



Mémoire présenté devant le jury de l'EURIA en vue de l'obtention du  
Diplôme d'Actuaire EURIA  
et de l'admission à l'Institut des Actuaire

le 06 Septembre 2023

Par : Kangué A-ICHA ISSOU WALIDA

Titre : Construction d'une table de maintien en arrêt de travail en assurance emprunteur

Confidentialité : Non

*Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus*

***Membre présent du jury de l'Institut  
des Actuaire :***

Guillaume BIESSY

Dominique ABGRALL

Signature :

***Entreprise :***

Harmonie Mutuelle

Signature :

***Membres présents du jury de l'EURIA :***

Brice FRANKE

***Directeur de mémoire en entreprise :***

David LEGOFF

Signature :

***Invité :***

Signature :

***Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de  
documents actuariels***

*(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)*

Signature du responsable entreprise :

Signature du candidat :



# RÉSUMÉ

Les organismes d'assurance doivent pouvoir appréhender les différents risques qu'ils couvrent afin de faire face à leurs engagements futurs. C'est le cas de l'assurance emprunteur avec la garantie arrêt de travail. Tout assureur doit donc pouvoir prédire la durée de l'arrêt de travail afin d'évaluer le montant des futures prestations (provisions) qu'elle sera amenée à verser tout au long de l'arrêt. Pour ce faire, l'utilisation des tables de maintien en arrêt de travail est nécessaire.

Toutefois, afin d'avoir une meilleure évaluation de ses engagements, l'assureur doit utiliser des tables d'expérience qui reflètent au mieux la sinistralité de son portefeuille. C'est dans cette optique que Harmonie Mutuelle souhaite construire une table de maintien en arrêt de travail pour son portefeuille emprunteur et analyser l'impact de cette nouvelle table sur les provisions.

Il a donc été question premièrement de construire et d'étudier la base de données qui a été utilisée pour la construction de la table. Ensuite, une estimation des taux bruts de sortie a été effectuée à l'aide des méthodes d'estimation de Kaplan-Meier et de Hoem dans la seconde partie.

La troisième partie de ce mémoire portait sur le lissage des taux bruts estimés. Pour ce faire, trois méthodes ont été implémentées : la méthode de Whittaker Henderson, le modèle de Brass et l'ajustement logistique.

Dans la quatrième partie, il était question de comparer les différents modèles d'ajustement à l'aide de plusieurs critères et de valider celui dont la table d'expérience reflète au mieux les observations.

Dans la dernière partie du mémoire, une étude d'impact sur les provisions est réalisée afin d'observer l'évolution de ces dernières avec le changement de table de maintien.

**Mots clefs:** Assurance emprunteur, Kaplan-Meier, Hoem, Modèle de Brass, Whittaker-Henderson, Ajustement logistique, provisions, Best Estimate





# ABSTRACT

Insurance companies need to understand the different risks they cover in order to meet their future commitments. This is the case of the loan insurance, with its work stoppage cover. All insurers need to be able to predict the duration of any work stoppage, in order to forecast the amount of benefits (reserves) they will pay out over the duration of the stoppage. For doing this, it is necessary to use the work stoppage tables.

However, in order to better assess its commitments, the insurer must use experience tables that best describe the claims experience of its portfolio. It is the reason why Harmonie Mutuelle wishes to build a work stoppage table for its loan portfolio and analyze the impact of this new table on the reserves.

Firstly, the database used to build the table will be constructed and studied. Then, in the second part, gross rates are estimated using the Kaplan-Meier and Hoem estimation methods.

The third part deals with the smoothing of the estimated gross rates. For doing this smoothing, three methods have been implemented : the Whittaker Henderson method, the Brass model and logistic adjustment.

The fourth section compares the different adjustment models using several criteria, and validates the one whose experience table best reflects the observations.

In the final part, we carry out an impact study on the reserves, to observe how they evolve with the change in the work stoppage table.

**Keywords:** Loan insurance, Kaplan-Meier, Hoem, Brass Model, Whittaker-Henderson, logistic adjustment, reserves, Best Estimate



# NOTE DE SYNTHÈSE

**Mots clefs:** Assurance emprunteur, Kaplan-Meier, Hoem, Modèle de Brass, Whittaker-Henderson, Ajustement logistique, provisions, Best Estimate

## \* Contexte et Objectifs de l'étude

Les organismes d'assurance doivent pouvoir appréhender le risque qu'ils couvrent afin de garantir leurs engagements futurs. Pour ce faire ils doivent constituer des provisions qui sont spécifiques à chaque risque. Dans le cas de l'assurance emprunteur, les principaux risques couverts sont le risque de décès et le risque d'arrêt de travail. Ainsi pour les couvrir, tout organisme d'assurance y compris Harmonie Mutuelle doit constituer des provisions pour risques croissants (PRC).

L'estimation du montant de la PRC est fonction de plusieurs leviers dont les lois de sinistralité (table de mortalité et table d'arrêt de travail), le niveau de mutualisation ou encore le taux technique. En 2021, une table de mortalité Best Estimate a été construite afin d'estimer le montant optimal de la PRC du risque décès (encore appelé provisions mathématiques). Dans la même lancée, nous nous sommes donc intéressés à la loi de maintien en arrêt de travail. En effet, contrairement au risque décès pour lequel la loi est imposée par les autorités de contrôle, pour le risque arrêt de travail, ces dernières laissent place à une large interprétation.

L'objectif principal de cette étude était donc d'optimiser le montant de la PRC. Plus précisément, il était question d'une part de construire une table de maintien en arrêt de travail pour le portefeuille emprunteur et d'autre part de déterminer son impact sur les provisions.

### \* Description du phénomène arrêt de travail en emprunteur

La période d'étude va de 2003 à 2022. Sur cette période, 1394 sinistres arrêt de travail ont été recensés. Parmi ces derniers, on compte 179 sinistres encore ouverts au 31 décembre 2022. La durée minimale d'un arrêt de travail est de 3 mois (ce qui correspond à la franchise) et sa durée maximale dans le portefeuille emprunteur est de 227 mois. Toutefois, seulement 4% des arrêts de travail ont une durée de maintien en arrêt de travail qui inférieure à 50 mois.

Notons que l'arrêt de travail est un phénomène qui touche beaucoup plus les femmes dans le portefeuille emprunteur. En effet, sur 10 000 assurés, 35 sont des femmes et 26 sont des hommes. Ceci pourrait être dû aux congés de maternité qui touchent uniquement les femmes.

Par ailleurs, il faut retenir que bien que la sinistralité en terme d'arrêt de travail croît au fil des années, le taux d'incidence quant à lui décroît depuis 2015. En outre, la durée de maintien en arrêt de travail semble corrélée à l'âge d'entrée en arrêt de travail. En effet, plus l'âge à la survenance augmente et plus la durée de l'arrêt semble élevée. Ainsi, l'âge à la survenance est un facteur discriminant de la durée de maintien.

### \* Estimation des taux bruts de sortie d'arrêt de travail

Avant l'estimation des taux bruts, il faut noter que la volumétrie de la base d'étude est plutôt faible. De ce fait, au lieu d'estimer une loi de maintien pour chaque âge à la survenance de l'arrêt, l'estimation des taux bruts de sortie a été réalisée par tranche d'âge à la survenance. Pour ce faire, les sinistres ont été regroupés en trois tranches d'âge que sont :  $[20, 35[$ ,  $[35, 45[$  et  $[45, 65]$ .

L'estimation des taux bruts de sortie s'est faite suivant deux méthodes. D'une part, on a utilisé la méthode de Kaplan-Meier qui est une méthode d'estimation non paramétrique. Cette méthode ne pose aucune hypothèse sur la loi que suit la variable aléatoire  $T$  qui représente la durée de maintien en arrêt de travail. D'autre part, c'est la méthode d'estimation de Hoem qui a été mise en place. Cette méthode suppose que le nombre de sorties de l'arrêt de travail suit une loi binomiale.

L'estimation des taux bruts étant réalisée, on constate que les taux bruts estimés par les deux méthodes sont très proches. Les différentes courbes des taux bruts mettent en évidence des petits pics au 6<sup>ème</sup>, 12<sup>ème</sup>, 24<sup>ème</sup> mois mais également des grands pics

au 36<sup>ème</sup> et/ou 39<sup>ème</sup> mois. On constate également des accidents de courbes à partir du 45<sup>ème</sup> mois qui sont dus à l'absence d'observations pour les durées d'arrêt de travail élevées.

De manière générale, il faut noter que les taux bruts de sortie sont supérieurs à ceux issus de la table réglementaire. La table réglementaire semble donc ne pas être adaptée au portefeuille emprunteur de Harmonie Mutuelle; et son utilisation conduirait donc à une surestimation des durées de maintien en arrêt de travail .

### \* Lissage de la loi de maintien en arrêt de travail

Du fait des irrégularités constatés sur les différentes courbes de taux bruts, les taux doivent être lissés. Pour ce faire, il existe plusieurs méthodes de lissage; mais pour cette étude, trois méthodes ont été mises en oeuvre. Notons que le calibrage des différentes méthodes de lissage a été réalisé sur les plages de durées qui minimisent l'erreur quadratique moyenne.

#### •> Modèle de Brass

Généralement utilisé en absence de grande base, le modèle de Brass, permet de construire une table d'expérience à partir d'une table de référence. Ce modèle suppose l'existence d'une relation linéaire entre le logit des taux bruts et le logit des taux de la table réglementaire :  $logit(q_{x,t}) = \alpha + \beta \times logit(q_{x,t}^{ref}) + \varepsilon_{x,t}$  avec  $\varepsilon_{x,t}$  est un bruit blanc gaussien *iid*.

La table de référence qui a été utilisée est la table d'arrêt de travail du BCAC. Le calibrage de ce modèle a été réalisé sur les plages d'ancienneté [3 , 30], [6 , 30], [3 , 40] mois respectivement pour les sinistres survenant avant 35 ans, entre 35 et 44 ans et après 44 ans.

#### •> Ajustement logistique

Il s'agit d'une régression linéaire qui explique le logit des taux bruts à partir de l'âge à la survenance et la durée de l'arrêt. Étant donné que l'estimation des taux se fait pour chaque tranche d'âge, la seule variable explicative est la durée de l'arrêt de travail :  $logit(q_{x,t}) = \beta_0 + \beta_1 \times t + \varepsilon_t$  avec  $\varepsilon_{x,t}$  est un bruit blanc gaussien *iid*.

Le calibrage de ce modèle a été réalisé pour les plages d'ancienneté [3 , 30], [6 , 36] mois respectivement pour les sinistres survenant avant 45 ans et après 44 ans. Il faut noter que les courbes de taux lissés par ajustement logistique ne montrent aucune fluctuation ; pourtant les différentes courbes des taux bruts présentent des pics.

#### ♦ Lissage de Whittaker-Henderson

Le lissage de Whittaker-Henderson est une méthode de lissage paramétrique. Cette méthode consiste à minimiser la somme des critères de fidélité  $F$  et de régularité  $S$  afin d'obtenir le lissage des taux :  $M = F + h \times S$  avec

$$F = \sum_{i=1}^n w_i \times (q_i - \hat{q}_i)^2 \text{ et } S = \sum_{i=1}^{n-z} (\Delta_z(q_i))^2$$

L'application du lissage a été effectuée sur les plages de durées 0 - 36 mois pour les arrêts survenus avant 35 ans, 0 - 40 mois pour les arrêts survenus entre 35 ans et 44 ans et 0 - 45 mois pour les arrêts survenus après 44 ans. Le choix des paramètres  $(h, z)$  a été réalisé après plusieurs essais et en favorisant le critère de fidélité.

Par ailleurs, le prolongement de cette loi a été réalisé en raccordant la table réglementaire à la table d'expérience. Autrement dit, pour les sinistres dont l'ancienneté dépasse les 45 mois, on considérera que la loi de maintien en arrêt de travail est celle de la table du BCAC.

#### \* Comparaison des modèles et encadrement de la table retenue

Les résultats des différents modèles ont été comparés suivant plusieurs critères. Notons que la comparaison des différents modèles s'est faite sur les plages de durées qui ont permis l'ajustement des taux.

#### ♦ La distance du Khi-deux

La distance du Khi-deux permet d'apprécier la qualité du lissage ; plus précisément, elle permet de vérifier si les taux lissés représentent bien le maintien en arrêt de travail observé sur le portefeuille. Il faut noter que plus la distance du Khi-deux est petite et meilleur est l'ajustement des taux.

➤ **Le ratio SMR**

Le SMR est défini comme étant le rapport du nombre de sorties d'arrêts observé au nombre de sorties d'arrêts prédit par le modèle d'ajustement. L'objectif de ce ratio est de vérifier si le phénomène de maintien en arrêt de travail observé est identique à celui prédit. Si le ratio vaut 1, alors la courbe des taux ajustés est parfaitement identique à celle des taux bruts.

➤ **Le critère de fidélité**

Le calcul de ce critère consiste à calculer la distance en valeur absolue entre les taux bruts et les taux lissés. Tout comme la distance du Khi-deux, plus la distance calculée tend vers zéro et plus les taux lissés reflètent à la réalité.

➤ **Le critère de régularité**

Le critère de régularité est la somme des carrés des différences d'ordre  $z$  des taux ajustés. Plus cet indicateur tend vers zéro, plus les taux ajustés sont réguliers.

	Modèle de Brass	Ajustement logistique	Whittaker-Henderson
Distance du Khi-deux			X
Ratio SMR			X
Critère de fidélité			X
Critère de régularité		X	

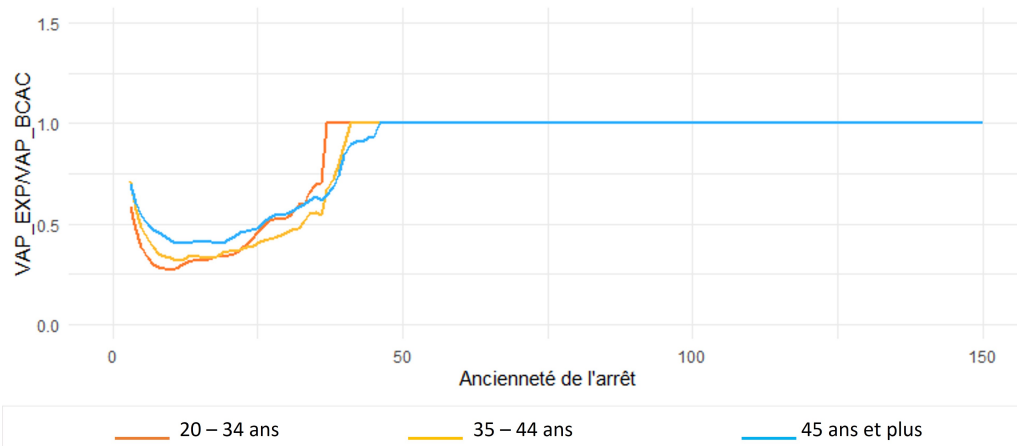
*Comparaisons des modèles d'ajustement*

La méthode de Whittaker-Henderson est la méthode pour laquelle les taux ajustés reflètent au mieux la réalité. De ce fait, c'est la méthode qui a été retenue pour la construction de la table d'expérience.

La méthode d'ajustement étant retenue, la table d'expérience finale a été encadrée à l'aide d'une part d'un intervalle de confiance et d'autre part d'une bande de confiance au niveau de confiance de 95%. L'encadrement des taux permet de se rassurer que les fluctuations liés à l'échantillonnage seront prises en compte dans 95% des cas.

\* Impact de la table d'expérience

♦ Impact sur la provision pour risques croissants



Rapport entre la VAP issue de la table d'expérience et la VAP issue de la table réglementaire

Entre 3 et 45 mois, le quotient entre l'engagement de l'assureur calculé avec la table d'expérience et celui calculé avec la table réglementaire est inférieur à 1. Ainsi, pour tous les assurés dont la durée de l'arrêt sera inférieure à 4 ans, la mutuelle va réaliser un gain en terme de provision.

	Montant brut de la PRC au 31/12/2021	Rapport : Table d'expérience/ Autre table
Table d'expérience	9 384 642 €	
Table Arrêt de Travail	22 451 153 €	41,80%

Évaluation de la PRC suivant les différentes tables

L'utilisation de la nouvelle table pour le calcul des provisions pour risques croissants au lieu de la table réglementaire permet à Harmonie Mutuelle de constituer deux fois moins de provisions. Cette diminution des provisions est principalement due à la hausse des taux de sorties sur les trois premières années.

♦ Impact sur le Best Estimate

	Table d'expérience	Table d'Arrêt de Travail
Best Estimate	- 13 547 258 €	- 6 356 469 €

Évaluation du BE Central suivant les différentes tables

Quelle que soit la table de maintien utilisée, le portefeuille emprunteur est un portefeuille rentable. En effet, le BE central est négatif, ce qui signifie que la mutuelle reçoit plus de primes qu'elle ne paie de prestations.



De plus, on constate un gain de provisions technique de 7 millions d'euros soit un peu plus de 50% des provisions techniques obtenues avec la table réglementaire.

❖ **Test de sensibilité au taux d'actualisation**

	0%	1%
<b>PRC (table d'expérience)</b>	10 347 384 €	8 934 658 €
<b>Évolution</b>		-14%
<b>PRC (table d'AT BCAC)</b>	24 754 349 €	22 004 220 €
<b>Évolution</b>		-11%

*Évaluation des provisions suivant le taux technique*

S'agissant du test de sensibilité au taux d'actualisation, on remarque qu'une augmentation du taux technique de 1% entraîne une diminution des provisions de 14% avec la table d'expérience contre 11% avec la table d'arrêt de travail du BCAC.

En somme, il faut retenir que bien que la table d'expérience soit raccordée à la table du BCAC à partir de 45 mois d'ancienneté, elle permet de réduire les provisions (S1 et S2) de moitié. De plus, une hausse des taux techniques de 1%, entraînerait une baisse de la PRC de 14% ce qui est une bonne nouvelle au vu de la situation économique actuelle.

Notons aussi que la volumétrie de la base d'étude est assez faible; raison pour laquelle qu'à partir de 4 ans d'ancienneté, la table d'expérience est raccordée à celle du BCAC. Il serait donc intéressant de refaire l'étude dans 5 ans étant donnée que le nombre d'arrêts de travail augmente dans le temps.



# SUMMARY NOTE

**Keywords:** Loan insurance, Kaplan-Meier, Hoem, Brass Model, Whittaker-Henderson, reserves, Best Estimate

## \* Context and aims of study

All insurance companies must be able to assess the risks they cover in order to guarantee their future commitments. To do this, they must set aside provisions specific to each risk. In the case of creditor insurance, the main risks covered are death and disability. To cover these risks, all insurance companies, including Harmonie Mutuelle, must set aside provisions for increasing risks.

The amount of this provision depends on a number of factors, including the claims experience (mortality table and work stoppage table), the level of mutualisation and the technical rate. In 2021, a Best Estimate mortality table was constructed in order to estimate the optimal amount of the provision for the death risk (also known as the mathematical provision). In the same vein, we took an interest in the law governing the continuation of work stoppages. Unlike death risk, for which the law is imposed by the supervisory authorities, for work stoppage risk, these authorities leave room for wide interpretation.

The main objective of this study was therefore to optimise the amount of provision for increasing risks. More specifically, it was a question of constructing a table for the continuation of work stoppage for the loan insurance portfolio and determining its impact on provisions.

### \* Description of the phenomenon work stoppage in loan insurance

The study period runs from 2003 to 2022. Over this period, 1,394 claims for work stoppage were recorded. Of these, 179 claims were still open at 31 December 2022. The minimum duration of a work stoppage is 3 months (corresponding to the insurance excess) and the maximum duration in the borrower portfolio is 227 months. However, only 4% of work stoppages last more than 50 months.

It should be noted that women are much more likely to be affected by sick leave in the borrower portfolio. Out of 10,000 people insured, 35 are women and 26 are men. This could be due to pregnancy leave, which only affects women.

It should also be noted that although the number of work stoppage has risen over the years, the incidence rate has been falling since 2015. In addition, the length of time people remain off work appears to be correlated with the age at which they start their absence. In fact, the higher the age at onset, the longer the period of absence appears to be. Thus, age at onset is a discriminating factor in the duration of work stoppage.

### \* Estimation of gross work stoppage exit rates

Before estimating gross rates, it should be noted that the size of the study base is rather small. As a result, instead of estimating a maintenance law for each age at the occurrence of the stoppage, the gross exit rates were estimated by age group at the occurrence. To do this, the claims were grouped into three age groups :  $[20, 35[$ ,  $[35, 45[$  and  $[45, 65]$ .

Gross exit rates were estimated using two methods. Firstly, we used the Kaplan-Meier method, which is a non-parametric estimation method. This method does not make any assumptions about the distribution of the random variable  $T$ , which represents the length of time people remain off work. On the other hand, the Hoem estimation method was used. This method assumes that the number of work stoppages follows a binomial distribution.

Once the gross rates have been estimated, we can see that the gross rates estimated by the two methods are very close. The different gross rate curves show small peaks at 6<sup>th</sup>, 12<sup>th</sup>, 24<sup>th</sup> months but also large peaks at 36<sup>th</sup> and/or 39<sup>th</sup> months. There are also curve breaks from the 45<sup>th</sup> month onwards, which are due to the absence of observations for long periods of absence from work.

Generally speaking, it should be noted that the gross exit rates are higher than those derived from the standard table. The standard table therefore does not seem to be adapted to the borrower portfolio, and its use would therefore lead to an overestimation of the length of time a borrower is absence for work.

### \* Smoothing out the law on work stoppage

of the irregularities observed in the gross rate curves, the rates need to be smoothed. There are several smoothing methods, but for this study three methods were used. It should be noted that the calibration of the different smoothing methods was carried out on the duration ranges that minimise the mean square error.

#### • Brass Model

Generally used in the absence of a large database, the Brass model is used to construct an experience table from a reference table. This model assumes the existence of a linear relationship between the logit of the gross rates and the logit of the rates of the standard table :  $\text{logit}(q_{x,t}) = \alpha + \beta \times \text{logit}(q_{x,t}^{ref}) + \varepsilon_{x,t}$  with  $\varepsilon_{x,t}$  is a white Gaussian noise *iid*.

The reference table used is the BCAC work stoppage table. The model was calibrated using the seniority ranges [3 , 30], [6 , 30], [3 , 40] respectively for claims occurring before 35 years, between 35 and 44 years and after 44 years.

#### • Logistic adjustment

This is a linear regression which explains the logit of the crude rates on the basis of the age at occurrence and the duration of the work stoppage. Since the rates are estimated for each age bracket, the only explanatory variable is the duration :  $\text{logit}(q_{x,t}) = \beta_0 + \beta_1 \times t + \varepsilon_t$  with  $\varepsilon_{x,t}$  is a white Gaussian noise *iid*.

The calibration of this model was carried out in the age ranges [3 , 30], [6 , 36] respectively for claims occurring before 45 years and after 44 years. It should be noted that the rate curves smoothed by logistic adjustment do not show any fluctuation ; however, the various gross rate curves do show peaks.

### ✦ Whittaker-Henderson smoothing

Whittaker-Henderson smoothing is a parametric smoothing method. This method consists of minimising the sum of the fidelity criteria  $F$  and the regularity criteria  $S$  in order to obtain rate smoothing :  $M = F + h \times S$  with

$$F = \sum_{i=1}^n w_i \times (q_i - \hat{q}_i)^2 \text{ and } S = \sum_{i=1}^{n-z} (\Delta_z(q_i))^2$$

The smoothing was applied over the duration ranges 0 - 36 months for work stoppages occurring before the age of 35, 0 - 40 months for work stoppages occurring between the ages of 35 and 44 and 0 - 45 months for work stoppages occurring after the age of 44. The choice of parameters  $(h, z)$  was made after several trials and by favouring the criterion of fidelity.

Furthermore, the extension of this law was achieved by linking the standard table to the experience table. In other words, for claims with a work stoppage period of more than 45 months, we will consider that the work stoppage law is that of the BCAC table.

### \* Comparison of models and framing of the selected table

results of the different models were compared according to several criteria. It should be noted that the comparison of the different models will be made on the basis of the durations used to adjust the rates.

#### ✦ The Chi-square distance

The Chi-square distance is used to assess the quality of the smoothing; more specifically, it is used to check whether the smoothed rates accurately represent the number of people who remain off work. It should be noted that the smaller the Chi-square distance, the better the smoothed rates represent the phenomenon observed.

•→ **The SMR ratio**

The SMR is defined as the ratio of the number of stop exits observed to the number of stop exits predicted by the adjustment model. The aim of this ratio is to check whether the observed phenomenon of people remaining on temporary lay-offs is identical to the one predicted. If the ratio is 1, then the curve of the adjusted rates is perfectly identical to that of the gross rates.

•→ **The fidelity criteria**

The calculation of this criteria consists in calculating the distance in absolute value between the gross rates and the smoothed rates. As with the Chi-square distance, the closer the calculated distance is to zero, the more faithful the smoothed rates are to reality.

•→ **The regularity criteria**

The regularity criteria is the sum of the squares of the z-order differences of the adjusted rates. The closer this indicator tends to zero, the more regular the adjusted rates.

	<b>Brass model</b>	<b>Logistics adjustment</b>	<b>Whittaker-Henderson</b>
<b>Khi-deux distance</b>			X
<b>SMR Ratio</b>			X
<b>Fidelity criteria</b>			X
<b>Criteria of regularity</b>		X	

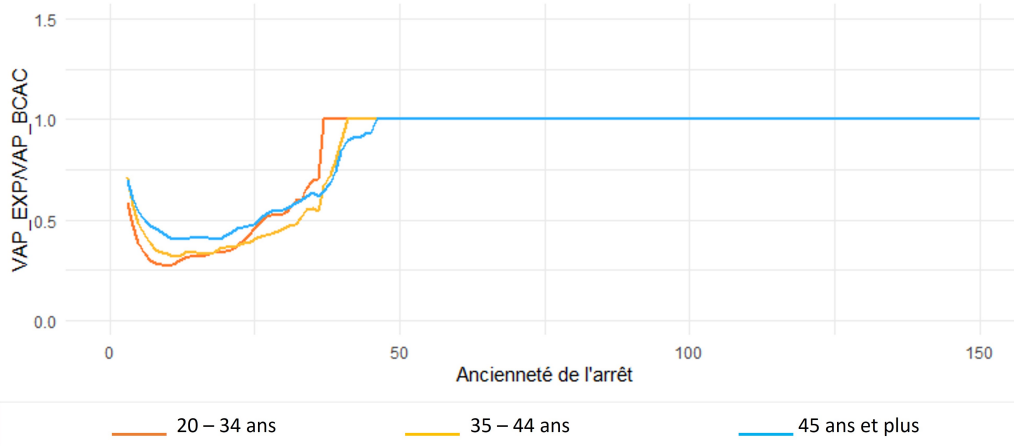
*Comparisons of adjustment models*

The Whittaker-Henderson method is the method for which the adjusted rates are the most faithful to reality. For this reason, this method was chosen for the construction of the experience table.

With the adjustment method selected, the final experiment table was framed using a confidence interval and a confidence band at the 95% confidence level. The framing of the rates provides reassurance that sampling fluctuations will be taken into account in 95% of cases.

\* **Impact of the experience table**

♦ **Impact on the provision for increasing risks**



*Ratio between the PAV from the experience table and the PAV from the regulatory table*

Between 3 and 45 months, the quotient between the insurer’s commitment calculated using the experience table and that calculated using the regulatory table is less than 1. Therefore, for all policyholders with a break of less than 4 years, the mutual will make a gain in terms of provision.

	Gross amount of provision at 31/12/2021	Report : Experience table/ Other table
Experience table	9 384 642 €	
Standard table	22 451 153 €	41,80%

*Evaluation of the provision according to the different tables*

By using the new table for calculating provisions for increasing risks instead of the regulatory table, Harmonie Mutuelle is able to set aside half as many provisions. This reduction in provisions is mainly due to the increase in outflow rates over the first three years.

♦ **Impact on Best Estimate**

	Experience table	Work stoppage table
Best Estimate	-13 547 258 €	-6 356 469 €

*Evaluation of the BE Central according to the different tables*

Whatever the maintenance table used, the borrower portfolio is a profitable portfolio. In fact, the central BE is negative, which means that the mutual receives more premiums than it pays out in benefits.



In addition, there is also a gain in technical provisions of 7 million, i.e. just over 50% of the technical provisions obtained with the regulatory table.

➤ **Discount rate sensitivity test**

	0%	1%
<b>provision (Experience table)</b>	10 347 384 €	8 934 658€
<b>Evolution</b>		<b>-14%</b>
<b>provision (Standard table)</b>	24,754,349 €	22,004,220 €
<b>Evolution</b>		<b>-11%</b>

*Evaluation of provisions according to the technical rate*

With regard to the sensitivity test to the discount rate, we note that an increase in the technical rate of 1% leads to a decrease in provisions of 14% with the experience table compared to 11% with the BCAC work stoppage table.

To sum up, it should be noted that although the experience table is linked to the BCAC table after 45 months of work stoppage duration, it reduces provisions (S1 and S2) by half. In addition, a 1% increase in technical rates would lead to a 14% reduction in the provision of increasing risks.

It should also be noted that the size of the study database is fairly small, which is why the experience table is linked to the standard table after 4 years of seniority. It would therefore be interesting to repeat the study in 5 years, given that the number of work stoppages increases over the time.



# REMERCIEMENTS

En premier lieu, je remercie M. David LEGOFF, responsable du Service Inventaire Technique, pour la confiance accordée en m'accueillant au sein de son équipe. Je tiens également à le remercier pour l'encadrement, le suivi, et les conseils reçus pour la rédaction de ce mémoire ainsi que pour sa disponibilité et le partage de ses connaissances et de son expertise.

Je remercie également M. Anthony NAHELOU, mon tuteur académique d'alternance, pour son suivi, ses conseils et son encadrement.

Je remercie l'équipe du Service Inventaire, et particulièrement Justine GAUBERT, Fatima LMOUCHTER et Thomas REMOUE, pour leur accueil au sein de l'équipe et l'aide fournie pour la rédaction de ce mémoire.

Je remercie tout l'équipe pédagogique de l'EURIA ainsi que les intervenants professionnels responsables de ma formation pour la qualité de leurs enseignements et le partage de leur savoir.

Un merci spécial à Paul-Emmanuel DIGBEU, Yelly COULIBALY et Joyce KOFFI pour leur soutien et leurs encouragements tout au long de ce travail. Merci à Hakim MOUNDE pour son temps et la relecture.

Je remercie enfin ma famille et mes amis pour m'avoir soutenue et encouragée tout au long de ce projet et de ma scolarité.



# TABLE DES MATIÈRES

<b>INTRODUCTION</b>	<b>1</b>
<b>1 CADRE GENERAL DE L'ÉTUDE</b>	<b>5</b>
1.1 Harmonie Mutuelle . . . . .	5
1.1.1 Secteur d'activité . . . . .	5
1.1.2 Chiffres clés . . . . .	6
1.2 L'assurance emprunteur . . . . .	8
1.2.1 Principe et définition de l'assurance emprunteur . . . . .	8
1.2.2 Les différents types de prêt . . . . .	8
1.2.3 Les garanties proposées . . . . .	9
1.2.4 Le cadre législatif . . . . .	10
1.2.5 Assurance emprunteur chez Harmonie Mutuelle . . . . .	11
1.3 La PRC en assurance emprunteur . . . . .	12
1.3.1 Définition et Calcul de la PRC . . . . .	13
1.3.2 Les principaux leviers de calcul de la PRC . . . . .	15
1.3.3 Tables de provisionnement . . . . .	16
1.4 Réglementation solvabilité 2 . . . . .	17
1.4.1 De Solvabilité 1 à Solvabilité 2 . . . . .	17
1.4.2 Les piliers de Solvabilité 2 . . . . .	18
1.4.3 Le bilan prudentiel . . . . .	19
<b>2 MÉTHODES DE CONSTRUCTION D'UNE TABLE</b>	<b>21</b>
2.1 Modèles de durée . . . . .	21
2.1.1 Notions mathématiques . . . . .	21
2.1.2 Censure à droite et troncature à gauche . . . . .	22
2.2 Estimateur des taux bruts . . . . .	24
2.2.1 Estimateur de Kaplan-Meier . . . . .	24
2.2.2 Estimateur des moments de Hoem . . . . .	26

2.3	Lissage des lois de maintien . . . . .	27
2.3.1	Modèle de Brass . . . . .	27
2.3.2	Ajustement logistique . . . . .	29
2.3.3	Lissage de Whittaker-Henderson . . . . .	29
<b>3</b>	<b>PRÉSENTATION DU PORTEFEUILLE EMPRUNTEUR</b>	<b>33</b>
3.1	Construction de la base de données . . . . .	33
3.1.1	Tables de données et variables utilisées . . . . .	33
3.1.2	Constitution de la base de données . . . . .	35
3.2	Statistiques descriptives de la base . . . . .	39
3.2.1	Description du portefeuille . . . . .	39
3.2.2	Etude de la durée de maintien par rapport à l'âge . . . . .	43
<b>4</b>	<b>APPLICATION DES MÉTHODES</b>	<b>47</b>
4.1	Estimation des taux bruts . . . . .	47
4.1.1	Estimation des taux bruts de sortie de l'AT . . . . .	48
4.1.2	Estimation du taux de maintien en arrêt de travail . . . . .	52
4.2	Estimation des lois de maintien . . . . .	54
4.2.1	Modèle de Brass . . . . .	54
4.2.2	Ajustement logistique . . . . .	58
4.2.3	Lissage de Whittaker-Henderson . . . . .	61
<b>5</b>	<b>COMPARAISON ET VALIDATION</b>	<b>63</b>
5.1	Comparaison des modèles . . . . .	63
5.1.1	La distance du Khi-deux . . . . .	63
5.1.2	Le ratio SMR (Standardized Mortality Ratio) . . . . .	64
5.1.3	Le critère de fidélité . . . . .	65
5.1.4	Le critère de régularité . . . . .	66
5.2	Encadrement des taux lissés . . . . .	67
<b>6</b>	<b>IMPACT ET TEST DE SENSIBILITE</b>	<b>71</b>
6.1	Étude d'impact de la table d'expérience sur les provisions . . . . .	71
6.1.1	Impact de la nouvelle table sur l'évaluation de la PRC . . . . .	71
6.1.2	Impact de la nouvelle table sur l'évaluation du BE . . . . .	75
6.2	Test de sensibilité au taux d'actualisation . . . . .	76
	<b>CONCLUSION</b>	<b>77</b>
	<b>ANNEXES</b>	<b>78</b>

<b>A</b>	<b>Statistiques descriptives</b>	<b>79</b>
A.1	Statistiques univariées . . . . .	79
A.2	Statistiques bivariées . . . . .	80
<b>B</b>	<b>Lissage des lois de maintien</b>	<b>81</b>
B.1	Modèle de Brass . . . . .	81
B.2	Whittaker-Henderson . . . . .	82
	<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	<b>83</b>





## LISTE DES FIGURES

1.1	Ratio de couverture du SCR et du MCR d'Harmonie Mutuelle . . . . .	7
1.2	Évolution du C.A. d'Harmonie Mutuelle entre 2021 et 2022 . . . . .	7
1.3	les trois piliers de Solvabilité 2 . . . . .	19
1.4	Représentation du bilan comptable et bilan prudentiel . . . . .	19
2.1	Schéma de passage des différents états . . . . .	22
2.2	Schéma de passage des différents états . . . . .	23
3.1	Distribution (boxplot) de l'ancienneté et de l'âge . . . . .	39
3.2	Dispersion de l'ancienneté par rapport à l'âge . . . . .	40
3.3	Répartition des sinistres par année de survenance . . . . .	41
3.4	Distribution du nombre de sinistres selon l'âge à la survenance de l'arrêt de travail . . . . .	42
3.5	Distribution du nombre de sinistres selon la durée de l'arrêt de travail .	43
3.6	Durée moyenne de maintien en arrêt de travail par âge à la survenance .	44
3.7	Distribution de l'ancienneté selon la classe d'âge à la survenance . . . . .	45
4.1	Comparaison des taux bruts de sortie estimés par Kaplan-Meier et par Hoem . . . . .	48
4.2	Comparaison des taux bruts de sortie estimés et des taux de sortie de la table BCAC . . . . .	50
4.3	Estimation des taux bruts de maintien en AT . . . . .	52
4.4	Lissage du taux de sortie en AT par la méthode de Brass . . . . .	57
4.5	Lissage du taux de sortie en AT par ajustement logistique . . . . .	60
4.6	Choix des paramètres de Whittaker-Henderson . . . . .	62
5.1	Encadrement des taux ajustés . . . . .	69
6.1	Engagement de l'assureur pour le versement d'une rente mensuelle de 1 €	72

6.2	Rapport entre la VAP issue de la table d'expérience et la VAP issue de la table BCAC . . . . .	73
A.1	Distribution de la durée de maintien en arrêt de travail . . . . .	79
B.1	Test de linéarité entre les logits des taux bruts et les logits des taux de référence . . . . .	81
B.2	Essais des différents paramètres $h$ et $z$ . . . . .	82

## LISTE DES TABLEAUX

3.1	Listes des variables retenues . . . . .	34
3.2	Liste des anomalies déterminées sur les dates . . . . .	37
3.3	Liste des anomalies déterminées sur les autres variables . . . . .	38
3.4	Statistiques globales sur les variables . . . . .	40
4.1	RMSE du modèle de Brass en fonction des plages d'ancienneté . . . . .	54
4.2	Test de bruit blanc et de normalité des résidus du modèle de Brass . . . . .	56
4.3	RMSE du modèle logistique en fonction des plages d'ancienneté . . . . .	58
4.4	Test de bruit blanc et de normalité des résidus du modèle logistique . . . . .	59
5.1	Comparaison des distances de Khi-deux des modèles d'ajustement . . . . .	64
5.2	Comparaison du ratio SMR des modèles d'ajustement . . . . .	65
5.3	Comparaison du critère de fidélité des modèles d'ajustement . . . . .	66
5.4	Comparaison du critère de régularité d'ordre 1 des modèles d'ajustement . . . . .	66
5.5	Comparaison du critère de régularité d'ordre 1 des modèles d'ajustement . . . . .	67
6.1	Évaluation de la PRC suivant les différentes tables . . . . .	74
6.2	Évaluation du BE Central suivant les différentes tables . . . . .	75
6.3	Évaluation des provisions suivant le taux technique . . . . .	76
A.1	Répartition des sinistres par sexe . . . . .	79
A.2	Répartition du nombre d'arrêts de travail par durée de maintien et par âge à la survenance . . . . .	80
A.3	Test de corrélation de Pearson et Spearman entre la durée de maintien et l'âge à la survenance . . . . .	80
A.4	Test du Khi-deux entre la durée de maintien et l'âge à la survenance . . . . .	80



# INTRODUCTION

Selon France Assureurs, le marché de l'assurance emprunteur est en pleine croissance. Une augmentation des cotisations de 4,6% a été observée entre 2020 et 2021. Exigée par les banques, l'assurance emprunteur est un produit d'assurance indispensable lors de la mise en place d'un crédit. Cette couverture a un double intérêt. D'une part, elle permet à l'emprunteur de se couvrir contre les aléas de la vie (décès, incapacité temporaire de travail ou invalidité permanente) en lui donnant le droit de conserver son bien. D'autre part, elle protège l'organisme de prêt en garantissant tout ou partie du remboursement du prêt en fonction du sinistre réalisé.

Bien qu'étant une assurance temporaire, l'assurance emprunteur expose les organismes d'assurance ainsi que les mutuelles telles que Harmonie Mutuelle, à de fortes dépenses si les événements couverts viennent à se réaliser. Le montant de la prime en assurance emprunteur est généralement nivelé, c'est à dire constant durant toute la période du prêt. Par ailleurs, le montant de la prestation (capital restant dû) décroît avec le temps. De ce fait, il peut exister un gap entre la prime payée par l'assuré et le niveau de risque supporté par l'assureur ; et ce gap est généralement pris en compte par les assureurs sous forme de provisions.

Afin de pouvoir faire face à ses engagements, Harmonie Mutuelle doit donc constituer des provisions au passif de son bilan. Dans le cas de l'assurance emprunteur, il s'agit des provisions pour risques croissants (PRC). Ces dernières résultent de l'engagement de l'assureur à maintenir son tarif pendant toute la durée du prêt tandis que le risque évolue avec le temps. Pour chaque risque couvert, la PRC est calculée : on a donc une PRC pour le risque décès (généralement appelée provisions mathématiques)

et une PRC pour le risque arrêt de travail (AT).

En outre, la mise en place d'une série de lois par le gouvernement, a une influence sur les provisions à constituer. C'est le cas de la loi Hamon (2014) qui donne le droit à l'assuré de changer d'assureur dès la première année de son contrat ; de l'amendement Bourquin (2017) qui lui donne le droit de résilier son contrat à chaque date d'anniversaire ; ou encore de la loi Lemoine (2022) qui lui donne un droit de résiliation à tout moment. Toutes ces lois concourent à l'intégration de paramètres supplémentaires dans le calcul de la PRC afin de ne pas provisionner plus qu'il n'en faut.

Au regard de ce qui précède, l'assureur devra donc être assez prudent lors de son provisionnement, afin d'assurer ses engagements. Cependant, s'il provisionne beaucoup trop, il constatera des pertes techniques à l'instant  $t$  même si dans le temps ces dernières seront compensées. De ce fait, l'estimation de la PRC doit se faire de façon optimale. Par ailleurs, en matière de calcul de la PRC, la réglementation laisse une large interprétation aux assureurs. Ainsi, de nombreux paramètres - les lois de sinistralité, la loi de chutes (résiliation ou rachat), le taux technique, le niveau de mutualisation - peuvent être utilisés afin d'optimiser la PRC. C'est dans cette optique que Harmonie Mutuelle souhaite donc améliorer le procédé de calcul de la PRC pour son produit emprunteur.

En 2020, la mutuelle a fait certifier une table de mortalité d'expérience pour son portefeuille emprunteur. Cette table est plus prudente que la réalité. Par ailleurs, en 2021, une table de mortalité Best Estimate a été construite afin de mieux refléter la mortalité des adhérents ; et par conséquent optimiser la PRC pour le risque décès. Dans la même optique, il sera donc question de faire appel à d'autres leviers que la loi de survie pour optimiser la PRC non-vie.

Le but de ce mémoire est donc d'optimiser la PRC. Plus précisément, il sera question de construire une table de maintien en arrêt de travail. Pour ce faire, le mémoire sera structuré comme suit :

- \* **Le premier chapitre** présentera le cadre général de l'étude. Il y sera présenté Harmonie Mutuelle, l'assurance emprunteur, la PRC et la réglementation Solvabilité 2.
- \* **Le second chapitre** sera destiné à définir les différentes méthodes de construction de table d'expérience. Ce chapitre abordera les méthodes d'estimation des

taux bruts ainsi que celles concernant l'ajustement de la loi de maintien.

- \* **Le troisième chapitre** quant à lui donnera une vision générale de la base de données. On y trouvera le processus de construction de la base de données ainsi que l'analyse descriptive de celle-ci.
- \* **Le chapitre 4** présentera l'application des différentes méthodes de construction de la table de maintien.
- \* **Le cinquième chapitre** portera sur la comparaison des différents méthodes et l'encadrement du modèle retenue.
- \* **Le chapitre 6** analysera de l'impact de la table construite sur les provisions (S1) et le Best Estimate (S2) ; un test de sensibilité au taux d'actualisation sera également réalisé.





## Chapitre

### 1

# CADRE GENERAL DE L'ÉTUDE

Dans le but de mieux cerner la problématique de cette étude, il est important de s'imprégner du contexte de l'étude et des différents concepts clés. Dans ce chapitre, il sera donc question de présenter Harmonie Mutuelle, la notion d'assurance emprunteur, de PRC ainsi que la réglementation Solvabilité 2.

## 1.1 Harmonie Mutuelle

Cette section présente le secteur d'activité d'Harmonie mutuelle ainsi que quelques chiffres clés.

### 1.1.1 Secteur d'activité

Selon la définition tirée du Code de la Mutualité, « *la mutuelle est un groupement ayant la capacité civile, dont la création est soumise à déclaration. Le statut de la mutuelle relève du principe de l'autogestion. Elle poursuit un but non lucratif menant dans l'intérêt de ses membres, moyennant le versement d'une cotisation, à des actions de prévoyance, de solidarité et d'entraide* »[9]. Étant une société à but non lucratif qui appartient à ses adhérents, Harmonie Mutuelle est soumise aux dispositions du livre II du Code de la Mutualité.

Née de la fusion de plusieurs mutuelles jusqu'à septembre 2012, Harmonie Mutuelle fait partie du Groupe VYV. Le Groupe VYV est une Union Mutualiste de Groupe (UMG) créée le 13 septembre 2017. Il s'agit du premier acteur mutualiste de la santé et de la protection sociale en France. Issu de l'union de plusieurs acteurs mutualistes, le Groupe VYV a été créé afin d'apporter des réponses dans les domaines de soin, du logement, de la prévention, etc.

Considérée comme la première mutuelle de France, Harmonie Mutuelle accompagne ses adhérents et ses entreprises clientes au travers de différentes garanties et services d'assurance à savoir :

- \* **la complémentaire santé** : elle prend en charge les prestations non remboursées par l'assurance maladie.
- \* **la prévoyance** : elle apporte des solutions pour faire face aux situations non prévisibles et protéger le capital de ses adhérents.
- \* **l'épargne - retraite** : elle fournit un complément de revenus permettant d'envisager l'avenir en toute sérénité.
- \* **la prévention** : elle agit sur les déterminants de la santé (alimentation, environnement, logement, ...) en accompagnant les adhérents à travers de nombreux conseils, ateliers et paroles d'experts.
- \* **l'assurance de biens** : elle protège les biens et prévient des risques juridiques.

La grande diversité de ses produits tant en assurance de biens qu'en assurance de personnes montrent bien son souci de satisfaire sa clientèle. Harmonie Mutuelle est donc une mutuelle qui s'adresse à la fois aux particuliers, aux entreprises et aux salariés de la fonction publique.

### 1.1.2 Chiffres clés

Au 31 décembre 2022, les fonds propres éligibles s'élèvent à 2,20 milliards d'euros ce qui couvrent largement les exigences de capital (SCR et MCR)[11]. En effet, les fonds propres sous Solvabilité 2 représentent 2,5 fois le capital de solvabilité requis (qui s'élève à 890,2 millions) et 10 fois le minimum de capital requis qui vaut 223 millions d'euros.

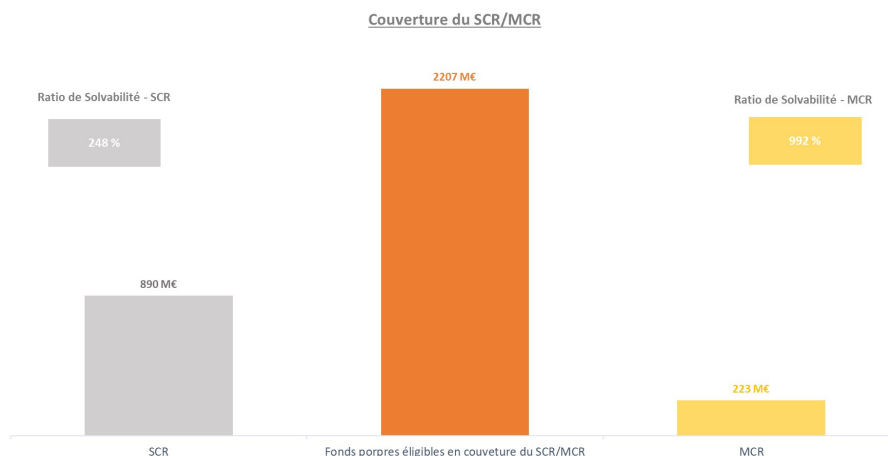


FIGURE 1.1 – Ratio de couverture du SCR et du MCR d’Harmonie Mutuelle

En outre, Harmonie Mutuelle compte plus de 5 millions de personnes protégées et plus de 69 000 entreprises clientes. Protéger tous ces adhérents lui rapporte un chiffre d’affaires qui s’élève à 2,84 milliards bruts de réassurance. Comparé à 2021, on observe une progression de son chiffre d’affaires de près de 101 millions.

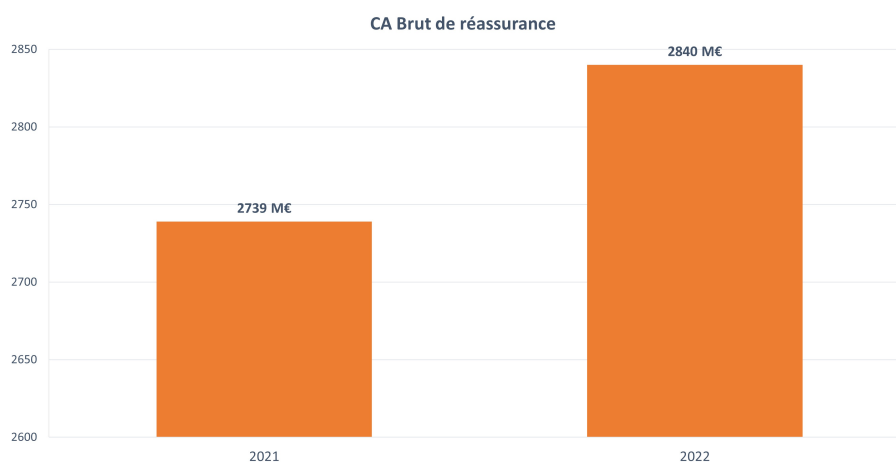


FIGURE 1.2 – Évolution du C.A. d’Harmonie Mutuelle entre 2021 et 2022

L’environnement dans lequel s’inscrit ce mémoire ayant été décrit ; nous pouvons désormais passer à la définition de l’assurance emprunteur.

## 1.2 L'assurance emprunteur

Dans cette section, il sera question de présenter le principe de l'assurance emprunteur, les différents types de prêts et son cadre législatif. Une description de l'assurance emprunteur selon Harmonie Mutuelle sera également faite dans cette section.

### 1.2.1 Principe et définition de l'assurance emprunteur

Lors de la mise en place d'un crédit, notons que l'emprunteur a une dette vis-à-vis de sa banque. Autrement dit, lorsqu'une banque met à disposition des fonds sous forme de prêt, elle attend en contrepartie le remboursement du montant prêté augmenté d'une rémunération (appelée intérêts) suivant un échéancier. Par ailleurs, la banque souhaitant rester solvable, va chercher à se couvrir du risque de défaut de son emprunteur. En effet, suivant différentes causes (décès, arrêt de travail ou perte d'emploi), l'emprunteur peut ne plus être en mesure de respecter son engagement. C'est dans cette optique que l'assurance emprunteur a été créée.

L'assurance emprunteur est donc une assurance qui couvre tout ou partie du capital restant dû d'un emprunt en cas de survenance de certains sinistres et en contrepartie du versement de primes[2]. Selon le comité consultatif du secteur financier (CCSF)[5], elle est définie comme étant : *“Assurance temporaire souscrite à l'occasion de la mise en place d'un crédit, qui garantit la prise en charge de tout ou partie du crédit en cas de survenance de certains événements (par exemple en cas de décès de l'emprunteur, en cas de perte totale et irréversible d'autonomie (PTIA), invalidité permanente, incapacité temporaire de travail, et éventuellement la perte d'emploi)”*[5].

### 1.2.2 Les différents types de prêt

De nos jours, nombreux sont les ménages qui souhaitent effectuer un emprunt auprès des établissements de crédit afin de réaliser leur projet. En fonction de la nature de leur projet, on distingue trois types de prêt :

- \* **les prêts immobiliers** : ils permettent le financement d'un bien immobilier. La durée moyenne de souscription à ce prêt est de 20 ans en moyenne.
- \* **les prêts à la consommation** : ce sont des prêts destinés aux particuliers voulant financer des projets autres que l'acquisition d'un bien immobilier. Les

établissements de crédit signent des contrats entre 3 et 84 mois.

- \* **les prêts professionnels** : ils sont destinés à financer un bien à usage strictement professionnel.

Le marché de l'assurance emprunteur pesait un peu plus de 11 milliards d'euros en 2021[3]. Il était principalement constitué des cotisations pour l'assurance de prêt immobilier à hauteur de 67% contre 24% de cotisations pour l'assurance de prêt à la consommation.

### 1.2.3 Les garanties proposées

Les principales garanties proposées par l'assurance emprunteur sont :

- \* **la garantie décès** : cette garantie est toujours présente dans un contrat d'assurance emprunteur mais avec un âge limite de couverture. Elle se déclenche lorsque l'assuré décède. Au décès de ce dernier, l'organisme d'assurance verse le capital restant dû à la banque.
- \* **La garantie PTIA** : cette garantie ne s'enclenche que si l'assuré répond aux trois conditions cumulatives suivantes :
  - l'assuré doit être dans l'incapacité totale et définitive de pouvoir exercer une quelconque activité génératrice de revenus ;
  - il doit obligatoirement avoir recours à une tierce personne pour effectués 3 à 4 tâches ordinaires de la vie (faire sa toilette, s'habiller, se nourrir, se déplacer) et ceci de façon constante et définitive ;
  - il ne doit pas avoir atteint l'âge limite prévu par le contrat. Il s'agit soit de l'âge de départ à la retraite, soit il est compris entre 60 et 65ans.
- \* **la garantie arrêt de travail** : Cette garantie comprend le risque d'incapacité et le risque d'invalidité. Cette garantie cherche à couvrir les conséquences de maladie ou d'accident portant de manière temporaire ou permanente sur la possibilité d'exercer une activité professionnelle ou l'intégrité physique ou mentale. Elle permet de faire face à une baisse de revenus ou une hausse de dépenses. Les risques généralement couverts par cette garantie sont les suivants :

- ✦ **L'incapacité temporaire de travail totale ou partielle (ITT)** : ce risque concerne une situation temporaire (inférieur à 3 ans) pendant laquelle l'assuré ne peut exercer pleinement ou partiellement une activité professionnelle.
  - ✦ **L'invalidité permanente partielle (IPP)** : Ce risque est réalisé si, suite à un accident ou une maladie, l'assuré est reconnu partiellement inapte à l'exercice de toute activité rémunérée. Le plus souvent, on considère un assuré en situation d'IPP si celui-ci présente un taux d'incapacité au moins égale à 33% (taux évalué selon le barème médical du contrat d'assurance).
  - ✦ **L'invalidité permanente totale (IPT)** : On parle d'IPT si, suite à un accident ou une maladie, l'assuré est reconnu totalement inapte à l'exercice de toute activité rémunérée. Le plus souvent, on considère un assuré en situation d'IPT si celui-ci présente un taux d'incapacité au moins égale à 66%.
- \* **la garantie perte d'emploi** : cette garantie n'est couverte que si l'assuré a été licencié et que l'interruption de l'activité professionnelle donne le droit au versement de l'assurance chômage (généralement par Pôle Emploi).

Notons que les garanties les plus souscrites par les assurés sont la garantie décès et la garantie arrêt de travail. En 2021, selon France Assureurs, sur les 11 millions de cotisations acquises pour les contrats emprunteur, 71% représentent les cotisations de la garantie décès tandis que 27% des cotisations sont celles de la garantie arrêt de travail. Les garanties pertes d'emploi restent très peu souscrites.

#### 1.2.4 Le cadre législatif

La législation française en matière d'assurance en général et d'assurance emprunteur en particulier a beaucoup évolué ces dernières années. Afin de simplifier le changement de l'assureur et d'ouvrir le marché de l'assurance emprunteur à la concurrence, de nombreuses lois ont été adoptées. Parmi ces textes, nous pouvons citer :

- \* la **Loi Lagarde** (2010) qui a permis le libre choix de l'assurance emprunteur ;
- \* la **Loi Hamon** (2014) qui a ouvert le droit à résiliation à tout moment dès la première année du contrat ;

- \* l'**Amendement Bourquin** (2016) qui a étendu le droit de résiliation au-delà de la première année.

La dernière loi qui a été promulguée est la **Loi Lemoine** du 28 février 2022. Applicable depuis le 1<sup>er</sup> juin 2022 pour les nouveaux prêts, et le 1<sup>er</sup> septembre 2022 pour tous les contrats en cours à cette date, cette loi donne un accès plus juste, plus simple et plus transparent à l'assurance emprunteur. En effet, d'une part, elle donne le droit de résiliation à tout moment de l'assurance emprunteur et d'autre part, elle rend l'assurance emprunteur plus accessible pour les malades.

S'agissant du droit de résiliation, la Loi Lemoine, donne la possibilité à toute personne ayant contracté un prêt immobilier de résilier et de changer à tout moment d'assurance emprunteur et ceci sans frais. Elle impose également aux assureurs de communiquer le coût de l'assurance emprunteur pour huit ans.

En ce qui concerne l'accès des malades à l'assurance emprunteur, cette loi réduit à 5 ans le droit à l'oubli des anciens malades du cancer, de l'hépatite C et d'autres maladies chroniques. Elle supprime également le questionnaire de santé de l'assurance emprunteur pour un montant total d'emprunts inférieur à 200 000 € par assuré et dont l'échéance de remboursement intervient avant les 60 ans de ce dernier.

### 1.2.5 Assurance emprunteur chez Harmonie Mutuelle

L'assurance emprunteur chez Harmonie Mutuelle concerne principalement les prêts immobiliers. Le portefeuille Emprunteur est composé d'environ 50 produits avec des versions différentes. Les produits diffèrent sur plusieurs points : type d'assurance, structure tarifaire, âge et durée limite ...

- \* **Type d'assurance** : En fonction des variables de tarification utilisées, on distingue deux types d'assurance emprunteur :
  - une assurance basée sur le **capital restant dû (CRD)** ; le montant des cotisations est fonction de l'âge atteint annuellement et du capital restant dû ;
  - une assurance basée sur le **capital initial (CI)** le montant des cotisations est fonction de l'âge atteint au jour de l'adhésion et du capital initial de l'emprunt.

- \* **Sélection médicale** : A la souscription d'un contrat d'assurance emprunteur, en fonction du montant de capital souscrit et de l'âge de l'assuré, l'assuré a des formalités médicales à respecter. Ces dernières peuvent être sous forme de déclaration de bonne santé ou d'examens médicaux approfondis. En fonction des résultats, l'assuré peut payer des surprimes, avoir des pathologies exclues des garanties, ou encore se voir refuser l'assurance. Notons qu'avec la loi Lemoine, les questionnaires médicaux sont supprimés pour des montants d'emprunts inférieurs à 200 000 €.
- \* **Franchise** : La franchise non-vie est de 90 jours pour la majorité des produits. On peut retrouver toutefois des produits avec une franchise de 30 jours.
- \* **Âge limite** : L'âge limite des garanties non-vie est compris entre 60 et 68 ans selon les produits.
- \* **Durée limite** : La durée maximale d'un prêt est comprise entre 20 et 35 ans selon les produits. En moyenne, dans le portefeuille emprunteur, la durée d'un prêt est de 16 ans. Les assurés peuvent rembourser leur prêt plus tôt ou changer d'assurance.
- \* **Limite des capitaux** : Le capital minimum garanti est de 5 000 €. Le montant maximum de capital garanti pour un même assuré ne peut pas dépasser les 2 000 000 € pour les nouveaux produits, sauf accord du réassureur.

Le concept d'assurance emprunteur ayant été bien défini, il est important de s'intéresser à la notion de provision pour risques croissants (PRC) ; notion importante pour la compréhension l'intérêt de ce mémoire.

### 1.3 La PRC en assurance emprunteur

En assurance, on observe une inversion du cycle de production. Cela signifie que l'organisme d'assurance perçoit d'abord les primes et ensuite, s'il y a sinistre, il verse les prestations. De ce fait, afin de faire face à leurs engagements futurs, les assureurs doivent mettre en place des provisions. Dans le cas de l'assurance emprunteur, il s'agit de la PRC. Elle est le résultat d'un engagement de l'assureur qui maintient le montant de sa prime tout au long de la durée du prêt alors que le risque de l'assuré, lui évolue



dans le temps. Dans ce paragraphe, il sera donc question de définir la PRC, de donner la méthodologie de calcul et de présenter les différents leviers de calcul.

### 1.3.1 Définition et Calcul de la PRC

#### 1.3.1.1 Définition de la PRC

En assurance emprunteur, le risque décès concerne les opérations d'assurance sur la vie et le risque arrêt de travail concerne d'autres opérations d'assurance. De ce fait, en fonction du risque couvert, la notion de provisions pour risque croissant change. Il s'agit donc de « provisions mathématiques » pour le risque décès et de « provisions pour risques croissants » pour le risque arrêt de travail.

Selon l'article R343-3 du code des assurances[10], “ *la provision mathématique est la différence entre les valeurs actuelles des engagements respectivement pris par l'assureur et par les assurés. Pour des contrats faisant intervenir une table de survie ou de mortalité, les montants des provisions mathématiques doivent inclure une estimation des frais futurs de gestion qui seront supportés par l'assureur pendant la période de couverture au-delà de la durée de paiement des primes ou de la date du prélèvement du capital constitutif; l'estimation de ces frais est égale au montant des chargements de gestion prévus dans les conditions tarifaires de la prime ou du capital constitutif et destinés à couvrir les frais de gestion.* ”

Selon l'article R343-7 du code des assurances, “ *la provision pour risques croissants est une provision pouvant être exigée pour les opérations d'assurance contre les risques de maladie et d'invalidité et égale à la différence des valeurs actuelles des engagements respectivement pris par l'assureur et par les assurés.* ”

#### 1.3.1.2 Calcul de la PRC

Le calcul de la PRC pour la garantie AT se décompose en 2 parties : on a le calcul d'une part l'engagement de l'assureur et d'autre part celui de l'assuré.

##### \* Engagement de l'assureur

Noté  $VAP_{assureur}$ , il représente la valeur actuelle probable des flux futurs. Il s'agit plus précisément de l'espérance mathématique des flux futurs actualisés à la date de calcul. La  $VAP_{assureur}$  se calcule donc comme suit :

$$VAP_{assureur} = (\text{Montant de l' assiette assurée}) \times \\ (\text{Probabilité de rester dans le portefeuille}) \times (\text{Facteur d'actualisation})$$

Le montant de l'assiette assurée représente le capital restant dû qu'on va noter  $C_{x,t}^{AT}$  dans le cadre de l'arrêt de travail (et  $C_k$  dans le cadre du décès). La probabilité de rester dans le portefeuille correspond à la probabilité de rester en vie, de ne pas résilier le contrat tout en étant soumis au risque de sortir de l'arrêt de travail.

Pour obtenir la VAP de l'assureur pour un contrat  $j$ , on additionne toutes les projections à partir de l'année de calcul jusqu'à la fin du prêt. La formule mathématique de l'engagement de l'assureur pour le risque arrêt de travail est donc :

$$VAP_{assureur}^j(t) = \sum_{k=t}^{d-1} \frac{l_{x+k}}{l_x} \times \frac{l_{x,a+k}^{maintien}}{l_{x,a}^{maintien}} \times \frac{l_{a+k}^{Chute}}{l_a^{Chute}} \times (1+i)^{-(k+\frac{1}{2})} \times C_{x,t}^{AT}$$

avec :

$x$  : l'âge de l'assuré à la date de calcul

$i$  : le taux technique

$d$  : la durée du prêt

$l_x$  : le nombre de survivants à l'âge  $x$  donné par la table de mortalité

$l_a^{Chute}$  : le nombre de prêts non résiliés à l'ancienneté  $a$  du prêt donné par la loi de chute

$l_{x,a}^{maintien}$  : le nombre de personnes en AT depuis l'âge  $x$  et dont l'ancienneté est  $a$

$C_{x,t}^{AT}$  : le montant de capital en arrêt de travail à l'âge  $x$  en  $t$

### \* Engagement de l'assuré

Noté  $VAP_{assuree}$ , l'engagement de l'assuré comprend toutes les primes que ce dernier paie tout au long de la vie du contrat. La formule de la  $VAP_{assuree}$  est la suivante :

$$VAP_{assuree} = (\text{Prime perçue par l'assureur}) \times \\ (\text{Probabilité de rester dans le portefeuille}) \times (\text{Facteur d'actualisation})$$

Avec les notations définies ci-dessus et  $p_k$  qui correspond à la prime perçue par l'assureur, la formule mathématique de l'engagement assuré est la suivant :

$$VAP_{assure}^j(t) = \sum_{k=t}^{d-1} \tau \times p_k \times \frac{l_{x+k}}{l_x} \times \frac{l_{a+k}^{Chute}}{l_a^{Chute}} \times (1+i)^{-(k+\frac{1}{2})}$$

#### \* Provision pour risques croissants

Ayant l'engagement de l'assureur d'une part et celui de l'assuré d'autre part, la PRC peut être calculée. La PRC à l'instant  $t$  correspond à la différence des engagements assureur et assuré respectivement en  $t$  :

$$PRC_j(t) = VAP_{assureur}^j(t) - VAP_{assure}^j(t)$$

Avec la formule ci-dessus, la PRC est calculée selon une maille très fine et peut conduire à un résultat négatif. Afin d'obtenir la PRC du portefeuille, il faudrait donc sommer les PRC obtenues suivant des ensembles homogènes définies par l'organisme d'assurance. Par ailleurs, le montant de la provision ne peut pas être négative ; de ce fait, les engagements négatifs vont donc valoir zéro.

On a ainsi, en absence de mutualisation, la formule de la PRC pour  $m$  catégories de contrats homogènes :

$$PRC = \sum_m \max(\sum_{j=1, \dots, m} PRC_j; 0)$$

### 1.3.2 Les principaux leviers de calcul de la PRC

Les principaux leviers[6] qui impactent le montant de la PRC sont :

- \* **Le type de tarification du produit sous-jacent** : Étant donné que le montant de la prime intervient dans le calcul de la PRC, la méthode de tarification peut impacter le montant de la PRC. En assurance emprunteur, la méthode de tarification est fonction du capital initial et de l'âge à l'adhésion ou du capital restant dû et de l'âge atteint.
- \* **Le niveau de mutualisation des calculs** : Sur le marché, différentes méthodes de mutualisation sont utilisées. Les provisions étant définies comme étant strictement positives, d'un niveau d'agrégation à un autre elles peuvent être faibles

ou pas. Elles peuvent être calculées par risque, par contrat ou encore au global. L'ACPR préconise de faire un calcul tête par tête (c'est-à-dire aucune mutualisation) ou d'effectuer une mutualisation par risque.

\* **Le choix des paramètres de calcul :**

- ✦ **Le choix des lois de sinistralité :** pour le risque décès, le choix de la loi est imposé par l'article A 132-18 du Code des Assurances ; soit l'assureur utilise une table réglementaire, soit il utilise une table d'expérience (ce qui est recommandé par l'ACPR). Pour le risque arrêt de travail en revanche, l'Institut des Actuaire laisse place à une large interprétation car aucune position stricte ne semble exister.
- ✦ **L'utilisation ou non d'une loi de rachat :** la mise en place d'une loi de rachat peut permettre d'affiner la PRC. En effet, la PRC sera revue à la baisse car la sinistralité estimée sera plus faible en considérant les rachats et le vieillissement du portefeuille.

### 1.3.3 Tables de provisionnement

Comme indiqué ci-dessus, les tables utilisées pour le provisionnement sont des leviers de calcul de la PRC. On distingue deux types de table : les tables réglementaires et les tables d'expérience.

Dans le cadre de l'arrêt de travail, les tables réglementaires utilisées sont celles du BCAC (Bureau Commun des Assurances Collectives). Ces tables ont été initialement construites en 1993 à partir des portefeuilles des différentes compagnies d'assurance françaises. Suite à la réforme des retraites décalant l'âge de départ de 60 à 62 ans, les tables de provisionnement ont été prolongées de deux ans par l'arrêté du 24 décembre 2010. En 2013, les tables ont été actualisées pour prendre en compte l'évolution de la population AT et rallongées (passant l'âge de départ en retraite de 62 ans à 65 ans). Ces tables sont au nombre de trois :

- \* une **table de maintien en incapacité** : cette table permet de connaître la probabilité qu'une personne tombé en incapacité à l'âge  $x$  reste au moins  $t$  mois dans cet état ;

- \* une **table de passage en invalidité** : pour chaque âge  $x$ , la table donne la probabilité pour une personne de devenir invalide sachant que ladite personne était incapable au bout de  $t$  mois ;
- \* une **table de maintien en invalidité** : elle donne la probabilité qu'une personne rentrée en invalidité à l'âge  $x$  reste au moins  $t$  années dans cet état.

Ainsi, la construction d'une loi de maintien en « arrêt de travail », sans distinction de l'état « incapable » ou « invalide », se fait à partir des trois familles de lois usuelles fournies par le BCAC.

Malgré le fait que les tables réglementaires s'adaptent aux différentes réformes, ces dernières ne reflètent pas toujours la sinistralité de chaque organisme d'assurance. En effet, les tables réglementaires peuvent conduire à de mauvaises estimations de provisions car elles sont soit trop prudentes, soit pas assez. Dans ce cas, il convient de construire une table d'expérience à partir des données de son propre portefeuille.

La notion de PRC étant bien définie, il est important pour la suite de connaître la réglementation Solvabilité 2 afin de comprendre l'impact de la nouvelle méthodologie qui sera mise en place tout au long de ce mémoire. Le prochain paragraphe sera donc consacré à Solvabilité 2.

## 1.4 Réglementation solvabilité 2

Solvabilité 2 (S2) est une réglementation financière européenne qui a été mise en place afin de pallier aux limites de solvabilité 1 (S1). Dans cette section, il sera donc question de parler du passage de S1 à S2 et de présenter les différents piliers de Solvabilité 2 en générale et en particulier le bilan prudentiel.

### 1.4.1 De Solvabilité 1 à Solvabilité 2

Mise en place en 1973, la directive Solvabilité 1 était l'ancienne réglementation européenne pour les entreprises d'assurance et de réassurance. Elle était basée sur des ratios de solvabilité fixes qui ont été définis pour chaque entreprise d'assurance en fonction de sa nature et de ses activités. Les organismes d'assurance devaient donc disposer d'un minimum de fonds propres appelé EMS (Exigence de Marge de Solvabilité) pour

couvrir les risques qu'elles couvraient. Ces exigences étaient généralement basées sur des ratios de solvabilité tels que le ratio de capital de solvabilité ou le ratio de solvabilité de base.

Cependant, au cours de son existence, la norme S1 a montré de nombreuses limites parmi lesquelles :

- \* La non prise en compte de manière globale et systématique des risques encourus par les entreprises d'assurance et de réassurance. Sous S1 les organismes d'assurance se concentraient principalement sur les risques de crédit et de taux d'intérêt.
- \* La non prise en compte des risques liés à la volatilité des marchés financiers et aux risques de liquidité.
- \* Les exigences en matière de reporting étaient relativement peu détaillées et ne permettaient pas une analyse complète des risques encourus par les entreprises.
- \* La réglementation ne prévoyait pas de supervision adéquate pour garantir le respect des exigences de fonds propres.

C'est ainsi qu'en 2009 la nouvelle directive Solvabilité 2 a été adoptée. Mise en vigueur le 1er janvier 2016, Solvabilité 2 est un régime prudentiel mis en place dans le but de renforcer la solidité financière des entreprises d'assurance et de réassurance en leur imposant des exigences de fonds propres plus élevées.

### 1.4.2 Les piliers de Solvabilité 2

La réglementation S2 se décline en trois piliers[12] :

- \* Le pilier 1 représente les **exigences quantitatives** de la norme. Il vise à harmoniser les méthodes de calculs des provisions techniques et d'évaluation des actifs. Il permet également d'ajuster le capital nécessaire aux risques réellement pris.
- \* Le pilier 2 concerne les **exigences qualitatives** de la norme. A travers ce pilier, on s'intéresse au système de gouvernance de l'entreprise, à l'évaluation interne des risques.
- \* Le pilier 3 quant à lui concerne la communication des informations à destination du public et de l'autorité de contrôle. Il permet une transparence vis-à-vis du régulateur et des assurés.

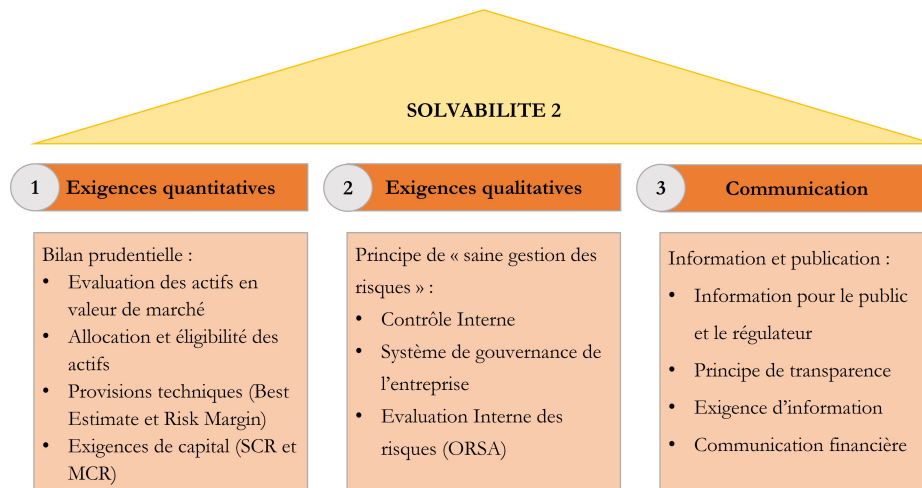


FIGURE 1.3 – les trois piliers de Solvabilité 2

### 1.4.3 Le bilan prudentiel

A la différence du bilan comptable, dans un bilan prudentiel, les actifs et les passifs sont évalués en valeur de marché. De plus, le niveau des fonds propres doit être de sorte à couvrir les exigences de de capital (SCR, MCR).

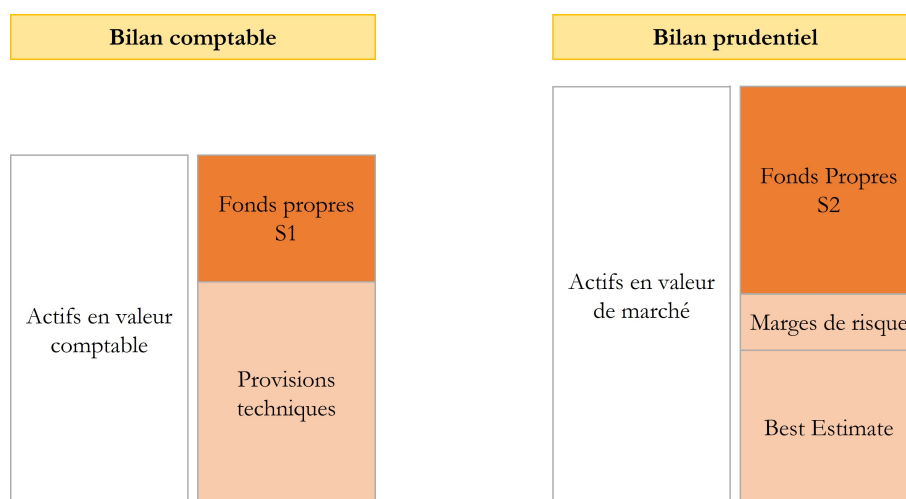


FIGURE 1.4 – Représentation du bilan comptable et bilan prudentiel

Dans solvabilité 2, les provisions techniques sont composées de la meilleure estimation (Best Estimate) et de la marge de risque (Risk Margin).

- \* **Le Best Estimate (BE)** : il correspond à la somme actualisée des flux futurs probables de trésorerie. Parmi les flux futurs, on retient les primes (dans la limite de la frontière des contrats), les prestations payées et les frais (frais de gestion, frais d'acquisition, etc). L'actualisation est effectuée avec une courbe de taux

fournie par l'EIOPA.

$$BE = \sum_k \frac{F_k \times p_k}{(1+i)^k}$$

avec :  $i$  les taux sans risque,  $k$  le nombre d'années de projection,  $p_k$  la probabilité et  $F_k$  le flux futur

- \* **Risk Margin (RM)** : il représente le coût d'immobilisation des fonds propres à détenir au titre des pertes imprévues. Son calcul est fait de telle sorte à garantir que la valeur des provisions techniques soit égale au montant que des organismes d'assurance demanderaient pour reprendre et honorer leurs engagements.

$$RM = CoC \times \sum_k \frac{SCR_k}{(1+i)^k}$$

Ce chapitre avait pour objectif de définir le cadre dans lequel s'inscrit notre étude. Les éléments nécessaires à une meilleure connaissance d'Harmonie Mutuelle ont tout d'abord été présentés. Il a également permis d'avoir une meilleure compréhension de la notion de PRC et des tables de provisionnement. Enfin, ce chapitre s'est achevé sur une présentation de la réglementation Solvabilité 2. Le contexte étant décrit, la question qui se pose est celle de savoir comment sont construites les tables d'expériences. Les différentes méthodes de construction des tables seront donc décrites dans le chapitre suivant.



# MÉTHODES DE CONSTRUCTION D'UNE TABLE D'EXPÉRIENCE

Afin d'estimer la loi qui prédit le mieux le phénomène de maintien en arrêt de travail, de nombreuses méthodes peuvent être mises en place. Ainsi, avant toute application de celles-ci, il est important de les présenter. Il sera donc question, premièrement, de définir les modèles de durées de façon générale. Ensuite seront présentées d'une part les méthodes d'estimation des taux bruts et d'autre part les méthodes de lissage des lois.

## 2.1 Modèles de durée

Construire une table de maintien en arrêt de travail revient à étudier la durée de maintien d'un individu en arrêt de travail. Pour cela, il est important de connaître les notions en rapport avec les modèles de durée. Les notions mathématiques ainsi que celles de censures et de troncatures seront donc abordées dans cette partie.

### 2.1.1 Notions mathématiques

Une table d'expérience correspond à l'estimation de la fonction de survie en fonction des paramètres. Dans le cas de l'arrêt de travail, les paramètres nécessaires à l'estimation de la loi de maintien sont l'âge à la survenance de l'AT et la durée de cet arrêt.

Soit l'univers de probabilité  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ . Soit  $T$  une variable aléatoire positive. La loi de probabilité de  $T$  peut être définie sous les différentes formes suivantes [15] :

- \* **Fonction de survie** : elle est définie comme étant la probabilité pour qu'un individu soit maintenu dans un état jusqu'à la date  $t$  :  $S(t) = P(T > t)$

- \* **Fonction de répartition** : elle désigne le complément de la fonction de survie :  

$$F(t) = P(T \leq t) = 1 - S(t)$$
- \* **Fonction de survie conditionnelle** : elle représente la probabilité pour un individu de rester dans un état entre les dates  $t$  et  $t + u$ , sachant qu'il était dans ledit état à la date  $t$  :  $S_u(t) = P(T > t + u | T > t) = \frac{P(T > t + u)}{P(T > t)} = \frac{S(t+u)}{S(t)}$
- \* **Fonction de hasard** : elle désigne la probabilité pour un individu de quitter un état dans un intervalle de temps très restreint après un instant  $t$  fixé, sachant qu'il a été dans cet état jusqu'au temps  $t$  :  $h(t) = \lim_{i \rightarrow 0} \frac{P(t \leq T < t+i | T > t)}{i} = \frac{f(t)}{S(t)}$
- \* **Fonction de hasard cumulée** : il s'agit de l'intégrale indéfini de la fonction de hasard :  $H(t) = \int_0^t h(s) ds = -\ln S(t)$

Étant donné que l'étude porte sur l'arrêt de travail, les différents états par lesquels l'assuré peut passer sont représentés ci-dessous :

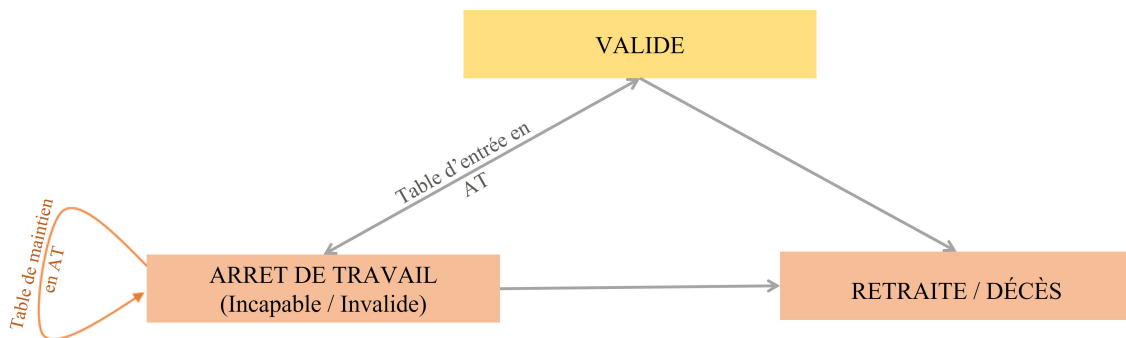


FIGURE 2.1 – Schéma de passage des différents états

Notons qu'une personne en AT peut sortir de son arrêt soit par la reprise de l'activité, soit par un départ en retraite ou encore par son décès.

Au regard des précédentes formules, pour établir une table de maintien en arrêt de travail, le phénomène de sortie de l'AT pourrait être étudié. Par conséquent, une table de sortie de l'arrêt de travail peut être utilisée.

### 2.1.2 Censure à droite et troncature à gauche

Les données manquantes ou incomplètes sont des problèmes rencontrés très souvent lors de l'étude des durées. En effet, les observations sont limitées dans le temps. Certains individus sont déjà en arrêt de travail en début de période d'observation et

certaines le sont toujours à la fin de la période. La durée observée n'est donc pas la durée totale du maintien. Cela est principalement dû aux phénomènes de censure et de troncature.

#### \* Censure à droite

On parle de censure lorsque l'on dispose d'une information partielle sur la valeur de la variable aléatoire  $T$  modélisant la durée. Autrement dit,  $T$  est dite **censurée à droite** si le risque étudié (la sortie de l'arrêt dans le cas du mémoire) n'est pas réalisé.

Soit  $Y_i$  la durée de vie de l'individu  $i$ . Cet individu possède une censure à droite si sa distribution devient inconnue au-delà d'un certain seuil  $c_i > 0$ . Ainsi, toute observation peut être décrite par le couple  $(T_i, D_i)$  avec :

$$T_i = \min(Y_i; c_i) \text{ et } D_i = \mathbb{1}_{\{Y_i > T_i\}}.$$

#### \* Troncature à gauche

On parle de troncature à gauche lorsque la variable d'intérêt  $T$  n'est pas observable; autrement dit, lorsque  $T$  est inférieure à un seuil  $c > 0$ . Dans ce cas, on perd complètement l'information sur l'observation contrairement au phénomène de censure.

Les phénomènes précédents sont décrits dans la figure ci-dessous.

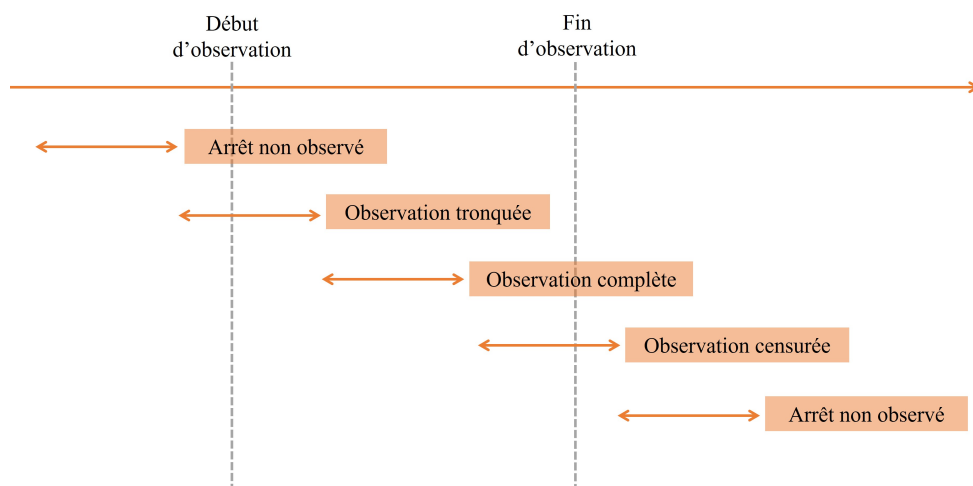


FIGURE 2.2 – Schéma de passage des différents états

Les notions clés des modèles de durée ayant été présentées, nous pouvons passer à la description des différentes méthodes d'estimation des taux bruts.

## 2.2 Estimateur des taux bruts

L'estimation des taux bruts de sortie de l'arrêt de travail, peut se faire suivant différentes méthodes : estimateur de Kaplan Meier, estimateur de Hoem.

Soit  $n$  individus en arrêt de travail de même âge  $x \in \mathbb{R}$  à la survenance. Considérons l'échantillon de durées d'inactivité  $(Y_{x,1}, Y_{x,2}, \dots, Y_{x,n})$  auquel sont associées les censures à droite  $(c_{x,1}, c_{x,2}, \dots, c_{x,n})$  et les troncatures à gauche  $(\tau_{x,1}, \tau_{x,2}, \dots, \tau_{x,n})$ .

Soit le couple  $(T_{x,i}, D_{x,i})$  défini comme suit :

$$T_{x,i} = \min(Y_{x,i}; c_{x,i}) \text{ et } D_{x,i} = \mathbb{1}_{\{Y_{x,i} > T_{x,i}\}} \text{ avec } Y_{x,i} = \{Y_{x,i} | Y_{x,i} > \tau_{x,i}\}$$

### 2.2.1 Estimateur de Kaplan-Meier

#### 2.2.1.1 Définition de l'estimateur

L'estimateur de Kaplan-Meier permet d'estimer une fonction de maintien dans un état. C'est un estimateur de la distribution de la probabilité de ne pas avoir connu l'événement auquel on s'intéresse au cours du temps. Dans le cas du maintien en arrêt de travail, l'événement qui nous intéresse est la sortie de l'arrêt de travail.

Le principe de l'estimation de Kaplan-Meier [8] repose sur l'idée selon laquelle être dans un état après la date  $t$ , c'est être dans cet état juste avant la date  $t$ , sans toutefois quitter cet état à cet instant. Ainsi, cette estimation n'implique aucune hypothèse sur la loi de l'événement étudié ; et la probabilité de rester dans un état à un instant donné peut se calculer de façon conditionnelle. La méthode d'estimation de Kaplan-Meier est donc une méthode non paramétrique. De plus, cette méthode prend en compte les censures et les troncatures.

Soit  $k \geq 0$  et les instants  $0 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{k-1} < t_k$ . Notons  $I_j = ]t_{j-1}, t_j]$  avec  $j = 1, 2, \dots, k$ . A chaque instant  $t_j$ , nous définissons :

- \*  $n_j$  : le nombre des individus qui sont en arrêt de travail à l'instant  $t_j$  :  $n_j = \sum_{i=1}^n \mathbb{1}_{\{T_{x,i} > t_{j+1}\}}$
- \*  $m_j$  : le nombre de sorties de l'arrêt de travail durant l'intervalle  $I_j$  :  $m_j = \sum_{i=1}^n D_j \mathbb{1}_{\{T_{x,i} > t_j\}}$
- \*  $c_j$  : le nombre de censures durant l'intervalle  $I_j$

La probabilité de sortie de l'arrêt de travail dans l'intervalle de temps  $I_j$ , sachant que l'individu était en AT en  $t_{j-1}$  peut être estimée comme suit :

$$q_j = P(Y \leq t_j | Y > t_{j-1}) = \frac{m_j}{n_j}$$

La formule de la fonction de survie est donc :

$$\begin{aligned} \hat{S}_x(t_j) &= P(Y > t_j) = P(Y > t_j, Y > t_{j-1}, Y > t_{j-2}, \dots, Y > t_0) \\ &= P(Y > t_j | Y > t_{j-1}) \times P(Y > t_{j-1} | Y > t_{j-2}) \times \dots \times P(Y > t_0) \end{aligned}$$

$$\text{D'où : } \hat{S}_x(t_j) = \prod (1 - q_j)$$

En faisant tendre  $\Delta_k = \sup_j]t_{j-1}, t_j] \rightarrow 0$  et  $k \rightarrow \infty$ , en d'autres termes, en faisant tendre la longueur de chaque intervalle  $I_j$  vers 0, Kaplan et Meier[8] ont montré dans leurs travaux que :

$$\hat{S}_x(t) = \hat{S}_{KM}(t) = \prod \left(1 - \frac{m_i}{n_i}\right)^{\delta_i}$$

avec :  $\delta_i$  qui représente l'indicateur de censure tel que  $\delta_i = \mathbb{1}_{T_{x,i}^* < t}$  ;  $T_{x,1}^*, T_{x,2}^*, \dots, T_{x,k}^*$  sont les  $k$  valeurs distinctes des durées non censurées ordonnées parmi  $T_{x,1}, T_{x,2}, \dots, T_{x,n}$ .

### 2.2.1.2 Propriétés de l'estimateur et intervalle de confiance des taux

Les propriétés de l'estimateur de Kaplan-Meier sont les suivantes :

- \* L'estimateur Kaplan-Meier est un **estimateur cohérent** de la fonction de survie. En effet, cet estimateur vérifie la formule ci-dessous [15] :

$$\hat{S}_x(t) = \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n \mathbb{1}_{]t, +\infty[}(T_{x,i}) + \sum_{i=1}^n \mathbb{1}_{]0, t]}(T_{x,i}) \mathbb{1}_{\{0\}}(D_{x,i}) \frac{\hat{S}_{KM}(t)}{\hat{S}_{KM}(T_{x,i})} \right)$$

- \* C'est également un **estimateur consistant**.

**Théorème** : Si la durée  $Y$ , de fonction de répartition  $F = 1 - S$ , et la censure, de fonction de répartition  $G$ , sont indépendantes, et si  $F$  et  $G$  n'ont aucune discontinuité commune, alors :  $\sqrt{n}(\hat{S}_{KM} - \hat{S}_x) \rightarrow W_s$  avec  $W_s$  un processus gaussien centré de fonction de covariance :

$$\text{cov}(W_s, W_t) = S(s)S(t) \int_0^{\min(s,t)} \frac{dF(u)}{S(u)^2 \times (1-G(u))}$$

- \* Cet estimateur admet de plus une variance pour laquelle un estimateur existe : c'est l'**estimateur de Greenwood**. La variance de Greenwood s'écrit alors, pour tout  $t \geq 0$ ,

$$\text{var}(\hat{S}_x(t)) = \hat{S}_{KM}^2(t) \sum_{T_{x,(i)} \leq t} \frac{D_{x,(i)}}{r_x T_{x,(i)} (r_x T_{x,(i)} - D_{x,(i)})}$$

A partir des propriétés précédemment présentées, l'expression de l'intervalle de confiance ponctuel de  $S_x(t)$  au niveau de confiance  $1 - \alpha$  est :

$$\left[ \hat{S}_x(t) - t_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\text{var}(\hat{S}_x(t))}; \hat{S}_x(t) + t_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\text{var}(\hat{S}_x(t))} \right]$$

Avec  $t_{\frac{\alpha}{2}}$  qui désigne le quantile d'ordre  $\frac{\alpha}{2}$  de la loi normale centrée réduite.

## 2.2.2 Estimateur des moments de Hoem

### 2.2.2.1 Modélisation mathématique

Contrairement à l'estimateur de Kaplan-Meier, l'estimateur de Hoem est un estimateur paramétrique. En effet, il repose sur l'hypothèse selon laquelle le nombre de sorties suit une loi binomiale. Pour cela, il faudrait que les individus soient indépendants. L'hypothèse d'indépendance des individus est difficile à démontrer et nous supposons donc qu'elle est vérifiée.

Le principe de cet estimateur est de considérer que l'assuré n'est exposé au risque de sortie de l'AT que dans l'intervalle de temps  $t$  et  $t + 1$  où il est sous observation. Autrement dit, un assuré n'est pris en compte que sur la période où il est effectivement sous risque :  $[\tau_{x,i}, T_{x,i}]$ .

Notons que pour tout  $t \geq 0$ , il existe  $(\alpha_{x,t,i}, \beta_{x,t,i}) \in [t, t + 1]^2$  tel que  $D'_{x,t,i} = D_{x,t,i} \mathbb{1}_{[t,t+1]}[T_{x,i}$  avec  $[\tau_{x,i}, T_{x,i}] \cap [t, t + 1] = [\alpha_{x,t,i}, \beta_{x,t,i}]$ .

Nous ferons l'hypothèse que le taux de sortie est constant sur chaque carré, ainsi pour tout  $t \geq 0$  et pour tout  $k \in [0, 1]$ , on a :  $kq_{x,t} = kq_{x,t}$ .

L'estimateur de Hoem, sans biais, s'écrit alors comme suit :

$$\hat{q}_{x,t} = \frac{\sum_{i=1}^n D'_{x,t,i}}{\sum_{i=1}^n (\beta_{x,t,i} - \alpha_{x,t,i})}$$

### 2.2.2.2 Propriété de l'estimateur et intervalle de confiance

Soit l'âge à la survenance  $x$ . Supposons les hypothèses suivantes :

- \*  $n$  : le nombre d'individu en AT à date  $t$  ;
- \*  $\sum_{i=1}^n (\beta_{x,t,i} - \alpha_{x,t,i})q_{x,t}$  : la probabilité de sortir de l'AT à la date  $t$  ;

- \*  $Z_{x,t} = \sum_{i=1}^n D'_{x,t,i}$  : la variable aléatoire qui désigne le nombre de sortie observées entre  $]t, t + 1]$

Notons que  $Z_{x,t} \sim \mathcal{B}(n; \sum_{i=1}^n (\beta_{x,t,i} - \alpha_{x,t,i})q_{x,t})$ ; l'espérance de l'estimateur de Hoem est donc :

$$E[\hat{q}_{x,t}] = E\left[\frac{Z_{x,t}}{\sum_{i=1}^n (\beta_{x,t,i} - \alpha_{x,t,i})}\right] = \frac{E[Z_{x,t}]}{\sum_{i=1}^n (\beta_{x,t,i} - \alpha_{x,t,i})} = \frac{\sum_{i=1}^n (\beta_{x,t,i} - \alpha_{x,t,i})q_{x,t}}{\sum_{i=1}^n (\beta_{x,t,i} - \alpha_{x,t,i})} = q_{x,t}$$

L'estimateur de Hoem est donc un **estimateur sans biais**

D'après le théorème de Moivre-Laplace, on a :

$$\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\beta_{x,t,i} - \alpha_{x,t,i})(q_{x,t} - \hat{q}_{x,t})}}{\sqrt{\hat{q}_{x,t}(1 - \hat{q}_{x,t})}} \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

A partir de l'expression précédente, on déduit l'expression des bornes l'intervalle de confiance de  $q_{x,t}$  :

$$\hat{q}_{x,t} \pm \sqrt{\frac{\hat{q}_{x,t}(1 - \hat{q}_{x,t})}{\sum_{i=1}^n (\beta_{x,t,i} - \alpha_{x,t,i})}} \times t_{\frac{\alpha}{2}}$$

Comparé à l'estimateur de Kaplan-Meier, l'estimateur de Hoem est nettement plus simple à déterminer car il est basé sur le principe de simple observation de l'assuré sous risque. Ayant une bonne connaissance des méthodes d'estimation des taux bruts de maintien, passons à la présentation des méthodes de lissage de ces taux.

## 2.3 Lissage des lois de maintien

Une fois que les taux bruts sont estimés, ces derniers présentent des irrégularités qui ne reflètent pas forcément le comportement du portefeuille. En effet, les taux bruts estimés se caractérisent par des volatilités qui sont dues à l'échantillon ou la population étudiée. Dès lors, il est alors indispensable d'utiliser des méthodes qui auront pour effet de lisser les taux bruts. Il sera donc question dans cette partie de décrire ces méthodes de lissage.

### 2.3.1 Modèle de Brass

Le modèle de Brass est un modèle qui a été utilisé pour la première fois dans le cadre du phénomène de mortalité. Ce modèle repose sur l'hypothèse que la distribution

de la mortalité dans une population est une fonction d'une distribution standard de la mortalité[14].

Ce modèle suppose qu'il existe une relation linéaire entre les logits des probabilités cumulées de décès associées aux distributions de mortalité observée et standard. L'utilisation d'une distribution standard de la mortalité permet alors de lisser les estimations observées de la mortalité par âge et de générer une distribution moins volatile par rapport aux distributions connues de la mortalité.

Selon AUBIN et ROLLAND[4], en absence d'une grande base données pour construire une table d'expérience, on peut utiliser la structure d'une table de référence et calibrer la sinistralité du portefeuille en fonction de celle-ci. La distanciation entre les deux tables permet donc d'identifier une relation mathématique entre la loi du portefeuille et la loi de référence.

La distanciation entre les deux tables peut donc se faire grâce au modèle de Brass. Ce modèle suppose donc qu'il existe une relation linéaire entre les logits des taux bruts estimés et les logits des probabilités issues de la table de référence. Dans le cas du mémoire, la table de référence sera la table du BCAC 2010.

Soit la fonction logit - fonction bijective :  $]0, 1[ \rightarrow \mathbb{R}$  - définie comme suit :

$$\text{logit}(q) = \ln\left(\frac{q}{1-q}\right)$$

Soit  $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$ . La relation linéaire définie dans le modèle de Brass s'écrit alors comme suit :

$$\text{logit}(q_{x,t}) = \alpha + \beta \times \text{logit}(q_{x,t}^{ref}) + \varepsilon_{x,t}$$

avec  $\varepsilon_{x,t}$  est un bruit blanc gaussien *iid* et  $q_{x,t}^{ref}$  le taux de sortie issue de la table de référence.

Notons que le paramètre  $\alpha$  désigne le niveau de sinistralité du portefeuille par rapport à celui de la population de référence. Le paramètre  $\beta$  quant à lui indique si l'évolution de la sinistralité est plus rapide dans l'une des populations que dans l'autre.

Après l'estimation des paramètres  $(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ , les taux ajustés peuvent être obtenus en inversant la fonction logistique, par la formule suivante :

$$\hat{q}_{x,t} = \frac{\exp(\hat{\alpha} + \hat{\beta} \times \text{logit}(q_{x,t}^{ref}))}{1 + \exp(\hat{\alpha} + \hat{\beta} \times \text{logit}(q_{x,t}^{ref}))}$$



### 2.3.2 Ajustement logistique

L'ajustement logistique suppose qu'il existe une relation linéaire entre le logit des taux et les variables explicatives. En effet,  $q_{x,t} \in ]0, 1[$ , par conséquent comme dans le cas de la régression logistique, le modèle logistique est défini comme suit :

$$\text{logit}(q_{x,t}) = \beta_0 + \sum_j \beta_j X_{j,x,t} + \varepsilon_{x,t}$$

avec  $\varepsilon_{x,t}$  est un bruit blanc gaussien *iid* et  $X_{j,x,t}$  la variable explicative  $j$ .

A partir de la formule de l'inverse du logit :  $y \rightarrow \frac{\exp y}{1+\exp y}$ , nous obtenons la relation suivante :

$$\hat{q}_{x,t} = \frac{\exp(\hat{\beta}_0 + \sum_j \hat{\beta}_j X_{j,x,t})}{1 + \exp(\hat{\beta}_0 + \sum_j \hat{\beta}_j X_{j,x,t})}$$

Dans le cadre du mémoire, les variables explicatives sont l'âge à la survenance et la durée de l'arrêt de travail. Les formules ci-dessus deviennent donc :

$$\text{logit}(q_{x,t}) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 t + \varepsilon_{x,t} \text{ et } \hat{q}_{x,t} = \frac{\exp(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x + \hat{\beta}_2 t)}{1 + \exp(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x + \hat{\beta}_2 t)}$$

Les paramètres du modèle  $(\beta_0, \beta_1, \beta_2)$  sont donc déterminés par régression linéaire en observant les taux de sortie brutes, l'âge et l'ancienneté de l'AT.

### 2.3.3 Lissage de Whittaker-Henderson

La méthode de lissage de Whittaker-Henderson est une méthode de lissage non paramétrique. Cette méthode a pour objectif d'obtenir le meilleur arbitrage entre le lissage des données brutes et la régularité des estimations. Le principe de cette méthode est donc de minimiser la somme des critères de fidélité et de régularité afin d'obtenir le lissage des taux. Dans le cadre de cette étude seul le cas unidimensionnel<sup>1</sup> de la méthode de Whittaker Henderson sera développé.

Soit :

- \*  $U$  : vecteur de dimension  $n$  contenant les valeurs des taux bruts à lisser  $U = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ .
- \*  $V$  : vecteur de dimension  $n$  contenant les valeurs des taux lissés  $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ .

---

1. Il sera expliqué dans le chapitre 5 la raison pour laquelle c'est le cas unidimensionnel de la méthode de Whittaker-Henderson qui est développé

- \*  $W$  : matrice diagonale des poids, poids qui sont en adéquation avec les données.  
Dans le cas de l'étude,  $W$  sera la matrice diagonale des expositions.
- \*  $z$  : paramètre du modèle permettant d'augmenter la régularité des taux.

Nous définissons les critères comme suit :

- \* **Critère de fidélité**

$$F = \sum_{i=1}^n w_i \times (u_i - v_i)^2$$

- \* **Critère de régularité**

$$S = \sum_{i=1}^{n-z} (\Delta_z(u_i))^2$$

Où par définition :  $\Delta(u_i) = u_{i+1} - u_i$  et  $\Delta_z(u_i) = \underbrace{\Delta(\Delta(\dots \Delta(u_i)))}_{z \text{ fois}} = \sum_k \binom{u}{k} (-1)^{u-k} u_{i+k}$

Soit  $K_z$  la matrice définie par :  $K_z \cdot U = \begin{pmatrix} \Delta_z(u_1) \\ \dots \\ \Delta_z(u_{n-z}) \end{pmatrix}$ ,  $K_z$  est donc une matrice  $(n-z) \times n$ . On cherche donc à minimiser  $M$  défini comme suit :  $M = F + h \times S$ .

$M$  peut également s'écrire sous la forme suivante :

$$M = {}^t(V-U)W(V-U) + h \times {}^tV({}^tK_z K_z)V = {}^tVWV - 2{}^tVWU + {}^tUWU + h{}^tV{}^tK_z.K_zV$$

Pour minimiser  $M$ , il faut résoudre le problème d'optimisation suivant :  $\frac{\partial M}{\partial V} = 0$ , ce qui conduit à :

$$\frac{\partial M}{\partial V} = 2WV - 2WU + 2h \times {}^tK_z K_z V = 0$$

La solution du problème de lissage est :  $\hat{V} = (W + h({}^tK_z.K_z))^{-1}WU$ .

Ainsi,  $\hat{V}$  représente le vecteur des taux de sortie lissés ; autrement dit, il s'agit du vecteur des taux de la table d'expérience.

Arrivé au terme de ce chapitre, il était question de présenter les différentes méthodes de construction d'une table d'expérience qui seront mise en place tout au long de cette étude. Notons que la construction d'une table se déroule en deux principales étapes. La première étape est celle de l'estimation des taux bruts. L'estimation de ces derniers se fera par la méthode Kaplan-Meier d'une part et par la méthode de Hoem

---

d'autre part. La seconde étape de la construction d'une table consiste à lisser les taux bruts estimés. Pour l'ajustement des taux, les méthodes retenues sont le lissage de Whittaker-Henderson, le modèle de Brass et l'ajustement logistique. Ces différentes méthodes ayant été décrites, il est tant de parcourir et d'analyser les données de cette étude.



# PRÉSENTATION DU PORTEFEUILLE EMPRUNTEUR

**A**vant toute modélisation mathématique, il est important de construire une base de données fiable et d'avoir une bonne connaissance de celle-ci. Il sera donc question d'une part de présenter les étapes de construction de la base de données de travail ; et d'autre part de faire une étude approfondie de ladite base de données.

## 3.1 Construction de la base de données

Pour construire une table d'expérience, il est important de constituer une base de données propre et fiable qui dispose de toutes les informations nécessaires. Premièrement, il sera donc question de décrire les données utilisées. Ensuite, les différents retraitements et contrôles de cohérence seront présentés.

### 3.1.1 Tables de données et variables utilisées

Les données utilisées pour la constitution de la base de données sont issues de plusieurs tables :

- \* la **table des assurés** : cette table contient les informations qui concernent l'assuré telles que son nom, prénom, adresse postal, etc.
- \* la **table des contrats** : elle contient les variables telles que le numéro du contrat, le type de contrat, le type de produit, la date de souscription, etc. Pour cette table, on s'intéresse uniquement aux contrats du portefeuille emprunteur.
- \* la **table des sinistres** : on y trouve toute information en rapport avec le sinistre : numéro de sinistre, date d'effet du sinistre, date de clôture, ... Cette table sera restreinte uniquement aux sinistres concernant l'incapacité et l'invalidité.

- \* la **table des prestations** : cette table recense tous les flux d'argent concernant l'indemnisation des sinistres et les dates de ces flux.

Ces tables contiennent l'ensemble des contrats et prestations depuis 2003. La date d'arrêt de l'étude retenue est le 31/12/2022. Les principales caractéristiques retenues afin de disposer d'informations optimales pour la construction de la table d'expérience sont classées comme suit :

<b>Caractéristiques de l'assuré</b>	Identifiant de l'assuré Nom et Prénoms Date de naissance Sexe
<b>Caractéristiques du contrat</b>	Numéro de contrat Identifiant de l'assuré Garanties et franchises Date de fin de contrat
<b>Caractéristiques du sinistre</b>	Numéro du sinistre Numéro de contrat Nature du sinistre (ITT,IPT,IPP) Date de déclaration du sinistre Date d'effet du sinistre Date de cloture du sinistre Montant des prestations Nombres de jours déclarés Motif de cloture du sinistre

TABLE 3.1 – Listes des variables retenues

### 3.1.2 Constitution de la base de données

Dans cette partie, il sera question de décrire les différentes étapes (jointure des tables, contrôle de cohérence et retraitement des données) suivies pour la constitution de la base de données.

#### 3.1.2.1 Jointure des tables de données

Ayant plusieurs tables de données apportant chacune des informations particulières, il est nécessaire de les joindre pour n'avoir qu'une seule base. Trois des tables précédemment citées sont stockées dans les entrepôts de données CapS (la table des contrats et celle des assurés), SINEO (table des sinistres). Ces entrepôts sont accessibles à travers le logiciel SAS. Il n'y a que la table des prestations qui a été importée. Ainsi, toutes les manipulations (jointures, retraitement) qui vont suivre ont été effectuées à l'aide du logiciel SAS.

Premièrement, une jointure a été effectuée entre la table des contrats et celle des assurés. Cette première jointure permet de retenir uniquement les assurés qui ont souscrit à un contrat d'assurance emprunteur. Par la suite, une seconde jointure est faite entre la base précédemment créée et la table des sinistres. Ainsi, on obtient pour chaque sinistre, les informations sur le contrat et sur l'assuré. Désormais, tous les sinistres sont recensés même ceux qui n'ont pas été indemnisés. Il serait alors important lors du retraitement de se restreindre aux sinistres qui ont été indemnisés car seuls ces derniers apparaissent dans le calcul de la PRC (dans la partie engagement de l'assureur). De ce fait, une dernière jointure est donc effectuée avec la base des prestations.

Pour chaque sinistre, on a donc sur la même ligne les informations concernant le contrat, l'assuré, ledit sinistre et les prestations payées. Une première base a été créée mais avant de l'utiliser pour les différentes analyses et modélisations, il est important d'effectuer des retraitements.

#### 3.1.2.2 Retraitement des données

##### \* Agrégation des données

Le fichier initial obtenu comprend 3233 lignes qui correspondent aux sinistres d'incapacité et d'invalidité sur une période allant de 2003 à 2022. En vérifiant la somme totale des prestations en sortie de SAS, on remarque que le montant des prestations

a pratiquement doublé. On vérifie ainsi s'il existe des doublons en comparant pour chaque sinistre le montant de la prestation importé dans SAS et celui en sortie de SAS. En effet, 29,10% des lignes représentent des doublons. Ce fort taux de doublons est principalement dû aux erreurs de frappes lors de l'enregistrement des assurés ou des sinistres. En effet, un même assuré pouvait avoir le nom, la date de naissance ou le sexe qui diffère d'une ligne à une autre. A la suite de la suppression de ces doublons, il reste 2282 lignes dans le fichier de départ.

Ensuite, pour chaque sinistre, on contrôle si le montant total des prestations n'est pas nul. En effet, certains sinistres ont été déclarés sans toutefois donner lieu à une indemnisation. Cela est dû soit à la franchise non atteinte, soit à une exclusion aux conditions générales ou particulières du contrat. Ces sinistres sont donc écartés de l'étude. Après suppression, la nouvelle base compte 1709 lignes.

Étant donné que ce mémoire porte sur la garantie arrêt de travail, il convient de compter un sinistre ITT qui passe en invalidité comme un seul sinistre et non deux sinistres distincts. On compte ainsi 45 sinistres qui sont passés de l'incapacité à l'invalidité. De ce fait, on obtient un fichier de 1664 lignes après regroupement des sinistres.

Afin de conserver uniquement une ligne pour un seul et même sinistre, il convient d'agrèger les différentes lignes en sommant pour chaque sinistre le montant des prestations. L'on obtient ainsi, une base de 1449 lignes soit 44,82% du fichier initial.

Dans le cas de l'arrêt de travail, il faut également vérifier s'il n'y a pas de phénomène de rechute. Un arrêt de travail est considéré comme une rechute dès lors qu'il survient dans les 60 jours après la clôture du précédent pour un même fait générateur. De ce fait, les arrêts de travail et leur rechute doivent être agrégés. Pour cette étude, le nombre maximale de rechutes pris en compte est de 2. Il ressort donc 41 rechutes.

### \* Création de nouvelles variables

Pour la suite, il est nécessaire de créer des variables qui seront utiles pour l'étude. Les variables créées sont les suivantes :

- ✦ **Nb\_jr\_AT** : elle représente le nombre de jour de l'arrêt de travail.
- ✦ **Nb\_mois\_AT** : elle représente le nombre de mois de l'arrêt de travail.
- ✦ **Age\_surv** : il s'agit de l'âge de l'assuré à la survenance du sinistre.



- **Age\_fin** : il s'agit de l'âge de l'assuré à la fin de sinistre.
- **Année\_surv** : l'année de survenance du sinistre.

La base finale compte ainsi 1408 lignes. Mais avant toute analyse statistique, il faudrait effectuer un contrôle de cohérence.

### 3.1.2.3 Contrôles de cohérence

Afin d'avoir des données cohérentes qui reflètent le portefeuille emprunteur, il est important de détecter s'il existe des anomalies dans la base de données. Pour ce faire, une batterie de test est effectuée :

#### \* Contrôles de cohérence sur les variables de type date

Contrôles de cohérence	Nombre d'anomalies
Date de naissance non renseignée	1
Date de fin d'effet non renseignée	1
Date de fin réelle non renseignée	137
Date d'effet du sinistre > Date de fin réelle	2
Date de fin du sinistre supérieur au 31/12/2022	49

TABLE 3.2 – Liste des anomalies déterminées sur les dates

Nous constatons qu'une ligne entière de la base est vide, cette ligne ne contient que les informations sur l'identifiant du sinistre et le montant de la prestation. C'est également la raison pour laquelle il existe une observation dont la date de naissance de l'assuré et la date d'effet du sinistre ne sont pas renseignées. Cette ligne est écartée de la base car les variables d'intérêt ne pourront pas être imputées.

Pour les 2 contrats dont la date d'effet du sinistre est supérieure à la date de fin réelle, on constate que le nombre de jours d'arrêt déclarés est supérieur à zéro. De ce fait, la date de fin réelle de sinistre est modifiée en utilisant le nombre de jours déclarés.

En ce qui concerne le nombre de sinistres dont la date de fin réelle n'est pas renseignée, ces derniers sont au nombre de 137. Notons que 103 de ces sinistres sont des sinistres ouverts au 31/12/2022. Pour les 34 autres sinistres, la date de fin de sinistre est récupérée à partir du nombre de jours déclarés.

Étant donné que la période d'étude se termine au 31/12/2022, tous les sinistres dont la date de clôture est au-delà du 31/12/2022, seront considérés comme des sinistres ouverts à la fin de la période d'observation.

#### \* Contrôles de cohérence sur les autres variables

Contrôles de cohérence	Nombre d'anomalies
Nombre de jours de l'AT compris entre [0 ; 90] jours	10
Âge à la survenance de l'AT n'appartenant pas à l'intervalle [20-68] ans	0
Âge à la fin de la survenance supérieur à l'âge limite du contrat	0
Le motif de clôture du sinistre : « <i>Fausse déclaration</i> »	5
Le motif de clôture du sinistre : « <i>Remboursement de prêt</i> »	21

TABLE 3.3 – Liste des anomalies déterminées sur les autres variables

S'agissant des sinistres dont le nombre de jours d'arrêt de travail est inférieur à 90 jours, nous constatons que 8 d'entre eux ont une franchise de 30 jours. Étant donné que pour le reste des sinistres la franchise est de 90 jours, ces 8 sinistres sont supprimés de la base d'étude. Pour les 2 sinistres restants, leur date de fin réelle de sinistre est modifiée en utilisant le nombre de jours indemnisés. Notons aussi, qu'aucun sinistre ne présente d'anomalies en ce qui concerne l'âge à la survenance ou à la fin de celui-ci.

Pour ce qui est des sinistres dont le motif de clôture est « Fausse déclaration », ces derniers sont supprimés de la base d'étude. En effet, ils sont considérés comme n'ayant jamais eu lieu. En ce qui concerne, les sinistres dont le motif de fin est le remboursement du prêt, il faudra les considérer comme des sinistres censurés. Dans ce cas, les assurés ne sont pas sortis de l'état d'arrêt de travail avant la fin de leur période d'observation, c'est la raison pour laquelle ils sont considérés comme censurés.

#### \* Contrôle entre la base comptable et la base de données

Un contrôle sur les montants de prestations renseignées dans la base de données traitée et la base comptable est effectué. Il en ressort que le montant total des prestations renseignées dans la base de données est de 13 471 094 € tandis que celui de la base comptable est de 13 723 298 €. Cette différence est principalement due aux sinistres qui ont été supprimés lors du traitement de la base.

La base de données étant désormais construite, on compte 1394 sinistres qui ont été retenus. De façon générale, la base de départ (celle après agrégation des données) ne présentait pas énormément d'anomalies. Ayant contrôlé la cohérence des données, il est temps de passer à l'analyse statistique des différentes variables de la base afin de mieux appréhender l'étude.

## 3.2 Statistiques descriptives de la base

### 3.2.1 Description du portefeuille

La répartition du portefeuille montre que 770 arrêts de travail concernent les femmes soit 55,24% des sinistres. De plus, le taux d'incidence de l'arrêt de travail chez la femme est 35,75‰ contre 26,19‰ chez l'homme. Ainsi, le phénomène d'arrêt de travail semble toucher plus les femmes que les hommes. Ceci pourrait être dû aux congés de maternité qui est un phénomène qui ne touche que les femmes. Par ailleurs, les sinistres non censurés représentent 87,16% des sinistres (soit 1215 sinistres).

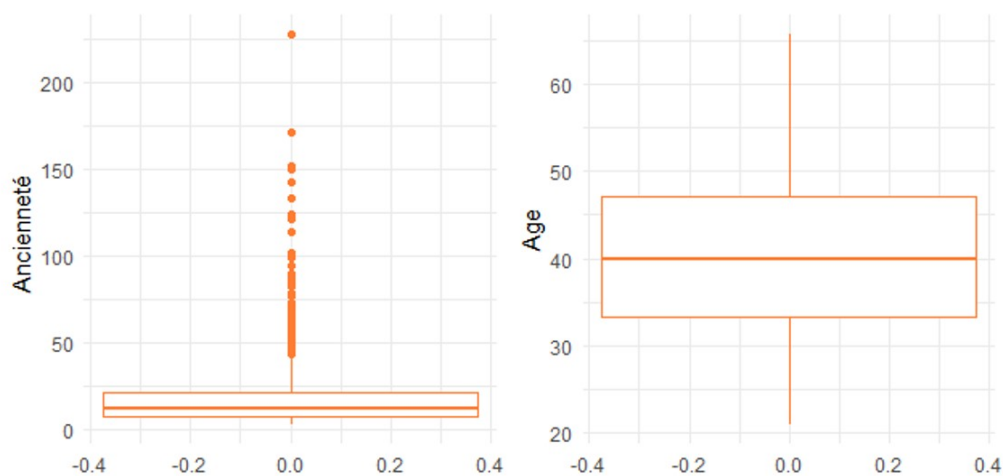


FIGURE 3.1 – Distribution (boxplot) de l'ancienneté et de l'âge

L'analyse des boxplots des variables d'intérêt (Ancienneté et Âge) montre que la variable ancienneté présente des valeurs extrêmes tandis que la variable âge n'en présente aucune. De plus, on remarque que la dispersion de l'ancienneté est très faible avec un écart interquartile de 14 mois alors que cette variable fluctue entre 0 et 227 mois.

En observant la dispersion de la durée de l'arrêt en fonction de l'âge, on constate que de façon générale, les assurés ont tendance à reprendre le travail au bout 50 mois. En effet, les durées d'arrêts vont rarement au-delà des 50 mois ; environ 4% des sinistres (soit 60 sinistres) durent plus de 50 mois. Autrement dit, les sinistres ayant un peu plus de 4 ans d'ancienneté ne sont peut-être pas représentatifs du comportement de la population étudiée.

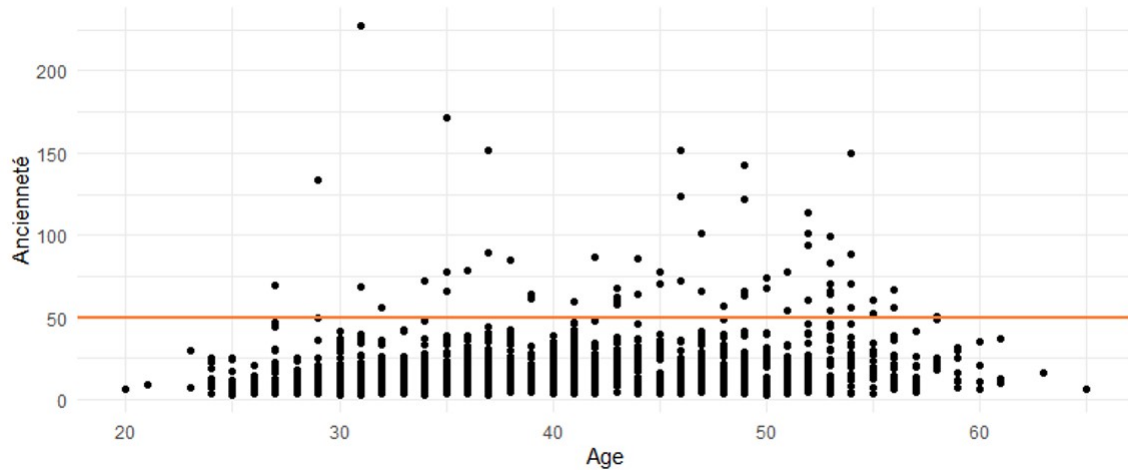


FIGURE 3.2 – Dispersion de l'ancienneté par rapport à l'âge

Les statistiques globales sur les sinistres étudiés sont décrites dans le tableau suivant :

	Min	Q1	Méd	Moy	Q3	Max
<b>Age à la survenance</b>	20,84	33,31	39,80	40,48	47,06	65,75
<b>Ancienneté (mois)</b>	3,02	7,69	12,49	18,03	21,82	227,32
<b>Ancienneté des sinistres clos (mois)</b>	3,02	7,09	11,86	15,66	20,37	133,78
<b>Ancienneté des sinistres ouverts (mois)</b>	6,27	14,027	20,24	34,04	36,27	227,32

TABLE 3.4 – Statistiques globales sur les variables

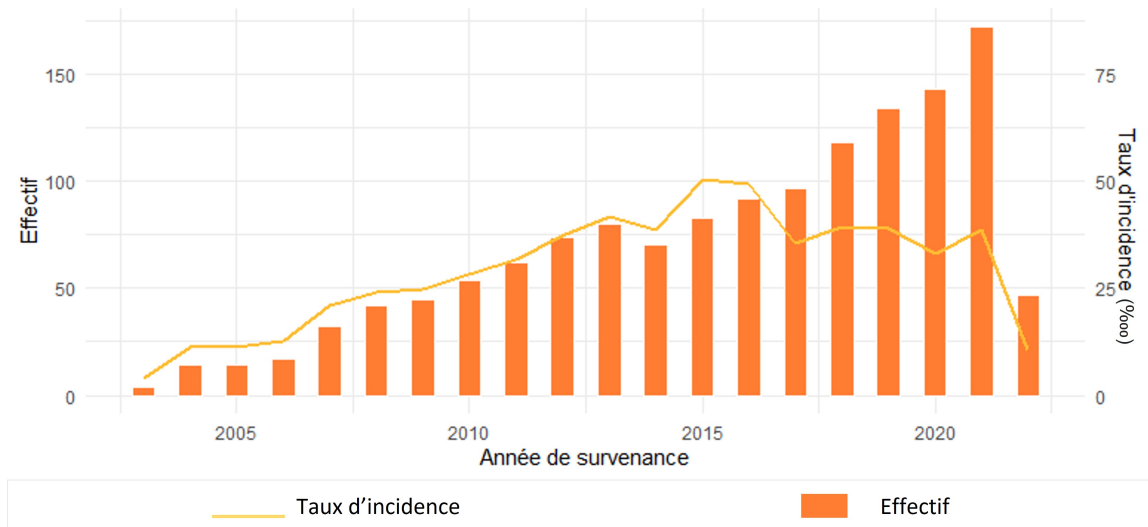


FIGURE 3.3 – Répartition des sinistres par année de survenance

L'année de survenance du sinistre varie entre 2003 et 2022. L'on constate que le nombre de sinistres augmente avec le temps. Toutefois, en observant le taux d'incidence, l'on remarque que ce dernier croît jusqu'en 2015 où il atteint son pic à environ 50‰. L'on pourrait donc expliquer la croissance de la sinistralité par la croissance du portefeuille sur la période 2003 - 2015.

Après 2015, bien que le nombre de sinistres ne cesse de croître, ramené à tout le portefeuille, le taux d'entrée en AT est décroissant. En outre, une baisse de la sinistralité est observée en 2022. Ceci est due à une déclaration tardive des sinistres et à la période de franchise (généralement de 90 jours). Le nombre de sinistres pour l'année de survenance 2022 n'est donc pas exhaustif.

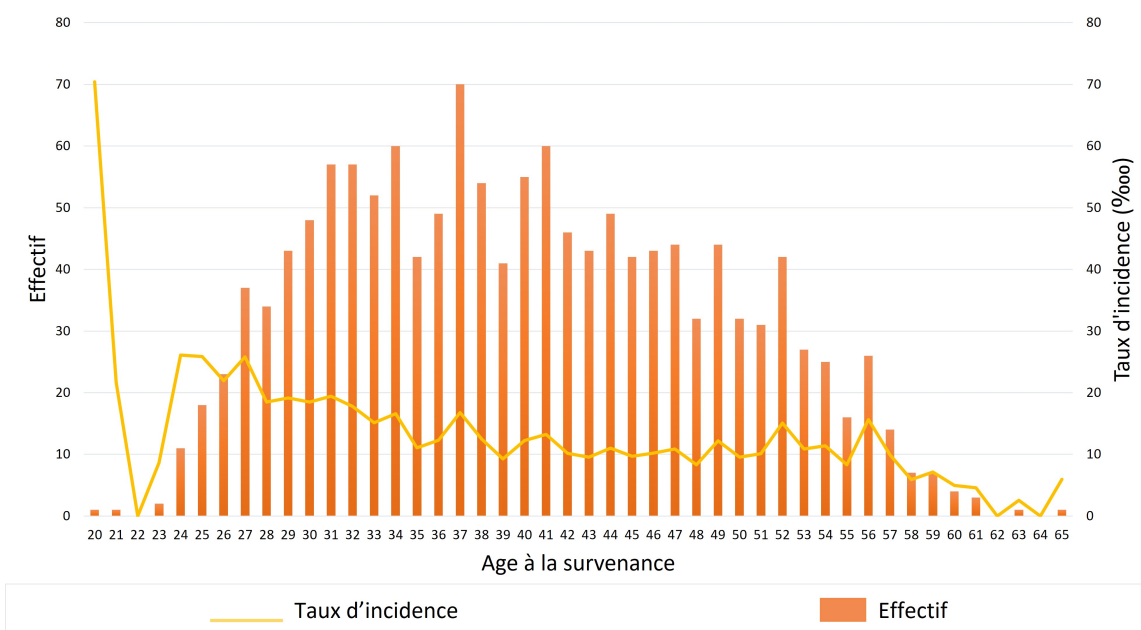


FIGURE 3.4 – Distribution du nombre de sinistres selon l'âge à la survenance de l'arrêt de travail

En ce qui concerne l'âge à la date de survenance du sinistre, il est compris entre 20,84 ans et 65,75 ans. L'âge moyen des assurés lors de leur arrêt de travail est de 40,48 ans. Cependant, cet indicateur n'est pas très robuste car il présente un écart-type de 8,73 ans. Les assurés dont l'âge à la survenance est de 37 ans sont les plus représentés dans la base.

Toutefois, la sous population qui présente le taux d'incidence le plus élevé est la population des emprunteurs âgés de 20 ans. En effet, sur 10 000 emprunteurs âgés de 20 ans, environ 70 peuvent tomber en arrêt de travail. Notons aussi, qu'à partir de 24 ans, le taux d'entrée en arrêt de travail diminue avec l'âge. Entre 40 et 55 ans, ce taux fluctue autour de 10‰.

En outre, les sinistres dont l'âge à la survenance est supérieur ou égale à 50 ans représentent près de 17% de la base. À l'inverse, moins de 25% des arrêts de travail surviennent à un âge compris entre 20 et 33 ans.

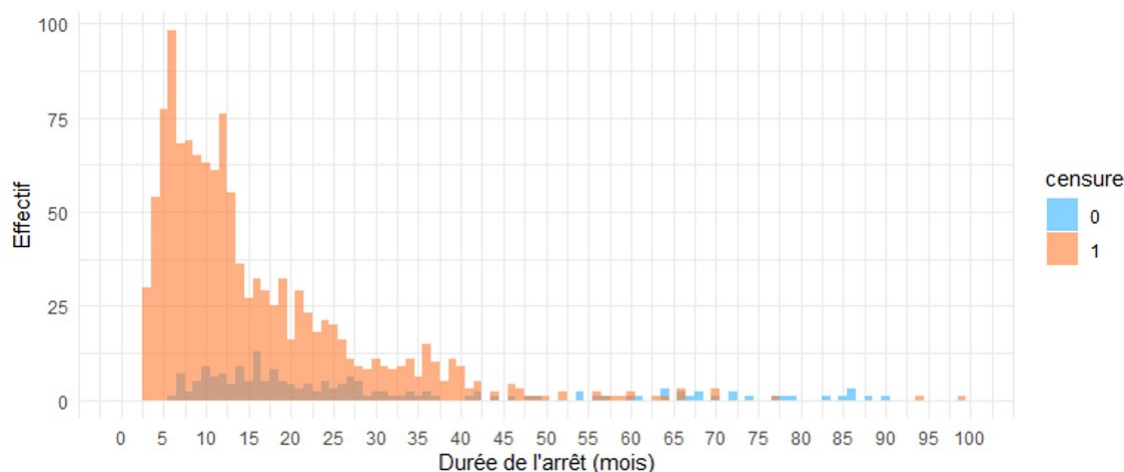


FIGURE 3.5 – Distribution du nombre de sinistres selon la durée de l'arrêt de travail

S'agissant de l'ancienneté du sinistre (durée de l'AT), cette variable varie entre 3 et 227 mois. En moyenne, un arrêt de travail dure moins de 18 mois soit 1 an et demi avec une variabilité de 18,39 mois d'un sinistre à un autre. Par ailleurs, le nombre de sinistres semble décroître avec l'ancienneté.

En terme de sinistres clos, les sinistres qui durent 6 mois sont les plus représentés dans la base d'étude (soit environ 6% des sinistres). Ils sont directement suivis par les sinistres qui durent 12 mois. Notons que moins de 10% des sinistres clos présentent une durée de maintien supérieure à 3 ans.

En ce qui concerne les sinistres ouverts, ces derniers présentent de très longues durées de maintien ; la durée de maintien maximale des sinistres ouverts est de 227 mois. Notons que les sinistres qui ont une durée de maintien en AT de 16 mois au 31/12/2022 sont les sinistres ouverts les plus représentés de la base. Par ailleurs, 25% des sinistres ouverts ont une durée de maintien supérieur à 36 mois.

### 3.2.2 Etude de la durée de maintien par rapport à l'âge

En analysant de la durée moyenne de l'AT en fonction de l'âge à la survenance, on constate que pour les sinistres dont les âges à la survenance sont compris entre 20 et 52 ans, la durée de maintien en arrêt de travail croît sans toutefois excéder les 30 mois. Passé, les 54 ans, la durée moyenne de l'arrêt de travail semble décroître. Ceci pourrait s'expliquer par le passage à la retraite, le décès de l'assuré ou par l'approche de la fin du prêt. Cela met donc fin au contrat et réduit la durée en maintien en arrêt

de travail.

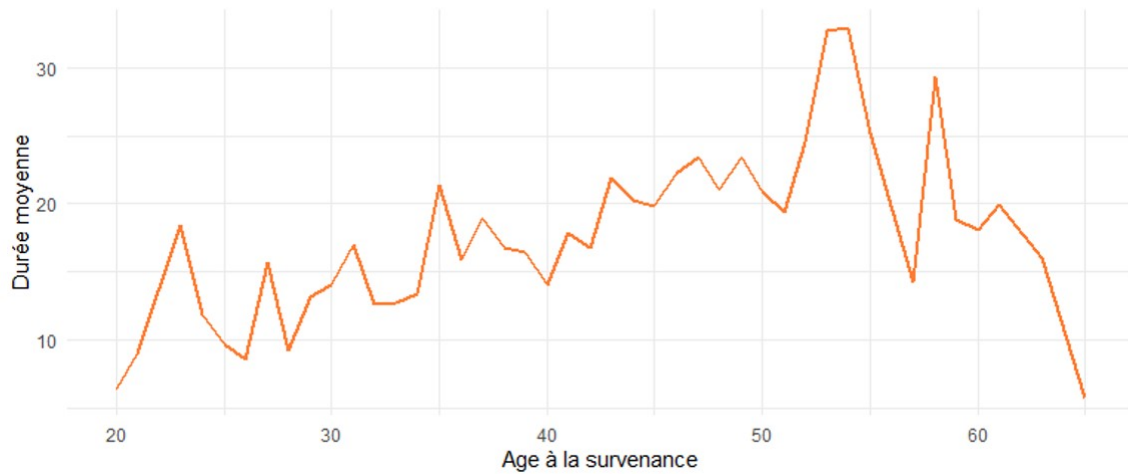


FIGURE 3.6 – Durée moyenne de maintien en arrêt de travail par âge à la survenance

La volumétrie de la base étant faible, pour la suite des analyses, la variable âge sera regroupé en classe. En observant la distribution de la variable, les différentes classes construites sont les suivantes : [20 , 35[, [35, 45[ et [45 , 65] (cf figure A.2)

Notons que les sinistres qui surviennent entre 20 et 34 ans ont en générale une durée de maintien plus faible que les sinistres qui interviennent à partir de 45 ans. En effet, on constate que plus l'âge à la survenance est élevé et plus les arrêts de travail durent plus longtemps. Ainsi, l'âge à la survenance semble être une variable discriminante de la durée de l'AT. Notons également que moins 10% des sinistres durent plus de 25 mois, plus de 34 mois et plus 41 mois s'ils sont survenus respectivement avant 35 ans, entre 35 et 44 ans et après 44 ans. Autrement dit, très peu de sinistre durent plus de 5 ans quel que soit l'âge à la survenance du sinistre.



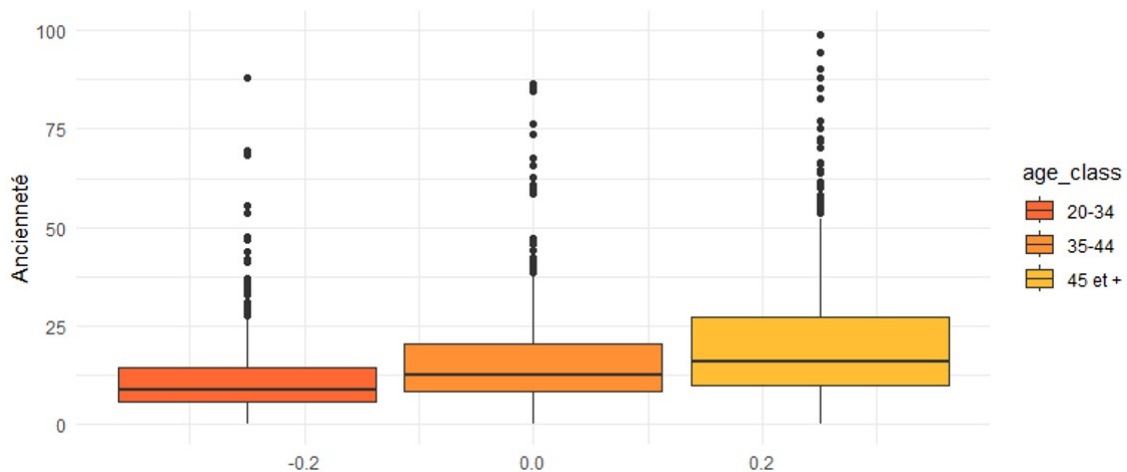


FIGURE 3.7 – Distribution de l’ancienneté selon la classe d’âge à la survenance

Afin d’étudier l’influence de l’année de survenance sur la durée de maintien de l’arrêt, des tests statistiques ont été effectués. Pour ce faire, la variable ancienneté a également été regroupée en 4 classes (regroupement en quartile). Au seuil de 5%, le test d’indépendance du Khi-deux rejette l’hypothèse nulle qui traduit l’indépendance entre les deux variables. Le test de corrélation de Pearson confirme également l’existence d’une corrélation entre les deux variables avec une significativité de 5% ( $p\text{-value}=2,2e-16$ ).

Au regard de ce qui précède, il faut retenir que bien que la sinistralité croît au fil des années, le taux d’incidence lui il décroît depuis 2015. Par ailleurs, notons que la durée de maintien en arrêt de travail semble corrélée à l’âge d’entrée en arrêt de travail. La base de données étant construite et ayant une bonne connaissance de celle-ci, il est temps de passer à la construction de la table d’expérience. La volumétrie de la base de travail étant faible, la construction des tables se fera par tranche d’âges à la survenance.



# APPLICATION DES MÉTHODES DE CONSTRUCTION DE LA TABLE

Comme son nom l'indique, dans ce chapitre il sera question de présenter les résultats des différentes méthodes appliquées pour la construction de la table d'expérience. Ce chapitre sera divisé en deux parties. La première partie concernera l'estimation des taux bruts. La seconde partie quant à elle consistera à mettre en œuvre les méthodes de lissage.

## 4.1 Estimation des taux bruts

En raison de la petite base de donnée, l'estimateur de Kaplan-Meier et celui de Hoem seront calculés par tranche d'âge à la survenance et suivant un pas mensuel. Par ailleurs, les taux bruts estimés seront comparés aux taux issus de la table réglementaire du BCAC 2010<sup>1</sup>. Cette table donne l'effectif des personnes en AT pour chaque âge à la survenance et pour chaque mois d'ancienneté. Afin de construire des tables d'expérience pour chaque tranche d'âge, une moyenne pondérée des différentes tables a été réalisée. Autrement dit, pour une tranche d'âge  $y$ , pour chaque mois d'ancienneté  $a$  l'effectif des personnes en AT est une moyenne des  $l_{x,a}$  (avec  $x$  appartenant à la tranche d'âge  $y$ ) pondérée par le nombre d'individus en AT observés dans le portefeuille.

---

1. Il s'agit de la table d'arrêt de travail construite à partir des travaux de F. PLANCHET et A. EBY[7].

### 4.1.1 Estimation des taux bruts de sortie de l'AT

La figure 4.1 compare les taux de sorties estimés par Kaplan-Meier et par l'estimateur de Hoem.

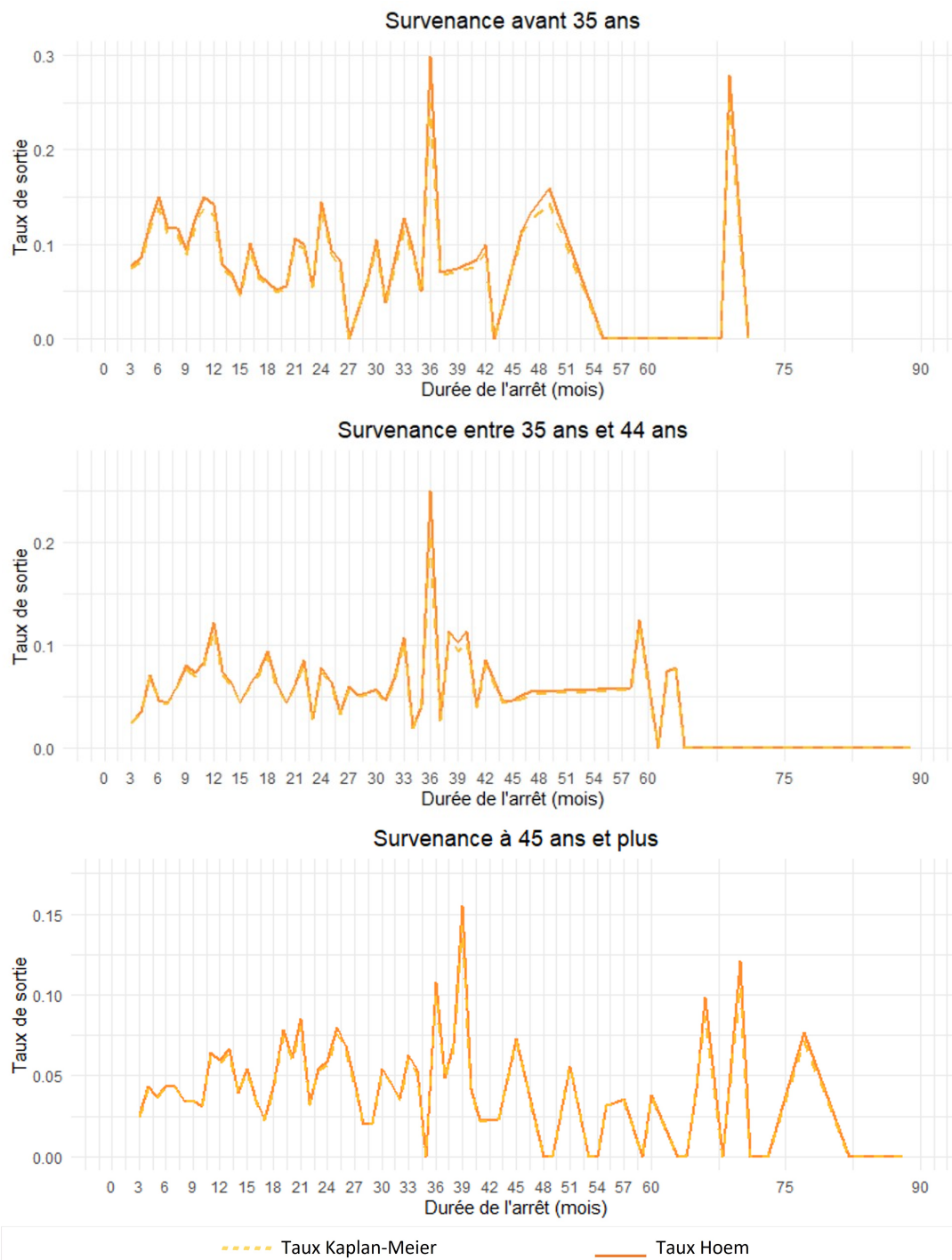


FIGURE 4.1 – Comparaison des taux bruts de sortie estimés par Kaplan-Meier et par Hoem

Quelle que soit la tranche d'âge à la survenance, les taux bruts de sortie estimés par la méthode de Kaplan-Meier sont sensiblement égales de ceux estimés par la méthode de Hoem. Ceci nous permet de valider le calcul de l'exposition au risque de sortie de l'arrêt de travail qui nous sera utile lors du lissage des taux par la méthode de Whittaker-Henderson.

Durant la première année de l'arrêt, on constate une croissance du taux de sortie chaque mois. En effet, sur cette période, le taux de sortie croit jusqu'à atteindre 17%, 12% et 7% pour les sinistres qui surviennent respectivement avant 35 ans, entre 35 et 44 ans et après 44 ans. Ceci signifie que bien que le taux de sortie croit sur la première année de l'arrêt quel que soit l'âge à la survenance, cette croissance est faible plus l'âge à la survenance augmente. Autrement dit, pour un même nombre d'assurés en AT, quel que soit leur âge à la survenance, les assurés tombés en arrêt avant 35 ans seront plus nombreux à sortir de l'AT d'un mois à un autre que ceux qui sont tombés en AT après 35ans.

Notons également que les taux de sortie mettent en évidence plusieurs pics. Pour les sinistres survenus avant 35 ans, on observe des pics au 6<sup>ème</sup>, 12<sup>ème</sup>, 24<sup>ème</sup> et 36<sup>ème</sup> mois ; ce dernier atteint d'ailleurs les 30%. La courbe des taux de sortie, pour les sinistres survenus entre 35 et 44 ans quant à elle, présente des pics au 5<sup>ème</sup>, 12<sup>ème</sup>, 33<sup>ème</sup>, 36<sup>ème</sup> et 39<sup>ème</sup> mois. Les pics situés au 36<sup>ème</sup> et 39<sup>ème</sup> mois atteignent respectivement 24% et 11%. En ce qui concernent les sinistres survenus après 44 ans, leur courbe de taux de sortie présentent pratiquement les mêmes pics que les courbes précédentes.

Par ailleurs, les taux bruts estimés mettent en évidence le petit nombre de données disponibles à travers certains accidents de courbe mais également l'absence d'observations pour les durées d'AT les plus élevées. Ce constat est réalisé au delà des 40 mois d'ancienneté. D'ailleurs, les sinistres dont l'ancienneté excède les 40 mois représentent respectivement 2,92%, 5,11% et 10,43% des sinistres survenus avant 35 ans, entre 35 et 44 ans et après 44 ans.

Ci-dessous, retrouvons les graphiques qui comparent les taux de sortie estimés et les taux de sortie de la table réglementaire.



FIGURE 4.2 – Comparaison des taux bruts de sortie estimés et des taux de sortie de la table BCAC

En comparant la courbe des taux bruts de sortie à celle des taux issue de la table du BCAC, l'on constate que jusqu'au douzième mois de l'arrêt, les deux courbes évoluent en sens inverse quel que soit l'âge à la survenance. De plus, sur les neuf premiers mois, les taux issus de la table réglementaire sont supérieurs à ceux estimés. Ceci signifie que la proportion d'individus estimée qui sortent de l'AT est inférieure à celle déterminée à partir de la table du BCAC.

S'agissant des différents pics, certains pics de la courbe des taux du BCAC apparaissent également sur la courbe des taux estimés. Notons tout de même que pour le pic situé au 36<sup>ème</sup> mois sur la courbe des taux estimés, il apparaît un mois plutôt sur la courbe des taux de la table réglementaire. Cela signifie que la table réglementaire prévoit la sortie de l'AT d'une vague d'assurés avant le passage en invalidité alors qu'en réalité, nombreux sont les assurés qui passent en invalidité pour sortir de l'AT entre le 36<sup>ème</sup> et 37<sup>ème</sup> mois. Pour les sinistres survenant après 44 ans, on constate qu'au delà de 60 mois d'ancienneté, les taux de sortie semblent être les mêmes pour certaines durent d'ancienneté.

De façon générale, il faut noter que quel que soit l'âge à la survenance de l'arrêt, les taux de sortie présentent un pic au 36<sup>ème</sup>. Par ailleurs, au delà des 9 mois d'AT, la courbe des taux du BCAC sous estime le risque de sortie de l'arrêt de travail. En outre, la présence des accidents de courbes au delà des 40 mois d'ancienneté pourrait être palié par la substitution de la table estimé par la table réglementaire sur cette période. Les taux de sortie étant analysé, passons à l'analyse de la loi de maintien estimé.

### 4.1.2 Estimation du taux de maintien en arrêt de travail

La figure 4.3 compare les taux de maintien estimés par l'estimateur de Kaplan-Meier et ceux de la table du BCAC 2010.

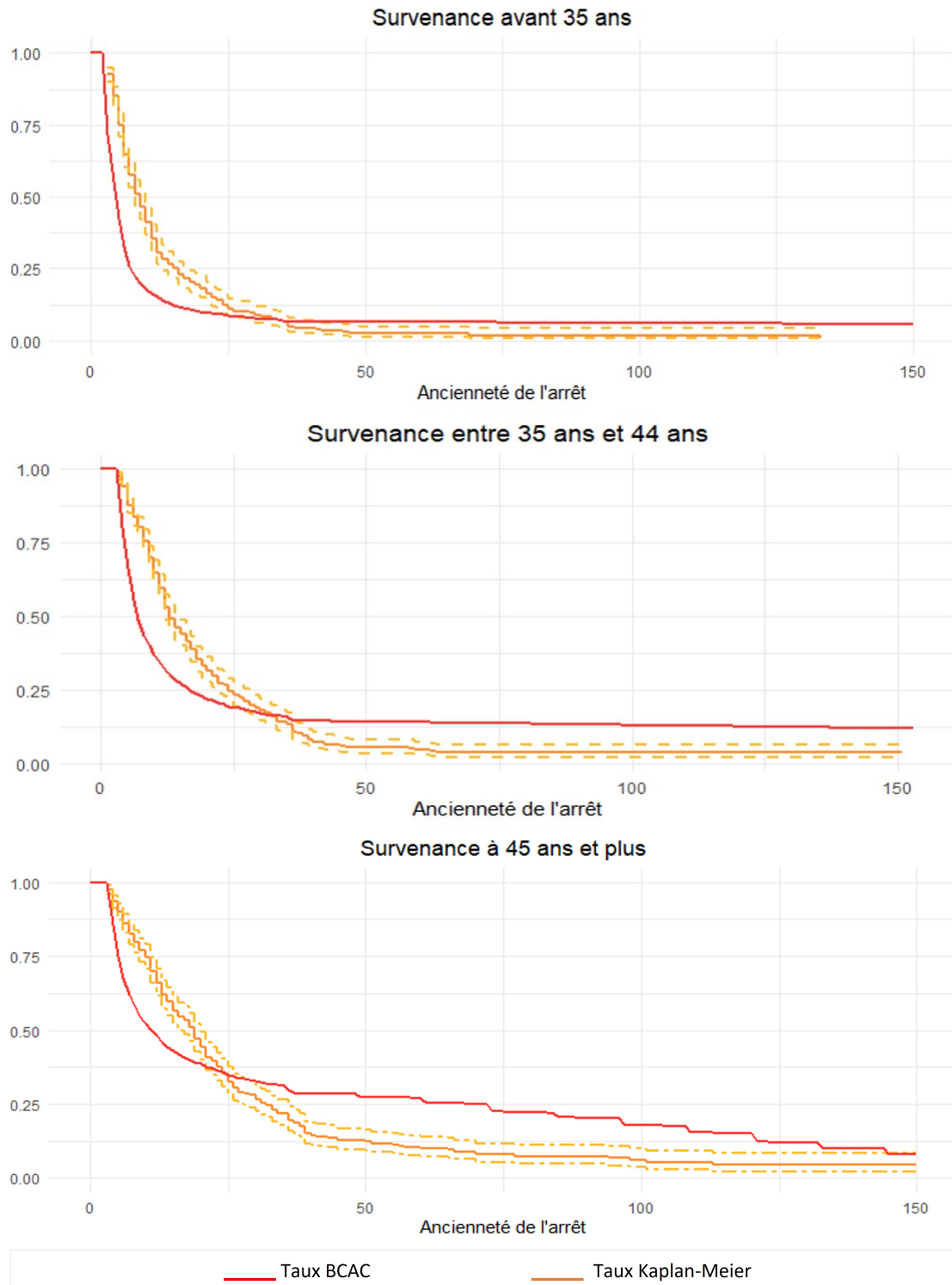


FIGURE 4.3 – Estimation des taux bruts de maintien en AT



Quel que soit l'âge à la survenance, il faut noter que la courbe des taux issus de la table réglementaire est en dessous de la loi de maintien estimée. En effet, durant les deux premières années, la proportion d'individus estimée par Kaplan-Meier semble significativement supérieure à la proportion d'individus estimée par la table réglementaire chez les assurés qui tombent en arrêt avant 35 ans ou après 44 ans. Pour les assurées dont l'arrêt survient entre 35 et 44 ans, ce constat est réalisé sur les trente premiers mois plutôt. Cela signifie que les assurés restent un peu plus longtemps en AT.

Passé cette période, la loi de maintien continue à décroître mais elle passe en dessous de la loi de maintien de la table réglementaire. Notons également qu'après l'intersection, les courbes (loi estimée et loi réglementaire) semblent parallèles dans le temps pour les assurés qui tombent en AT avant 45 ans. Pour les assurés qui tombent en AT au-delà de 45 ans, l'écart entre la courbe des taux estimés et la courbe des taux de la loi réglementaire semblent se réduire au fur et à mesure que la durée de l'arrêt augmente. Ainsi, les lois construites ont tendance à sous-estimer le temps en AT par rapport aux lois de la table réglementaire. Cela pourrait s'expliquer par la sélection médicale.

L'estimateur de Kaplan-Meier et l'estimateur des moments de Hoem mènent à des résultats similaires, quel que soit l'âge à la survenance. De plus, de manière générale, les taux de sortie bruts sont supérieurs à ceux issus de la table réglementaire. La table règlementaire semble donc ne pas être pas adaptée au portefeuille emprunteur. Son utilisation conduirait donc à une surestimation des durées de maintien au delà de 45 mois d'ancienneté. L'estimation des taux bruts étant réalisée, passons au lissage de ces derniers.

## 4.2 Estimation des lois de maintien

Les taux bruts de sortie ayant été estimés, plusieurs accidents de courbe ont été observés. Ces accidents de courbes sont des conséquences du faible volume de données pour certaines anciennetés ; de ce fait, les taux estimés ne reflètent pas totalement la loi de maintien. Il est alors nécessaire de procéder à un lissage afin d'obtenir une loi d'expérience ajustée. Pour ce faire, les méthodes de lissage présentées dans le chapitre 2 seront appliquées et les résultats seront présentés dans ce paragraphe.

### 4.2.1 Modèle de Brass

La table réglementaire choisie pour implémenter le modèle de Brass est la table de maintien utilisée lors des analyses précédentes. Notons tout d'abord qu'un test graphique a été réalisé afin de vérifier s'il existe un lien linéaire entre les logits des taux bruts et les logits des taux issus de la table réglementaire. En observant les différents graphiques B.1, on peut conclure à l'existence d'une relation linéaire entre les logits.

Afin de déterminer sur quelle plage de temps ajuster le modèle de Brass, l'erreur quadratique moyenne (RMSE) a été calculée et les résultats sont inscrits dans le tableau suivant :

Age à la survenance : <b>20 - 34</b>						
Ancienneté	<b>3 - 30</b>	<b>3 - 33</b>	<b>3 - 36</b>	<b>6 - 30</b>	<b>6 - 33</b>	<b>6 - 36</b>
<b>RMSE</b>	<b>0,0274</b>	0,0496	0,0477	0,0289	0,0414	0,0496

Age à la survenance : <b>35 - 44</b>						
Ancienneté	<b>3 - 30</b>	<b>3 - 36</b>	<b>3 - 40</b>	<b>6 - 30</b>	<b>6 - 36</b>	<b>6 - 40</b>
<b>RMSE</b>	0,0198	0,0292	0,0307	<b>0,0183</b>	0,0306	0,0317

Age à la survenance : <b>45 - 65</b>						
Ancienneté	<b>3 - 36</b>	<b>3 - 40</b>	<b>3 - 45</b>	<b>6 - 36</b>	<b>6 - 40</b>	<b>6 - 45</b>
<b>RMSE</b>	0,0246	<b>0,0202</b>	0,0257	0,0205	0,0255	0,0266

TABLE 4.1 – RMSE du modèle de Brass en fonction des plages d'ancienneté

Au regard du tableau ci-dessus, les taux de sorties seront ajustés sur une durée allant de 3 à 30 mois, 6 à 30 mois et 3 à 40 mois respectivement pour les AT survenant avant 35 ans, entre 35 et 44 ans et après 44 ans.

Les modèles retenus après calibrages sont les suivant :

$$\text{logit}(\hat{q}_{x,t}) = \begin{cases} -1,8413 + 0,1717 \text{logit}(q_{x,t}^{ref}) & \text{si } x \in [20; 35[ \\ -2,3780 + 0,1254 \text{logit}(q_{x,t}^{ref}) & \text{si } x \in [35; 45[ \\ -3,3770 - 0,1037 \text{logit}(q_{x,t}^{ref}) & \text{si } x \in [45; 65] \end{cases}$$

Avant tout la validation des modèles, il est important de vérifier si les résidus sont gaussiens et sont des bruits blancs. Pour cela, les tests de Box-Pierce et de Shapiro-Wilk ont été effectués.

#### \* Test de Box-Pierce

Le test de Box-Pierce est un test du rapport des vraisemblances pour un processus autorégressif vectoriel. Ce test regroupe les différents coefficients de la fonction d'auto-corrélation empirique en une seule statistique de test pour construire un test de bruit blanc. L'hypothèse nulle de ce test est que  $X$  est un bruit blanc.

#### \* Test de Shapiro-Wilk

Le test de Shapiro-Wilk est un test de normalité. L'hypothèse nulle de ce test est  $X$  suit une loi normale.

Le tableau 4.2 présente les résultats des différents tests pour chaque modèle.

Test de Box-Pierce			
		Statistique du test	P-valeur
Age à la survenance	20 - 34	1,5185	0,2178
	35 - 44	0,0121	0,9121
	45 - 65	1,6740	0,1957
Test de Shapiro			
		Statistique du test	P-valeur
Age à la survenance	20 - 34	0,9568	0,3130
	35 - 44	0,9696	0,6366
	45 - 65	0,9866	0,9224

TABLE 4.2 – Test de bruit blanc et de normalité des résidus du modèle de Brass

Quelle que soit la tranche d'âge, la p-valeur du test de Box-Pierce est supérieur à 5%, on accepte donc l'hypothèse nulle du test. Pour le test de Shapiro-Wilk, on constate également que la p-valeur de chaque modèle ajusté est supérieur à 5%. Les résidus de nos trois modèles sont donc des bruits blancs gaussiens.

La figure 4.4 montre le résultat de l'ajustement des taux par le modèle de Brass :

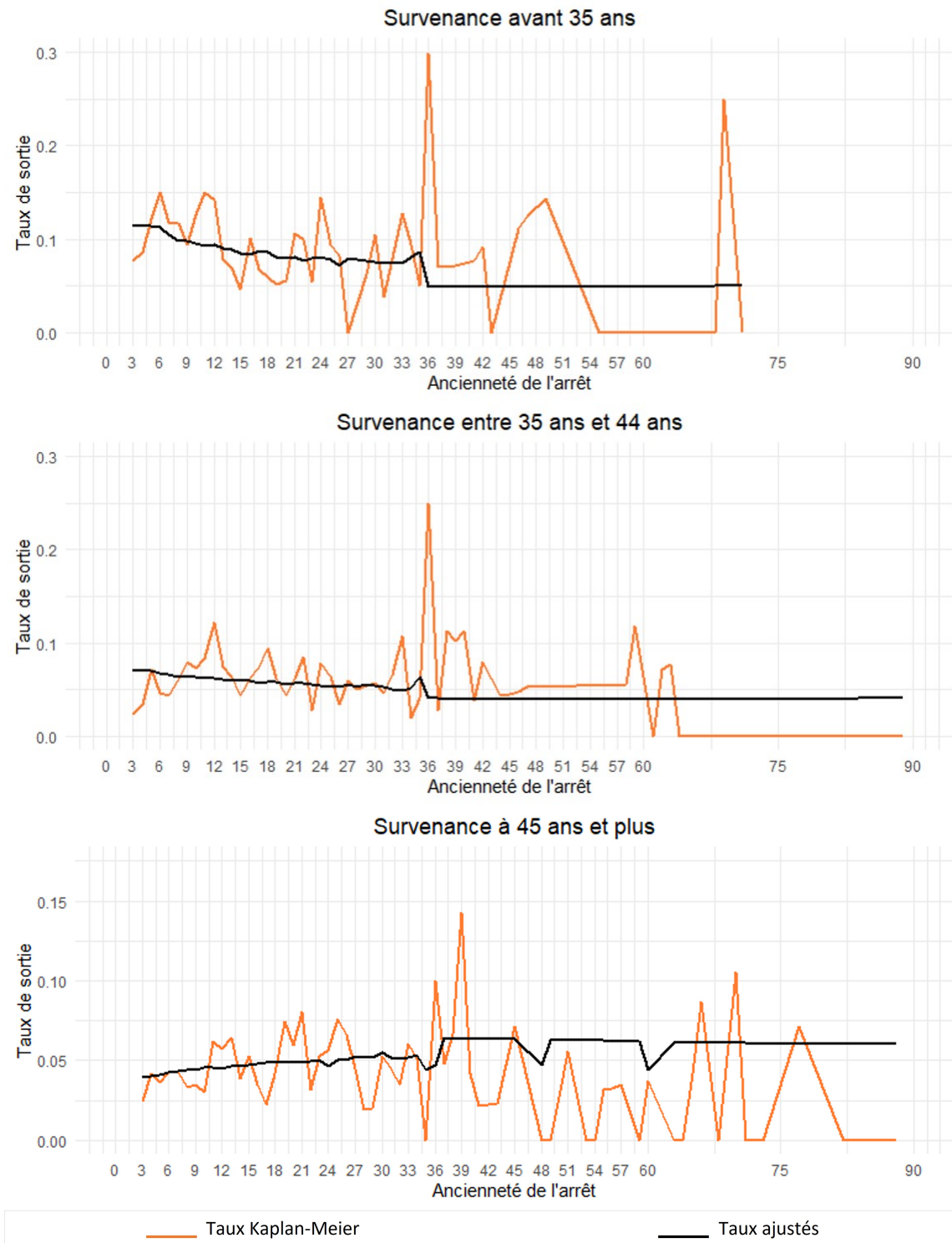


FIGURE 4.4 – Lissage du taux de sortie en AT par la méthode de Brass

### 4.2.2 Ajustement logistique

Tout comme avec le modèle précédent, le modèle logistique a été calibré sur différentes plages de durée afin de déterminer la plage de durée qui minimise la RMSE.

Age à la survenance : <b>20 - 34</b>						
Ancienneté	<b>3 - 30</b>	<b>3 - 33</b>	<b>3 - 36</b>	<b>6 - 30</b>	<b>6 - 33</b>	<b>6 - 36</b>
<b>RMSE</b>	<b>0,0385</b>	0,0392	0,0483	0,0479	0,0466	0,0504

Age à la survenance : <b>35 - 44</b>						
Ancienneté	<b>3 - 30</b>	<b>3 - 36</b>	<b>3 - 40</b>	<b>6 - 30</b>	<b>6 - 36</b>	<b>6 - 40</b>
<b>RMSE</b>	<b>0,0218</b>	0,0411	0,0434	0,0236	0,0399	0,0416

Age à la survenance : <b>45 - 65</b>						
Ancienneté	<b>3 - 36</b>	<b>3 - 40</b>	<b>3 - 45</b>	<b>6 - 36</b>	<b>6 - 40</b>	<b>6 - 45</b>
<b>RMSE</b>	0,02526	0,0321	0,0293	<b>0,0247</b>	0,0324	0,0289

TABLE 4.3 – RMSE du modèle logistique en fonction des plages d'ancienneté

En observant les résultats inscrits dans le tableau 4.3, les taux de sortie seront donc ajustés sur les plages d'ancienneté suivantes : 3 - 30 mois pour les arrêts survenus avant 34 ans, 3 - 30 mois pour les arrêts survenus entre 35 ans et 44 ans et 6 - 36 mois pour les arrêts survenus après 45 ans.

Étant donné que les taux bruts ont été estimés pour chaque tranche d'âge, l'âge à la survenance ne sera pas une variable explicative. Il sera donc implémenté pour chaque tranche d'âge le modèle suivant :

$$\text{logit}(q_{x,t}) = \beta_0 + \beta_1 \times t + \varepsilon_t$$

Les modèles retenus après calibrage sont :

$$\text{logit}(\hat{q}_{x,t}) = \begin{cases} -2,0733 - 0,0157 t & \text{si } x \in [20; 35[ \\ -2,8595 + 0,0051 t & \text{si } x \in [35; 45[ \\ -3,2085 + 0,01098 t & \text{si } x \in [45; 65] \end{cases}$$

Tout comme pour le modèle précédent, on vérifie si les résidus sont des bruits blancs gaussiens.

Test de Box-Pierce			
		Statistique du test	P-valeur
Age à la survenance	20 - 34	3,7497	0,0528
	35 - 44	0,6841	0,4082
	45 - 65	3,7216	0,0537
Test de Shapiro			
		Statistique du test	P-valeur
Age à la survenance	20 - 34	0,9630	0,4318
	35 - 44	0,9763	0,7028
	45 - 65	0,9763	0,7055

TABLE 4.4 – Test de bruit blanc et de normalité des résidus du modèle logistique

Quelle que soit la tranche d'âge étudiée, on constate que la p-valeur des différents tests est supérieur au seuil de 5%. Par conséquent, l'hypothèse nulle du test de Box-Pierce et celle du test Shapiro-Wilk sont acceptée. Autrement dit, les résidus de chacun des trois modèles sont des bruits blancs gaussiens.

Les résultats de cet ajustement sont représentés dans la figure 4.5 :



FIGURE 4.5 – Lissage du taux de sortie en AT par ajustement logistique

Notons que les taux issus du modèle d'ajustement logistique ne montrent aucune fluctuation d'échantillonnage. Étant donné que le risque étudié présente des spécificités c'est-à-dire un pic de sortie situé au 36<sup>me</sup> mois et des plus petits pics situés au 6<sup>me</sup> et 12<sup>me</sup> mois, il serait donc plus judicieux d'avoir recours à d'autres méthodes de lissage.



### 4.2.3 Lissage de Whittaker-Henderson

L'application du lissage de Whittaker-Henderson se fera sur les plages de durées que 0 - 36 mois pour les arrêts survenus avant 35 ans, 0 - 40 mois, pour les arrêts survenus entre 35 ans et 44 ans et 0 - 45 mois pour les AT survenus après 44 ans. Comme l'ajustement se fait pour chaque tranche d'âge, la variable âge n'est plus un paramètre; c'est la raison pour laquelle c'est le cas unidimensionnel du lissage de Whittaker-Henderson qui est implémenté.

Etant un modèle paramétrique, le lissage par la méthode de Whittaker-Henderson repose sur le choix des paramètres  $h$  et  $z$ . Le paramètre  $z$  privilégie la régularité de la courbe des taux bruts. Ce paramètre a donc un impact inverse sur la fidélité des données. Le paramètre  $h$  quant à lui permet de contrôler l'influence que l'on souhaite donner à la fidélité des données.

Plusieurs essais ont été réalisés pour obtenir un lissage satisfaisant. En effet, l'influence du paramètre  $z$  à tout d'abord été étudié. Pour cela, le paramètre  $h$  est fixé à 1; on constate que plus le paramètre  $z$  est grand, et plus la courbe des taux est lisse. Ensuite, une étude de l'influence du paramètre  $h$  a été réalisée. En fixant le paramètre  $z = 2$ , on remarque que plus  $h$  est petit est plus la courbe ajustée ressemble aux données brutes. (cf figure B.2.

Les différents essais ayant été réalisés, les combinaisons  $(z, h)$  suivantes ont été retenues :  $(8,1)$  pour les AT survenus avant 35 ans,  $(3,5)$  pour les AT survenus entre 35 ans et 44 ans et  $(4,3)$  pour les AT survenus après 44ans.

En ce qui concerne le prolongement de la table, nous décidons de la rattacher à la table du BCAC. En effet, étant donné que les données sont assez faible au delà de la partie ajustée, nous supposons que la population emprunteur se comporte comme la population de la table du BCAC.

La figure 4.6 représente les résultats de l'ajustement et du prolongement.

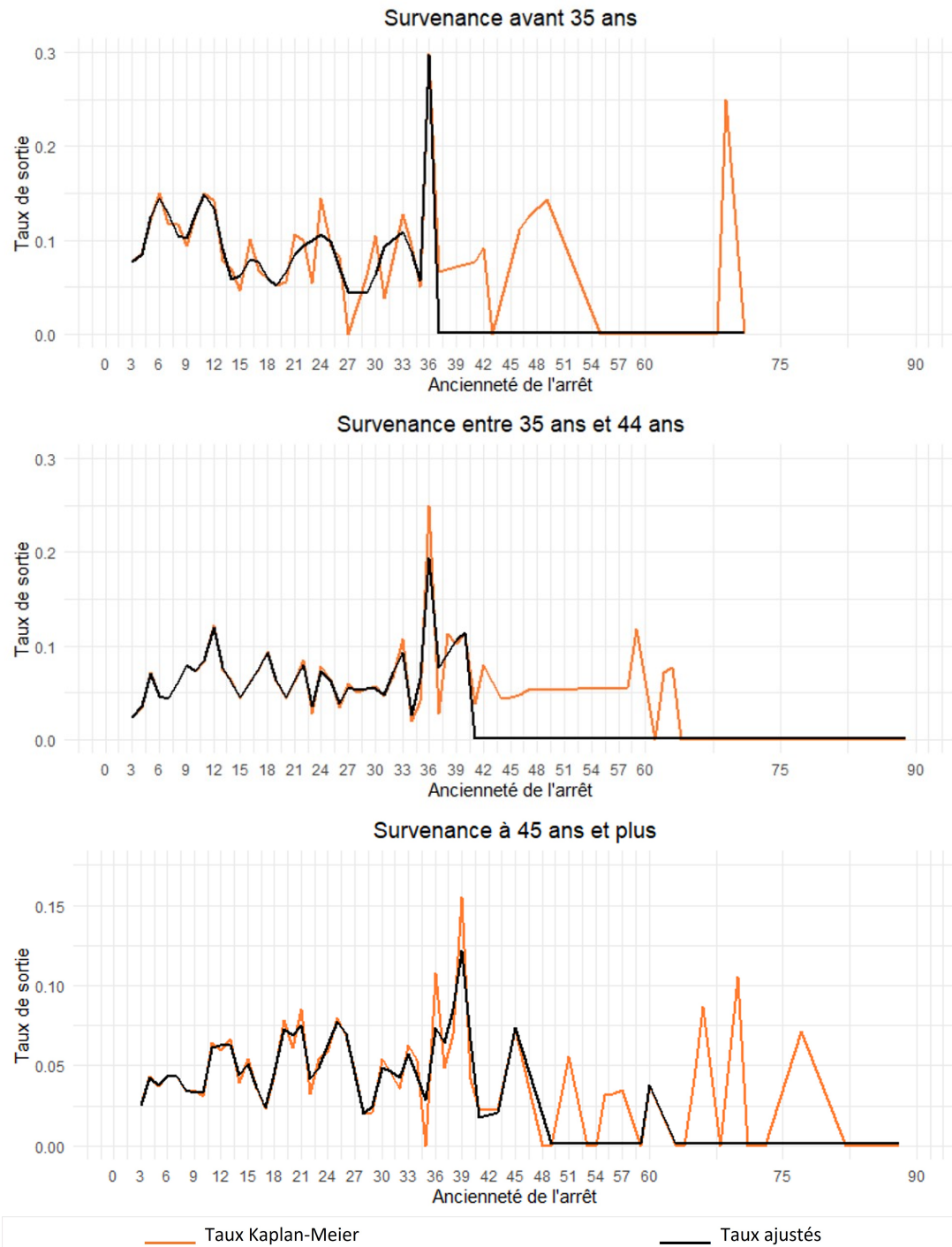


FIGURE 4.6 – Choix des paramètres de Whittaker-Henderson

Les taux de sorties ayant été ajustés, il faut maintenant choisir le modèle pour lequel les taux ajustés reflètent le mieux le phénomène d'arrêt de travail. Il sera donc question dans le chapitre suivant de comparer les différents modèles et de retenir celui qui décrit le mieux le maintien en arrêt de travail.

# COMPARAISON DES MODÈLES ET VALIDATION

Après la construction de la table d'expérience suivant différentes méthodes, il est important de comparer les différents modèles d'ajustement afin de retenir le meilleur. Dans ce chapitre, il sera donc question d'une part de comparer les modèles suivant différents critères et de retenir le meilleur modèle; d'autre part de valider les résultats à l'aide d'un encadrement des taux lissés.

## 5.1 Comparaison des modèles

Dans cette section, il est question de comparer les modèles d'ajustement suivant différents critères. Notons que la comparaison des différents modèles se fera sur les plages de durées qui ont permis l'ajustement des taux.

### 5.1.1 La distance du Khi-deux

L'ajustement des taux étant réalisé, il convient de vérifier si les taux lissés représentent bien le maintien en arrêt de travail. Pour ce faire, le calcul de la distance de Khi-deux peut être effectué. La distance du Khi-deux permet d'apprécier la qualité du lissage.

La formule de la distance du Khi-deux est la suivante :

$$D = \sum_{t=duremin}^{duremax} \frac{(q_t - \hat{q}_t^{(m)})^2}{\hat{q}_t^{(m)}}$$

avec  $q_t, \hat{q}_t^{(m)}$  qui représentent respectivement les taux bruts et les taux ajustés par la méthode  $m$ .

Notons que cette statistique n'est indiquée que comme mesure et ne suis a priori pas une loi du Khi-deux. En outre, notons que plus la distance du khi-deux est petite et meilleure est la représentation du phénomène observé par les taux lissés.

Distance du Khi-deux			
	Modèle de Brass	Ajustement logistique	Whittaker-Henderson
Âge	20 - 34	60,1769	53,2319
	35 - 44	123,9431	85,8475
	45 - 65	50,9450	51,7785
			<b>8,2751</b>
			<b>3,1869</b>
			<b>6,2231</b>

TABLE 5.1 – Comparaison des distances de Khi-deux des modèles d'ajustement

A partir du tableau ci-dessus, on constate que le lissage de Whittaker-Henderson est le modèle qui présente la plus petite distance du khi-deux. De ce fait, c'est la méthode dont l'estimation du taux de sortie de l'arrêt de travail est la plus proche de la réalité.

### 5.1.2 Le ratio SMR (Standardized Mortality Ratio)

Le SMR est le rapport du nombre de décès observés au nombre de décès prédits dans une population de référence. Dans le cadre de cette étude, ce ratio est défini comme étant le rapport du nombre de sorties d'arrêts observées au nombre de sorties d'arrêts prédites par le modèle d'ajustement :

$$SMR = \frac{\sum_{t=duremin}^{duremax} S_t}{\sum_{t=duremin}^{duremax} \hat{q}_t^{(m)} \times n_t}$$

avec  $S_t$ ,  $\hat{q}_t^{(m)}$  et  $n_t$  qui représentent à la date  $t$  respectivement le nombre d'assurés sortis, les taux ajustés par la méthode  $m$  et le nombre d'assurés en arrêt.

L'objectif de ce ratio est de vérifier si le phénomène de maintien en AT observé est identique à celui prédit. Notons que si le ratio vaut 1, alors la courbe des taux ajustés est parfaitement identique à celle des taux bruts.

SMR			
	Modèle de Brass	Ajustement logistique	Whittaker-Henderson
Âge	20 - 34	1,0227	1,0331
	35 - 44	1,0119	1,0846
	45 - 65	1,0325	1,0480
			<b>0,9830</b>
			<b>0,9952</b>
			<b>1,0204</b>

TABLE 5.2 – Comparaison du ratio SMR des modèles d'ajustement

Quelle que soit la tranche d'âge à la survenance de l'arrêt, on constate que les modèles de Brass et logistique sur-estiment le nombre de personnes qui sortent de l'arrêt. Pour ce qui est du lissage par Whittaker-Henderson, cette méthode sous-estime le phénomène de sortie de l'AT pour les arrêts survenus avant 45 ans. Au regard du tableau ci-dessus, le lissage par Whittaker-Henderson est celui qui présente un ratio SMR proche de 1.

### 5.1.3 Le critère de fidélité

Afin de vérifier si les taux ajustés reflètent au mieux le phénomène observé, on peut aussi calculer le critère de fidélité. Le calcul de ce critère consiste à calculer la distance en valeur absolue entre les taux bruts et les taux lissés :

$$F = \sum_{t=duremin}^{duremax} |q_t - \hat{q}_t^{(m)}|$$

avec  $q_t$ ,  $\hat{q}_t^{(m)}$  qui représentent respectivement les taux bruts et les taux ajustés par la méthode  $m$ .

Tout comme la distance du Khi-deux, nous retenons que plus la distance calculée tend vers zéro et plus les taux lissés sont fidèles à la réalité.

Critère de fidélité			
	Modèle de Brass	Ajustement logistique	Whittaker-Henderson
Âge	20 - 34	1,1444	1,1274
	35 - 44	1,0378	0,9574
	45 - 65	0,7582	0,7546

TABLE 5.3 – Comparaison du critère de fidélité des modèles d’ajustement

La méthode de Whittaker-Henderson est celle qui présente le critère de fidélité le plus faible. Autrement dit, c’est la méthode qui permet d’avoir des taux lissés qui sont les plus fidèles à la réalité.

### 5.1.4 Le critère de régularité

Le critère de régularité est un autre indicateur qui permet de mesurer la régularité de la table d’expérience. Comme défini dans le paragraphe concernant le lissage de Whittaker-Henderson, la formule de cet indicateur est la suivante :

$$R = \sum_{t=duremin}^{duremax} (\Delta_z(q_t))^2$$

Pour  $z = 1$ , on a :

$$R = \sum_{t=duremin}^{duremax} (q_{t+1} - q_t)^2$$

Critère de régularité d’ordre 1			
	Modèle de Brass	Ajustement logistique	Whittaker-Henderson
Âge	20 - 34	2,3541e-03	1,1969e-04
	35 - 44	3,9324e-03	1,5214e-05
	45 - 65	1,0888e-04	5,0539e-05

TABLE 5.4 – Comparaison du critère de régularité d’ordre 1 des modèles d’ajustement

Pour  $z = 2$ , on a :

$$R = \sum_{t=duremin}^{duremax} (q_{t+2} - 2q_{t+1} + q_t)^2$$

Critère de régularité d'ordre 2			
	Modèle de Brass	Ajustement logistique	Whittaker-Henderson
Âge	20 - 34	2,1850e-03	8,0445e-06
	35 - 44	1,0531e-02	1,3629e-06
	45 - 65	2,0116e-04	3,0353e-06

TABLE 5.5 – Comparaison du critère de régularité d'ordre 1 des modèles d'ajustement

En terme de régularité, le modèle qui minimise ce critère est le modèle logistique. En effet, le critère de régularité tend plus vers zéro avec la méthode de l'ajustement logistique qu'avec les autres méthodes. Notons toutefois que les écarts ne sont pas énormes entre les 3 modèles.

Au vu des différents critères de comparaison calculés précédemment, on constate que le modèle de Whittaker-Henderson présente de meilleurs résultats suivant la majorité des critères de comparaison et dont les taux de sorties ajustés sont les plus fidèles à la réalité. Nous retenons donc pour la suite de l'étude la table d'expérience estimée par le modèle de Whittaker-Henderson. Le modèle étant retenu, nous pouvons passer à la validation.

## 5.2 Encadrement des taux lissés

Comme présenté dans le chapitre précédent, les taux de sortie bruts observés présentent des irrégularités liées à l'échantillon choisi pour l'étude. Ainsi, afin de prendre en compte les fluctuations d'échantillonnage, il est important d'encadrer les taux ajustés pour les valider. L'encadrement des taux lissés se fera donc d'une part par un intervalle de confiance et d'autre part par une bande de confiance des taux bruts.

L'intervalle de confiance qui est utilisé pour cet encadrement des taux est l'intervalle de confiance issu de la loi binomiale. Autrement dit, il s'agit de l'intervalle de confiance de l'estimateur des taux bruts par la méthode de Hoem<sup>1</sup>.

1. L'expression de cet intervalle de confiance a été défini dans le chapitre 2.

S'agissant de la bande de confiance, son calcul revient à déterminer la fonction  $c(\cdot)$  telle que :

$$P(q_a \in \hat{q}_a \pm u_{\frac{\beta}{2}} c(\hat{q}_a) ; a \in [a_{min}, a_{max}]) = 1 - \alpha$$

avec  $a_{min}$  et  $a_{max}$  les anciennetés minimale et maximale.

Pour ce faire, la méthode d'estimation de Sidak [1] est utilisée. Cette méthode considère la bande de confiance comme étant un assemblage de plusieurs intervalles de confiance pour des anciennetés  $a$  données, construite de sorte à obtenir un intervalle simultané de probabilité égale à  $1 - \alpha$ . Pour l'ancienneté  $a = a_{min}$ , on obtient donc l'intervalle de probabilité  $1 - \beta$  défini comme suit :

$$P(q_a \in \hat{q}_a \pm u_{\frac{\beta}{2}} c(\hat{q}_a) ; a \in [a_{min}, a_{max}]) = 1 - \beta$$

Ainsi, en supposant que l'encadrement des taux de 2 anciennetés sont indépendants, la probabilité d'encadrer simultanément le taux de sortie des ancienneté  $a = a_{min}$  et  $a = a_{min} + 1$  est de  $(1 - \beta)^2$ . En réitérant l'opération  $n$  fois de sorte à encadrer les taux de toutes les anciennetés de  $[a_{min}, a_{min} + n]$  ( $a_{min} + n = a_{max}$ ), la probabilité simultanée devient  $(1 - \beta)^{n+1}$ .

L'approximation de la bande de confiance sur toutes les anciennetés est donc :

$$P(q_a \in \hat{q}_a \pm u_{\frac{\beta}{2}} \sqrt{\frac{\hat{q}_a(1 - \hat{q}_{x,ta})}{E_a}} ; a \in [a_{min}, a_{max}]) = (1 - \alpha)$$

avec  $n = a_{max} - a_{min}$  et  $\beta = 1 - (1 - \alpha)^{\frac{1}{n+1}}$

La figure 5.1 présente l'encadrement des taux lissés pour les anciennetés de 0 à 60 mois par l'intervalle et la bande de confiance au niveau de confiance de 95%.



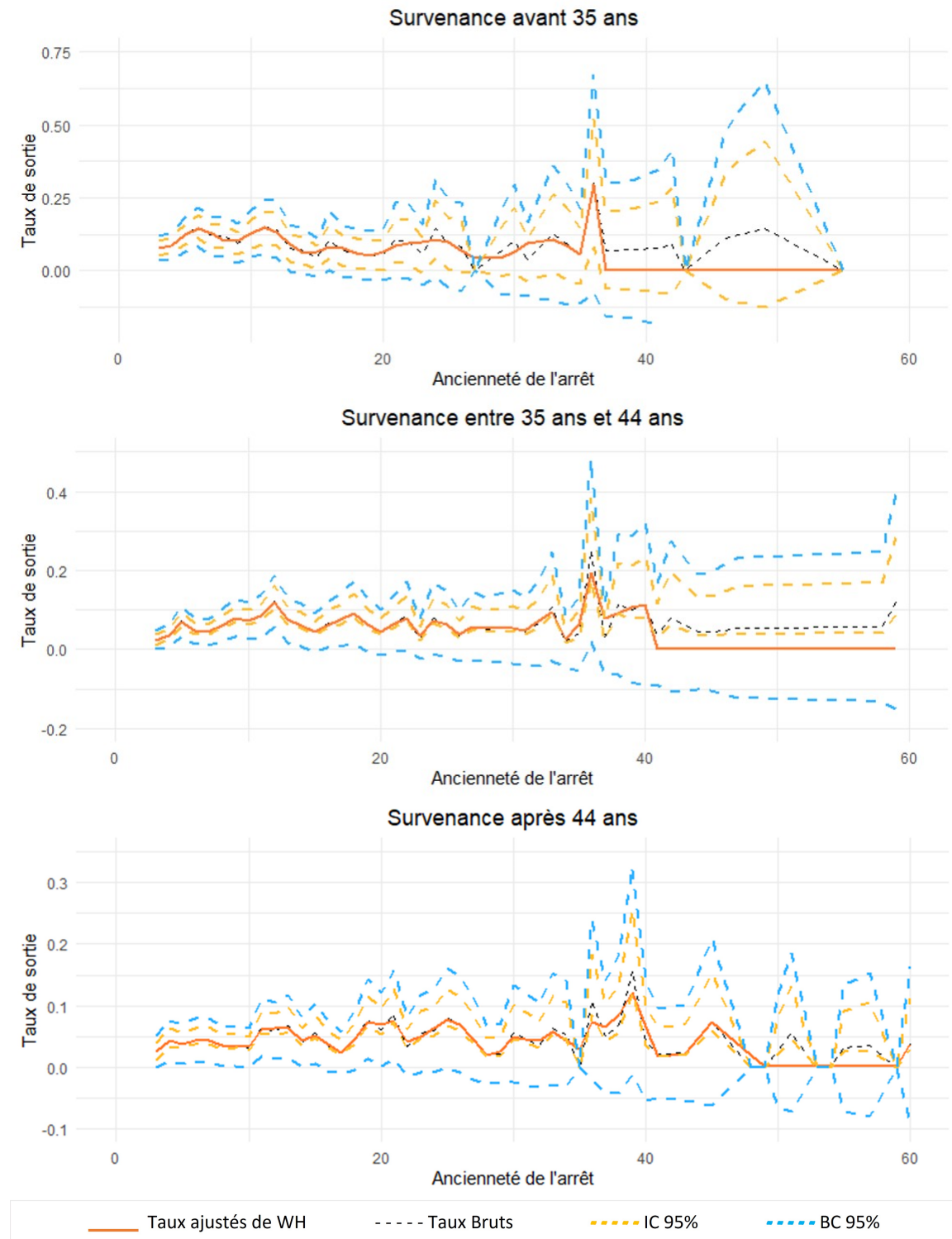


FIGURE 5.1 – Encadrement des taux ajustés

Notons que jusqu'à 40 mois, quel que soit l'âge à la survenance de l'arrêt, les taux ajustés sont situés entre les deux bornes de l'intervalle de confiance au niveau de confiance 95%. Au delà du 40<sup>me</sup> mois d'ancienneté de l'arrêt, pour les assurés dont

l'arrêt survient entre 35 et 44 ans, la courbe des taux ajustés est en dehors de l'intervalle de confiance, mais appartient toujours à la bande de confiance. Le constat précédent est également réalisé dans le cas où les AT surviennent après 44 ans mais à partir de 4 ans d'ancienneté. Cela est dû au fait que les taux empiriques présentent des valeurs nulles.

En conclusion, la table d'expérience retenue est celle ajustée à l'aide de la méthode de Whittaker-Henderson dont le prolongement a été réalisé avec la table du BCAC. La table d'expérience étant construite et validée, l'on pourrait se poser la question de savoir quel serait l'impact de son utilisation dans le calcul des provisions S1 et S2. La réponse à cette interrogation est apportée dans le chapitre suivant.

# IMPACT ET TEST DE SENSIBILITE DE LA TABLE D'EXPERIENCE

Cette étude avait pour objectif de construire une table d'expérience de maintien en arrêt de travail afin d'optimiser le calcul de la PRC de la garantie non-vie. La construction de cette table étant faite, il est alors temps de mesurer l'impact de cette dernière sur les provisions (S1 et S2). Au regard du contexte économique actuel (inflation, hausse des taux d'intérêt, etc), un test de sensibilité au taux sera également réalisé.

## 6.1 Étude d'impact de la table d'expérience sur les provisions

Dans cette section, il est question d'étudier l'impact qu'à la table d'expérience de maintien en arrêt de travail sur la PRC et le BE. Pour l'évaluation des provisions, nous allons comparer les résultats obtenus avec la table de maintien en incapacité<sup>1</sup>, la table d'AT du BCAC<sup>2</sup> et la table d'expérience.

### 6.1.1 Impact de la nouvelle table sur l'évaluation de la PRC

Comme défini dans le chapitre 1, la provision pour risques croissants est la différence entre la valeur actualisée probable de l'engagement de l'assureur et la valeur actualisée probable de l'engagement de l'assuré. Notons que la loi de maintien en arrêt de travail n'intervient que dans le calcul de l'engagement de l'assureur. Ainsi, avant d'évaluer l'impact de la table d'expérience sur la PRC, observons d'abord son impact

---

1. La table de maintien en incapacité est la table qui était utilisée jusqu'en 2022 avant le passage du logiciel CALFITEC au logiciel MIND

2. Il s'agit de la table utilisée dans le nouveau logiciel de calcul des provisions MIND

sur la  $VAP_{assureur}$ .

Pour ce faire, on va simplifier le calcul en déterminant l'engagement de l'assureur pour le versement d'une rente mensuelle de 1 € suivant la formule :

$$VAP_{assureur}(x, a) = \sum_{i=a+1}^d \frac{l_{x,i}^{maintien}}{l_{x,a}^{maintien}} \times (1+i)^{-\frac{i-a}{12}}$$

avec  $i$  le taux d'actualisation fixé à 0%,  $x$  l'âge à la survenance de l'AT,  $a$  l'ancienneté de l'AT et  $d$  la durée maximale de l'AT.

La figure suivante représente l'engagement de l'assureur pour le versement d'une rente mensuelle de 1€ calculé à partir de la table d'expérience.

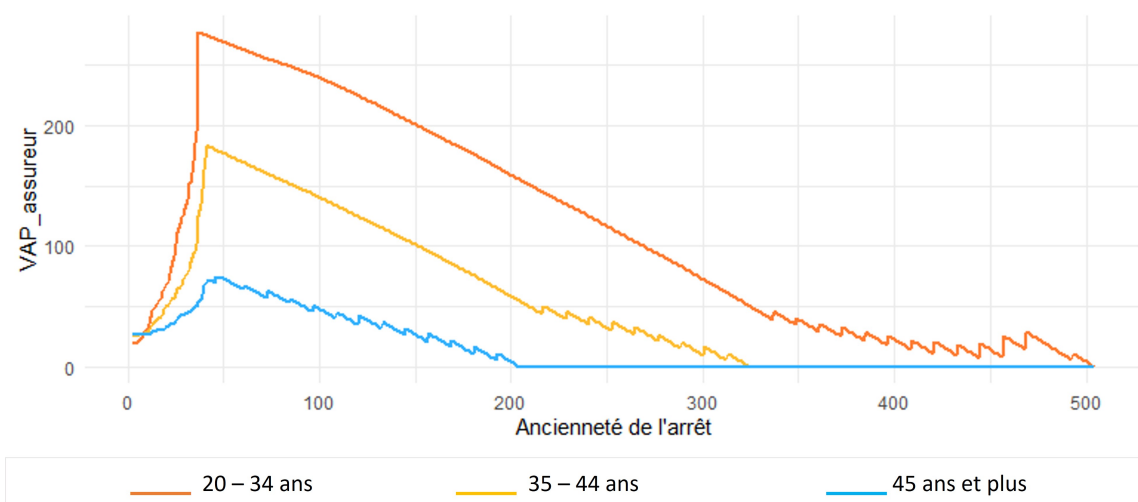


FIGURE 6.1 – Engagement de l'assureur pour le versement d'une rente mensuelle de 1 €

Au regard du graphique 6.1, on constate que plus l'âge à la survenance de l'arrêt de travail augmente et faible est l'engagement de l'assureur pour le versement d'une rente mensuelle de 1€. Ce constat est tout à fait normal car le nombre d'échéances qu'il reste à payer diminue avec l'âge à la survenance.

Afin de voir quel est l'impact de la nouvelle table, sur l'engagement de l'assureur, nous analysons le rapport entre la VAP calculée avec la table d'expérience et celle calculée avec la table BCAC représenté dans la figure 6.2.

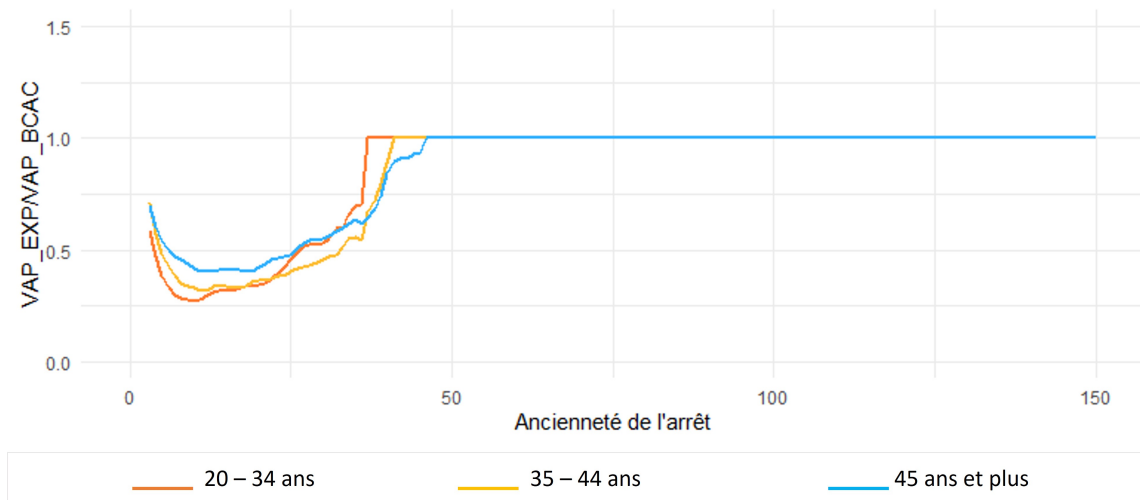


FIGURE 6.2 – Rapport entre la VAP issue de la table d'expérience et la VAP issue de la table BCAC

Notons que le rapport entre les deux VAP à partir de 45 mois d'ancienneté vaut 1. Cela est dû au fait qu'au delà de cette période, la table d'expérience est ramenée à la table du BCAC. Entre 3 et 45 mois, on remarque que le quotient qui a été calculé est inférieur à 1. Ainsi, pour tous les assurés dont la durée de l'arrêt sera inférieure à 4 ans, la mutuelle va réaliser un gain en terme de provision car le montant de son engagement avec la table d'expérience est inférieur au montant de son engagement avec la table BCAC.

Ayant déjà observé l'impact de la nouvelle table sur les engagements de l'assureur, il temps de voir son impact de manière globale sur la provision pour risques croissants. Pour son calcul, plusieurs paramètres peuvent être pris en compte. Dans le cadre de cette étude d'impact, les paramètres utilisés hormis la table d'expérience sont : le taux d'actualisation qui est fixé à 0,66%, et la table (d'expérience) de mortalité certifiée en 2020. Notons qu'aucune loi de rachat n'intervient pas dans le calcul des engagements et par conséquent celui de la PRC.

Notons que la mutuelle utilisait au départ la table du BCAC de maintien en invalidité pour la calcul de la PRC. Suite à un changement de logiciel de calcul en 2022, la mutuelle utilise désormais la table de mixte du BCAC de maintien en AT. La PRC de la table d'expérience sera donc comparée d'une part à la PRC de la table du BCAC de maintien en invalidité et d'autre part à la table de mixte du BCAC de maintien en AT.

Les résultats de l'évaluation de la PRC brute suivant différentes tables sont dans le tableau ci-dessous :

	Montant brut de la PRC au 31/12/2021	Rapport : Table d'expé- rience/ Autre table
<b>Table d'expérience</b>	<b>9 384 642 €</b>	
<b>Table Arrêt de Travail</b>	22 451 153 €	<b>41,80%</b>
<b>Table Incapacité</b>	4 272 417 €	<b>219,65%</b>

TABLE 6.1 – Évaluation de la PRC suivant les différentes tables

Au regard du tableau 6.1, on constate que la PRC obtenue à partir de la table d'expérience vaut deux fois plus que la PRC obtenue avec uniquement la table d'incapacité. Ce résultat est tout à fait normal étant donné que la loi d'expérience intègre le phénomène d'invalidité en plus du phénomène d'incapacité.

En comparant le montant de la PRC déterminé à partir de la table d'expérience d'arrêt de travail, à celui déterminé à partir de la table d'arrêt de travail réglementaire, on constate que la PRC obtenue avec la nouvelle table est deux fois plus faible que celle obtenue avec la réglementaire. Cette différence est forcément due la sous-estimation du nombre de sorties de l'arrêt entre la 1<sup>re</sup> et la 3<sup>me</sup> année de l'arrêt par la table réglementaire.

Ainsi, l'augmentation de la probabilité de sortie de l'arrêt de travail pour les AT d'une durée de moins de 36 mois, entraîne une diminution considérable des prestations. On constate ainsi un gain de provision de 58% si on est amené à utiliser la table d'expérience au lieu de la table d'arrêt de travail du BCAC.

### 6.1.2 Impact de la nouvelle table sur l'évaluation du BE

Le BE est à la somme actualisée des flux futurs probables de trésorerie. Cette somme correspond plus précisément à la différence entre les flux sortants (prestations, frais) et les flux entrants (primes). En parlant de prestation, on s'intéresse ici aux prestations futures qui seront versées au titre des sinistres déjà survenus. Ainsi, la durée de maintien d'un arrêt de travail peut avoir un impact sur le montant du BE d'une compagnie.

L'évaluation du BE central de Harmonie Mutuelle est inscrit dans le tableau suivant.

	<b>Table d'expérience</b>	<b>Table d'Arrêt de Travail</b>	<b>Évolution</b>
<b>Best Estimate</b>	<b>-13 547 258 €</b>	-6 356 469 €	-7 190 790 €

TABLE 6.2 – Évaluation du BE Central suivant les différentes tables

Notons déjà que quelle que soit la table de maintien utilisée, le portefeuille emprunteur est un portefeuille rentable. En effet, le BE central est négatif, ce qui signifie que la mutuelle reçoit plus de primes qu'elle ne paie de prestations.

S'agissant de l'évolution du BE, on constate également un gain de provisions technique de 7 millions soit un peu plus de 50% des provisions techniques obtenues avec la table réglementaire. La table d'expérience permet donc de diminuer les engagements de la mutuelle.

En somme, il faut noter que la nouvelle table de maintien en arrêt de travail permet de réduire de moitié le montant des provisions (PRC et BE) par rapport à la table d'arrêt de travail du BCAC. Cette table a donc un impact positif sur les provisions.

## 6.2 Test de sensibilité au taux d'actualisation

Depuis le début de la période post COVID, l'on constate une hausse des taux d'intérêt. Cette hausse des taux impacte plusieurs secteurs dont le secteur de l'assurance. En effet, pour le calcul des provisions, les assureurs doivent actualiser leurs engagements futurs. De ce fait, il est important de réaliser un test de sensibilité au taux d'actualisation.

Le tableau ci-dessous présente les provisions suivant différents taux techniques.

	0%	1%	2%	3%
<b>PRC (table d'expérience)</b>	10 347 384 €	8 934 658 €	7 772 978 €	6 820 796 €
<b>Évolution (0% à i%)</b>		-14%	-25%	-34%
<b>PRC (table d'AT BCAC)</b>	24 754 349 €	22 004 220 €	19 646 500 €	17 618 772 €
<b>Évolution(0% à i%)</b>		-11%	-21%	-29%

TABLE 6.3 – Évaluation des provisions suivant le taux technique

Quelle que soit la table de maintien utilisée pour le calcul des PRC, nous notons que les provisions évoluent en sens inverse avec le taux technique. En effet, plus le taux technique augmente et plus les provisions diminuent.

Cependant, notons que cette diminution n'est pas la même selon la table de loi utilisée. La diminution des PRC dans le cas de l'utilisation de la loi de maintien en arrêt de travail réglementaire est plus faible que lorsqu'on utilise la table d'expérience. En effet, on constate qu'avec un taux technique qui passe de 0% à 1%, le montant de la PRC diminue de 14% avec la table d'expérience au lieu de 11% avec la table du BCAC. De plus, si le taux technique atteint les 4%, la PRC diminue de plus d'un tiers dans le cas de la table d'expérience contre 29% dans le cas de la table réglementaire.

Au regard de ce qui précède, nous retenons que la table d'expérience permet de réaliser des gains en terme de PRC et BE. En effet, l'augmentation des taux de sortie de l'AT sur les 3 premières années de l'arrêt permet de diminuer l'engagement de l'assureur. Cette diminution entraîne une baisse des provisions d'un peu plus de 50%. De plus, nous constatons que l'assurance emprunteur est un produit rentable. En outre, notons que la table d'expérience est très sensible à l'augmentation des taux. En effet, lorsque le taux technique passe de 0 à 2%, la PRC diminue de près de 90%.



## CONCLUSION

Quel que soit le produit d'assurance mis en place, un organisme d'assurance doit pouvoir appréhender le risque qu'il couvre afin de pouvoir garantir ses engagements futurs. En ce qui concerne l'assurance emprunteur, Harmonie mutuelle, doit donc pouvoir prédire au mieux le risque de décès, d'arrêt de travail ou de perte d'emploi pour optimiser l'estimation de ses provisions.

L'optimisation des provisions en général et de la provision pour risques croissants en particulier peut se faire à travers plusieurs paramètres. Dans le cadre de cette étude, le paramètre étudié était la loi de maintien en arrêt de travail. Il était donc question de construire une table de maintien en arrêt de travail pour le portefeuille emprunteur et de déterminer son impact sur les provisions.

Pour ce faire, plusieurs méthodes d'estimation des taux bruts et d'ajustement de la loi ont été implémentées. Nous retenons qu'en terme d'estimation des taux, l'estimation par la méthode Kaplan-Meier et celle par Hoem donne toutes deux des résultats très proche. Pour ce qui est de l'ajustement de la loi de maintien, la méthode de lissage de Whittaker Henderson est celle qui reste le plus fidèle aux observations faites sur le portefeuille emprunteur.

Suite à cela, une étude d'impact sur les provisions a été réalisée. Il ressort de cette étude que la nouvelle table entraîne une diminution des provisions (PRC et BE) d'un peu plus de 50%. Ce gain en provision est principalement dû à une augmentation du taux de sortie par rapport à la table réglementaire sur les 3 premières années. En outre, au vu de la valeur négative du Best Estimate, le portefeuille emprunteur est un portefeuille rentable.

S'agissant du test de sensibilité au taux d'actualisation, on remarque qu'une augmentation du taux technique de 1% entraîne une diminution des provisions de 14% avec la table d'expérience contre 11% avec la table d'arrêt de travail du BCAC.

Notons tout de même que la volumétrie de la base d'étude est assez faible; raison pour laquelle à partir de 4 ans d'ancienneté, la table d'expérience est raccordée à celle du BCAC. Il serait donc intéressant de refaire l'étude dans 5 ans étant donnée que le nombre d'arrêts de travail augmente dans le temps. On pourrait également augmenter le nombre de classes d'âge à la survenance; car l'ajout des classes d'âge pourrait améliorer l'ajustement des tables de maintien aux données.

## Annexe

### A

# STATISTIQUES DESCRIPTIVES

## A.1 Statistiques univariées

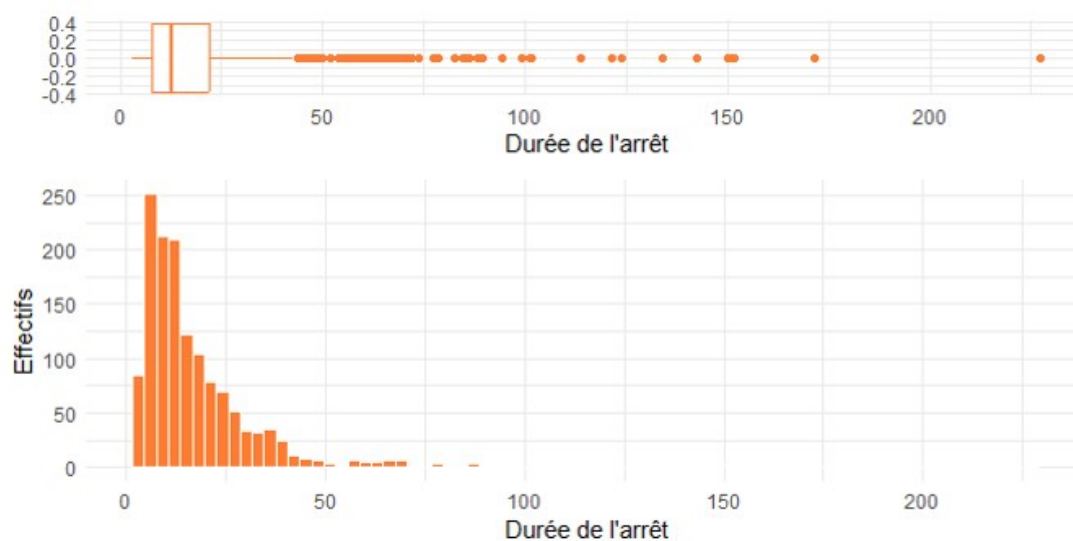


FIGURE A.1 – Distribution de la durée de maintien en arrêt de travail

	Nombre de sinistres	Fréquence de sinistres	Taux d'incidence
F	770	55,23%	35,75‰
H	624	44,76%	26,19‰

TABLE A.1 – Répartition des sinistres par sexe

## A.2 Statistiques bivariées

		Âge à la survenance			Total
		20-34	35-44	45 et +	
Ancienneté (en mois)	03-07	191	105	79	<b>375</b>
	08-12	119	150	82	<b>351</b>
	14-21	59	108	103	<b>270</b>
	22 et +	75	146	177	<b>398</b>
Total		<b>444</b>	<b>509</b>	<b>441</b>	<b>1394</b>

TABLE A.2 – Répartition du nombre d'arrêts de travail par durée de maintien et par âge à la survenance

Test de corrélation de Pearson		
Statistique du test	Coefficient de corrélation	P-valeur
4,092	0,5391	<b>1,92E-04</b>

Test de corrélation de Spearman		
Statistique du test	Coefficient de corrélation	P-valeur
5558	0,5803	<b>6,21E-05</b>

TABLE A.3 – Test de corrélation de Pearson et Spearman entre la durée de maintien et l'âge à la survenance

Test d'indépendance du Khi-deux		
Statistique du test	Degré de liberté	P-valeur
130,21	6	<b>2,20E-16</b>

TABLE A.4 – Test du Khi-deux entre la durée de maintien et l'âge à la survenance

# Annexe

## B

# LISSAGE DES LOIS DE MAINTIEN

### B.1 Modèle de Brass

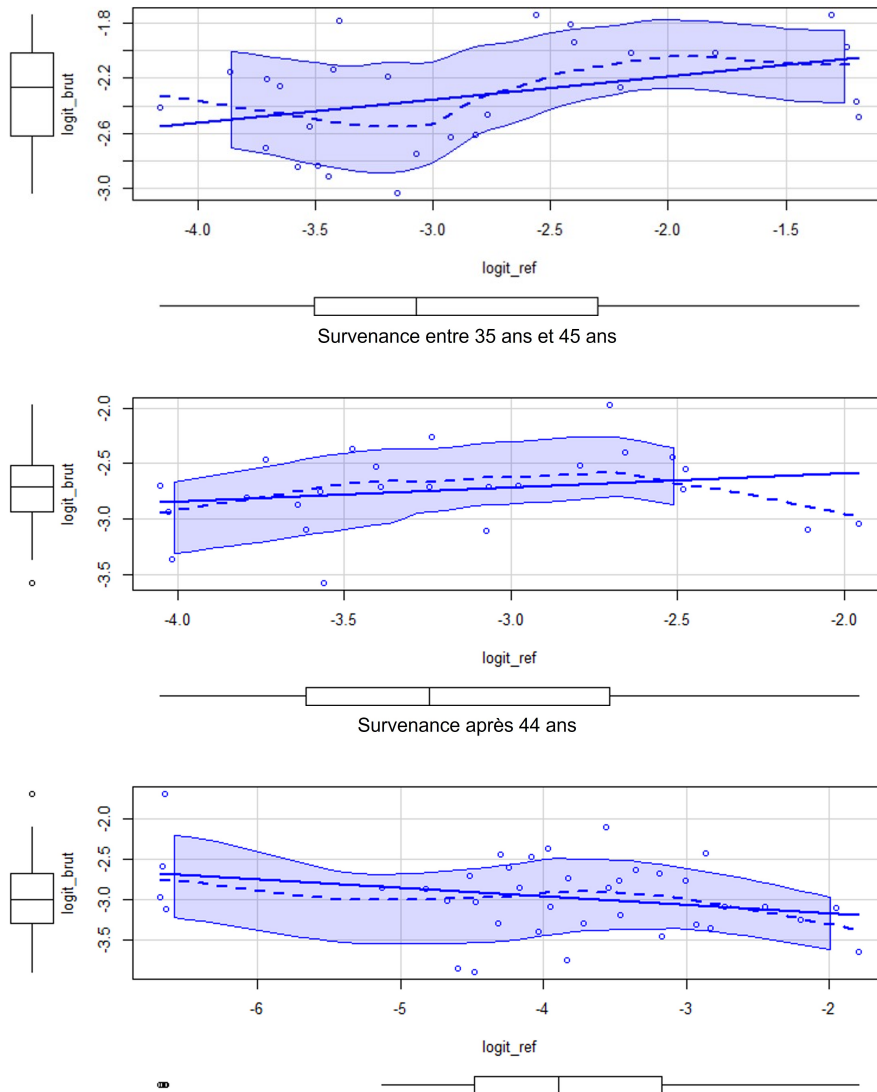


FIGURE B.1 – Test de linéarité entre les logits des taux bruts et les logits des taux de référence

## B.2 Whittaker-Henderson

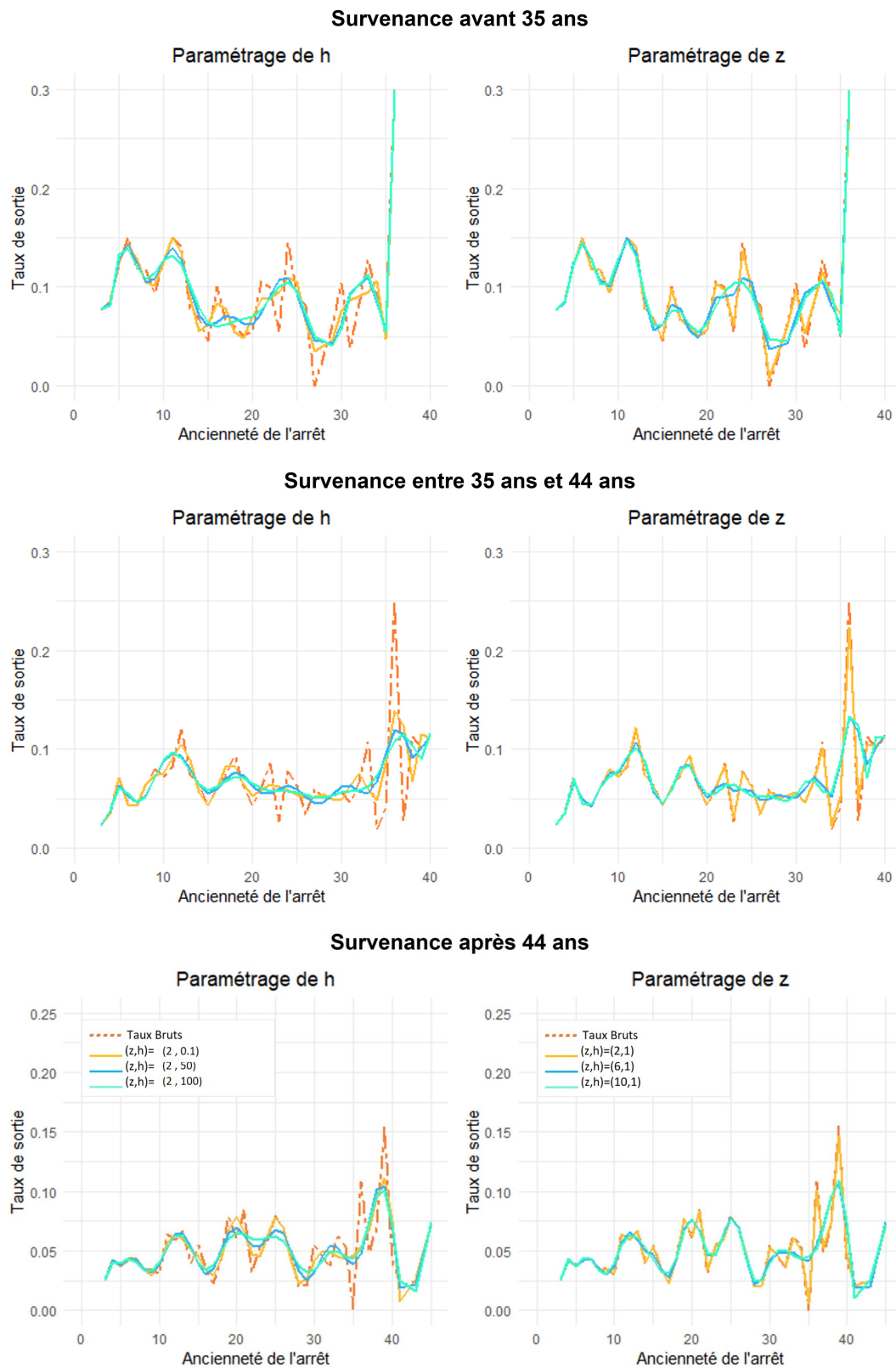


FIGURE B.2 – Essais des différents paramètres h et z

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] Hervé ABDI et al. Bonferroni and šidák corrections for multiple comparisons. *Encyclopedia of measurement and statistics*, 3(01) :103–107, 2007.
- [2] ACPR. *Assurance Emprunteur*, 2023. [www.abeinfoservice.fr/assurance/assurance-emprunteur](http://www.abeinfoservice.fr/assurance/assurance-emprunteur).
- [3] France Assureurs. L'assurance française - données clés 2021.
- [4] Anne AUBIN, Igotz ROLLAND. Lignes directrices de la construction des lois de maintien en incapacité et en invalidité, Novembre 2010.
- [5] CCSF. *Glossaire*, 2023. [www.ccsfin.fr/informations-pratiques/glossaires](http://www.ccsfin.fr/informations-pratiques/glossaires).
- [6] Institut des Actuaire. Provisions pour risques croissants - guidelines, 2020.
- [7] Alexandre EBY and Frédéric PLANCHET. Construction d'une loi de maintien BCAC en arrêt de travail. Novembre 2017.
- [8] Edward L. KAPLAN and Paul MEIER. Nonparametric estimation from incomplete observations. *Journal of the American statistical association*, 53(282) :457–481, 1958.
- [9] Legifrance. Code de la mutualité. [www.legifrance.gouv.fr](http://www.legifrance.gouv.fr).
- [10] Legislafrance. Code des assurances. [www.legifrance.gouv.fr](http://www.legifrance.gouv.fr).
- [11] Harmonie Mutuelle. Rapport sur la solvabilité et la situation financière, 2021.
- [12] Anthony NAHELOU. *Introduction à Solvabilité 2 - Application de mesure de risque*, Janvier 2022. Support de cours EURIA.
- [13] Frédéric PLANCHET. *Modèles de durée - Méthodes de lissage et d'ajustement*, Novembre 2022. Support de cours ISFA.

- [14] Quincy Thomas STEWART. Brass' relational model : A statistical analysis. *Mathematical Population Studies*, 11(1) :51–72, 2004.
- [15] Franck VERMET. *Modèles de durée*, Septembre 2022. Support de cours EURIA.