique* de l'épargne. De l'autre, se situent les assurés qui, pour un niveau de risque donné, tirent plus de profits d'un contrat souscrit avec une gestion *prudente*.

Or, nous avons montré dans les paragraphes précédents qu'en cas de chocs sur le marché (choc de taux ou d'action), la répartition du portefeuille selon le profil de risque a un effet direct sur le résultat (Value of InForce) et la solvabilité (besoin en capital) de l'assureur. En effet, plus un portefeuille est « *prudent* », plus il contient d'investissement sur des fonds en euros et plus, la part d'obligations d'État et d'actif monétaire le composant est élevée. Or, la baisse des taux d'intérêts provoque une perte de valeur pour le monétaire et les nouvelles obligations et par voie de conséquence, réduit à termes, la rentabilité de ce PER.

L'assureur peut, pour résoudre ce conflit, inciter les assurés à se tourner vers une gestion « *dynamique* » de leur épargne en réduisant ses taux de chargements sur encours en UC et en compensant par le taux de chargement sur l'encours en euros ou, en proposant des garanties sur les supports en UC de sorte à partager le risque porté par l'assuré et pour ainsi rendre le ratio de Sharpe du portefeuille *dynamique* plus élevé que celui du portefeuille *prudent*.

5.2 Arbitrages sur le réinvestissement obligataire

Au fur et à mesure que vieillit le portefeuille d'actifs de l'assureur, les obligations sont vendues ou rachetées pour répondre au besoin de trésoreries ou de réallocations d'actifs.

Dans le contexte de taux bas, la stratégie de réinvestissement obligataire s'avère crucial puisque, la valeur d'une obligation, qu'elle soit à taux fixe ou variable, dépend fortement de l'évolution des taux d'intérêt. Lorsqu'une obligation est à taux fixe, les coupons versés sont constants, mais sa valeur elle-même varie en fonction de l'évolution des taux d'intérêt.

En effet, quand les taux d'intérêt montent, les nouvelles obligations sont émises avec des coupons supérieurs à ceux des anciennes car, ces nouveaux coupons sont basés sur les différentes maturités des taux d'intérêt actuels. La valeur de ces anciennes obligations se met donc à baisser puisque, leurs détenteurs les vendent pour acheter celles dont les coupons rapportent plus. Inversement, quand les taux d'intérêt baissent, la valeur des obligations à taux fixe déjà émises monte, mais les coupons des nouvelles obligations sont plus bas. Il est donc possible qu'un assureur perde une partie de son investissement s'il revend son obligation à taux fixe avant son échéance et alors que les taux d'intérêt ont monté depuis son investissement. L'assureur peut aussi réaliser des pertes en se retrouvant avec des obligations qui paient des coupons peu élevés.

Dans notre cas, l'assureur détient des obligations à taux fixe dans son portefeuille d'actifs. Les coupons qu'il perçoit sont donc fixes, ce faisant, l'achat de nouvelles obligations pour besoin de réallocation, doit être réalisé en tenant compte des maturités lui permettant de recevoir les paiements les plus élevés compte tenu de l'évolution des taux. En effet, si le taux est sur une tendance à la hausse - à la baisse -, l'assureur doit préférer a priori des obligations à maturité courte - longue - afin d'actualiser le plus fréquemment - moins fréquemment - le taux coupon.

Par ailleurs, la valeur des obligations dépend de l'évolution du taux d'intérêt sur le marché. Lorsque l'assureur est amené à réinvestir en obligations, le choix de la maturité s'avère crucial. En effet, d'un côté, dans un contexte de hausse des taux, si un assureur achète des obligations à longue maturité, il s'expose au risque de la baisse de la valeur de ses obligations. D'un autre côté, lorsque les taux sont sur une tendance baissière, les obligations émises ont de moins en moins de valeurs, l'assureur peut être amené à investir sur des obligations à maturité plus élevée.

En assurance vie, et précisément pour des produits de retraite, la durée du passif est souvent élevée et tourne autour de 10 ans en général. De ce fait, les stratégies d'investissement obligataire des assureurs-vie sont souvent choisies pour rapprocher durée d'actif et durée de l'engagement des assureurs. Dans un contexte de hausse ou de baisse des taux, l'assureur peut opter pour un pilotage de sa stratégie de réinvestissement pour améliorer ses indicateurs de solvabilité et de rentabilité.

Pour mettre en évidence l'impact de la stratégie de réinvestissement obligataire sur les indicateurs de solvabilité (SCR, ratio de couverture, besoin en capital, etc.) et sur les indicateurs de rentabilité (VIF, etc.), nous réalisons des scénarios de tests dans des conditions de chocs de taux.

Tout d'abord, nous effectuons la même série de stress tests sur la courbe des taux de l'EIOPA au 31/12/2020 (voir Figure 4.1). Ensuite, pour chaque scénario de courbe des taux, nous choisissons quatre stratégies de réinvestissement obligataire selon la maturité des obligations :

- une maturité de 2 ans,
- une maturité de 5 ans,
- une maturité de 10 ans (correspondant au *scénario principal* utilisé dans le mémoire) et,
- une maturité de 15 ans.

Lorsque l'on observe une hausse des taux, nous nous rendons compte que de manière générale, le ratio de couverture décroît avec la hausse de la maturité des obligations, confirmant ainsi la théorie. En effet, pour un shift de la courbe de l'EIOPA au 31/12/2020 de +200 bps, le ratio de couverture passe de 291,97% pour un réinvestissement de 2 ans à 283,24% pour un réinvestissement obligataire de 15 ans. L'effet opposé est observé pour la baisse des taux. Pour une translation de l'EIOPA au 31/12/2020 de -50bps, le ratio de couverture passe de 210,4% à 218,01%.

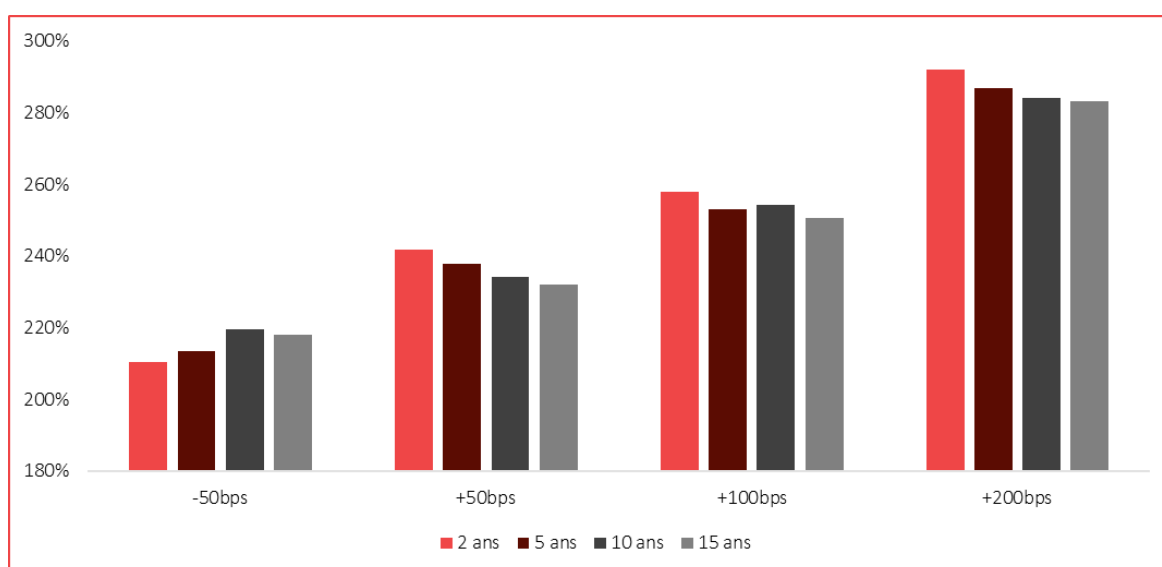


FIGURE 5.4 – Ratio de couverture selon la stratégie de réinvestissement obligataire

En ce qui concerne l'indicateur de résultat qui est la VIF, la différence est assez légère entre les différentes stratégies de réinvestissement. Toutefois, On note que la VIF reste plus élevée pour

les maturités courtes (2 et 5 ans) par rapport aux maturités plus longues dans les scénarios de hausse de taux.

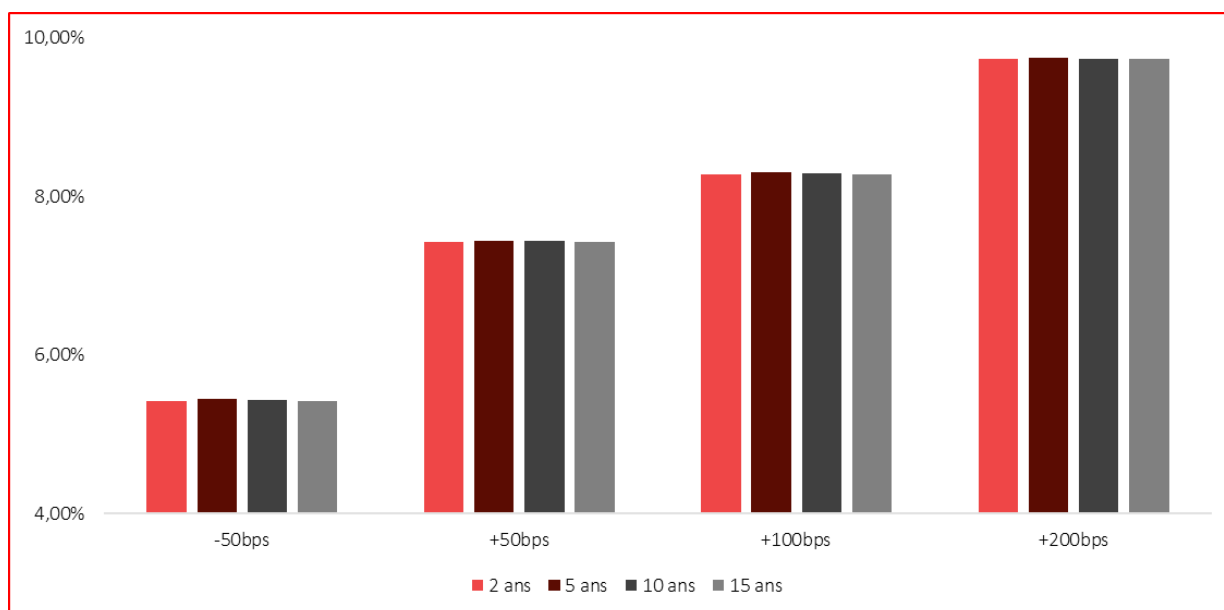


FIGURE 5.5 – VIF sur encours selon la stratégie de réinvestissement obligataire

Il convient alors pour un assureur, sous les hypothèses de projection de cette étude, de réinvestir sur des obligations de maturité longue en situation de baisse prolongée des taux et d'investir sur des obligations de maturité courte lorsque le taux d'intérêt est sur une tendance à la hausse. Cette stratégie permet d'atténuer d'une manière non négligeable l'impact de la baisse des taux sur les indicateurs de solvabilité et de rentabilité.

Synthèse du chapitre

En résumé, nous avons vu que l'exposition au risque du portefeuille d'un PER dépend significativement de sa composition selon les différents profils de risque. Dès lors, l'assureur, pour atténuer l'exposition aux risques de marché de son portefeuille de PER, peut piloter la répartition de son portefeuille en proposant des garanties sur support en UC ou des taux de participation au bénéfice et des taux de chargements différents selon les profils de risque. De plus, après l'analyse des stratégies de réinvestissement obligataire, nous avons conclu qu'un assureur, pour atténuer l'effet de la baisse des taux sur le besoin en capital et la VIF, peut également réinvestir sur des obligations de plus ou moins longue maturité en analysant l'évolution des taux d'intérêt.

Le chapitre suivant sera consacré aux stratégies de couverture de risque. Dans un premier temps, nous reviendrons sur les aspects théoriques des instruments financiers que nous mettons en place pour atténuer l'effet des chocs sur le marché des actions et sur la courbe des taux. Il s'agit d'un *Put européen* et d'un *floor*. Dans un second temps, nous présentons les principaux résultats que nous obtenons avec l'achat de ces produits dérivés.

Stratégies de couverture du risque action et du risque de taux

Dans ce chapitre, nous présentons l'ensemble des instruments financiers que nous utiliserons pour les couvertures du risque de taux et du risque action. Nous parlons également de la méthodologie utilisée dans notre étude pour l'optimisation des stratégies de couverture. Enfin, nous présentons les résultats obtenus suite à la mise en place de l'optimisation du pilotage des risques.

6.1 Stratégies de couverture du risque action et taux

Les marchés financiers sont ouverts à des risques dits financiers (voir **section 2.3**). Pour maîtriser les risques sous-jacents à leurs activités assurantielles, les compagnies d'assurance peuvent mettre en place certains produits dérivés. Dans la suite, nous présentons les produits dérivés utilisés pour les couvertures du risque action et du risque de taux.

6.1.1 Instruments financiers pour la couverture du risque action

Le risque action est lié à la volatilité de la performance des actions sur les marchés financiers. La performance d'une action dépend tout d'abord du secteur de l'entreprise émettrice de l'action. Ensuite, les contextes politiques, sanitaires ou climatiques peuvent influencer sur l'évolution du rendement des actions d'une entreprise. Enfin, les entreprises cotées en bourse obéissent aux lois du marché qui constituent une part importante de l'aléa de performance. En effet, des entreprises évoluant dans le même contexte économique et politique peuvent performer à différents niveaux. Cet aléa amène les détenteurs d'actions à se couvrir contre une baisse des rendements.

Après la série de stress test, nous avons mis en évidence que le risque de la baisse de la performance des actions est un facteur critique pour l'assureur. Pour se couvrir contre ce risque, l'instrument privilégié est le *Put européen*.

Le Put

Le *Put européen* ou option de vente, est un instrument financier qui donne le droit et non l'obligation à son détenteur de vendre un sous-jacent à une date ultérieure T - appelée maturité -, à

un prix d'exercice fixé à l'avance K - nommé *strike* -. Le *Put européen* permet à son détenteur de se protéger contre le risque de chute de la valeur marché du sous-jacent. Le Put Américain diffère du Put européen par le fait que l'exercice de l'option doit se faire avant la maturité.

Notons S_T , la valeur du sous-jacent à la maturité T . Un Put européen acheté en t , procure à son détenteur un *Pay-off* - valeur d'un Put à l'échéance - de :

$$\pi^{Put} = (K - S_T)^+ \quad (6.1)$$

On peut représenter les revenus que rapportent un put européen en fonction des valeurs du sous-jacent à la maturité (Figure 6.1). Lorsque le sous-jacent a une valeur inférieure à la différence entre le strike et le prix du put, l'acquéreur du put se trouve en zone de profit : son pay-off est positif. Le profit s'annule et devient négatif lorsque la valeur du sous-jacent à la date de maturité égale et dépasse le seuil de bénéfice (strike - prix du Put).

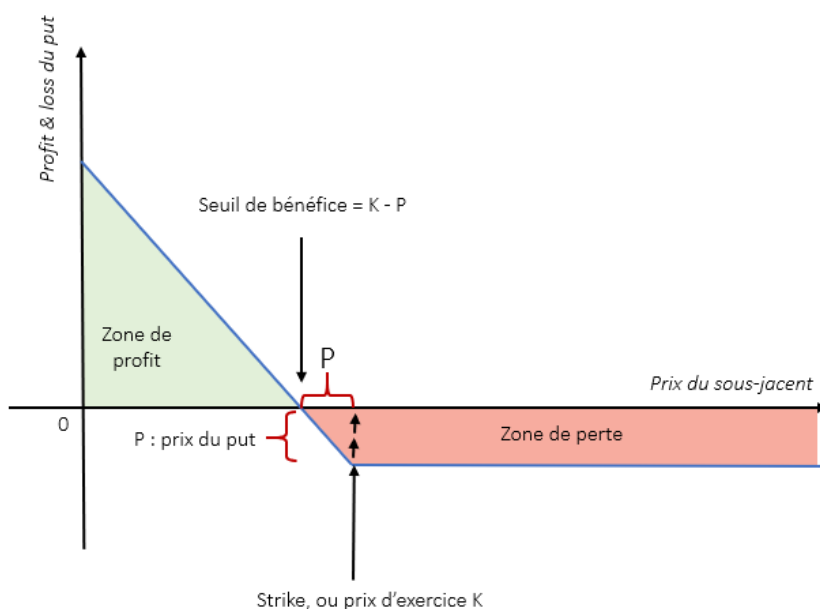


FIGURE 6.1 – Profit & Loss du Put européen

Pour mettre en place un *Put européen*, la première étape est de le valoriser. Nous faisons l'hypothèse que les taux sont déterministes et dans ce sens, nous valorisons le Put par une formule de **Black-Scholes** (BS).

Notons $R(t, T)$, le taux zéro-coupon sans risque de maturité T vu en t et σ la volatilité du sous-jacent qui dans notre cas serait les actions. Dans la littérature, le prix du Put européen est habituellement exprimé à partir du prix d'un Call par une formule de Black-Scholes. Le prix d'un Call européen C_t exprimé dans le modèle de Black-Scholes [8]¹ est le suivant :

1. Justin LONDON : Modeling Derivates in C++, 2005.

$$C_t(S_t, K, R(t, T), T, \sigma) = S_t \times \mathcal{N}(d_1) - K \times e^{-R(t, T) \times (T-t)} \times \mathcal{N}(d_2) \quad , \quad t \in [0, T] \quad (6.2)$$

$$\text{avec : } d_1 = \frac{1}{\sigma \times \sqrt{T-t}} \times \left(\ln \left(\frac{S_t}{K} \right) + \left(R(t, T) + \frac{\sigma^2}{2} \right) \times (T-t) \right) \text{ et } d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T-t}$$

$$\mathcal{N}(x) := \int_{-\infty}^x \frac{e^{-\frac{t^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} dt$$

Pour déterminer le prix du Put, nous nous sommes basés sur la parité Call-Put qui s'exprime ainsi :

$$C_t - P_t = S_t - K \times e^{-R(t, T) \times (T-t)} \quad (6.3)$$

À partir du prix du Call (formule 6.2) et de la parité Call-Put (formule 6.3), on obtient le prix P_t d'un Put européen selon la formule de Black-Scholes :

$$P_t(S_t, K, R(t, T), T, \sigma) = -S_t \times \mathcal{N}(-d_1) + K \times e^{-R(t, T) \times (T-t)} \times \mathcal{N}(-d_2) \quad , \quad t \in [0, T] \quad (6.4)$$

Dans notre modèle, le Put est acheté en début de chaque exercice au prix de la formule 6.4. Pour mettre en place le Put dans SALLTO, nous devons configurer trois paramètres. En premier, nous précisons la proportion de nos actions qui sera couverte par le Put. Cette valeur est représentée sous forme d'une fraction de la valeur de marché (VM) des actions : il s'agit du sous-jacent. Dans un second temps, nous précisons la durée de la couverture. Lors de l'exercice de la couverture, tout le portefeuille d'actions est considéré comme un seul et unique actif. Ainsi, le prix d'exercice ou strike, est fixé comme une fraction du sous-jacent global de tous les actions. Il s'agit du troisième paramètre.

Notons **Put $x\%$ $y\%$** , le Put dont le sous-jacent représente $x\%$ de la VM des actions et dont le strike est $y\%$.

Par exemple, si un assureur achète un **Put 100% 80%** au début de l'année t , il couvre ses actions contre une chute d'au moins 20% de leur VM en $t+1$. Dans le cas où l'on observe une chute inférieure à 20%, le Put n'est pas exercé et la VM évolue selon le rendement observé sur le marché. Cependant, lorsque la chute est supérieure à 20%, le Put est exercé et la nouvelle VM en année $t+1$ correspondra à 80% de la VM en t quelle que soit la valeur de la dépréciation.

On dit qu'un **Put** est **à la monnaie** (*At The Money, ATM*), si son sous-jacent cote son strike. On parle de **Put hors de la monnaie** (*Out of The Money, OTM*) si son sous-jacent est supérieur à son strike. Un **Put** est dit **dans la monnaie** (*In The Money, ITM*), si son sous-jacent est inférieur à son strike.

6.1.2 Instruments financiers pour la couverture du risque de taux

Un assureur, pour se couvrir contre l'impact de la hausse ou de la baisse des taux, peut s'appuyer sur des produits dérivés de taux.

Dans cette section, nous présentons le principe et la valorisation d'instruments financiers pour la couverture du risque de taux. Au vu des résultats obtenus lors des stress tests effectués à

la section 4.3, le risque principal identifié pour l'assureur est la baisse des taux. Dans ce sens, nous mènerons une présentation complète sur les produits dérivés couvrant la baisse des taux : les **floors**.

Les floors

Le floorlet est une option de taux signé de gré à gré entre deux contreparties qui permet à son acheteur de se couvrir contre une baisse des taux d'intérêt au-delà d'un niveau prédéterminé, appelé taux plafond ou taux d'exercice ou **strike** (K), moyennant le paiement immédiat d'une prime.

Le floorlet peut être également défini comme un swap receveur pour lequel seul le flux positif pour l'acheteur du contrat est échangé. En effet, un floorlet de strike K paie la différence entre le taux variable et le strike si le taux variable est inférieur au strike fixé. Le floorlet est alors l'équivalent d'un *put* sur une courbe de taux et chaque flux, à échéance annuelle ou infra-annuelle, est équivalent à un Pay-off d'un put de strike K sur cette courbe de taux.

Le floor est une collection de m floorlets aux dates $t_1 < t_2 < \dots < t_j < \dots < t_m = T$. Le Pay-off du j^e floorlet de nominal N_j , de strike K sur un taux Euribor à la date t et de maturité T (noté $L(t, T)$) s'écrit comme suit :

$$\pi_j^{Floorlet} = N_j(t_j - t_{j-1})(K - L(t_{j-1}, t_j))_+ \quad (6.5)$$

Le Pay-off d'un floor composé d'une collection de M floorlets dont chacun a un nominal N_j , de strike K s'écrit alors comme suit :

$$\pi^{Floor} = \sum_{j=1}^M \pi_j^{Floorlet} = \sum_{j=1}^M N_j(t_j - t_{j-1})(K - L(t_{j-1}, t_j))_+ \quad (6.6)$$

Comme dans le cadre des puts sur les actions, on dira qu'un floor est **à la monnaie** (*At the Money, ATM*), si son strike K est égal au taux swap. On dira ensuite d'un floor qu'il est **dans la monnaie** (*In The Money, ITM*), si son strike K est supérieur au taux swap. Enfin, on considère qu'un floor est **hors de la monnaie** (*Out of The Money, OTM*), si son strike K est inférieur au taux swap.

On détermine le prix d'un floorlet j de strike K avec une valorisation sous le modèle de Black-Scholes en se basant sur la formule de calcul du prix d'un Put Européen (formule 6.4). On obtient ainsi :

$$Floorlet_j(P(t_{j-1}, t_j), K, R(t_{j-1}, t_j), \sigma) = -P(t_{j-1}, t_j) \times \mathcal{N}(d_1) + K \times e^{-R(t_j - t_{j-1})} \times \mathcal{N}(d_2) \quad (6.7)$$

$$t \in [0, T], \quad d_1 = \frac{1}{\sigma \times \sqrt{t_j - t_{j-1}}} \times \left(\ln \left(\frac{f(t_0, t_{j-1}, t_j)}{K} \right) + \left(R(t_{j-1}, t_j) + \frac{\sigma^2}{2} \right) \times (t_j - t_{j-1}) \right)$$

et : $d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{t_j - t_{j-1}}$

$P(t_{j-1}, t_j)$ est le prix d'un zéro-coupon acheté en t_{j-1} et de maturité t_j . $f(t_0, t_{j-1}, t_j)$ représente le taux forward entre les dates t_{j-1} et t_j vu en t_0 . Le contexte actuel des taux durablement bas fait que le strike K et le taux forward $f(t_0, t_{j-1}, t_j)$ peuvent être de signe différent ce qui

rend impossible le calcul des termes d_1 et d_2 dans la valorisation des floors par la formule de BS.

Pour contourner ce problème, la formule de valorisation utilisée dans le cadre de ce mémoire pour le pricing des floors est donnée par le **modèle à un facteur de Hull & White**. Le prix d'un floorlet de strike K , de maturité T_P (*paying time*) fixé sur une obligation de maturité T_F (*fixing time*) est donné dans [7]² :

$$Floorlet_j(K, T_F, T_{P_{j-1}}, T_{P_j}) = (1 + K) \times ZBC(T_F, T_{P_{j-1}}, T_{P_j}, \frac{1}{1 + K}) \quad (6.8)$$

avec :

$$ZBC(T_F, T_{P_{j-1}}, T_{P_j}, X) = P(T_{P_{j-1}}, T_F) \times \mathcal{N}(-d_-) - X \times P(T_{P_{j-1}}, T_{P_j}) \times \mathcal{N}(-d_+)$$

$$d_+ = \frac{1}{\sigma} \ln\left(\frac{P(T_{P_{j-1}}, T_{P_j}) \times X}{P(T_{P_{j-1}}, T_F)}\right) + \frac{\sigma}{2} \quad \text{et} \quad d_- = d_+ - \sigma$$

où **Zero-Bond Call** (*ZBC*) représente le prix d'un call sur un zéro-coupon et $P(0, T)$, le prix d'un zéro-coupon de maturité T .

Le prix d'un floor représentant une collection de M floorlets est alors la somme du prix de chacun des floorlets.

$$Floor(K, T_F, T_P) = \sum_{j=1}^M Floorlet_j(K, T_F, T_{P_{j-1}}, T_{P_j}) \quad (6.9)$$

Dans notre étude, nous cherchons à limiter l'ampleur de la conséquence de la variation des taux sur les indicateurs de solvabilité et de rentabilité de l'assureur, dans ce sens, nous utilisons uniquement des *Floors à la monnaie et hors de la monnaie*. Dans ce cas, nous choisissons deux taux strike K_1 et K_2 .

- Pour le floor à la monnaie : le strike est le taux 1 an de la courbe des taux sans risque de l'EIOPA au 31/12/2020.
- Pour le floor hors de la monnaie : le strike est le taux 1 an de la courbe des taux sans risque de l'EIOPA au 31/12/2020 auquel on retranche 10 points de base.

L'échéance d'exercice de chaque floorlet est d'une année. La duration moyenne du portefeuille obligataire étant de 11,2 ans, nous choisissons d'implanter un floor de maturité 12 ans.

La calibration du modèle de valorisation consistant à déterminer les valeurs des paramètres a et σ permettant de se rapprocher des valeurs de marchés s'est faite lors de la génération des scénarios économiques. Les valeurs de marchés des floors proviennent de **Bloomberg**. On obtient que :

$$a = 0,284\% \quad \& \quad \sigma = 0,55\% \quad (6.10)$$

2. Damiano BRIGO, Fabio MERCURIO : Interest Rate Models - Theory and Practice : With Smile, Inflation and Credit, 2007

6.1.3 Méthodologie d'optimisation des stratégies de couverture

Pour choisir la stratégie optimale à mettre en production, nous optons pour une approche d'analyse du couple rendement-risque des différentes stratégies de couverture. De ce fait, il nous faut définir un indicateur de risque et un indicateur de rendement.

L'indicateur de rendement

L'indicateur de rendement que nous utilisons doit tenir compte de plusieurs aspects. En premier, il doit pouvoir tenir compte du coût de la couverture. En effet, le budget qu'un assureur peut consacrer à des stratégies de couverture de risque n'est pas illimité. Le Put permet à l'assureur de se protéger contre le risque de chute de la valeur marché des actions et rapporte à l'assureur la valeur du *Pay-off* (Formule 6.1) à laquelle il faut soustraire le prix dudit Put (Formule 6.4). Plus le strike et le sous-jacent sont élevés, moins l'assureur est exposé à la volatilité du marché. Or, le prix d'achat d'un Put dépend positivement de la valeur du strike et du sous-jacent auxquels il est lié. Dans ce sens, notre indicateur de rendement doit pouvoir refléter les résultats obtenus par l'assureur que le Put ait été déclenché ou non. En deuxième, l'indicateur doit être prospectif, c'est-à-dire qu'il doit contenir les résultats présents, mais également les résultats à venir.

Dans cette optique, nous portons notre choix sur la variation du ratio VIF sur encours total (PM Euros + PM UC + PPE) entre le scénario central sans couverture et le scénario central avec les couvertures. En effet, la VIF est l'actualisation des résultats futurs de l'activité de l'assureur et dans ce sens, elle intègre tous les flux de trésorerie présents et futurs qu'ils soient entrants (plus-values réalisées, marge sur chargements, etc.) ou sortants (achats d'instruments financiers, prestations pour décès, rachats, etc.). L'indicateur choisi traduit la perte en bénéfice (en pourcentage de la PM totale) que l'assureur observe lorsqu'il met en place une couverture sans l'utiliser.

L'indicateur de risque

L'indicateur de risque choisi doit traduire un gain ou une perte de solvabilité lorsque la couverture est mis en place ou non dans les scénarios choqués. Nous optons pour la variation du ratio besoin en capital sur encours total (PM Euros + PM UC + PPE) entre les stratégies de couverture et le portefeuille non couvert. Cet indicateur nous donne la perte ou le gain en solvabilité que l'assureur observe lorsqu'il met en place une couverture dans un scénario choqué.

6.2 Couverture du risque action

6.2.1 Scénarios testés

Nous mettons en place plusieurs scénarios pour tester l'efficacité du Put contre le risque action. En premier lieu, nous avons :

- un **scénario central** (sans choc),
- un **scénario intermédiaire** avec un choc de -15% en deuxième année sur la VM des actions, et
- un **scénario extrême** avec un choc de -30% en deuxième année sur la VM des actions.

Ensuite, pour chacun de ces trois scénarios, nous mettons en place les stratégies de couverture présentées dans le tableau 6.1. Nous testons également pour chacun des trois cas suscités, une stratégie de non-couverture. Le **Put** est acheté au début de la deuxième année de projection pour une maturité d'une année.

Sous-jacent		Strike				
50%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
60%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
70%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
80%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
90%	75%	80%	85%	90%	95%	100%
100%	75%	80%	85%	90%	95%	100%

TABLEAU 6.1 – Récapitulatif des stratégies de couverture mises en place pour le risque action

Avant de procéder à l'analyse du couple rendement-risque des stratégies de couverture et des résultats des projections, procédons à un zoom sur le coût d'acquisition des Puts.

6.2.2 Analyse des coûts de couverture

Comme mentionné précédemment, les coûts de couverture ne sont pas négligeables pour un assureur. Plus un Put a un strike ou un sous-jacent élevé, plus ce Put coûtera cher à un assureur. Dans ce sens, acquérir un *Put 100% 100%* n'est pas forcément la meilleure stratégie de couverture. Pour définir sa stratégie de couverture optimale, l'assureur doit tout d'abord déterminer quel budget il est prêt à allouer à cet exercice.

Les prix des stratégies de couverture mises en œuvre varient entre 0,02% et 0,63% de l'encours total. Comme attendu, le Put le plus cher est le *Put 100% 100%*.

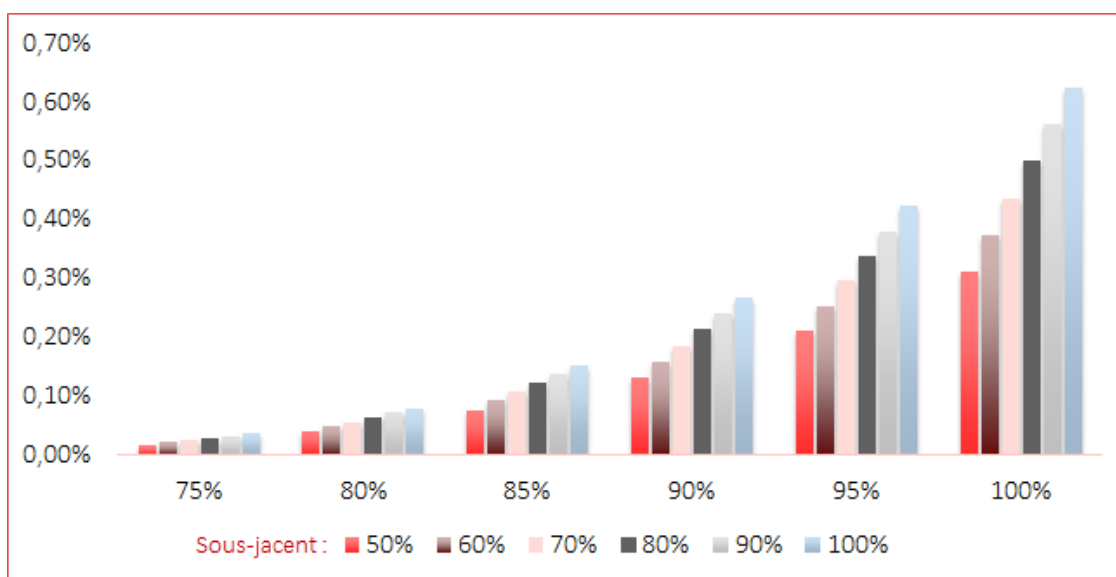


FIGURE 6.2 – Coûts de couverture en pourcentage de l'encours total en fonction du sous-jacent et du strike

6.2.3 Analyse des résultats

Dans un premier temps, nous analysons séparément les indicateurs de rentabilité et de risque de nos stratégies de couverture dans le scénario intermédiaire puis dans le scénario extrême. Ensuite, nous proposons une synthèse qui permettra de déterminer la stratégie optimale dans chacun des scénarios.

Analyse de l'indicateur de rendement

L'indicateur de rendement est calculé en se basant sur le scénario central. Il s'interprète comme la perte de rentabilité observée par l'assureur lorsqu'il met en place ses couvertures dans un scénario non choqué. On remarque clairement qu'il y a pertes de rentabilité sur toute les couvertures lorsqu'ils ne sont pas utilisés (Figure 6.3). De plus, les couvertures les plus complètes (strike et sous-jacent élevés) induisent les pertes les plus importantes.

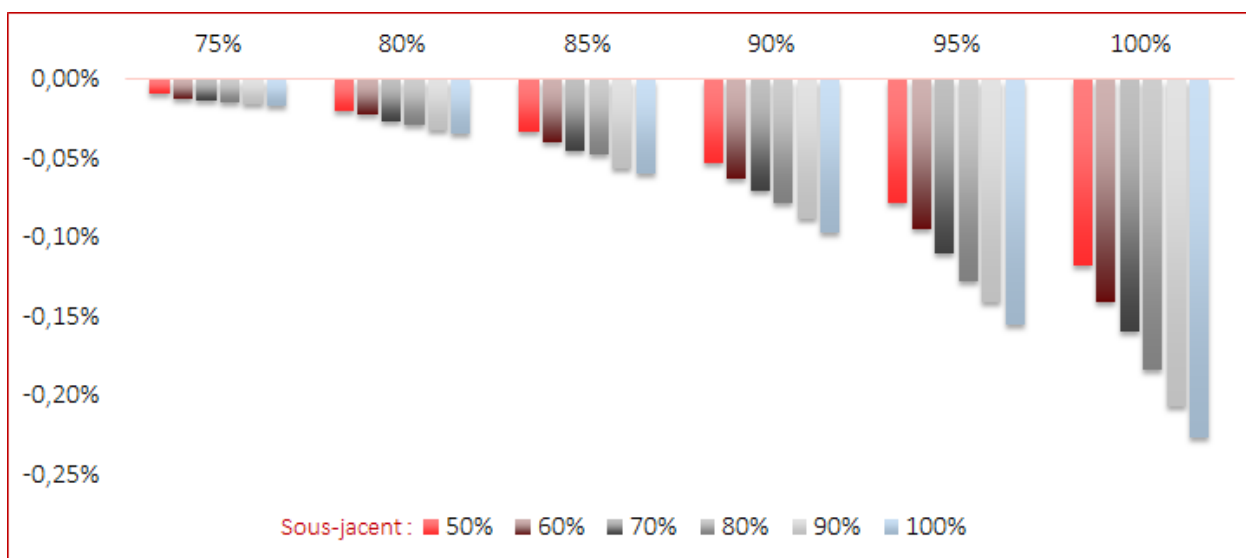


FIGURE 6.3 – Indicateur de rendement dans le scénario central en fonction du sous-jacent et du strike

Analyse de l'indicateur de risque dans le scénario de choc intermédiaire

Dans le scénario intermédiaire (-15% sur la VM des actions en année 2), l'indicateur de risque tel que défini précédemment est nul lorsque nous ne mettons pas en place de couverture. Lorsque nous mettons en place un Put de strike inférieur à 85%, l'effet sur le besoin en capital est positif. Ces couvertures ne sont donc pas optimales. Ce résultat s'explique par le fait que ces couvertures ne se déclenchent pas vu que le choc mis en place est inférieur au choc pris en compte par le strike. Les couvertures qui se déclenchent améliorent la solvabilité de l'entreprise en réduisant son besoin en capital. En effet, l'exercice du Put permet à l'assureur de réaliser des plus-values supplémentaires et lui permet d'augmenter ses résultats. De l'augmentation de ses résultats, il résulte une amélioration de la NAV et une diminution du SCR et par conséquent, une réduction de son besoin en capital.

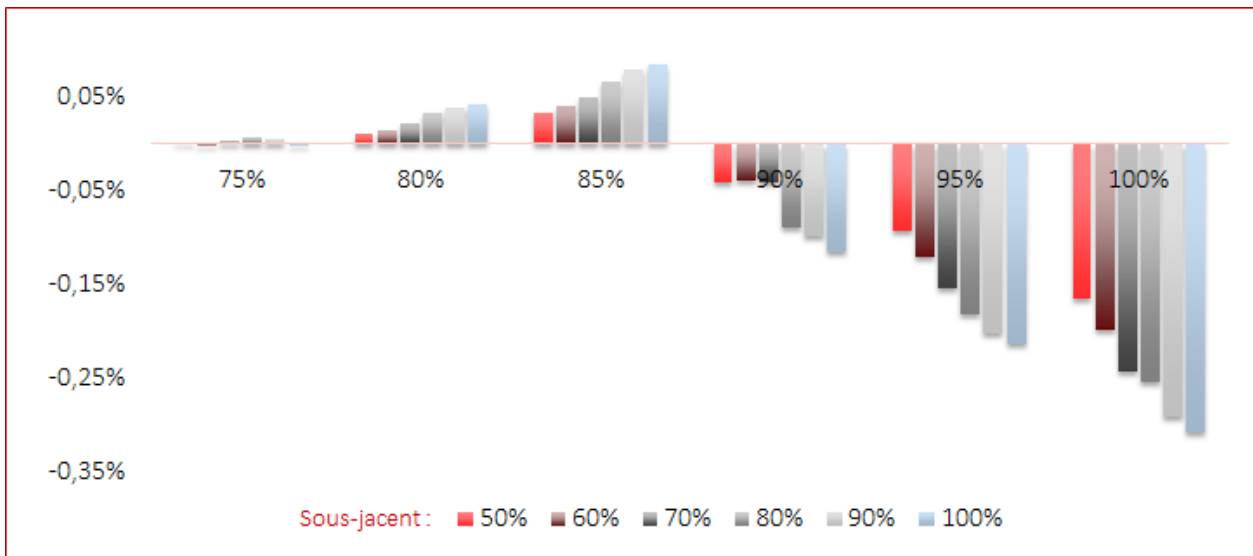


FIGURE 6.4 – Indicateur de risque dans le scénario intermédiaire en fonction du sous-jacent et du strike

Analyse de l'indicateur de risque dans le scénario de choc extrême

Dans le cadre du scénario extrême (-30% sur la VM des actions en année 2), l'indicateur de risque s'améliore avec le niveau de couverture (Figure 6.5). Le *Put 100% 100%* a le meilleur impact sur le risque : il diminue le besoin en capital de 1,11%. Le mécanisme est le même que détaillé plus haut sauf que cette fois, le choc est plus important ce qui fait que le gain en besoin de capital l'est tout autant. Toutefois, il faut rappeler que plus le niveau de couverture est élevé, plus l'impact sur l'indicateur de rendement est négatif. Dans ce cas, aucune stratégie n'est optimale à tout point de vue et le choix du niveau de couverture adéquat nécessite de définir l'optique dans laquelle se place l'assureur lorsqu'il décide de se couvrir contre le risque action. Dans la suite, nous précisons les cas de figure que l'on peut avoir.

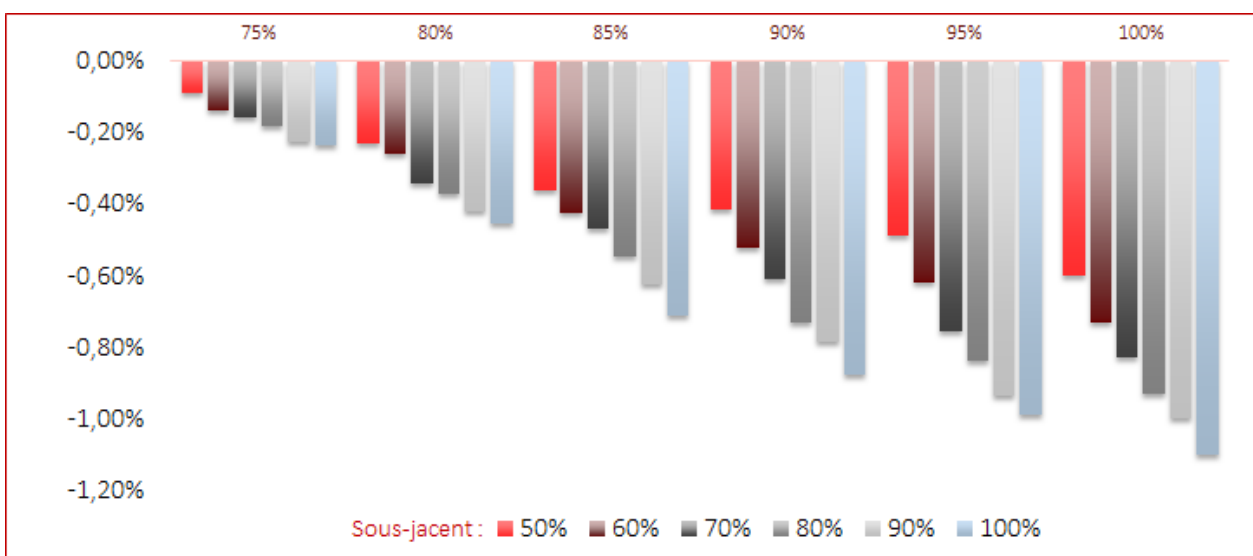


FIGURE 6.5 – Indicateur de risque dans le scénario extrême en fonction du sous-jacent et du strike

Synthèse

Pour désigner la stratégie de couverture optimale à mettre en place, il faut tenir compte de plusieurs aspects.

Le premier est le coût de la couverture. En effet, mettre en place une couverture peut influencer sur les résultats de l'assureur, que la couverture soit déclenchée ou non. Considérons le scénario central sans aucun choc sur les actions et analysons l'effet de la mise en place de stratégies de couverture sur l'indicateur de rendement (Figure 6.3). Nous remarquons que la mise en place de couverture dans ce cadre, détériore les indicateurs de rendement et de risque de l'assureur. Dans ce sens, un assureur qui n'est pas prêt à consentir un budget conséquent à sa stratégie de couverture peut être amené à choisir un Put par une analyse coût-rendement et dans ce cas, son Put peut ne pas être le plus optimal compte tenu de notre étude.

De plus, un assureur peut de son côté, choisir un niveau de risque ou de rendement minimum compte tenu d'exigences venant de ses actionnaires par exemple. Pour ce cas de figure, cet assureur optera pour une approche de maximisation sous contrainte. Il s'agit de l'approche adoptée dans notre étude. Ainsi, dans notre conclusion, nous ne tiendrons pas directement compte du prix de la couverture vu qu'il est incorporé dans l'indicateur de rendement. Nous choisissons une perte maximale de notre indicateur de rentabilité à -0,15%, la stratégie permettant de réduire au mieux notre besoin en capital sera conservée.

Dans le scénario intermédiaire, on peut noter que le *Put 60% 100%* est celui qui nous permet de remplir la condition de rentabilité tout en réduisant le plus le besoin en capital (Figure 6.6). Les autres stratégies ayant un sous-jacent plus élevé coûterait alors trop cher sur la rentabilité par rapport à leur apport sur le besoin en capital. Un assureur possédant un portefeuille similaire au nôtre qui anticipera un choc de l'ordre de -15% sur les actions, devra se couvrir avec le *Put 60% 100%*.

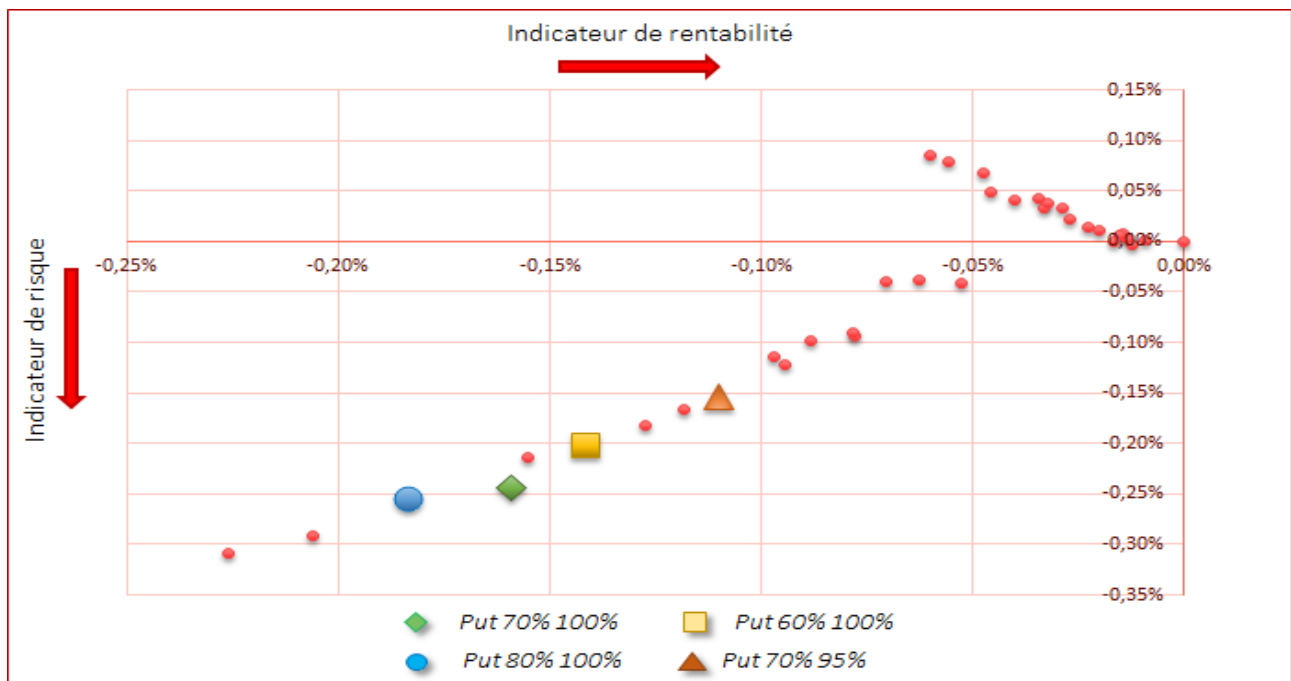


FIGURE 6.6 – Couple rendement risque en fonction des stratégies de couverture dans le scénario intermédiaire

Par l'analyse du couple rendement-risque dans le scénario extrême (Figure 6.7), le *Put 90% 95%* maximise le gain sur le besoin en capital tout en respectant le critère de rentabilité. Dès lors, l'assureur qui anticipera un choc extrême sur le marché des actions semblable au choc observé lors de la crise COVID-19 (-32,65% sur le CAC40) devra se couvrir avec un *Put 90% 95%*.

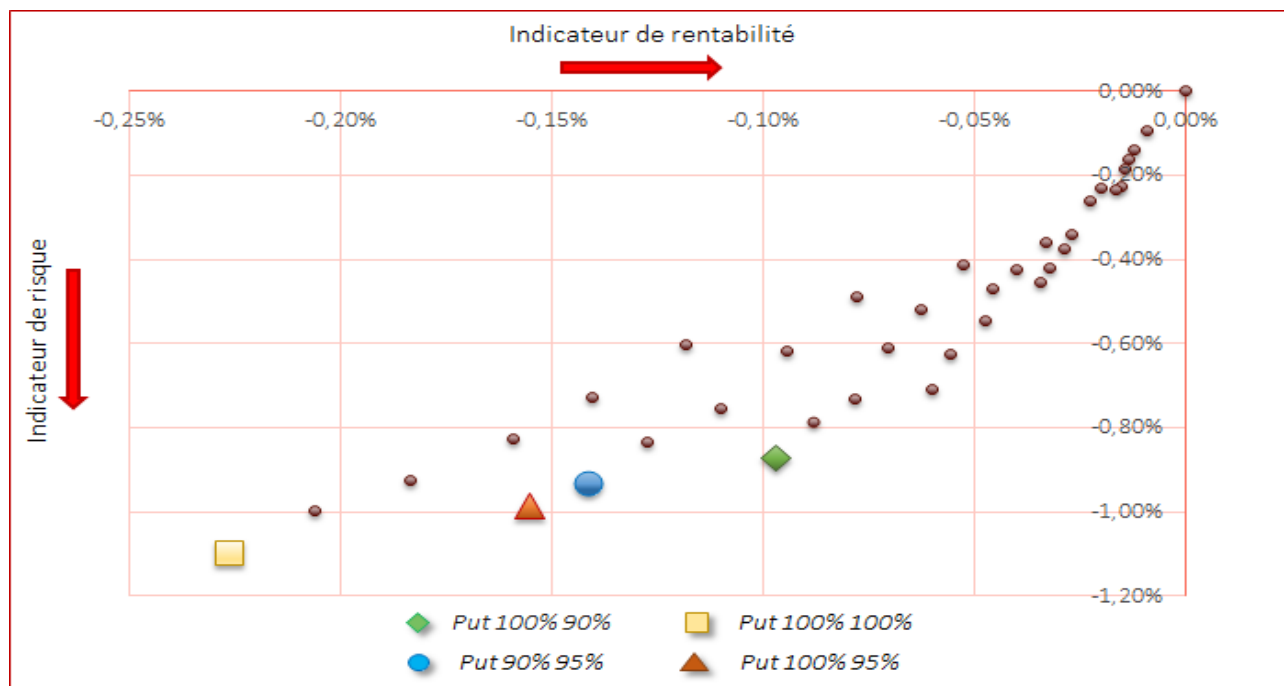


FIGURE 6.7 – Couple rendement-risque en fonctions des stratégies de couverture dans le scénario extrême

6.3 Couverture du risque de taux

6.3.1 Scénarios testés

Lors des stress tests, nous avons mis en évidence l'effet de la baisse des taux sur les indicateurs de l'assureur. Le produit dérivé adéquat pour couvrir ce genre de risque est le **floor**. Le but de cette étude est de limiter l'ampleur de la baisse des taux sur le portefeuille de l'assureur, dans ce sens, les floors que nous utilisons auront un strike inférieur ou égal au taux de l'EIOPA au 31/12/2020. En pratique, nous utilisons deux taux strike : le taux de l'EIOPA au 31/12/2020 et le même taux shifté de -10bps.

Nous mettons en place comme dans le cas de la couverture du risque action, trois scénarios de chocs de taux :

- un **scénario central** (sans choc),
- un **scénario intermédiaire** avec un choc de -25 bps sur la courbe de l'EIOPA au 31/12/2020, et
- un **scénario extrême** avec un choc de -50 bps sur la courbe de l'EIOPA au 31/12/2020.

Pour chaque scénario, nous testons des **floors** sur les actifs obligataires sur 12 années correspondant à la durée moyenne du portefeuille obligataire. Le premier floorlet est acheté à partir de la première année. On note **floor -0,623%**, le floor de strike -0,623%.

6.3.2 Analyse des résultats

Comme pour la couverture du risque action, nous analyserons en premier lieu, le prix des stratégies de couverture par le floor.

De façon générale, nous notons que le prix des floorlets décroissent avec les années de projection. Ce résultat provient du fait que le portefeuille obligataire sur lequel est basé la couverture diminue au fur et à mesure que les années s'écoulent.

Nous notons également que les couvertures de taux strike $-0,723\%$ reviennent plus chères que les couvertures de strike $-0,623\%$. De plus, il ressort que la gravité du choc de taux observée est positivement corrélée au prix de l'instrument financier. En effet, dans un environnement dans lequel les taux sont de plus en plus bas, on s'attend probablement à ce que cette chute s'accroisse et dans cette optique, les produits dérivés permettant de se protéger contre ce risque reviennent de plus en plus chers.

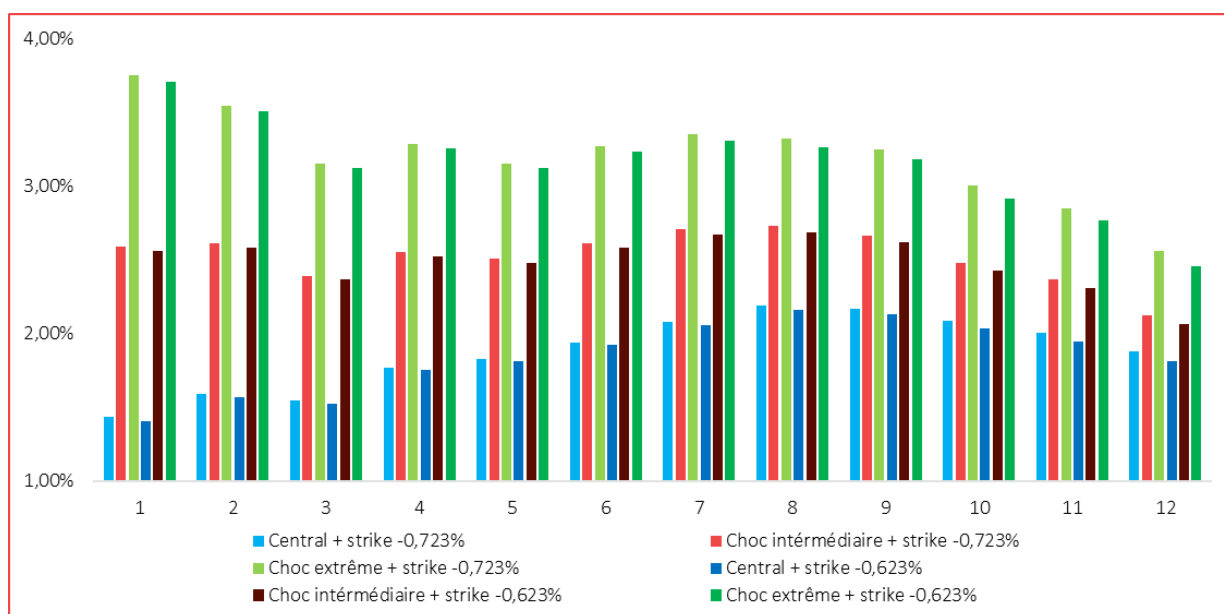


FIGURE 6.8 – Évolution du prix des floorlets sur l'encours total selon les stratégies de couverture et les scénarios de chocs

Nous utilisons, comme pour la couverture du risque action, les mêmes indicateurs de risque et de rentabilité à savoir, la variation du besoin en capital sur l'encours total et la variation de la VIF sur l'encours total rapportés au scénario central sans couverture.

Dans le scénario central, sans choc, la mise en place d'un floor a des impacts négatifs sur la rentabilité et le risque de l'assureur. En effet, au-delà du coût que cela génère, l'assureur ne dégage aucune plus-value. L'effet est d'autant plus prononcé lorsque le strike est bas. La perte de résultat est de $-0,78\%$ pour le strike $-0,723\%$ et de $-0,45\%$ pour le strike de $-0,623\%$. Le besoin en capital augmente respectivement de $2,95\%$ et de $2,36\%$ pour les deux types de floor.

Quand on met en place un choc de -25 points de base ou un choc de -50 points de base sur la courbe de taux, les couvertures sont efficaces et permettent de réduire le risque du portefeuille tout en augmentant la rentabilité de l'activité. En effet, le floor de strike $-0,623\%$ et le floor de strike $-0,723\%$ font gagner respectivement $0,86\%$ et $1,16\%$ dans le scénario de choc intermédiaire

et font gagner 1,07% et 1,32% dans le scénario de choc extrême sur l'indicateur de rendement. De plus, le besoin en capital est réduit avec toutes les stratégies de couverture.

Le *floor* -0,723% est celui qui produit les meilleures performances.

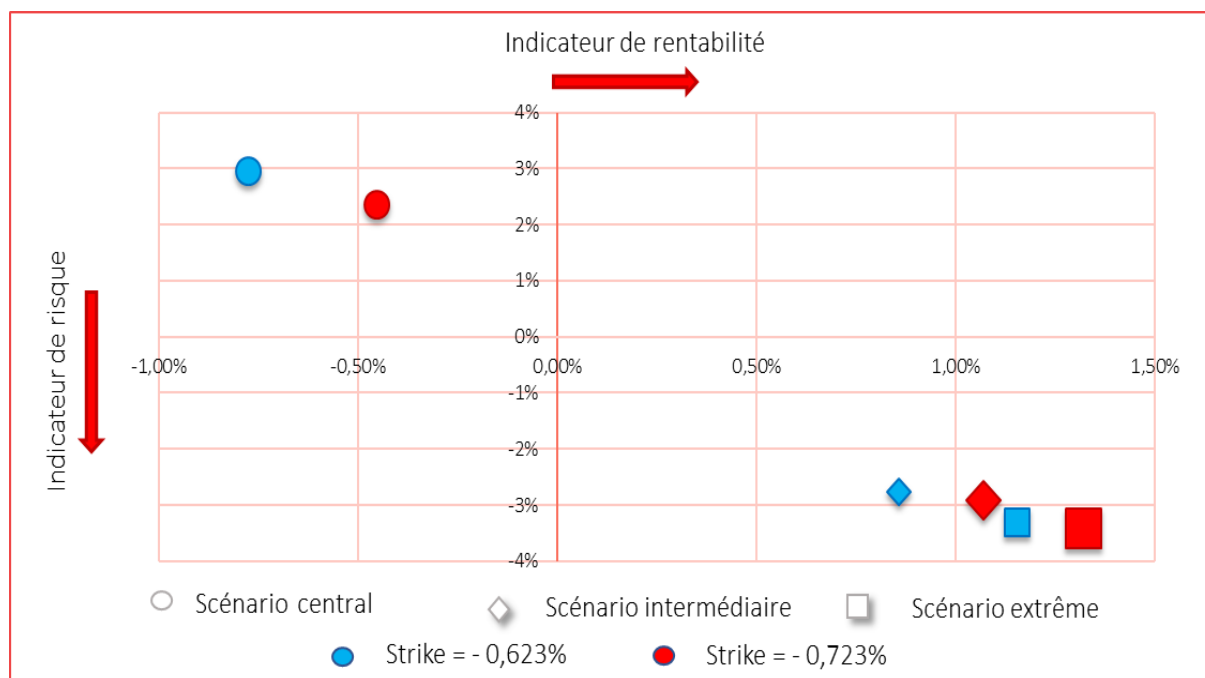


FIGURE 6.9 – Couple rendement risque en fonction des floors et des scénarios de chocs

Synthèse du chapitre

Les floors et les puts utilisés dans le cadre de notre étude permettent d'atténuer le risque de la baisse des taux d'intérêt et des rendements des actions.

L'objectif premier de cette étude est d'appréhender et d'identifier les principaux risques financiers auxquels fait face une compagnie proposant un Plan d'Épargne Retraite (PER).

Pour répondre à cet objectif, nous avons procédé à une étude du contexte économique et réglementaire et avons dressé un aperçu des caractéristiques du PER. Ensuite, nous nous sommes basés sur ces aspects pour construire un portefeuille fictif et des hypothèses de marchés cohérents pour réaliser des projections ALM. Les résultats obtenus sont les indicateurs S1 (les PM, la PPE, la PRE, etc.) et les indicateurs S2 (le SCR, la NAV, la VIF, etc.). Pour identifier les risques, nous avons soumis notre portefeuille à différentes sensibilités sur la courbe des taux et sur le marché des actions et de l'immobilier. Les indicateurs S2 obtenus montrent que le portefeuille du PER est très affecté par la baisse des taux et des rendements financiers.

Une fois les risques identifiés, le deuxième objectif de notre étude est de mettre en place des stratégies de pilotage permettant à l'assureur de limiter l'effet des chocs sur sa rentabilité et sa solvabilité.

En premier, nous avons montré que la répartition du portefeuille PER selon les profils de risque a un impact non négligeable sur l'exposition au risque de marché et que l'assureur gagnerait à proposer des contrats PER avec un profil de risque dynamique.

En second, compte tenu de la relation entre les taux de coupons, la valeur marché des obligations et l'évolution des taux d'intérêt, nous avons montré que l'assureur peut limiter l'effet de la baisse prolongée des taux en réinvestissant sur des obligations de maturité longue.

Enfin, nous avons proposé des instruments financiers permettant de couvrir contre la baisse des taux et contre la baisse du rendement des actions. Pour réaliser l'analyse de la meilleure stratégie contre la baisse du rendement des actions, nous avons testé plusieurs *Put* sur trois scénarios économiques : un scénario central (sans choc), un scénario intermédiaire (choc de -15% sur la valeur marché des actions) et un scénario extrême (choc de -30%). La stratégie de couverture optimale dans chaque scénario choqué est déterminée par l'analyse d'un couple rendement-risque. Pour le rendement, l'indicateur retenu est la variation du ratio VIF sur encours total entre le scénario central sans couverture et le scénario central avec les couvertures. Pour l'indicateur de risque, nous retenons la variation du ratio besoin en capital sur encours total entre les stratégies de couverture et le portefeuille non couvert.

CONCLUSION

Sous les hypothèses de projection, nous obtenons que le *Put 60% 100%* est la meilleure couverture contre le risque action dans un scénario de choc intermédiaire (-15%) et que le *Put 90% 95%* est la meilleure couverture dans un scénario de choc extrême (-30%).

Ensuite, pour se couvrir contre la baisse des taux, nous avons utilisé des floors de strike -0,723% et -0,623% dans un scénario central, un scénario de choc intermédiaire (-25 points de base sur l'EIOPA 31/12/20) et un scénario de choc extrême (-50 points de base sur l'EIOPA 31/12/20). Au terme de ces tests, nous avons déterminé, sous les hypothèses de projection que la meilleure stratégie, dans les scénarios de choc intermédiaire et extrême, est le *floor* avec le taux strike -0,723%.

Étant donné que nous n'avons utilisé que des Puts et des floors pour les stratégies de couverture, il pourrait être intéressant de tester d'autres stratégies de couverture contre le risque action tels que les *Collars* et d'autres produits dérivés de taux tels que les *swaptions*, les *Futures*, les *Forward Rate Agreement (FRA)*. De plus, nous avons fait l'hypothèse que les taux sont déterministes pour pouvoir utiliser une formule de Black-Scholes pour la valorisation des *Puts*. Il serait intéressant de lever cette hypothèse pour utiliser d'autres modèles de valorisation. Nous aurions également pu proposer une stratégie de couverture spécifique au risque immobilier. Par ailleurs, l'emploi d'autres indicateurs de rentabilité ou de risque peuvent apporter d'autres perspectives. Enfin, nous n'avons pas considéré le module de risque de crédit lors de notre étude, il pourrait également être pertinent de s'intéresser à ce risque.

Mémoires IA

- [1] Tristan RAISON : Enjeux de la commercialisation des PER individuels pour les assureurs. *Institut des actuaires, FORSIDES France, Mémoire IA*, 2021.
- [2] Zakaria ZOUAQ : Optimisation de la stratégie de couverture des risques financiers sous solvabilité 2. *Institut des actuaires, Mazars, Mémoire IA*, 2019.
- [3] Arthur CHANCEL : Impact des modèles de taux sur les évaluations Solvabilité 2 en assurance vie. *Institut des actuaires, FORSIDES France, Mémoire IA*, 2017.

Articles et publications

- [4] European Insurance Occupational Pensions Authority (EIOPA) : Opinion on the 2020 review of Solvency II. *Institut des Actuaires, FORSIDES France, Mémoire IA*, 2020.
- [5] Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution, Banque de France (ACPR) : Analyses et Synthèses : Solvabilité 2, principaux enseignements de la cinquième étude quantitative d'impact (QIS5), 2011.
- [6] Périclès Actuariat : Modélisation MCEV et VIF, lien avec les fonds propres économiques du bilan prudentiel sous solvabilité II, 2016.
- [7] Damiano BRIGO, Fabio MERCURIO : Interest Rate Models - Theory and Practice : With Smile, Inflation and Credit, 2007.
- [8] Justin LONDON : Modeling Derivates in C++, 2005.

Cours et autres documents

- [9] Norbert GAUTRON : Cours actuariat des retraites. *Galea, ENSAE Paris*, 2021.

BIBLIOGRAPHIE

- [10] Antonin CHAIX : Produits dérivés de taux, Méthodes d'évaluation et de couverture. *ENSAE Paris*, 2021.
- [11] Gabriel TURINICI : Cours modèles de taux. *Université Paris Dauphine*, 2018.
- [12] Samy COLLIER : Cours d'ALM. *Milliman, ISFA*, 2017.

Figures

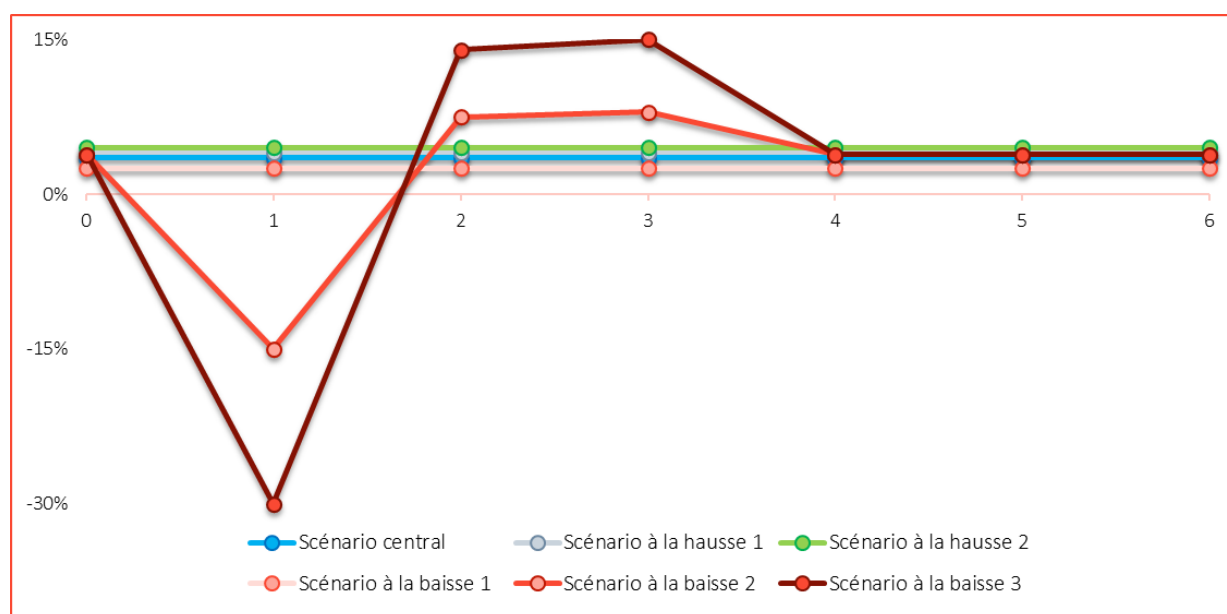


FIGURE A.1 – Évolution du rendement de l'immobilier selon les scénarios de stress test

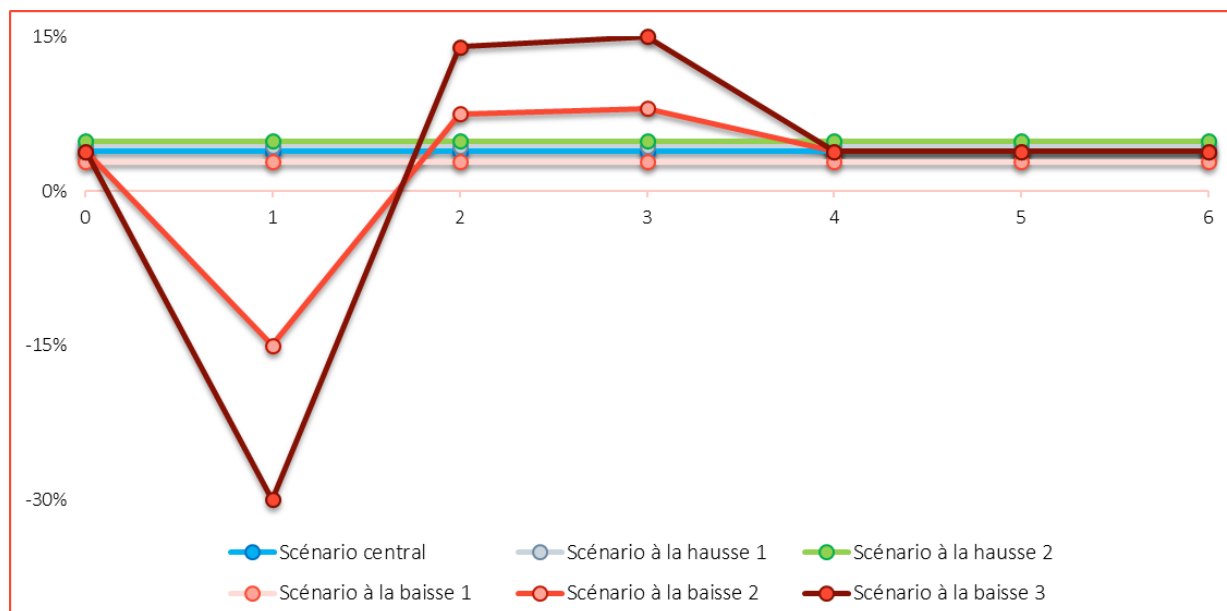


FIGURE A.2 – Évolution du rendement des actions selon les scénarios de stress test

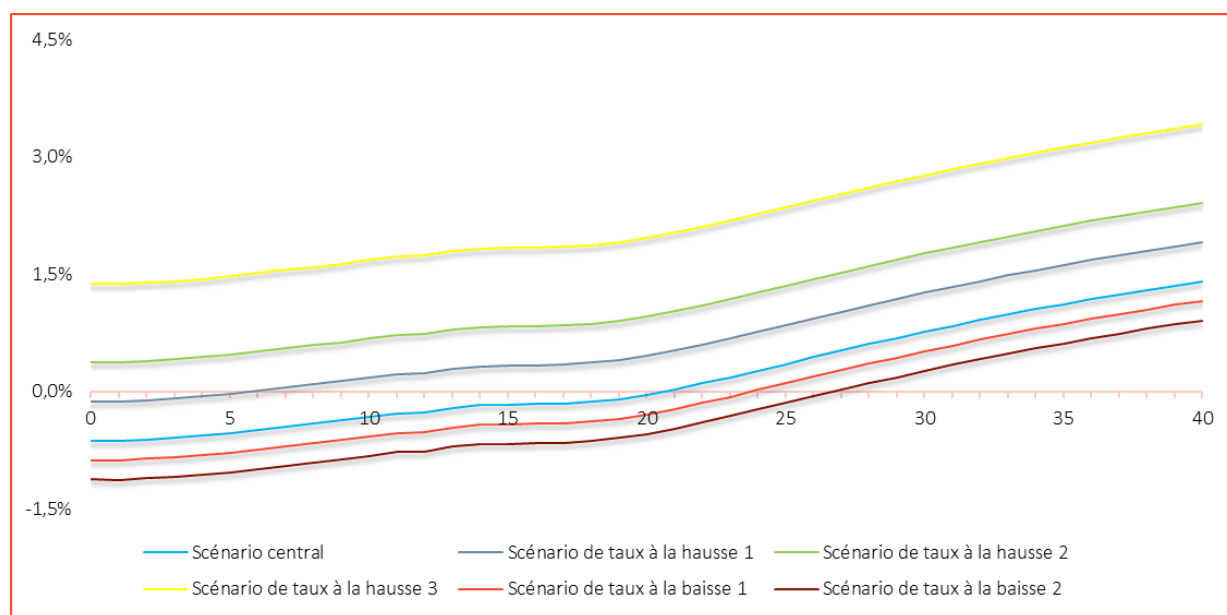


FIGURE A.3 – Courbes des taux selon les scénarios de stress test

Tableaux

	Profil de risque	VIF en % de l'encours	BC en % de l'encours
Scénario central :	100% Prudent	8,16%	0,12%
Rendement action : 3,85%	100% Équilibré	23,80%	-19,09%
Rendement immobilier : 3,55%	100% Dynamique	33,49%	-29,66%
Scénario à la hausse 1 :	100% Prudent	8,19%	0,06%
Rendement action : 4,35%	100% Équilibré	23,81%	-19,11%
Rendement immobilier : 4,05%	100% Dynamique	33,49%	-29,68%
Scénario à la hausse 2 :	100% Prudent	8,25%	-0,09%
Rendement action : 4,85%	100% Équilibré	23,87%	-19,19%
Rendement immobilier : 4,55%	100% Dynamique	33,50%	-29,68%
Scénario à la baisse 1 :	100% Prudent	8,04%	0,33%
Rendement action : 2,85%	100% Équilibré	23,73%	-19,00%
Rendement immobilier : 2,55%	100% Dynamique	33,48%	-29,64%
Scénario à la baisse 2 :	100% Prudent	6,94%	1,84%
-15% en année 2	100% Équilibré	23,62%	-18,75%
reprise 7,5% puis 3,85%	100% Dynamique	33,09%	-29,40%
Scénario à la baisse 3 :	100% Prudent	5,79%	3,47%
-30% en année 2	100% Équilibré	23,14%	-18,10%
reprise 14% puis 3,85%	100% Dynamique	32,77%	-29,19%

TABLEAU A.1 – Indicateurs de solvabilité 2 sur les portefeuilles selon les scénarios de chocs actions et immobiliers en deuxième année

Profil	Vue à 10 ans			r = -0,367%			
	TRI moyen	Variance TRI	Ecart-type TRI	Min TRI	Max TRI	Risque de perte	Ratio de Sharpe
Prudent	1,20%	0,04%	2,02%	-3,31%	11,72%	31,44%	0,7778
Équilibré	2,36%	0,12%	3,44%	-7,10%	18,13%	26,52%	0,7938
Dynamique	2,80%	0,16%	4,00%	-9,42%	20,09%	25,56%	0,7928
Profil	Vue à 20 ans			r = -0,093%			
	TRI moyen	Variance TRI	Ecart-type TRI	Min TRI	Max TRI	Risque de perte	Ratio de Sharpe
Prudent	1,57%	0,02%	1,44%	-1,93%	7,82%	12,66%	1,1597
Équilibré	2,61%	0,06%	2,49%	-4,07%	13,07%	14,58%	1,0839
Dynamique	2,99%	0,08%	2,87%	-5,48%	15,21%	14,86%	1,0752

TABLEAU A.2 – Indicateurs de pilotage pour un assuré de 42 ans (complet)

ANNEXES

Vue à 10 ans		$r = -0,367\%$					
Profil	TRI moyen	Variance TRI	Ecart-type TRI	Min TRI	Max TRI	Risque de perte	Ratio de Sharpe
Prudent	1,31%	0,04%	2,03%	-3,21%	12,62%	28,82%	0,8269
Équilibré	2,47%	0,12%	3,45%	-7,00%	18,76%	25,32%	0,8236
Dynamique	2,92%	0,16%	4,02%	-9,33%	20,78%	24,62%	0,8171

Vue à 20 ans		$r = -0,093\%$					
Profil	TRI moyen	Variance TRI	Ecart-type TRI	Min TRI	Max TRI	Risque de perte	Ratio de Sharpe
Prudent	1,99%	0,04%	1,87%	-1,90%	12,04%	12,38%	1,1123
Équilibré	2,95%	0,08%	2,81%	-4,07%	16,84%	14,14%	1,0818
Dynamique	3,29%	0,10%	3,15%	-5,49%	18,04%	14,64%	1,0725

TABLEAU A.3 – Indicateurs de pilotage pour un assuré de 20 ans (complet)

Note de synthèse

Le Plan d'Épargne Retraite (PER) est un produit introduit par la loi PACTE (Plan d'Action pour la croissance et la transformation des entreprises) qui permet de redynamiser le régime de retraite en France. Ce nouveau produit est instauré dans un cadre économique et réglementaire délicat du fait de la baisse prolongée des taux d'intérêts et de la crise COVID. Or, l'activité d'assurance-vie en général et l'épargne retraite en particulier est très connectée au marché financier. De ce fait, l'assureur proposant un PER, doit réaliser des études ORSA¹ pour déterminer les pilotages adéquats à mener pour répondre aux exigences de la norme solvabilité 2. Ce mémoire a pour objectif de proposer des stratégies de pilotage du PER face au contexte économique et réglementaire. Pour ce faire, une première partie du mémoire est consacrée à la présentation du cadre économique et réglementaire dans lequel le PER est introduit. Ensuite, les caractéristiques du PER ont été présentées. À partir des informations sur le marché et des caractéristiques du PER, nous avons construit un portefeuille fictif de PER pour les projections ALM. Puis, nous avons réalisé l'ORSA du portefeuille en mettant en place des scénarios de stress test. Les résultats ont permis de déterminer les risques auxquels l'assureur est exposé. Il s'agit du risque de baisse des taux d'intérêt et de baisse du rendement des actifs. Enfin, nous avons proposé des stratégies d'atténuation et de couverture de ces risques.

Construction du portefeuille PER et modélisation ALM

Nous avons modélisé les trois types de PER à savoir le PER individuel (PERIN), le PER d'entreprise collectif ou catégoriel obligatoire (PERO) et le PER d'entreprise collectif facultatif (PERECO). L'âge de la retraite est fixé à 62 ans. Nous supposons que le portefeuille d'assurés de notre compagnie est constitué de 120 000 contrats PER agrégés en 90 model-points (MP) dont la moitié est constituée de PERIN et le reste est réparti de manière égale en PERECO et en PERO. Chaque type de PER est constitué de 50% des assurés dont le contrat est souscrit avec le profil de risque *équilibré*, 25% avec le profil *prudent* et 25% avec le profil *dynamique*. Tous les flux du passif (rachats, décès, etc.) interviennent en fin d'année. On note 50% de sortie en capital lors de la première année de la phase de restitution. La table de mortalité utilisée est la TF 00-02. La loi de rachat utilisée est celle donnée par l'ACPR pour les produits de retraite. La durée de l'engagement de l'assureur est de 12,6 ans. Pour le portefeuille d'actif, nous choisissons d'allouer les cotisations sur un support en unités de compte composé de 90% d'actions et de 10% d'immobiliers et un fonds en euros constitué d'obligations (80%), d'actions (13%), d'immobiliers (5%) et de monétaires (2%).

1. Own Risk and Solvency Assessment

Nous utilisons la courbe de taux de l'EIOPA au 31 décembre 2020 et un jeu de 1000 scénarios économiques risque neutre. Le moteur de projection utilisé est un outil propriétaire de FORSIDES France nommé SALLTO : Solvency Assets Liabilities Life Tool (SALLTO). Nous faisons le choix que le capital initial de l'assureur représente 5,5% de la valeur marché des actifs détenus. Le portefeuille est en *Run-off*. Les résultats obtenus par la modélisation sont les indicateurs de Solvabilité I & II.

Stress test et résultats du modèle ALM

Après la construction du portefeuille, nous avons réalisé des projections dans un cadre ORSA pour identifier les risques auxquels l'assureur est exposé. Nous avons construit des scénarios de chocs en nous basant sur les observations récentes du marché financier (Chute de -30% sur le CAC40 durant la crise COVID, baisse prolongée des taux depuis la crise des Subprimes en 2008, etc.) Les scénarios de stress test mis en place sont présentés par la figure 1.

<p>Scénario central Courbe EIOPA au 31/12/20 et évolution à l'aide de taux forward</p>	<p>Scénario à la hausse 1 Courbe EIOPA +50 bps au 31/12/20 et évolution à l'aide de taux forward</p>	<p>Scénario à la hausse 2 Courbe EIOPA +100 bps au 31/12/20 et évolution à l'aide de taux forward</p>
<p>Scénario à la hausse 3 Courbe EIOPA +200 bps au 31/12/20 et évolution à l'aide de taux forward</p>	<p>Scénario à la baisse 1 Courbe EIOPA -25 bps au 31/12/20 et évolution à l'aide de taux forward</p>	<p>Scénario à la baisse 2 Courbe EIOPA -50 bps au 31/12/20 et évolution à l'aide de taux forward</p>
<p>Scénario central -> Rendement action : 3,85% ; -> Rendement immobilier : 3,55%</p>	<p>Scénario à la hausse 1 -> Rendement action : 4,35% ; -> Rendement immobilier : 4,05%</p>	<p>Scénario à la hausse 2 -> Rendement action : 4,85% ; -> Rendement immobilier : 4,55%</p>
<p>Scénario à la baisse 1 -> Rendement action : 2,85% ; -> Rendement immobilier : 2,55%</p>	<p>Scénario à la baisse 2 Rendement action et immobilier : 3,85% en année 1, -15% en année 2, remontée de 7,5% puis 8% les années suivantes puis rendement constant à 3,85%</p>	<p>Scénario à la baisse 3 Rendement action et immobilier : 3,85% en année 1, -30% en année 2, remontée de 14% puis 15% les années suivantes puis rendement constant à 3,85%</p>

FIGURE 1 – Stress tests sur la courbe des taux et le rendements des actions et de l'immobilier

Les résultats obtenus sur les indicateurs de solvabilité II ont montré que le portefeuille du PER était très sensible à la baisse du rendement des actions et l'immobilier et à la baisse des taux. La hausse des taux a un effet positif sur la rentabilité et la solvabilité de l'assureur.

Une fois les risques identifiés, l'étape suivante de notre étude a été de mettre en place des stratégies de pilotage permettant à l'assureur de limiter l'effet du choc sur sa rentabilité et sa solvabilité.

Les stratégies de pilotage du PER

1 - Répartition du portefeuille

Dans un premier temps, nous avons réalisé une étude pour déterminer l'impact des chocs sur trois nouveaux portefeuilles selon les profils de risque : le 100% prudent, le 100% équilibré et 100% dynamique. On obtient que le portefeuille 100% dynamique est le moins sensible au choc sur la courbe des taux et sur la performance des actions. Dans ce sens, on peut conclure que l'assureur a tout intérêt à avoir des assurés qui souscrivent un contrat PER avec un profil de risque dynamique. Ensuite, en analysant la rentabilité et le risque de tous les profils de risque et en se basant sur le ratio de Sharpe, nous trouvons que le meilleur contrat pour un assuré est celui souscrit avec un profil de risque prudent. Les intérêts des deux parties sont donc opposés et c'est à l'assureur, à travers ses leviers de pilotage (taux servi, taux de chargement, etc.), de motiver les assurés à souscrire un contrat PER dynamique afin de pouvoir atténuer l'impact des chocs sur la solvabilité et la rentabilité de son PER.

2 - Réinvestissement obligataire

Dans un deuxième temps, nous avons réalisé une étude sur le réinvestissement obligataire et ses conséquences en situation de taux bas. Dans le contexte de taux bas, la stratégie de réinvestissement obligataire s'avère crucial puisque, la valeur d'une obligation, qu'elle soit à taux fixe ou variable, dépend fortement de l'évolution des taux d'intérêt. Lorsqu'une obligation est à taux fixe, les coupons versés sont constants, mais sa valeur elle-même varie en fonction de l'évolution des taux d'intérêt. En effet, quand les taux d'intérêt montent, les nouvelles obligations sont émises avec des coupons supérieurs à ceux des anciennes car, ces nouveaux coupons sont basés sur les différentes maturités des taux d'intérêt actuels. La valeur de ces anciennes obligations se met donc à baisser puisque, leurs détenteurs les revendent pour acheter celles dont les coupons rapportent plus. Inversement, quand les taux d'intérêt baissent, la valeur des obligations à taux fixe déjà émises monte, mais les coupons des nouvelles obligations sont plus bas. Il est donc possible qu'un assureur perde une partie de son investissement s'il revend son obligation à taux fixe avant son échéance et alors que les taux d'intérêt ont monté depuis son investissement. L'assureur peut aussi réaliser des pertes en se retrouvant avec des obligations qui paient des coupons peu élevés. Dans notre cas, l'assureur détient des obligations à taux fixe dans son portefeuille d'actifs. Les coupons qu'il perçoit sont donc fixes, ce faisant, l'achat de nouvelles obligations pour besoin de réallocation, doit être réalisé en tenant compte des maturités lui permettant de recevoir les paiements les plus élevés compte tenu de l'évolution des taux. En effet, si le taux est sur une tendance à la hausse - à la baisse -, l'assureur doit préférer à priori des obligations à maturité courte - longue - afin d'actualiser le plus fréquemment - moins fréquemment - le taux coupon.

Nous avons réalisé des projections en changeant les maturités des obligations rachetées lors du réinvestissement obligataire en situation de hausse et de baisse des taux. Les résultats obtenus montrent bel et bien que l'assureur atténue l'ampleur de la baisse des taux sur le ratio de couverture en réinvestissant sur les actifs obligataires de longue maturité (10 et 15 ans). En situation de hausse des taux, l'assureur gagne sur son ratio de couverture en rachetant des obligations de maturité courte (2 et 5 ans).

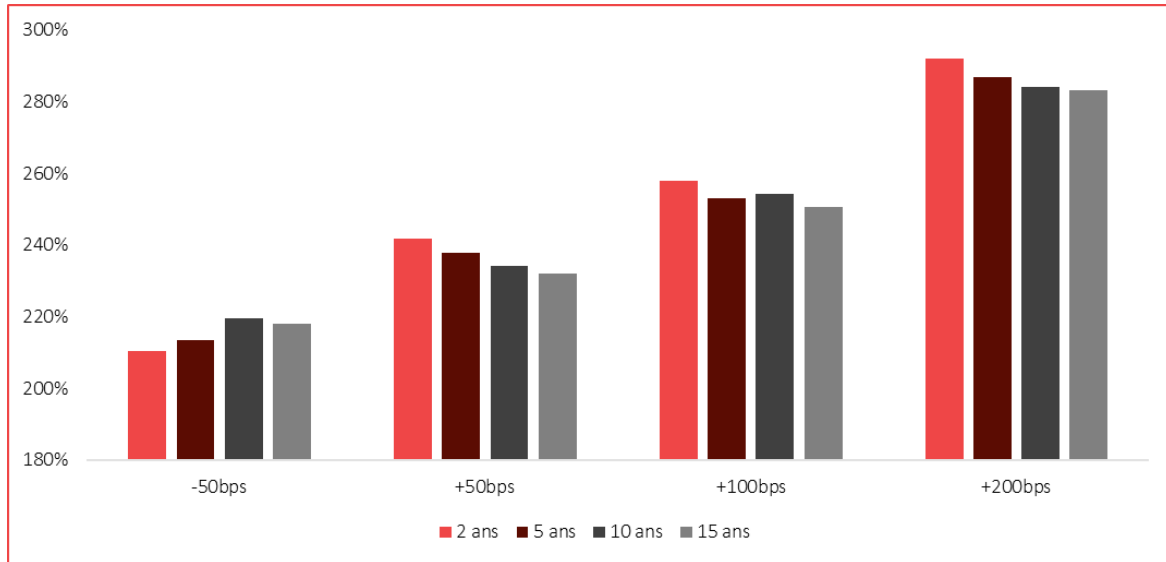


FIGURE 2 – Ratio de couverture selon la stratégie de réinvestissement obligataire

À ces stratégies dites *d'atténuation* du risque de taux et du risque action, l'assureur peut combiner des stratégies de couverture du type instruments financiers. L'assureur peut utiliser un *floor* pour se couvrir contre le risque de baisse des taux et un *put* contre le risque de la baisse de la valeur marché des actions.

3 - Le Put contre le risque action

Le *Put européen* ou option de vente, est un instrument financier qui donne le droit et non l'obligation à son détenteur de vendre un sous-jacent à une date ultérieure T - appelée maturité -, à un prix d'exercice fixé à l'avance K - nommé *strike* -. Il paie un *Pay-Off* de $\pi^{Put} = (K - S_T)^+$. Il est valorisé dans notre mémoire par le modèle de **Black-Scholes** et à cet effet, nous supposons que les taux sont déterministes. Le prix du Put ² s'écrit alors :

$$P_t(S_t, K, R(t, T), T, \sigma) = -S_t \times \mathcal{N}(-d_1) + K \times e^{-R(t, T) \times (T-t)} \times \mathcal{N}(-d_2) \quad , \quad t \in [0, T]$$

avec : $d_1 = \frac{1}{\sigma \times \sqrt{T-t}} \times \left(\ln \left(\frac{S_t}{K} \right) + \left(R(t, T) + \frac{\sigma^2}{2} \right) \times (T-t) \right)$ et $d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T-t}$

$$\mathcal{N}(x) := \int_{-\infty}^x \frac{e^{-\frac{t^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} dt$$

2. Justin LONDON : Modeling Derivates in C++, 2005.

Les situations de chocs proviennent des scénarios de stress test (Figure 1), notamment un scénario central (sans choc), un scénario intermédiaire (choc de -15% sur la performance des actions) et un scénario extrême (choc de -30%). On note **Put $x\%$ $y\%$** , le Put dont le sous-jacent représente $x\%$ de la valeur de marché des actions et dont le strike est $y\%$.

Pour désigner la stratégie de couverture optimale à mettre en place, il faut tenir compte de plusieurs aspects. Le premier est le coût de la couverture. En effet, mettre en place une couverture peut influencer sur les résultats de l'assureur, que la couverture soit déclenchée ou non. Dans ce sens, un assureur qui n'est pas prêt à consentir un budget conséquent à sa stratégie de couverture peut être amené à choisir une couverture par une analyse coût-rendement et dans ce cas, l'instrument financier qu'il choisit peut ne pas être le plus optimal compte tenu de notre étude. De plus, un assureur peut de son côté, choisir un niveau de risque ou de rendement minimum. Pour ce cas de figure, cet assureur optera pour une approche de maximisation sous contrainte. Il s'agit de l'approche adoptée dans notre étude. L'indicateur de rendement choisi est la variation du ratio Value of InForce (VIF) sur encours total (PM Euros + PM UC + PPE) entre le scénario central sans couverture et le scénario central avec les couvertures tant dis que l'indicateur de risque est la variation du ratio besoin en capital sur encours total (PM Euros + PM UC + PPE) entre les stratégies de couverture et le portefeuille non couvert. Nous choisissons une perte maximale de notre indicateur de rentabilité à -0,15%, la stratégie permettant de réduire au mieux notre besoin en capital sera conservée.

Nous obtenons, compte tenu des indicateurs choisis, des hypothèses de projection et d'optimisation, que le *Put 60% 100%* est la meilleure couverture contre le risque action dans un scénario de choc intermédiaire (-15%). Dans le scénario de choc extrême (-30% sur la valeur marché des actions), le *Put 90% 95%* est la meilleure stratégie de couverture.

FIGURE 3 – Scénario intermédiaire

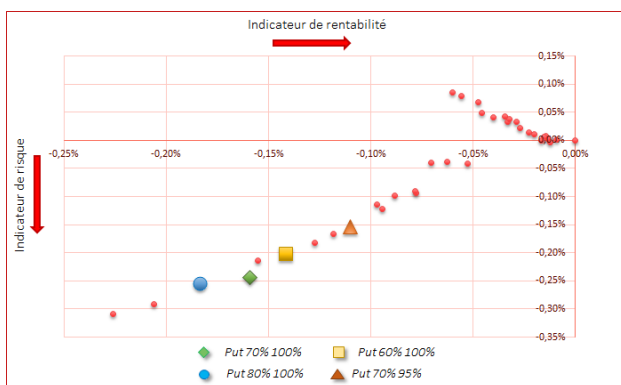
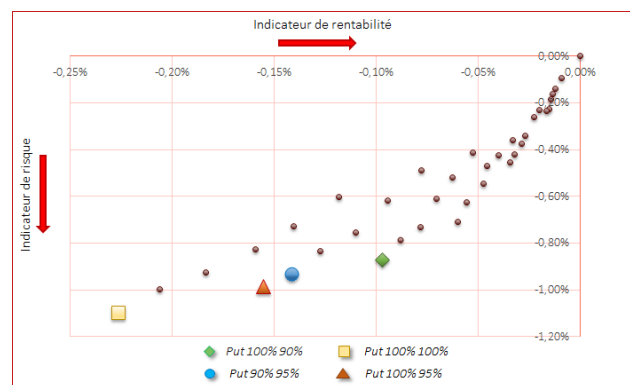


FIGURE 4 – Scénario extrême



4 - Le floor contre le risque de taux

Le floorlet est une option de taux signé de gré à gré entre deux contreparties qui permet à son acheteur de se couvrir contre une baisse des taux d'intérêt au-delà d'un niveau prédéterminé, appelé taux plafond ou taux d'exercice ou strike (K), moyennant le paiement immédiat d'une prime. Le floorlet est l'équivalent d'un *put* sur une courbe de taux et chaque flux, à échéance annuelle ou infra-annuelle, est équivalent à un Pay-off d'un put de strike K sur cette courbe de taux. Le floor est une collection de m floorlets aux dates $t_1 < t_2 < \dots < t_j < \dots < t_m = T$ dont le Pay-off s'écrit comme suit :

$$\pi^{Floor} = \sum_{j=1}^M \pi_j^{Floorlet} = \sum_{j=1}^M N_j(t_j - t_{j-1})(K - L(t_{j-1}, t_j))_+$$

Nous optons pour un modèle à un facteur de Hull & White pour la valorisation du floor. Le prix d'un floor de strike K , de maturité T_P (*paying time*) fixé sur une obligation de maturité T_F dans ce modèle³ s'écrit comme suit :

$$Floorlet_j(K, T_F, T_{P_{j-1}}, T_{P_j}) = (1 + K) \times ZBC(T_F, T_{P_{j-1}}, T_{P_j}, \frac{1}{1 + K})$$

avec :

$$ZBC(T_F, T_{P_{j-1}}, T_{P_j}, X) = P(T_{P_{j-1}}, T_F) \times \mathcal{N}(-d_-) - X \times P(T_{P_{j-1}}, T_{P_j}) \times \mathcal{N}(-d_+)$$

$$d_+ = \frac{1}{\sigma} \ln\left(\frac{P(T_{P_{j-1}}, T_{P_j}) \times X}{P(T_{P_{j-1}}, T_F)}\right) + \frac{\sigma}{2} \quad \text{et} \quad d_- = d_+ - \sigma$$

où **Zero-Bond Call** (*ZBC*) représente le prix d'un call sur un zéro-coupon et $P(0, T)$, le prix d'un zéro-coupon de maturité T .

Nous gardons les mêmes indicateurs de rendement et de risque utilisés pour la couverture du risque action. Nous avons utilisé deux *floors* de strike différents : le premier de strike -0,623% et le second de strike -0,723%. Le floor, de maturité 12 ans correspondant à la moyenne de la duration de l'actif obligataire, est découpé en 12 floorlets. Les floors ont été testés dans un scénario central (sans choc sur les taux), dans un scénario intermédiaire (-25bps sur la courbe de l'EIOPA au 31/12/2020) et dans un scénario de choc extrême (-50bps sur la courbe de l'EIOPA au 31/12/2020).

Dans les deux scénarios de chocs mis en place, en tenant compte de nos hypothèses de modélisation et des indicateurs choisis, il s'est avéré que le *floor* -0,723% donnait les meilleurs résultats.

³. Damiano BRIGO, Fabio MERCURIO : Interest Rate Models - Theory and Practice : With Smile, Inflation and Credit, 2007.

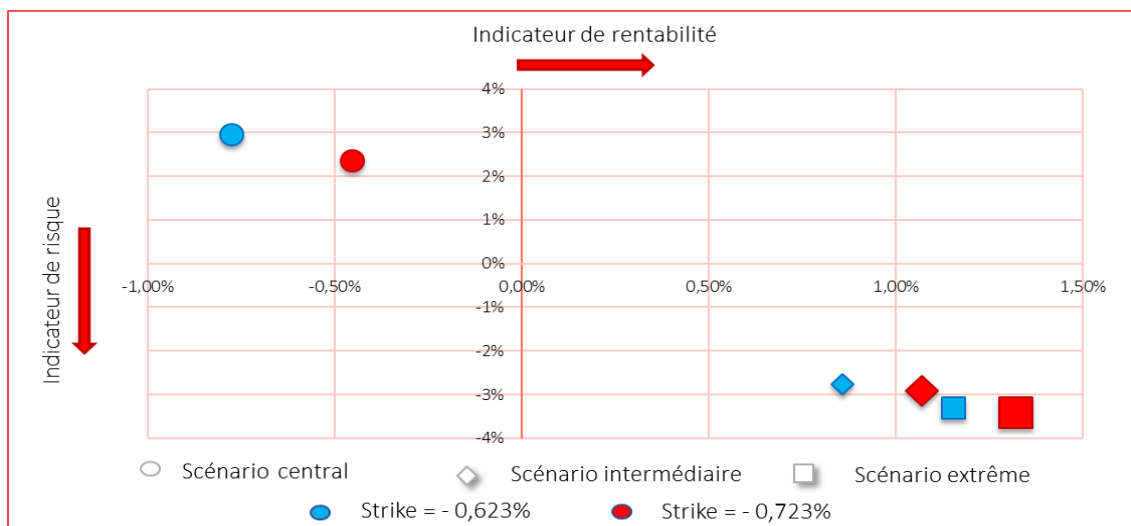


FIGURE 5 – Couple rendement risque en fonction des floors et des scénarios de chocs

Conclusion, perspectives et limites

À travers notre mémoire, nous avons montré que l'assureur était exposé à différents risques de marché qui sont la baisse de la courbe des taux d'intérêt et la baisse de la performance des actions. Nous avons ensuite mis en évidence un certain nombre de stratégies de pilotage lui permettant d'atténuer l'ampleur des chocs : achats de Put et de floor, arbitrage sur la composition du portefeuille des assurés et sur le réinvestissement obligataire.

Il pourrait être pertinent, dans la poursuite de cette étude, de tester l'effet d'autres instruments financiers comme les Futures, les Forward Rate Agreement (FRA), les swaptions, les collars, etc. sur les indicateurs de l'assureur. Le choix d'autres indicateurs de rendements et de rentabilité et même d'autres stratégies d'optimisation peut avoir un impact non négligeable sur les résultats. Par ailleurs, l'analyse du risque de crédit et l'étude de stratégies de couverture de ce risque spécifique peuvent faire l'objet de complément à ce mémoire.

Executive summary

The Retirement Savings Plan (Plan d'Épargne Retaite, PER) is a product introduced by the PACTE Law (action plan for the growth and transformation of companies) to revitalize the retirement system in France. This new product has been introduced in a delicate economic and regulatory environment due to the prolonged decline in interest rates and the COVID-19 crisis. However, the life insurance business in general and retirement savings in particular is very much connected to the financial market. As a result, the insurer proposing a PER must carry out ORSA¹ studies to determine the appropriate piloting to be carried out to meet the requirements of the Solvency 2 standard. The objective of this thesis is to propose strategies for steering the PER in the face of the economic and regulatory context. In order to do so, the first part of the report is devoted to the presentation of the economic and regulatory framework in which the PER is introduced. Then, the characteristics of the PER were presented. Based on the market information and the characteristics of the PER, we constructed a fictitious PER portfolio for ALM projections. Then, we performed the ORSA of the portfolio by implementing stress test scenarios. The results allowed us to determine the risks to which the insurer is exposed. These are the risk of a decrease in interest rates and a decrease in the return on assets. Finally, we proposed mitigation and hedging strategies for these risks.

PER portfolio construction and ALM modeling

We have modeled the three types of PER, namely the individual PER (PERIN), the mandatory company group or category PER (PERO) and the optional company group PER (PERECO). The retirement age is set at 62. We assume that our company's portfolio of insureds is made up of 120,000 PER contracts aggregated into 90 model-points (MP), half of which are PERIN and the rest are equally divided between PERECO and PERO. Each type of PER is made up of 50% of policyholders who have subscribed to their contract with the risk profile *balanced*, 25% with the profile *prudent* and 25% with the profile *dynamic*. All flows of liabilities (redemptions, deaths, etc.) occur at the end of the year. We note 50% of capital outflow during the first year of the restitution phase. The mortality table used is TF 00-02. The redemption law used is that given by the ACPR for retirement products. The duration of the insurer's commitment is 12.6 years. For the asset portfolio, we choose to allocate the contributions to a unit-linked fund composed of 90% equities and 10% real estate and a euro fund composed of bonds (80%), equities (13%), real estate (5%) and money market instruments (2%).

1. Own Risk and Solvency Assessment

We use the EIOPA yield curve as of December 31, 2020, and a set of 1000 risk-neutral economic scenarios. The projection engine used is a proprietary tool of FORSIDES France called SALLTO : Solvency Assets Liabilities Life Tool (SALLTO). We choose that the initial capital of the insurer represents 5.5% of the market value of the assets held. The portfolio is in *run-off*. The results obtained by the modeling are the Solvency I and II indicators.

Stress test and ALM results

After the portfolio construction, we carried out projections in an ORSA framework to identify the risks to which the insurer is exposed. We built shock scenarios based on recent observations of the financial market (-30% drop in the CAC40 during the COVID-19 crisis, prolonged drop in interest rates since the subprime crisis in 2008, etc.). The stress test scenarios set up are presented in the figure 1.

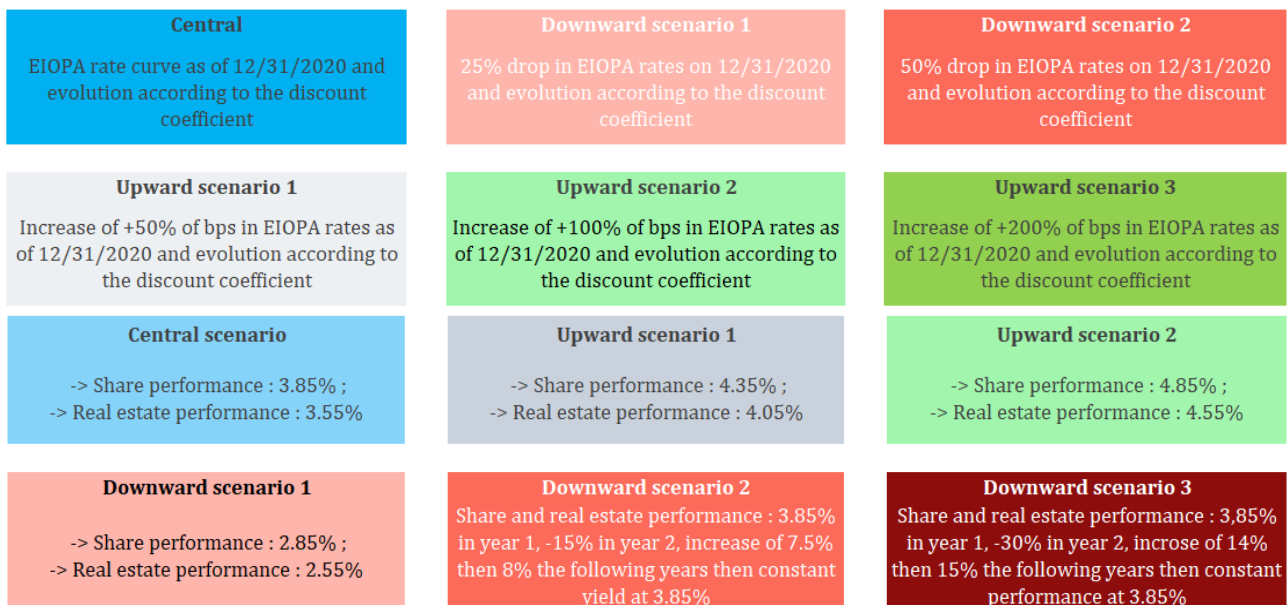


FIGURE 1 – Stress tests on the rate curve and on share and real estate performance

The results obtained on the solvency II indicators showed that the PER portfolio was very sensitive to the decline in the return on equities and real estate and to the decline in rates. Rising interest rates have a positive effect on the insurer's profitability and solvency.

Once the risks were identified, the next step in our study was to put in place management strategies that would allow the insurer to limit the effect of the shock on its profitability and solvency.

Strategies for managing the PER

1 - Portfolio distribution

First, we carried out a study to determine the impact of shocks on three new portfolios according to risk profiles : the conservative 100%, the balanced 100% and the dynamic 100%. We obtained that the 100% dynamic portfolio is the least sensitive to the shock on the rate curve and on the performance of equities. In this sense, we can conclude that it is in the insurer's interest to have policyholders who take out a PER contract with a dynamic risk profile. Then, by analyzing the profitability and the risk of all the risk profiles and based on the Sharpe ratio, we find that the best contract for a policyholder is the one subscribed with a conservative risk profile. The interests of the two parties are therefore opposed, and it is up to the insurer, through its steering levers (rate served, loading rate, etc.), to motivate policyholders to take out a dynamic PER contract in order to be able to mitigate the impact of shocks on the solvency and profitability of its PER.

2 - Bond reinvestment

Secondly, we conducted a study on bond reinvestment and its consequences in a low interest rate environment. In the context of low interest rates, the bond reinvestment strategy proves to be crucial since the value of a bond, whether it is a fixed or a floating rate, depends strongly on the evolution of interest rates. When a bond is fixed rate, the coupons paid are constant, but the value of the bond itself varies with changes in interest rates. When interest rates rise, new bonds are issued with higher coupons than the old ones because the new coupons are based on the different maturities of the current interest rates. The value of these old bonds therefore begins to fall as their holders sell them to buy the ones with higher coupons. Conversely, when interest rates fall, the value of fixed-rate bonds already issued rises, but the coupons on the new bonds are lower. Thus, it is possible for an insurer to lose a portion of its investment if it sells its fixed-rate bond before it matures and interest rates have risen since it was invested. The insurer can also realize losses if it ends up with bonds that pay low coupons. In our case, the insurer holds fixed-rate bonds in its asset portfolio. The coupons that he receives are therefore fixed, so the purchase of new bonds for reallocation purposes must be made taking into account the maturities that will allow him to receive the highest payments in view of the evolution of rates. Indeed, if the rate is on an upward – or downward – trend, the insurer must prefer short – or long – maturity bonds in order to update the coupon rate more frequently – or less frequently.

We performed projections by changing the maturities of the bonds bought back during the bond reinvestment in a rising and falling interest rate environment. The results obtained show that the insurer mitigates the magnitude of the decline in rates on the coverage ratio by reinvesting in long maturity bonds (10 and 15 years). When rates rise, the insurer gains on its coverage ratio by buying back short maturity bonds (2 and 5 years).

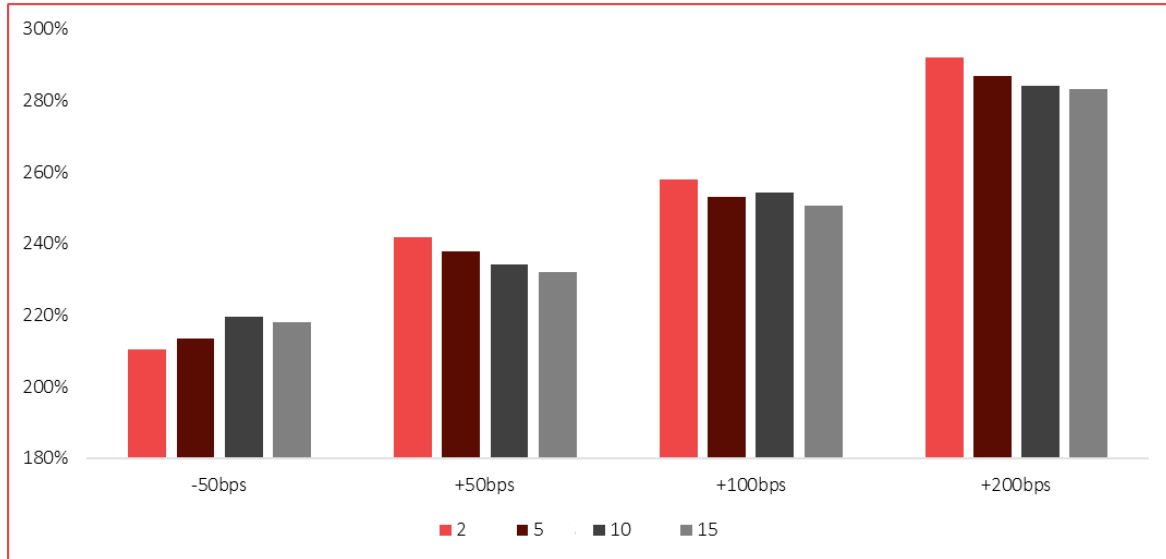


FIGURE 2 – Coverage ratio by bond reinvestment strategy

In addition to these strategies for mitigating interest rate and equity risk, the insurer can combine financial instrument like hedging strategies. The insurer can use a *Floor* to hedge against the risk of a fall in interest rates and a *Put* to hedge against the risk of a fall in the market value of shares.

3 - Put against equity risk

A European Put option is a financial instrument that gives the holder the right, but not the obligation, to sell an underlying asset at a future date T - called maturity - at a strike price fixed in advance K - called a strike. It pays a *Pay-Off* of :

$$\pi^{Put} = (K - S_T)^+$$

It is valued in our dissertation by the **Black-Scholes** model, and for this purpose we assume that the rates are deterministic. The price of Put² is then written :

$$P_t(S_t, K, R(t, T), T, \sigma) = -S_t \times \mathcal{N}(-d_1) + K \times e^{-R(t, T) \times (T-t)} \times \mathcal{N}(-d_2) \quad , \quad t \in [0, T]$$

$$\text{with : } d_1 = \frac{1}{\sigma \times \sqrt{T-t}} \times \left(\ln \left(\frac{S_t}{K} \right) + \left(R(t, T) + \frac{\sigma^2}{2} \right) \times (T-t) \right) \quad \text{et } d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T-t}$$

$$\mathcal{N}(x) := \int_{-\infty}^x \frac{e^{-\frac{t^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} dt$$

2. Justin LONDON : Modeling Derivates in C++, 2005.

The shock situations come from the stress test scenarios (Figure 1), notably a central scenario (without shock), an intermediate scenario (shock of -15% on the market value of the equity) and an extreme scenario (shock of -30%). We note *Put x% y%*, the Put whose underlying represents $x\%$ of the market value of the equity and whose strike is $y\%$.

In order to select the optimal hedging strategy to implement, there are several aspects to consider. The first is the cost of coverage. Indeed, implementing coverage can affect the insurer's bottom line, whether the coverage is triggered or not. In this sense, an insurer who is not willing to allocate a substantial budget to its hedging strategy may have to choose a hedge through a cost-return analysis, and in this case, its financial instrument may not be the most optimal given our study. Moreover, an insurer may choose a minimum level of risk or return. In this case, the insurer will opt for a constrained maximization approach. This is the approach adopted in our study. The chosen return indicator is the variation of the Value of InForce (VIF) ratio on total mathematical reserve (MP Euros + MP UC + PPE) between the central scenario without hedging and the central scenario with hedging as long as the risk indicator is the variation of the required capital ratio on total mathematical reserve (PM Euros + PM UC + PPE) between the hedging strategies and the unhedged portfolio. We choose a maximum loss of our profitability indicator at -0.15%, the strategy that best reduces our required capital will be retained.

We obtain, taking into account the chosen indicators, the projection, and optimization hypotheses, that the *Put 60% 100%* is the best hedge against the equity risk in an intermediate shock scenario (-15%). In the extreme shock scenario (-30% on the market value of equities), the *Put 90% 95%* is the best hedging strategy.

FIGURE 3 – Intermediate scenario

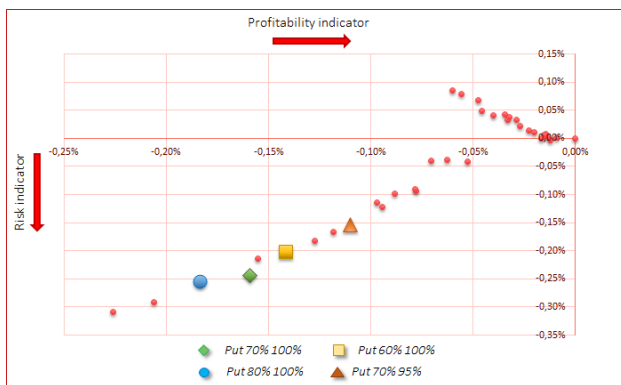


FIGURE 4 – Extreme scenario



4 - Floor against interest rate risk

A floorlet is a rate option signed over-the-counter between two counterparties that allows its buyer to hedge against a fall in interest rates beyond a predetermined level, called the cap rate or strike rate (K), in exchange for the immediate payment of a premium. The floorlet is the equivalent of a *put* on a yield curve and each flow, with an annual or sub-annual maturity, is equivalent to a Pay-off of a put of strike K on this yield curve. The floor is a collection of m

floorlets at dates $t_1 < t_2 < \dots < t_j < \dots < t_m = T$ whose Pay-off is written as follows :

$$\pi^{Floor} = \sum_{j=1}^M \pi_j^{Floorlet} = \sum_{j=1}^M N_j(t_j - t_{j-1})(K - L(t_{j-1}, t_j))_+$$

We opt for a one-factor Hull & White model for the valuation of the floor. The price of a floor of strike K , maturity T_P (*paying time*) fixed on a bond of maturity T_F in this model³ is written as follows :

$$Floorlet_j(K, T_F, T_{P_{j-1}}, T_{P_j}) = (1 + K) \times ZBC(T_F, T_{P_{j-1}}, T_{P_j}, \frac{1}{1 + K})$$

with :

$$ZBC(T_F, T_{P_{j-1}}, T_{P_j}, X) = P(T_{P_{j-1}}, T_F) \times \mathcal{N}(-d_-) - X \times P(T_{P_{j-1}}, T_{P_j}) \times \mathcal{N}(-d_+)$$

$$d_+ = \frac{1}{\sigma} \ln\left(\frac{P(T_{P_{j-1}}, T_{P_j}) \times X}{P(T_{P_{j-1}}, T_F)}\right) + \frac{\sigma}{2} \quad \text{et} \quad d_- = d_+ - \sigma$$

where **Zero-Bond Call** (*ZBC*) is the price of a zero-coupon call and $P(0, T)$ is the price of a zero-coupon with maturity T .

We keep the same return and risk indicators used to hedge the equity risk. We have used two different strike indicators : the first with a strike of -0.623% and the second with a strike of -0.723%. The floor, with maturity of 12 years corresponding to the average duration of the bond, is divided into 12 floorlets. The floors were tested in a central scenario (with no interest rate shock), in an intermediate scenario (-25bps on the EIOPA curve at 12/31/2020) and in an extreme shock scenario (-50bps on the EIOPA curve at 12/31/2020).

In the two shock scenarios implemented, taking into account our modeling assumptions and the indicators chosen, it turned out that the -0.723% shock scenario gave the best results.

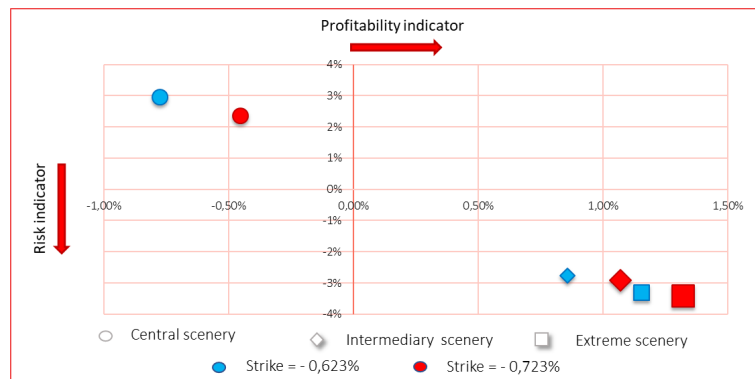


FIGURE 5 – Risk-return trade-off as a function of hedging strategies with the floors

3. Damiano BRIGO, Fabio MERCURIO : Interest Rate Models – Theory and Practice : With Smile, Inflation and Credit, 2007.

Perspectives and limitations :

We have shown through our thesis that the insurer was exposed to different market risks, which are the fall in the interest rate curve and the fall in the performance of stocks. We then highlighted a certain number of management strategies enabling the insurer to mitigate the magnitude of the shocks : purchase of puts and floors, arbitration on the composition of the policyholders' portfolio and on bond reinvestment.

In the continuation of this study, it could be relevant to test the effect of other financial instruments such as futures, forward rate agreements (FRA), swaptions, collars, etc. on the insurer's indicators. The choice of other return and profitability indicators and even other optimization strategies can have a significant impact on the results. Furthermore, the analysis of credit risk and the study of hedging strategies for this specific risk can be the subject of a supplement to this thesis.